

# Documentation physique du logiciel pédagogique de simulation du climat *SimClimat*

Camille Risi

6 novembre 2008

Ce logiciel a été spécialement conçu pour une utilisation en TP de Sciences de la Vie et de la Terre en Lycée. Il comporte une interface graphique couplée à un **modèle physique simple du climat**. Ce modèle physique est décrit dans ce document.

La physique du climat introduite dans ce modèle a pour but de concilier deux objectifs antagonistes concernant le niveau de complexité du modèle:

- le réalisme des simulations et des bases physiques rigoureuses
- la rapidité d'exécution, afin que les résultats s'affichent instantanément sur l'écran.

Ainsi, le modèle utilisé est un **modèle d'équilibre radiatif simple et à l'échelle globale** (0 dimension), auquel ont été ajoutés une représentation extrêmement simple des autres composantes du système climatique (océan, cryosphère, biosphère). Le modèle utilise des relations physiques, ainsi que des relations empiriques dont les paramètres sont ajustés pour satisfaire des contraintes observationnelles ou théoriques.

Ce document présente tout d'abord les contraintes observationnelles sur le modèle (section 1), puis les équations utilisées (section 2). Enfin, la section 3 analyse en terme d'équilibres radiatifs le comportement du modèle dans des expériences simples.

## Contents

<b>1</b>	<b>Les contraintes sur le modèle</b>	<b>2</b>
1.1	Contraintes sur les états préindustriel, actuel et paléoclimatiques . . . . .	2
1.2	Contraintes sur le réchauffement climatique anthropiques . . . . .	2
1.3	Contraintes sur l'entrée et la sortie de la terre boule de neige . . . . .	2
1.4	Contraintes sur le niveau de la mer . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Bases physiques du modèle</b>	<b>2</b>
2.1	Calcul de la température: $T(t)$ . . . . .	3
2.2	Calcul de l'effet de serre: $G(t)$ . . . . .	6
2.2.1	Calcul de l'anomalie liée au CO <sub>2</sub> : $F_{CO_2}^{serre}$ . . . . .	7
2.2.2	Calcul de l'anomalie liée à la vapeur d'eau: $G_{H_2O}^{serre}$ . . . . .	7
2.3	Calcul de la concentration en CO <sub>2</sub> : $CO_2(t)$ . . . . .	8
2.3.1	Emmissions constantes de CO <sub>2</sub> . . . . .	8
2.3.2	Consommation naturelle de CO <sub>2</sub> aux longues échelles de temps . . . . .	8
2.3.3	Flux océaniques fonction de la température . . . . .	8
2.3.4	Absorption d'une partie des émissions par l'océan et la végétation . . . . .	9
2.4	Calcul de l'albédo: $A(t)$ . . . . .	9
2.5	Calcul de la latitude des calottes: $\phi_g(t)$ . . . . .	10
2.6	Calcul du niveau de la mer: $N(t)$ . . . . .	10

<b>3</b>	<b>Analyse du comportement du modèle en terme d'équilibres radiatifs</b>	<b>11</b>
3.1	Bilan radiatif dans le modèle . . . . .	11
3.2	Les points d'équilibre et leur stabilité . . . . .	12
3.3	Effet des principaux paramètres sur la température d'équilibre . . . . .	12
3.4	Entrée et sortie de boule de neige . . . . .	12
3.5	Complications liées à d'autres rétroactions . . . . .	13

## 1 Les contraintes sur le modèle

### 1.1 Contraintes sur les états préindustriel, actuel et paléoclimatiques

Le tableau 1 résume les contraintes utilisées pour les états préindustriel, actuel et du dernier maximum glaciaire (pour la plupart des données: [GIEC, 2000]). L'état préindustriel est fixé par convention à 1750, et l'actuel à 2007. La température est en moyenne annuelle et globale. Le niveau de la mer est pris par rapport à l'actuel.

Autres contraintes paléoclimatiques diverses:

- Au Crétacé, la concentration en CO2 était de 1500ppm environ et 5°C plus forte ([Barron and Washington, 1993])

### 1.2 Contraintes sur le réchauffement climatique anthropiques

- L'effet relatif des différents processus et rétroactions climatiques sur le réchauffement climatique anthropique a été quantifié par [Dufresne and Bony, 2008]: en cas de doublement de CO2,
  - le réchauffement induit par l'effet de serre lié au CO2 seul est de 1.2°C.
  - Si on rajoute la rétroaction de la vapeur d'eau, ce réchauffement atteint 2.2°C.
  - Si on rajoute en plus l'effet des glaces, ce réchauffement atteint 2.4°C.
  - L'effet des nuages est plus incertain. Il produit en moyenne un réchauffement supplémentaire d'environ 0.5°C en moyenne, que nous négligeons ici pas soucis de simplification.
- L'augmentation du niveau de mer prévu pour un réchauffement de 3°C est de 0.4m ([GIEC, 2000]).

### 1.3 Contraintes sur l'entrée et la sortie de la terre boule de neige

- L'entrée en boule de neige doit être possible et facilitée par le fait qu'une Terre englacé en dessous de 30° de latitude est instable et tend vers une boule de neige.
- La sortie doit pouvoir être possible pour des concentrations en CO2 de l'ordre de 30%=300 000ppm

### 1.4 Contraintes sur le niveau de la mer

- Si on fondait toutes les glaces, le niveau des mers devrait monter de 70m.
- Lors d'une aire glaciaire, l'effet du stockage d'eau dans les calottes induit une chute du niveau de la mer de 130m.

## 2 Bases physiques du modele

A chaque pas de temps  $t$ , les différentes variables définissant l'état et le climat de la Terre sont calculés. Ces variables sont:

- La température moyennée globalement et annuellement:  $T(t)$

	préindustriel	actuel	LGM (dernier maximum glaciaire)
Température	~14.5°C	~15.5°C	10°C
CO2	280ppm	370ppm	180ppm
niveau des mers	-0.2m	0m	-130m
latitude des calottes		60°	45°
alédo planétaire		0.33	

Table 1: Tableau résumant les contraintes sur les états actuel, pré-industriel et glaciaire.

- La concentration en CO2 dans l'atmosphère:  $CO_2(t)$
- La latitude moyenne des calottes:  $\phi_g(t)$
- L'albédo moyen de la Terre:  $A(t)$
- Le niveau moyen des mer:  $N(t)$

Les sections suivantes détaillent la façon dont ces variables sont calculées. Une vue d'ensemble est donnée par la figure 1.

