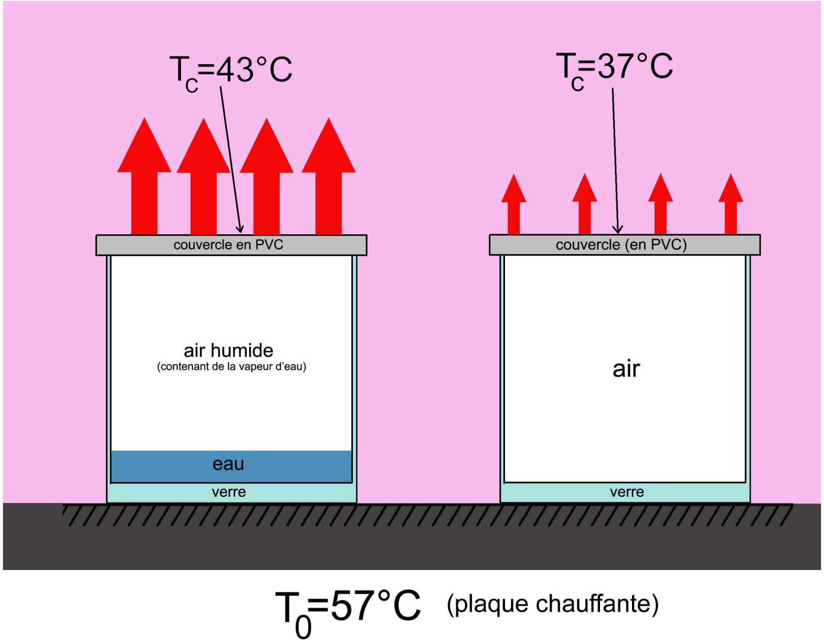
1) Explications (Expert) :

Mesures expérimentales :
Dans nos conditions d'expérience, nous avons obtenu les résultats suivants :



Les dimensions des récipients sont :

1) bocal vide :

épaisseur de verre : 0,3 cm
épaisseur d'air : 5,7 cm
épaisseur du couvercle en plastique : 0,1 cm
surface de contact avec la plaque S : 103,9 cm²

2) Bocal contenant de l'eau

épaisseur de verre : 0,3 cm
épaisseur d'eau : 0,9 cm
épaisseur d'air : 4,8 cm
épaisseur du couvercle en plastique : 1 mm
surface de contact avec la plaque S : 103,9 cm²

Pour justifier que la température du couvercle du récipient d'eau est plus élevée que celle du couvercle du récipient vide, on modélise les 2 récipients par des circuits électriques.

Introduisons d'abord quelques notions nécessaires à la compréhension et au fondement de notre modèle :

a)Notions sur les transferts de chaleur :

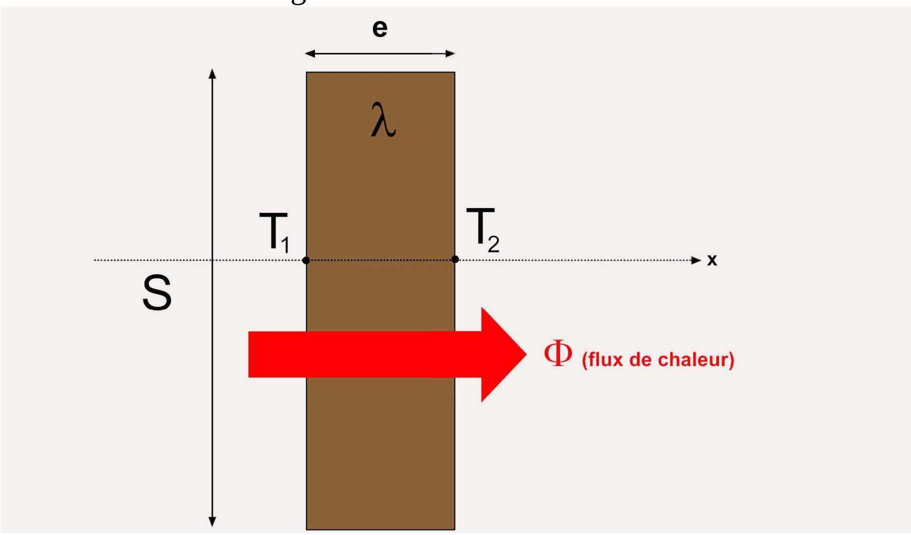
La chaleur est une énergie qui peut se diffuser de 3 manières possibles :

- Par conduction
- Par rayonnement
- Par convection

Montrons que, pour chacun de ces modes de transfert, le transfert de chaleur à travers les récipients est analogue au passage d'un courant électrique à travers une résistance.
C'est pourquoi nous modélisons alors les récipients par des circuits composés de résistances « thermiques » associées à chacun des modes de transfert de la chaleur.