## 2.1 Calcul de la température: $T(t)$

La température  $T(t)$  est calculée en supposant que l'on tend vers une température d'équilibre radiatif à l'échelle globale,  $T_{eq}$ , avec une constante de temps  $\tau_T = 100ans$ :

$$T(t) = T(t - dt) + (T_{eq} - T(t - dt))(1 - e^{-dt/\tau_T})$$

A l'équilibre radiatif, la puissance solaire absorbé par la Terre,  $F_{in}$  est égale à la puissance du rayonnement infra-rouge emis par la Terre,  $F_{out}$  (figure 2):

$$F_{in} = F_{out}$$

On définit ici les puissances  $F_{in}$  et  $F_{out}$  par unité de surface de la Terre, en  $W/m^2$ .

- La puissance solaire absorbé par la Terre,  $F_{in}$ , dépend de l'albédo planétaire:

$$F_{in} = (1 - A) \cdot F_0^{in}$$

avec:

$A$  l'albédo de la Terre, qui dépend notamment de la latitude des calottes. Son calcul dans le modèle est détaillé dans la section 2.4.

$F_0^{in}$  la puissance solaire arrivant au sommet de l'atmosphère, en moyenne globale et annuelle. Comme à chaque instant, le soleil n'éclaire que le quart de la surface totale de la Terre,  $F_0^{in} = \frac{S_0}{4}$ , où  $S_0 = 1370 W/m^2$  est la constante solaire.

- La puissance du rayonnement infra-rouge emis par la Terre,  $F_{out}$ , dépend de la température selon la loi de Steffan-Boltzmann, modulée par l'effet de serre:

$$F_{out} = (1 - G) \cdot \sigma \cdot T^4$$

avec

$G$  l'effet de serre: il représente la fraction de rayonnement infrarouge émis par la Terre qui est retenue par effet de serre et ne parvient pas à s'échapper vers l'espace.

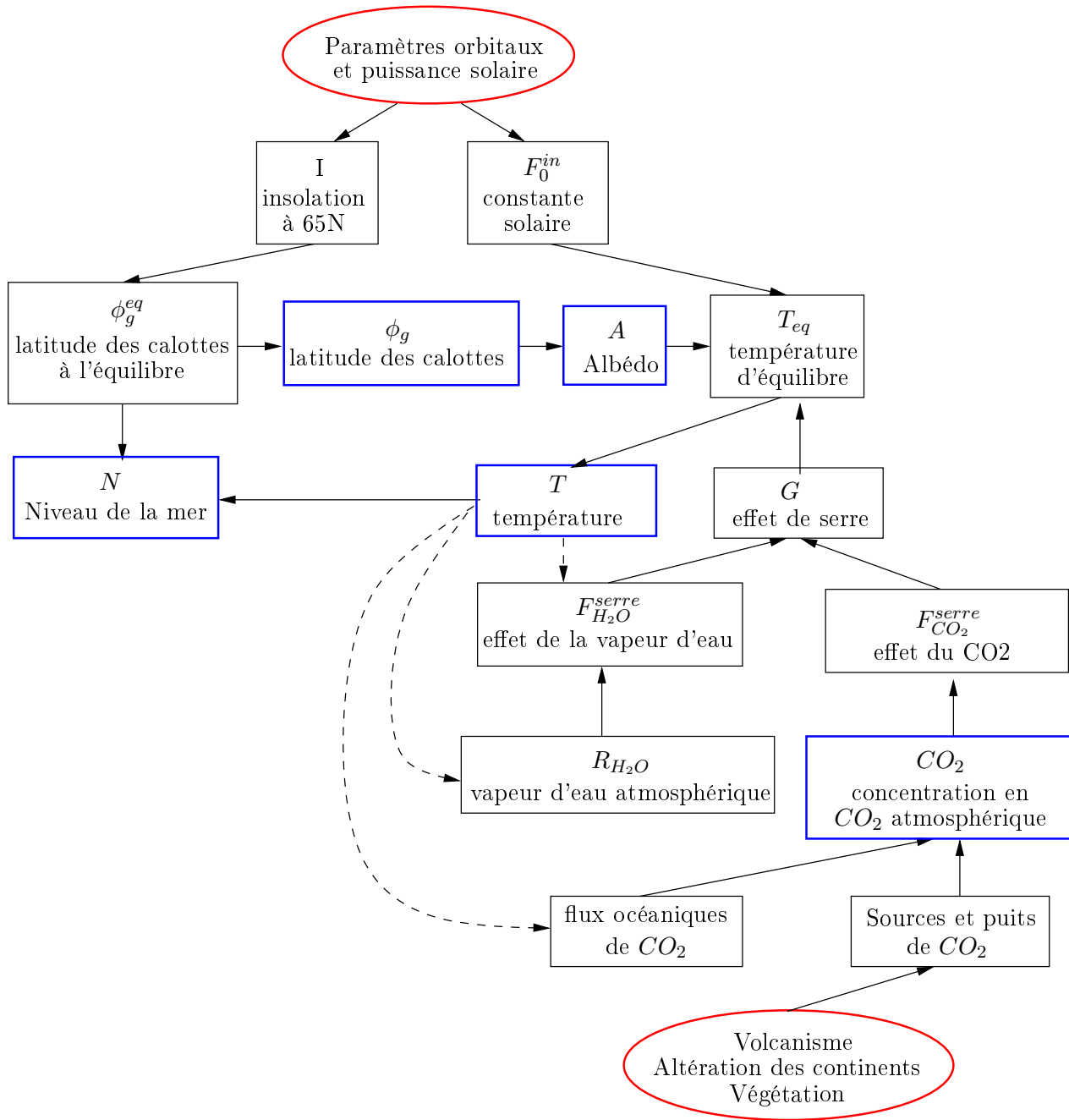


Figure 1: Schéma illustrant comment les variables sont calculées dans le modèle. En rouge: les forçages “externes” aux système climatique modélisé. En bleu: les variables d’état dont le calcul est détaillé dans la section 2.

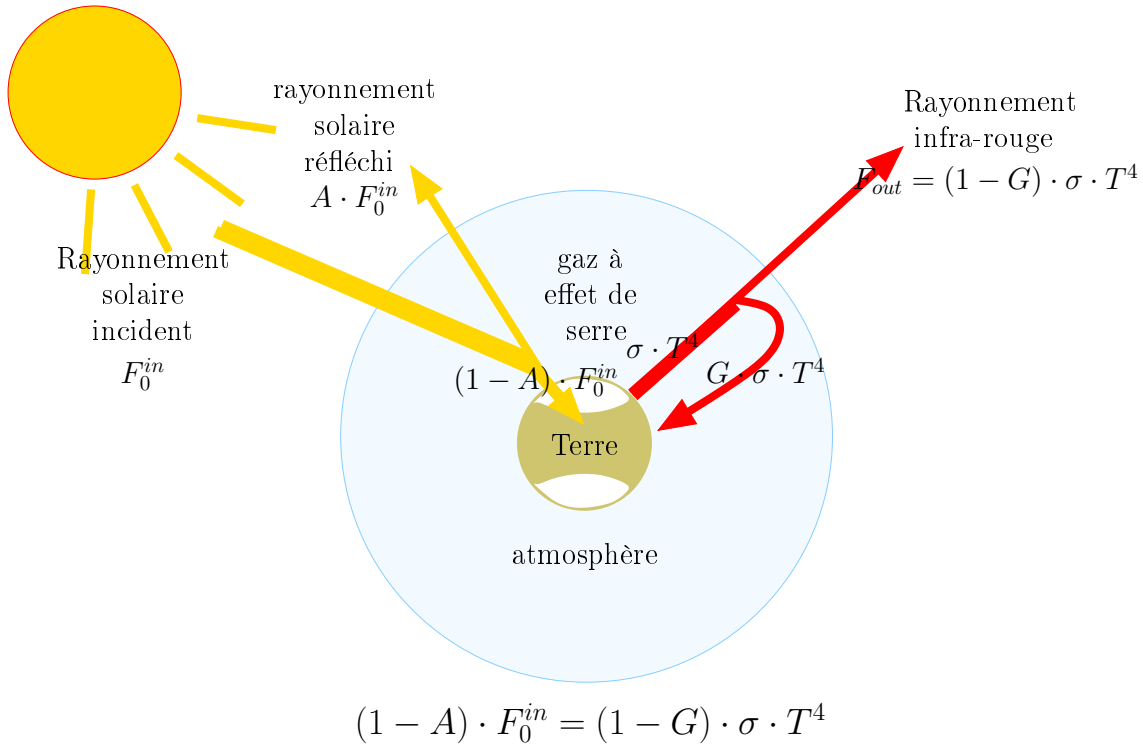


Figure 2: Schéma illustrant le bilan radiatif de la Terre à l'échelle globale qui est résolu par le modèle: à l'équilibre, l'énergie solaire absorbée par la Terre,  $F_{in} = (1 - A)F_0^{in}$ , est égale à l'énergie infra-rouge émise par la Terre qui s'échappe vers l'espace:  $F_{out} = (1 - G) \cdot \sigma \cdot T^4$ . Sur ce schéma, l'atmosphère a été dilatée pour des raisons de représentation.

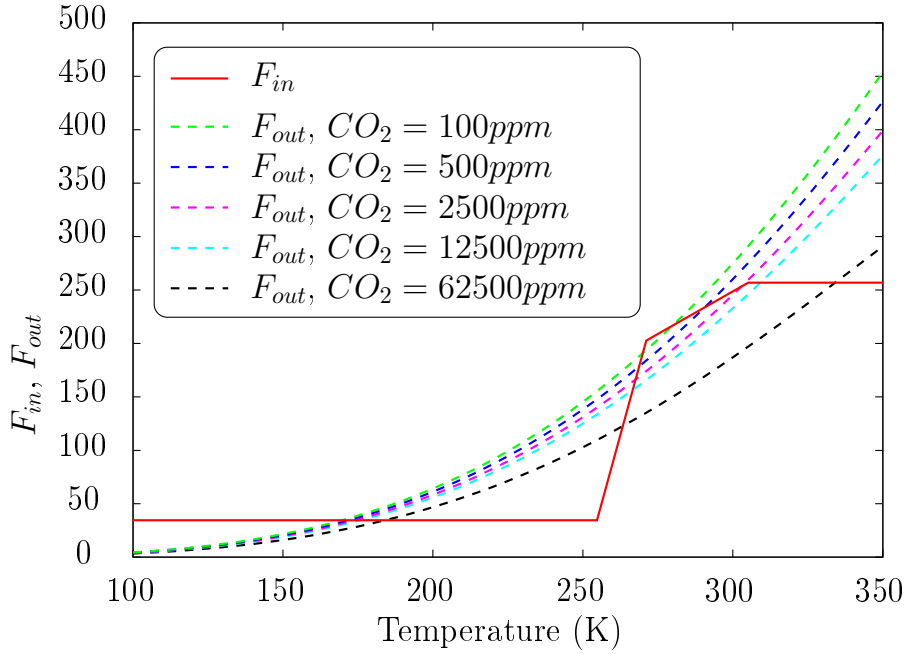


Figure 3: Energie solaire absorbée par la Terre ( $F_{in}$ ) et énergie infrarouge émise par la Terre ( $F_{out}$ ), en fonction de la température. Les points d'équilibre radiatif correspondent aux points d'intersection entre  $F_{in}(T)$  et  $F_{out}(T)$ .

$\sigma$  la constante de Steffan-Boltzmann.

Cette relation est illustrée pour différentes concentration en  $CO_2$  sur la figure 3.

A l'équilibre radiatif, on calcule alors:

$$T_{eq} = \left( \frac{(1-A)F_0^{in}}{(1-G)\sigma} \right)^{1/4}$$

Graphiquement,  $T_{eq}$  correspond au point d'intersection  $T$  des courbes  $F_{in}(T)$  et  $F_{out}(T)$ , comme illustré sur la figure 3, qui sera analysée plus en détail dans la section 3.

## 2.2 Calcul de l'effet de serre: $G(t)$

L'effet de serre  $G$  est défini ici comme la fraction de rayonnement infrarouge émis par la Terre qui est retenue par effet de serre et ne parvient pas à s'échapper vers l'espace

$$G = 1 - \frac{F_{out}}{\sigma T^4}$$

$1 - G$  représente la proportion d'énergie infra-rouge émise par la Terre qui s'échappe vers l'espace.