A) Echange de chaleur par conduction :

C'est l'unique mode de transfert possible de la chaleur dans des milieux solides opaques (ne laissant pas passer la lumière) comme le bois, le fer ou l'argent.
La conduction existe également dans les fluides.



Transfert de chaleur par conduction:

$$\Phi = \frac{\lambda S}{e}(T_1 - T_2) \Rightarrow$$

$$R_{th_{cond}}\,\Phi = (T_1 - T_2) \quad \text{où} \quad \boxed{R_{th_{cond}} = \frac{e}{\lambda S}}$$

Résistance thermique associée au transfert de chaleur par conduction

Chaque milieu est caractérisé par une conductivité thermique λ, une chaleur massique C_p et une masse volumique ρ. Ces grandeurs dépendent toutes de la température T, mais nous les supposerons constantes, car variant très peu dans les fourchettes de températures considérées.

Considérons un milieu **homogène** (ayant la même composition partout), **isotrope** (ayant les mêmes propriétés partout) et **sans source de chaleur interne** (ie pas d'effet Joule, pas de réaction chimique dans le milieu).

La chaleur traversant une épaisseur **e** d'un milieu donné à travers la surface **S** pendant 1s est appelée **flux de chaleur**.
On suppose que ce flux de chaleur par conduction ne se réalise que dans une seule direction **x.**

L'équation de diffusion de la chaleur par conduction dans un milieu donné est (à 1 dimension) :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\rho C_p}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$$

(où T est la température dans le milieu et t le temps)

A l'équilibre, la température du milieu ne dépend plus du temps, donc

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

Ainsi, en intégrant cette expression et sachant que la température en x=0 est T_1 et en x=e T_2 , on obtient le profil de température dans le milieu :

$$T(x) = T_1 + \frac{(T_2 - T_1)}{e}\, x \qquad (1)$$

Or le flux de chaleur Φ par conduction est tel que :

$$\Phi = \iint_{\text{surface fermée}} \vec{j} \,.\, dS\, \vec{n}$$

Où : $\vec{j} = -\lambda.\overrightarrow{grad}\, T$ (Loi de Fourier)

En utilisant (1) et la loi de Fourier, on obtient finalement que :

$$\Phi = \frac{\lambda S}{e}(T_1 - T_2)$$

Cela nous rappelle la loi d'Ohm U=R.I avec $U=V_1-V_2$ .On voit ainsi qu'on peut faire une analogie électrique où

$$\boxed{R_{th_{cond}}\, \Phi = (T_1 - T_2)}$$

où $R_{th_{cond}} = \frac{e}{\lambda S}$ est la **résistance thermique de conduction du milieu.**

Ainsi, la température T est analogue au potentiel électrique V, et le flux Φ de chaleur est analogue à l'intensité du courant électrique I

B) Transfert de chaleur par rayonnement:

Tout corps ayant une température $T \neq 0$ K perd de la chaleur en émettant un rayonnement thermique, qui est une radiation électromagnétique et ne nécessite donc pas de milieu matériel pour se propager.
Ainsi le rayonnement thermique est le **seul mode d'échange thermique entre des corps éloignés et séparés par le vide** (c'est le cas par exemple entre le Soleil et la Terre).
Ce mode de transfert de chaleur existe dans le vide et dans les milieux transparents (ie qui n'absorbent pas la radiation) .