On note  $G_0$  l'effet de serre de référence, choisi à l'époque préindustrielle. On fixe la référence préindustrielle par convention à 1750.

On suppose que les variations de l'effet de serre  $G$  sont liées aux variations de la concentration de l'atmosphère en vapeur d'eau et en  $CO_2$ . On néglige l'effet des variations de concentration des autres gaz à effet de serre tels que  $CH_4$  et  $N_2O$ .

On pose alors

$$G = G_0 + G_{H_2O}^{serre} + G_{CO_2}^{serre}$$

avec  $G_{H_2O}^{serre}$  l'anomalie d'effet de serre par rapport à la référence liée à l'anomalie de concentration en vapeur d'eau et  $G_{CO_2}^{serre}$  celle liée à l'anomalie de concentration en  $CO_2$ .

### 2.2.1 Calcul de l'anomalie liée au CO2: $F_{CO_2}^{serre}$

$G_{CO_2}^{serre}$  est calculé en fonction de la concentration en CO2:  $CO_2(t)$ .

Dans la gamme de concentration de CO2 "usuelles" (entre 100 et 10000ppm), on suppose une relation logarithmique entre  $G_{CO_2}^{serre}$  et  $CO_2(t)$ :

$$G_{CO_2}^{serre} = 1.8 \cdot 10^{-2} \cdot \ln\left(\frac{CO_2(t)}{CO_2^{ref}}\right)$$

Autour de cette gamme, une approximation linéaire prolonge la relation logarithmique.

L'effet de la concentration en  $CO_2$  sur l'énergie infra-rouge émise par la Terre s'échappant vers l'espace ( $F_{out}$ ) est illustré sur la figure 3.

### 2.2.2 Calcul de l'anomalie liée à la vapeur d'eau: $G_{H_2O}^{serre}$

$G_{H_2O}^{serre}$  est calculé en fonction de la quantité de vapeur d'eau intégrée dans l'atmosphère,  $H_2O(t)$ , selon:

$$G_{H_2O}^{serre} = -Q \cdot G_0 \cdot (1 - (R_{H_2O}(t))^p) \cdot L$$

avec  $R_{H_2O}(t)$  le rapport entre la quantité de vapeur d'eau au temps  $t$  et la quantité de référence:

$$R_{H_2O}(t) = \frac{H_2O(t)}{H_2O^{ref}}$$

et  $L$  un limiteur d'effet de serre quand  $R_{H_2O}$  devient très fort, évitant un emballement trop fort quand la température devient très forte:  $L = 0.3 \cdot e^{-\sqrt{R_{H_2O}(t)-1}} + 0.7$ .

Le paramètre  $Q$  correspond à la proportion d'effet de serre de référence qui est expliqué par la vapeur d'eau: si on enlevait toute la vapeur d'eau de l'atmosphère ( $R_{H_2O}(t) = 0$ ) en maintenant une concentration en  $CO_2$  de référence, on obtient alors  $G = (1 - Q) \cdot G_0$ : la proportion d'énergie infra-rouge retenue par l'atmosphère dans un cas sans vapeur d'eau est  $1 - Q$  fois celle avec vapeur d'eau.

D'après [Meehl and Trenberth, 1997], actuellement, la vapeur d'eau contribue pour 60% de l'effet de serre. On prend donc  $Q = 0.6$ . Le paramètre  $p$  est réglé pour que le réchauffement lié à un doublement de CO2 soit de 2.2°C si on considère l'effet de la vapeur d'eau mais de seulement 1.2°C si on néglige cette rétroaction ([Dufresne and Bony, 2008]). On prend alors  $p = 0.23$ .

Étudions par exemple ce qui se passe dans deux cas extrêmes:

- Si on enlève toute l'eau de l'atmosphère ( $R_{H_2O}(t) = 0$ ) en maintenant la concentration de  $CO_2$  de référence, la quantité d'énergie infra-rouge émise par la Terre qui est retenue par l'atmosphère n'est que 40% de celle qui serait retenue si il y avait la vapeur:  $G = 0.4 \cdot G_0$ .
- Si la quantité de vapeur d'eau au temps  $t$  est égale à celle de référence ( $R_{H_2O}(t) = 1$ ), l'anomalie d'effet de serre liée à la vapeur d'eau est nulle ( $G_{H_2O}^{serre} = 0$ ).

Afin de simuler la rétroaction positive de la vapeur d'eau sur le climat, le rapport  $R_{H_2O}(t)$  est exprimée en fonction de la température  $T(t)$  en supposant que l'humidité relative est constante. Alors  $R_{H_2O}(t)$ , est égal au rapport des pressions partielles à saturation  $p_{sat}$ .

$$R_{H_2O}(t) = \frac{p_{sat}(T)}{p_{sat}(T_{ref})}$$

La pression de vapeur saturante est calculée par la formule de Rankine:

$$p_{sat}(T) = \exp(13.7 - 5120./T)$$

La température est en K et  $T_{ref} = 14.4^\circ C$ .

### 2.3 Calcul de la concentration en $CO_2$ : $CO_2(t)$

$CO_2(t)$  est calculé en fonction de la concentration au pas de temps précédent par un bilan de masse:

$$CO_2(t) = CO_2(t - dt) + F(t) \cdot \frac{CO_2^{act}}{M_{CO_2}^{act}} \cdot dt$$

avec  $CO_2(t)$  la concentration en  $CO_2$  en ppm,  $F(t)$  le flux de  $CO_2$  vers l'atmosphère en Gt/an<sup>1</sup>. Le facteur  $\frac{CO_2^{act}}{M_{CO_2}^{act}}$  permet la conversion entre une masse de  $CO_2$  en Gt ( $10^9$ t) et une concentration en ppm:  $M_{CO_2}^{act}$  est la masse de  $CO_2$  dans l'atmosphère actuelle (750 Gt) et  $CO_2^{act}$  la concentration actuelle en  $CO_2$  (370 ppm).

Le flux de  $CO_2$ ,  $F(t)$  est la somme de plusieurs contributions:

#### 2.3.1 Emissions constantes de $CO_2$

L'utilisateur choisit directement une émission, en Gt/an, qui sera maintenue constante au cours de la simulation:

- Emissions anthropiques
- Emissions volcaniques  $F_{volc}$ . Par défaut,  $F_{volc}=0.0083$  Gt/an (ref?).

#### 2.3.2 Consommation naturelle de $CO_2$ aux longues échelles de temps

Par analogie avec des réactions chimiques dans lesquelles le  $CO_2$  est le réactif, les flux de consommation naturelle de  $CO_2$  sont proportionnels à la concentration en  $CO_2(t)$ :

$$F_{cons}(t) = -s \cdot CO_2(t)$$

avec  $s$  le taux de consommation de  $CO_2$  en Gt/ppm/an.

Cela permet de modéliser les flux jouant un rôle aux longues échelles de temps, tels que:

- le stockage biologique, c'est à dire le stockage de matière organique sous forme fossile (pétrole, charbon),
- l'altération des continents.

Notons que prescrire le taux de consommation  $s$ , en Gt/ppm/an, équivaut à prescrire la constante de temps  $\tau$  à laquelle la masse de  $CO_2$  diminuerait par ce processus:  $\tau = \frac{M_{CO_2}^{act}}{s \cdot CO_2^{act}}$ .

L'utilisateur choisit le taux de consommation de  $CO_2$  par le stockage biologique  $s_{bio}$  et par l'altération continentale  $s_{alt}$ . Lorsque la Terre est englacée complètement (boule de neige), ces taux de consommation sont annulés quelque soit le choix de l'utilisateur: en effet, l'englacement ne permet pas la consommation de  $CO_2$  par ces processus, ce qui permet la sortie de la boule de neige.

Par défaut,  $s_{alt}$  est tel que l'altération continentale équilibre le volcanisme à grande échelle de temps:  $s_{alt}^{ref} = \frac{F_{volc}}{CO_2^{ref}}$ . Quant à  $s_{bio}$ , il est nul par défaut, car le stockage biologique actuel est négligeable. Au carbonifère, on fixe  $s_{bio}=-0.0014$  Gt/ppm/an, d'après les flux de  $CO_2$  reconstitués à cette époque ([Berner, 2003]).

#### 2.3.3 Flux océaniques fonction de la température

Dans la nature, la solubilité du  $CO_2$  dans l'océan dépend de la température. En conséquence, une augmentation de la température induit un dégazage de  $CO_2$  tandis qu'une diminution de la température induit un pompage de  $CO_2$  de l'atmosphère vers l'océan. Ce phénomène agit aux échelles de quelques milliers d'années, et à probablement participé aux variations de  $CO_2$  observées lors des oscillations glaciaires-interglaciaires.

Dans le modèle, ceci est représenté par un flux  $F_{oce}$ , en Gt/an, de la forme:

---

<sup>1</sup>Notons que l'on exprime les flux de  $CO_2$  en Gt de  $CO_2$  par an. Pour convertir ces flux en Gt de Carbone par an, il suffit de multiplier nos flux par 12/44.



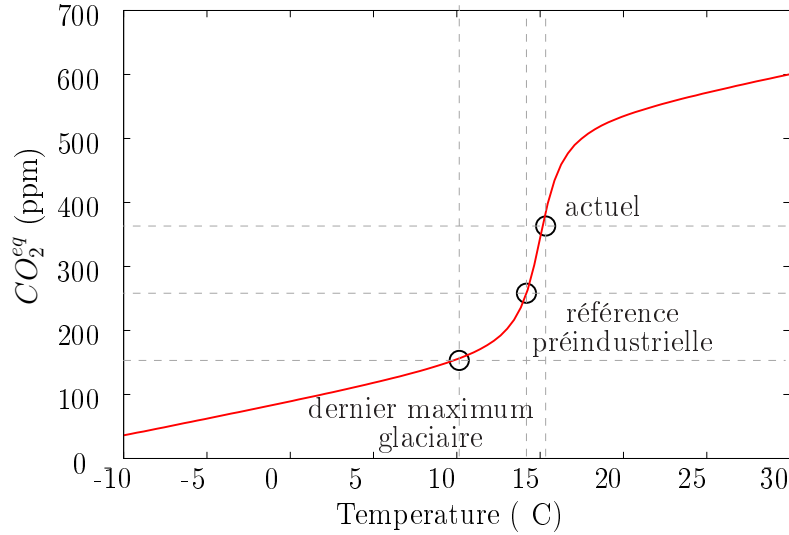


Figure 4: Concentration en  $CO_2$  à l'équilibre ( $CO_2^{eq}$ ) en fonction de la température  $T$ , en °C. L'équation de cette courbe est:  $CO_2^{eq}(T) = 344.9 + 120.1 \cdot \text{atan}(T - 15) + 5 \cdot (T - 15)$

$$F_{oce} = \frac{1}{\tau_{oce}} \cdot \frac{CO_2^{act}}{M_{CO_2}^{act}} \cdot (CO_2^{eq}(T) - CO_2(t))$$

avec  $CO_2^{eq}(T)$  la concentration en  $CO_2$  en équilibre avec l'océan à la température  $T$  et  $\tau_{oce}$  la constante de temps de rappel de la concentration de  $CO_2$  vers cet équilibre.

$CO_2^{eq}(T)$  est paramétrisée en fonction de la température de telle façon à ce que (1) refroidissement de 10°C (du type d'un refroidissement interglaciaire-glaciaire) induise une diminution du  $CO_2$  vers 180ppm, (2) le modèle simule une augmentation de 1°C pour une augmentation de 90ppm entre la période préindustrielle et l'actuel. Cette fonction est illustrée figure 4. Notons que cette courbe est empirique plus que physique. Les pentes plus faibles pour les forts changements de température permettent au modèle de simuler des concentrations en  $CO_2$  "raisonables" même pour des fortes variations de température. La pente plus forte autour de l'actuel peut être un artéfact lié au fait que de petits changements de températures par rapport à l'actuel sont généralement associés à des échelles de temps plus courtes.

### 2.3.4 Absorption d'une partie des émissions par l'océan et la végétation

Le but est de représenter de manière simple le fait que l'océan superficiel et la végétation absorbent une partie des émissions de  $CO_2$ : on estime par exemple qu'actuellement, 35% des émissions anthropiques actuelles sont absorbées par la végétation et 20% par les océans. Ceci joue surtout aux petites échelles de temps.

Dans le modèle, on multiplie les flux de  $CO_2$  par  $1 - \text{puit}_{bio} - \text{puit}_{oce}$ , avec  $\text{puit}_{bio}=35\%$  et  $\text{puit}_{oce}=20\%$ .