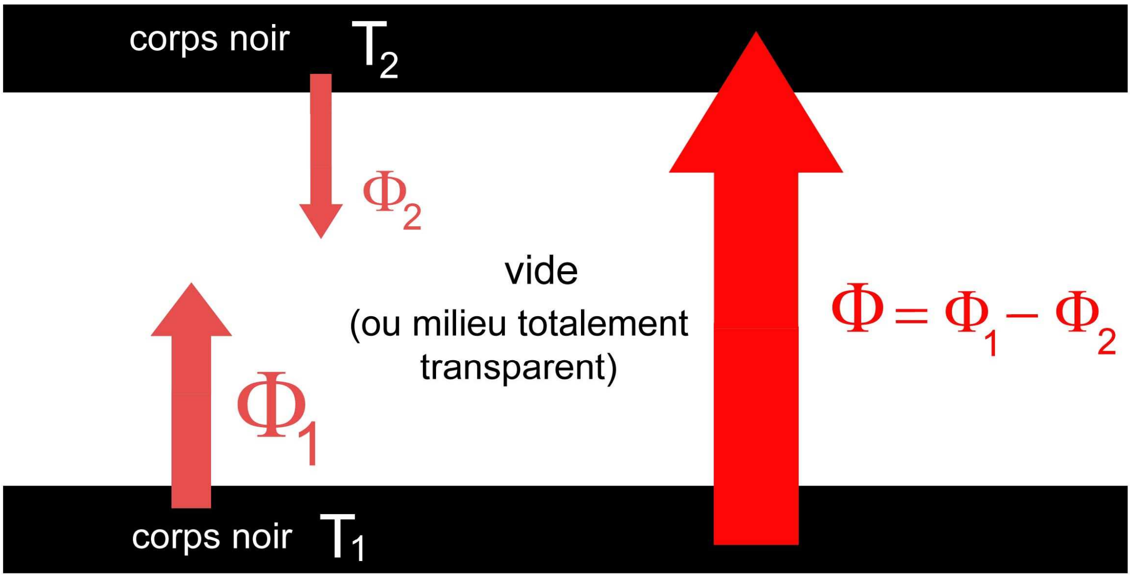
On considère d'abord le modèle du corps noir, qui est le corps idéal libérant le maximum d'énergie par rayonnement thermique à une température T donnée (et absorbant toutes les radiations qu'il reçoit).

La puissance émise (ie la chaleur émise par seconde) par rayonnement thermique par un corps noir, quand celui-ci est à l'équilibre à la température T, est :

$$P_{rayonnée} = \sigma T^4$$

Où $\sigma = 5,67.10^{-8}\ W.m^{-2}K^{-4}$ (constante de Boltzmann)

On considère maintenant 2 corps noirs plans se faisant face, l'un à la température T_1 et l'autre à la température T_2 .
Ces 2 corps ont une même surface S, suffisamment grande pour que toute l'énergie émise par un des corps soit absorbée par l'autre corps.



Transfert de chaleur par rayonnement:

$\Phi_1 = S\sigma T_1^4$ et $\Phi_2 = S\sigma T_2^4$

$$\Rightarrow \Phi = S\sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

$$\Phi \approx 4S\sigma T_c^3 (T_1 - T_2)$$ si $T_1 - T_2 < 100$ K

$R_{ray}\Phi = T_1 - T_2$ où $\boxed{R_{ray} = \dfrac{1}{4\sigma S T_c^3}}$

Résistance thermique associée au transfert de chaleur par rayonnement

Le corps à T_1 rayonne une puissance, c'est-à-dire émet un flux de chaleur $\Phi_1 = \sigma S T_1^4$ vers le corps à T_2.

De la même façon, celui-ci émet vers le corps à T1 un flux de chaleur $\Phi_2 = \sigma S T_2^4$.

Ainsi, le flux total rayonné du corps 1 vers le corps 2 est $\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$

cad $\Phi = \sigma S\ (T_1^4 - T_2^4)$

Or $T_1^4 - T_2^4 = [(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)]\,(T_1 - T_2)$

$= [T_1^3 + T_1^2\,T_2 + T_2^3 + T_2^2\,T_1].\,(T_1 - T_2)$

Si $T_1 - T_2 < 100$ K, alors on peut supposer que $T_1 \approx T_2$

On en déduit que

$$T_1^4 - T_2^4 \approx 4\,T_2^3\,(T_1 - T_2)$$

Ainsi, le **flux de chaleur par rayonnement thermique** allant d'un corps noir de température $\mathbf{T_1}$ vers un corps noir de température $\mathbf{T_2}$, de même surface **S**, séparés par le vide ou par un milieu parfaitement transparent (ie non absorbant ni émissif) est tel que :

$$\Phi_{ray} = \sigma S \, 4 \, T_2^3 \, (T_1 - T_2) \quad \text{(pour } T_1 - T_2 < 100 \text{ K)}$$

On peut réécrire cette formule :

$$\frac{1}{4\sigma S T_2^3} \Phi_{ray} = T_1 - T_2$$

On reconnaît une nouvelle fois la loi d'Ohm $RI = V_1 - V_2$.

Dans ce cas particulier, on peut ainsi faire **une analogie électrique** avec l'échange de chaleur par rayonnement et poser $\mathbf{R_{ray}}$ **,** résistance thermique de rayonnement :

$$R_{ray} = \frac{1}{4\sigma S T_2^3}$$

C) Echange de chaleur par convection

C'est **un mode de transfert de chaleur ne se produisant que dans les fluides** (gaz ou liquides).