## 2.4 Calcul de l'albédo: $A(t)$

Dans la nature, l'albédo planétaire dépend principalement de l'étendue englacée, mais aussi des nuages et des caractéristiques des surfaces.

Dans le modèle, seul l'étendue des calottes est prise en compte. L'albédo est calculé en fonction de la latitude des calottes de glaces  $\phi_g(t)$  en suivant une fonction linéaire par morceau (illustrée figure 5). La pente est forte lorsque la latitude des calottes est basse (Terre pratiquement englacée). Cela permet de faciliter l'entrée et la sortie de terre "boule de neige". Au contraire, la pente est plus faible lorsque la latitude des calottes est plus haute. Cela permet de stabiliser les climats récents.

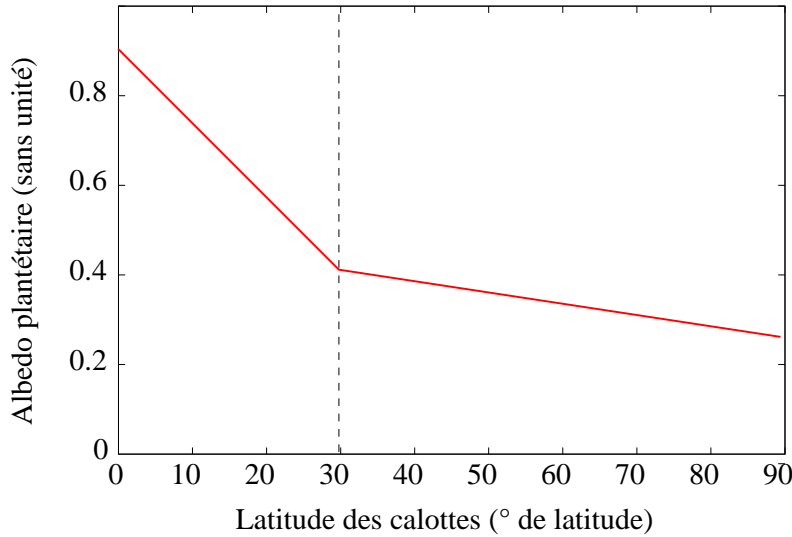


Figure 5: Albédo planétaire en fonction de la latitude des calottes. Les équations sont  $A = 0.41 - 2.7 \cdot 10^{-3} \cdot (\phi_g - 30)$  pour  $\phi_g > 30^\circ$  et  $A = 0.9 - 1.6 \cdot 10^{-2} \cdot \phi_g$  pour  $\phi_g \leq 30^\circ$ .

L'albédo est borné entre l'albédo de la glace (prise à 0.9) et l'albédo de la Terre sans glace, pris à 0.25.

Cette formulation de l'albédo en fonction de la latitude des calottes, qui elle-même dépend de la température (section 2.5), explique l'allure de la courbe de  $F_{in}$  (l'énergie solaire absorbée par la Terre) en fonction de la température sur la figure 3. Les conséquences pour le comportement du modèle seront étudiées en section 3.

## 2.5 Calcul de la latitude des calottes: $\phi_g(t)$

La latitude des calottes de glace est en ° de latitude. Elle est calculé en fonction de la température globale d'une part, et de l'insolation en été à 65°N (notée  $I$ ) d'autre part (afin de prendre en compte les variations des paramètres orbitaux).

On calcule le niveau des calottes à l'équilibre  $\phi_g^{eq}$ :

$$\phi_g^{eq} = a \cdot T + b + c \cdot (I - I_{actuel})$$

$I$  est calculée en fonction de la constante solaire, de l'excentricité, de l'obliquité et de la précession.

Les paramètres sont réglés pour satisfaire les contraintes résumées dans le tableau 1 et pour que des variations extrêmes des paramètres orbitaux induisent des variations de température de l'ordre des variations glaciaires-interglaciaires (10°C). On a  $a=0.73$ ,  $b=49.53$  et  $c=0.2$ .

La latitude des calottes  $\phi_g(t)$  est ensuite calculée connaissant  $\phi_g(t - dt)$  en supposant que  $\phi_g(t)$  tend vers  $\phi_g^{eq}$  avec une constante de temps de  $\tau_g=3000$  ans:

$$\phi_g(t) = \phi_g(t - dt) + (\phi_g^{eq} - T(t - dt)) \left(1 - e^{-dt/\tau_g}\right)$$

## 2.6 Calcul du niveau de la mer: $N(t)$

Deux processus dans le modèle font varier le niveau de la mer:

- La dilatation thermique: cela dépend de la température de l'océan  $T_{oce}$ .
- La fonte des calottes, qui dépend de la latitude des calottes  $\phi_g$ .

On note  $N(t)$  l'anomalie du niveau de la mer  $N$  par rapport au niveau actuel:  $N(t) = H_{mer}(t) - H_{mer,actuel}$ , avec  $H_{mer}$  la hauteur de la mer.

La hauteur moyenne de la mer  $H_{mer}$  est calculée par:

$$H_{mer} = \alpha(T_{oce}) \cdot \frac{M_{mer}}{S_{mer}}$$

avec  $\alpha(T_{oce})$  le volume massique de l'eau à la température  $T_{oce}$ ,  $T_{oce}$  la température moyenne de l'océan, qui est supposé être une moyenne des températures au cours des 500 années précédentes,  $M_{mer}$  la masse d'eau de mer et  $S_{mer}$  la surface des bassins océaniques.

- On calcule  $\alpha(T_{oce})$  par une relation linéaire en fonction de  $T_{oce}$  connaissant le coefficient de dilatation thermique  $c = 2.6 \cdot 10^{-4}/^{\circ}C$ :

$$\alpha(T_{oce}) = \alpha(T_{oce,actuel}) (1 + c \cdot (T_{oce} - T_{oce,actuel}))$$

On suppose que  $T_{oce,actuel} = T_{actuel} - 0.2^{\circ}C$  pour prendre en compte le fait que l'océan n'a pas encore eu le temps de s'équilibrer avec la température croissante de la terre.

- On calcule  $\frac{M_{mer}}{S_{mer}}$  par un bilan de masse: soit  $M_{tot}$  la masse totale de l'eau dans le système {calottes+océan}, et  $f(\phi_g)$  la fraction de cette eau se trouvant sous forme de calottes. On a alors:

$$M_{mer} = M_{tot} \cdot (1 - f(\phi_g))$$

En supposant constante la surface des bassins océaniques, on obtient donc:

$$\frac{M_{mer}}{S_{mer}} = H_{tot} \cdot (1 - f(\phi_g))$$

avec  $H_{tot}$  la hauteur moyenne de mer si tout était fondu. On prend  $H_{tot} = 3.8\text{km}$  ([Herring and Clarke, 1971]). D'où

$$H_{mer} = (1 + c \cdot (T_{oce} - T_{oce,actuel})) \cdot H_{tot} \cdot (1 - f(\phi_g))$$

On paramétrise  $f(\phi_g)$  par un polynôme du 3e degré (illustré en figure 6) sachant que:

- $f(\phi_g = 90^{\circ}) = 0$
- $f$  est monotone et décroissante.
- les conditions concernant le niveau de la mer exposées dans la section 1 sont satisfaites.

## 3 Analyse du comportement du modèle en terme d'équilibres radiatifs

### 3.1 Bilan radiatif dans le modèle

Dans la section 2.1, nous avons vu que la température d'équilibre globale  $T_{eq}$  correspond à la température  $T$  telle que l'énergie solaire absorbée par la terre,  $F_{in}(T)$ , est égale à l'énergie infra-rouge émise par la Terre vers l'espace,  $F_{out}(T)$ .

La figure 3 illustre  $F_{in}(T)$  (courbe rouge) et  $F_{out}(T)$  (courbes pointillées) dans le modèle.

- $F_{in}(T)$  évolue inversement à l'albédo  $A(T)$ . Pour les paramètres orbitaux actuels et à l'équilibre des calottes, en dessous de 252 K environ, la Terre est complètement englacée, l'albédo vaut 0.9 et l'énergie solaire absorbée est donc très faible. Au dessus de 305 K environ, la terre est complètement déglacée, l'albédo vaut 0.25 et l'énergie solaire absorbée est donc forte. Entre ces deux états, plus la température augmente, plus la latitude des calottes augmente, plus l'albédo diminue, et donc plus l'énergie absorbée est forte. La "cassure" vers 275 K correspond à celle de l'albédo en fonction de la latitude (figure 5).
- $F_{out}(T)$  est d'autant plus faible que la concentration en  $CO_2$  est forte: moins d'énergie s'échappe vers l'espace quand l'effet de serre est fort.

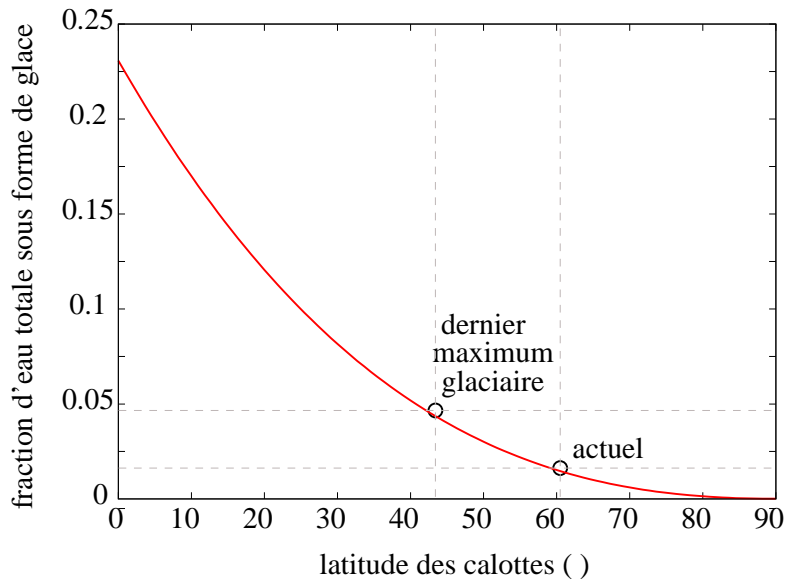


Figure 6: Fraction d'eau totale contenue dans les calottes en fonction de la latitude des calottes,  $f(\phi_g)$ . L'équation de cette courbe est:  $f(\phi_g) = -2 \cdot 10^{-7} \cdot (\phi_g - 90)^3 + 1 \cdot 10^{-5} \cdot (\phi_g - 90)^2$

### 3.2 Les points d'équilibre et leur stabilité

La figure 7 détaille, pour le cas  $CO_2=500\text{ppm}$  (courbe bleue), les différents points d'équilibres. Il existe trois équilibres (ronds et carrés bleus), correspondant à:

1. une Terre englacée seulement aux pôles, comme c'est le cas actuellement, aux alentours de 290 K.
2. une Terre englacée en grande partie, aux alentours de 270 K
3. une Terre "boule de neige", aux alentours de 170 K

Les équilibres 1 et 3 (ronds) sont **stables**: si par hasard la température venait à augmenter,  $F_{out}$  augmenterait plus vite que  $F_{in}$ , et la Terre se refroidirait. Au contraire, l'équilibre 2 (carré) est **instable**: si par hasard la température venait à augmenter,  $F_{in}$  augmenterait plus vite que  $F_{out}$ , et la Terre se réchaufferait encore plus.

### 3.3 Effet des principaux paramètres sur la température d'équilibre

Supposons que l'on se situe au niveau du point d'équilibre stable proche de l'actuel.

- La figure 3 illustre l'effet de la concentration en  $CO_2$ : plus la concentration en  $CO_2$  est forte, plus  $F_{out}$  est faible, et donc plus la température d'équilibre  $T_{eq}$  sera forte, en accord avec l'effet de serre. La teneur en vapeur d'eau a un effet similaire à celui du  $CO_2$
- Si l'énergie solaire incidente diminue,  $F_{in}$  diminue et la température d'équilibre diminue.

### 3.4 Entrée et sortie de boule de neige

Il y a eu dans le passé plusieurs épisodes de Terre "boule de neige", que le modèle peut simuler.