C'est en général le mode d'échange thermique prépondérant dans les fluides.

La convection correspond à **l'apparition de courants ascendants et descendants** dans un fluide **provoqués par les différences de température au sein de ce fluide**.

En effet, la masse volumique d'un fluide dépend de sa température : ainsi, les zones les plus chaudes du fluide sont moins denses que les zones les plus froides.

Or, la poussée d'Archimède élèvent les régions les moins denses alors que la gravité attire vers le bas les régions les plus denses. C'est pourquoi il existe des mouvements ascendants et descendants au sein d'un fluide de température non uniforme.

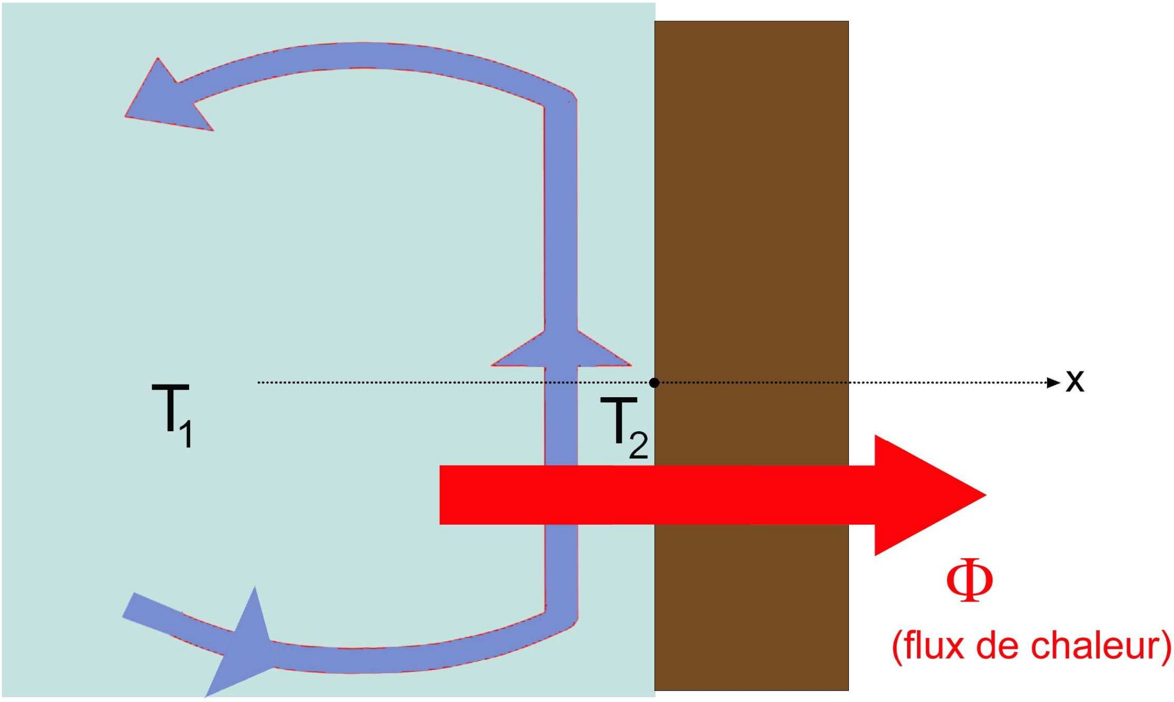
La représentation exacte de ce mode de transfert est extrêmement compliquée.

On postule simplement que la chaleur échangée par seconde à travers une surface **S**, c'est-à-dire le flux de chaleur Φ_{conv} échangé par convection entre le fluide de température $\mathbf{T_1}$ et une paroi solide de température $\mathbf{T_2}$ est :

$$\mathbf{\Phi_{conv} = h_c \, S \, (T_1 - T_2)} \quad \text{(flux allant du fluide vers la paroi)}$$

où $\mathbf{h_c}$ est le coefficient d'échange par convection, **déterminé expérimentalement**.

et **S** la surface de contact entre la paroi et le fluide animé de convection



Transfert de chaleur par convection:

$$\Phi_{conv} = h_c S (T_1 - T_2)$$

$$R_{conv} \Phi_{conv} = (T_1 - T_2) \quad \text{où} \quad \boxed{R_{conv} = \frac{1}{h_c S}}$$

Résistance thermique associée au transfert de chaleur par convection

En faisant une analogie électrique, on peut réécrire cette formule sous la forme :

$$R_{conv} \Phi_{conv} = (T_1 - T_2)$$

où $R_{conv} = \frac{1}{h_c S}$

est définie comme la **résistance thermique de convection.**

CONCLUSION : *On a vu qu'une analogie électrique est possible pour les 3 différents modes de transfert de chaleur, sous certaines conditions.*

Ainsi, on va chercher à décrire les phénomènes se produisant dans l'expérience en faisant une analogie électrique et pour cela, on va représenter les systèmes utilisés par des circuits électriques.

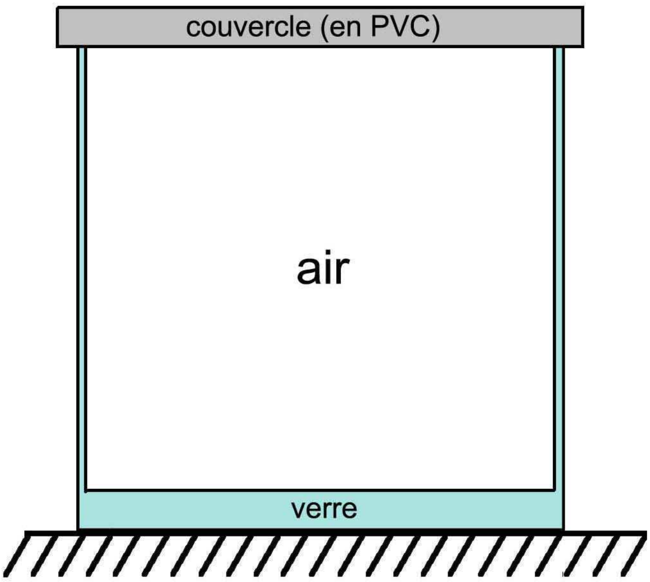
2) Représentation des systèmes en jeu par des circuits électriques :

A) Récipient vide :

Intéressons nous d'abord au récipient vide en verre .

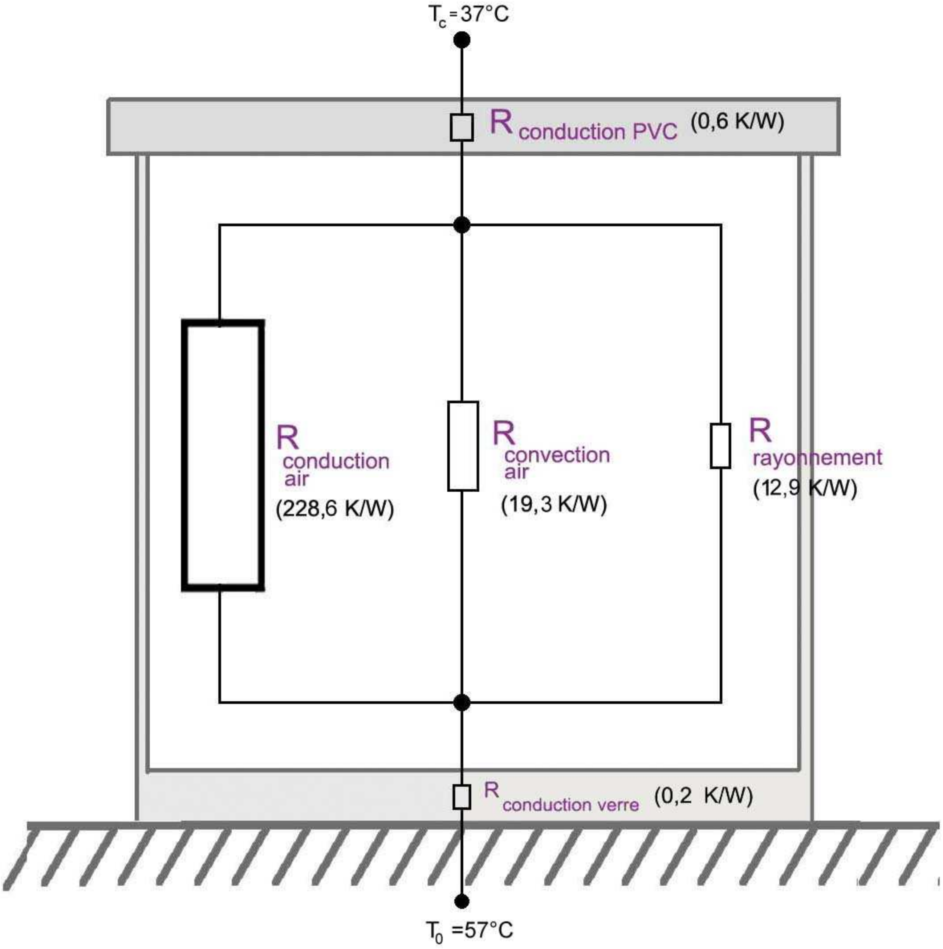
On suppose que le flux de chaleur provenant de la plaque ne se diffuse que dans une seule direction (la verticale) et dans un seul sens (du bas vers le haut).