- La flèche vert foncé explique le mécanisme d'**entrée en boule de neige**. Partons de l'équilibre stable proche de l'actuel (rond bleu vers 300 K). Si la concentration en  $CO_2$  diminue, alors  $F_{out}$  augmente et la température d'équilibre diminue. Si la concentration en  $CO_2$  atteint le niveau de la courbe verte, alors il n'y a plus qu'un

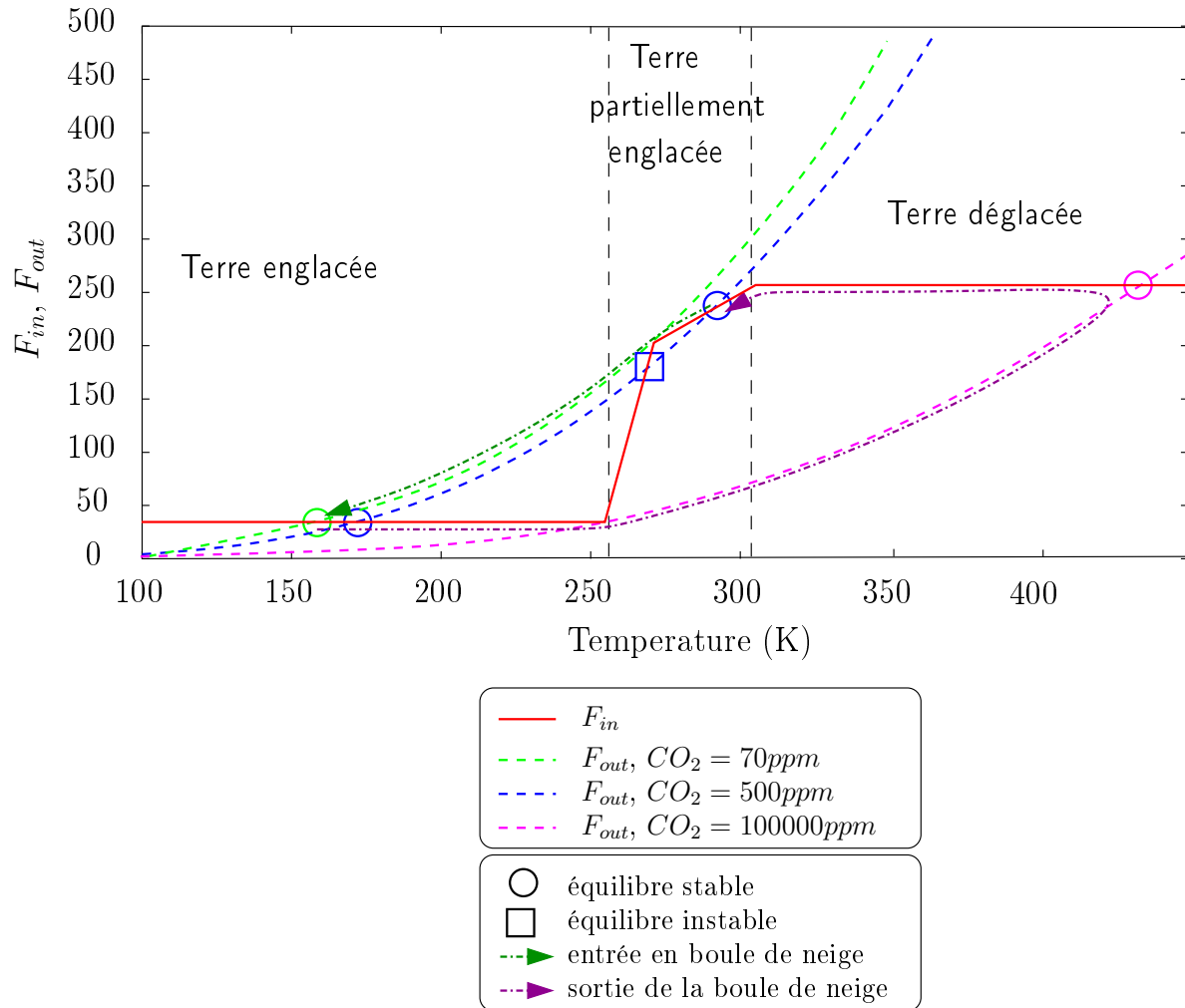


Figure 7: Schéma illustrant les équilibres radiatifs simulables par le modèle, ainsi que l'entrée et la sortie de la Terre "boule de neige". Ce graphique est du même type que celui sur la figure 3.

seul point d'équilibre: la Terre complètement englacée (rond vert). La Terre s'y dirige et devient alors "boule de neige".

- La flèche mauve explique le mécanisme de **sortie de boule de neige**: lorsque tout est englacé, la consommation de  $CO_2$  par altération continentale ou la végétation devient nulle, ce qui permet à la concentration en  $CO_2$  d'augmenter à nouveau par volcanisme. Lorsque le niveau de  $CO_2$  atteint celui de la courbe rose, il n'y a plus qu'un seul point d'équilibre: la Terre déglacée très chaude (rond rose). On s'y dirige alors. D'ailleurs, les archives géologiques montrent des climats très chauds et riches en  $CO_2$  après les boules de neige. Les mécanismes de consommation du  $CO_2$  se remettent alors en route, ramenant la concentration en  $CO_2$  et la température à leur valeur initiales.

### 3.5 Complications liées à d'autres rétroactions

- La rétroaction de la vapeur d'eau accentue l'effet de serre aux fortes températures. Ainsi, lorsque cette rétroaction est branchée, il est possible, pour des fortes concentrations en  $CO_2$ , de ne plus avoir d'équilibre

du tout,  $F_{out}$  diminuant avec la température aux fortes température: c'est le "run away greenhouse".

- La rétroaction liée aux flux océanique complique davantage l'interprétation des résultats en terme d'équilibres radiatifs.

## References

- [Barron and Washington, 1993] Barron, E. J. and Washington, W. M. (1993). Model simulations of cretaceous climates: The role of geography and carbon dioxide. *Philosophical Transactions: Biological Sciences*, 341:307–315.
- [Berner, 2003] Berner, R. A. (2003). Overview the long-term carbon cycle, fossil fuels and atmospheric composition. *nature*, 426:323–326.
- [Dufresne and Bony, 2008] Dufresne, J.-L. and Bony, S. (2008). An assessment of the primary sources of spread of global warming estimates from coupled atmosphere-ocean models. *J. Clim.*
- [GIEC, 2000] GIEC (2000). Climate change 2007: The physical science basis. *intergovernmental panel on climate change*.
- [Herring and Clarke, 1971] Herring, P. J. and Clarke, M. R. (1971). Deep oceans. *New York: Praeger Publishers*, 13.
- [Meehl and Trenberth, 1997] Meehl, G. and Trenberth, K. (1997). ? ?