Voici le schéma du bocal vide :



Entre la plaque chauffante à la température T_0, et le sommet du couvercle à la température Tc, le flux de chaleur va traverser d'abord le verre, puis l'air et enfin le couvercle (choisi en plastique).

Le circuit électrique associé à ce système peut être le suivant :



- Dans le verre :

On suppose que le verre est un milieu solide et opaque, ce qui nous permet de négliger le transfert de chaleur par rayonnement entre le fond et le sommet de l'épaisseur de verre.
Le milieu étant solide, il n'y a pas de transfert par convection.
Ainsi, le seul mode de transfert de chaleur dans le verre est la conduction.
On associe donc au verre uniquement une résistance thermique de conduction :

$$R_{\substack{cond\\verre}} = \frac{e_{verre}}{\lambda_{verre} . S}$$

où $\lambda_{verre} = 1{,}2$ W/Km

Application numérique :

$$R_{\substack{cond\\verre}} = \frac{3.10^{-3}}{1{,}2 .103{,}9.10^{-4}} = 0{,}2\ K/W$$

- Dans l'air :

1) Résistance de conduction de l'air :

Comme tout milieu, l'air possède une conductivité thermique λ_{air}, avec λ_{air} =0,024 W/Km .
Ainsi, sa résistance thermique au flux de chaleur par conduction est :

$$R_{\substack{cond\\air}} = \frac{e_{air}}{\lambda_{air} . S}$$

Application numérique :

$$R_{\substack{cond\\air}} = \frac{5,7.10^{-3}}{0,024.103,9.10^{-4}} = 228,6\ K/W$$

2) **Résistance de rayonnement de l'air:**

On a vu qu'entre 2 corps noirs de températures proches (moins de 100 °C d'écart) séparés par un milieu transparent (ou le vide), on pouvait modéliser ce milieu (ou le vide) par une résistance s'opposant au flux de chaleur par rayonnement thermique.

On considére l'air à l'intérieur du récipient **totalement transparent** (c'est-à-dire n'absorbant et n'émettant aucune radiation), et on pose que le sommet du verre et la face interne du couvercle sont **2 corps noirs de températures respectives T_0 et T_c.**

Ainsi, dans ces conditions, la résistance thermique au flux de chaleur par rayonnement est

$$R_{ray} = \frac{1}{4\sigma S T_{moy}^3}$$

Avec

$$T_{moy} = \frac{T_0 + T_C}{2}$$

Ce qui donne numériquement : $\boldsymbol{R_{ray} = 12,9\ K/W}$ en prenant les valeurs de l'expérience 1 : T_0=57 °C et T_c=37°C .

3) **Résistance de convection de l'air :**

L'air étant un fluide (un gaz en l'occurrence), la chaleur peut donc également être transférée par convection dans l'air.

Le flux de chaleur transporté par convection dans l'air, du verre (de température T_1) vers la face interne du couvercle (de température T_2), est postulé comme étant :

$$\boldsymbol{\Phi_{conv} = h_{c\ air}\ S\ (T_1 - T_2)}$$

où $h_{c\ air}$ est le coefficient d'échange par convection.
De façon général, $h_{c\ air}$ **est compris entre 5 et 25 W/m²K** lorsque la convection de l'air est libre (c'est-à-dire lorsque la convection n'a pour origine qu'une disparité de température au sein du fluide).
<u>On suppose que h_c = 5 W/m²K.</u>

Ainsi, la **résistance de l'air au transfert de chaleur par convection** est

$$R_{\substack{conv\\air}} = \frac{1}{h_{c_{air}} S}$$

Application numérique : $\boldsymbol{R_{conv\ air} = 19,3\ K/W}$

CONCLUSION :

Dans l'air, le flux de chaleur provenant du verre peut se diffuser vers la face interne du couvercle de 3 manières.
Nous venons de déterminer la résistance thermique de l'air associé à chaque type de flux de chaleur.
La résistance thermique de l'air au rayonnement (***R_{ray} = 12,9 K/W***) et celle à la convection (***$R_{conv\ air}$ = 19,3 K/W***) sont du même ordre de grandeur.
Par contre, la résistance thermique de l'air à la conduction (***R_{cond} = 228,6 K/W)*** est beaucoup plus grande.

Ainsi, la chaleur est transportée de façon prépondérante par convection et par rayonnement dans l'air.

NB :
Ces 3 résistances sont mises en parallèle dans le circuit et non en série.
En effet, le flux de chaleur arrivant dans l'air peut alors emprunter 3 chemins possibles :la conduction, la convection ou le rayonnement.

Tout comme en électricité, on peut déterminer la résistance thermique équivalente de l'air par la relation :

$$R_{equivalente} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_{cond\ air}} + \dfrac{1}{R_{ray}} + \dfrac{1}{R_{conv\ air}}}$$

Ce qui donne numériquement pour résistance thermique totale de l'air :

$$\mathbf{R_{eq\ air} = 7,5\ K/W}$$

- <u>Dans le couvercle :</u>

Dans notre expérience, nous avons choisi un couvercle en plastique.

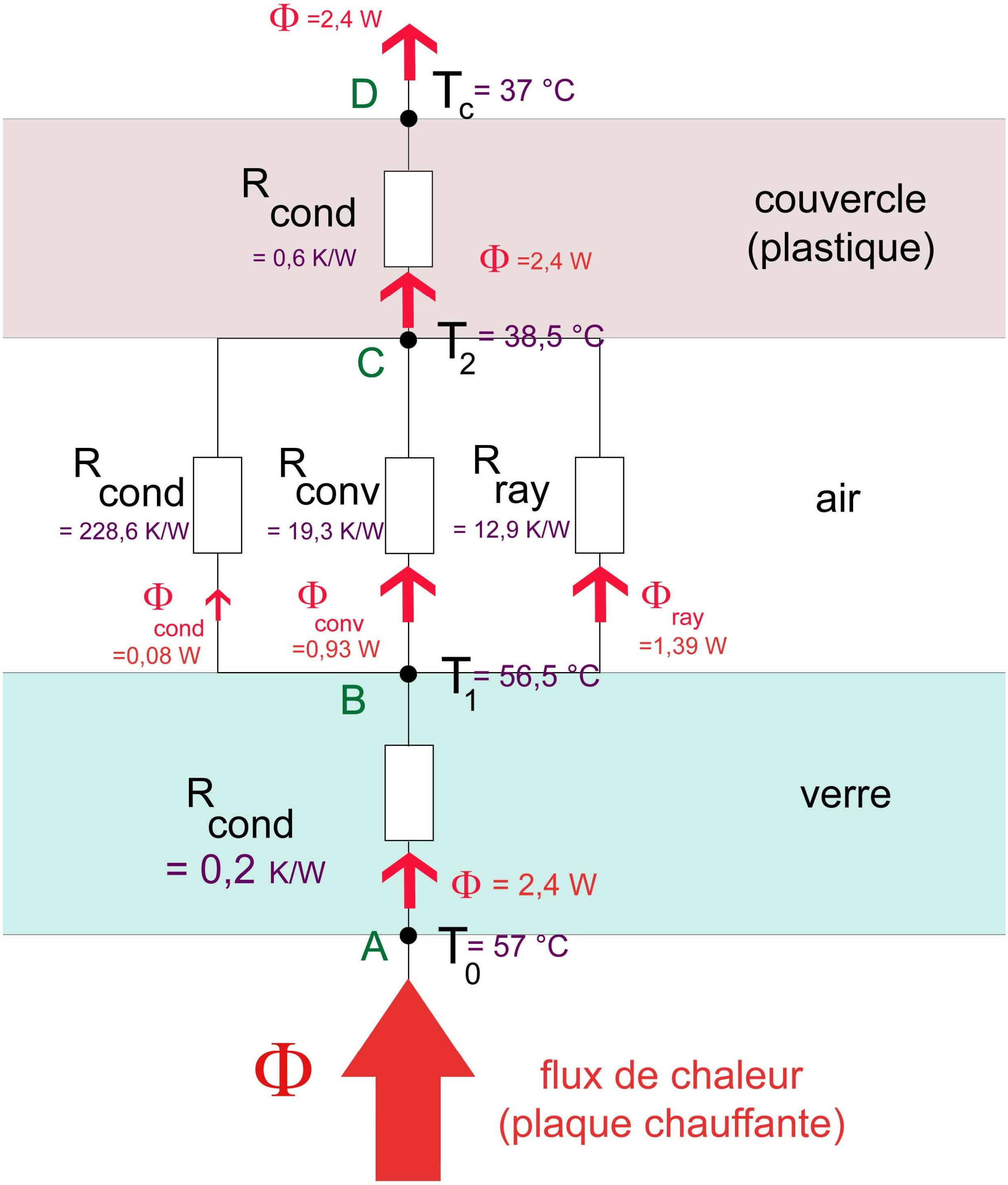
On le considère comme étant un **milieu solide opaque**.
Ainsi, la chaleur ne se diffuse que par conduction dans le couvercle.

En supposant ses propriétés thermiques proches de celle du PVC, dont la conductivité thermique est **λ_{PVC} = 0,16 W/Km², on estime la résistance par conduction du couvercle :**

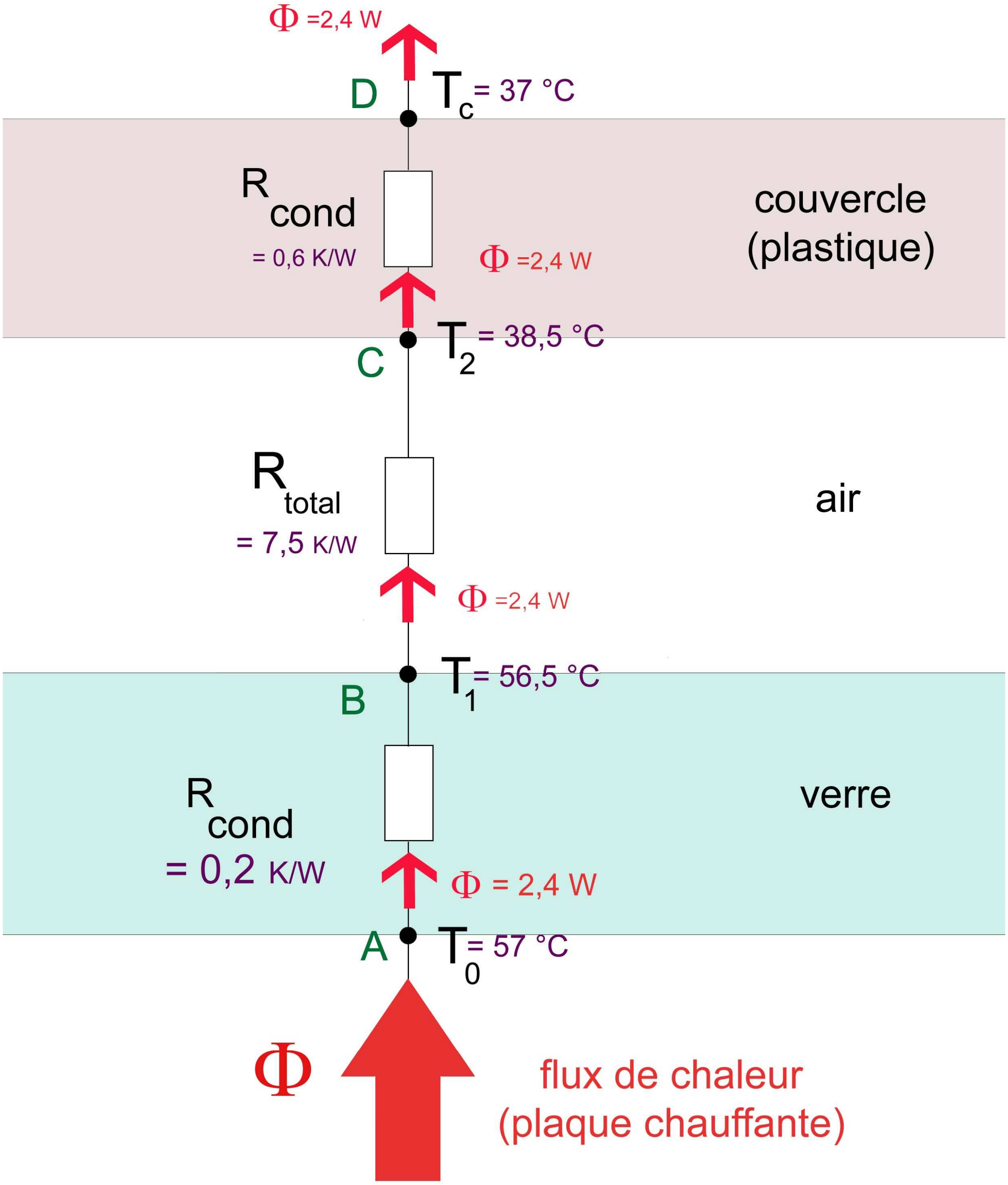
$$R_{cond\ couvercle} = \frac{e_{couvercle}}{\lambda_{PVC} \cdot S}$$

ce qui donne numériquement **$R_{cond\ couvercle}$ = 0,6 K/W.**

En conclusion, on modélise le transport de chaleur à travers le récipient vide par le circuit suivant :



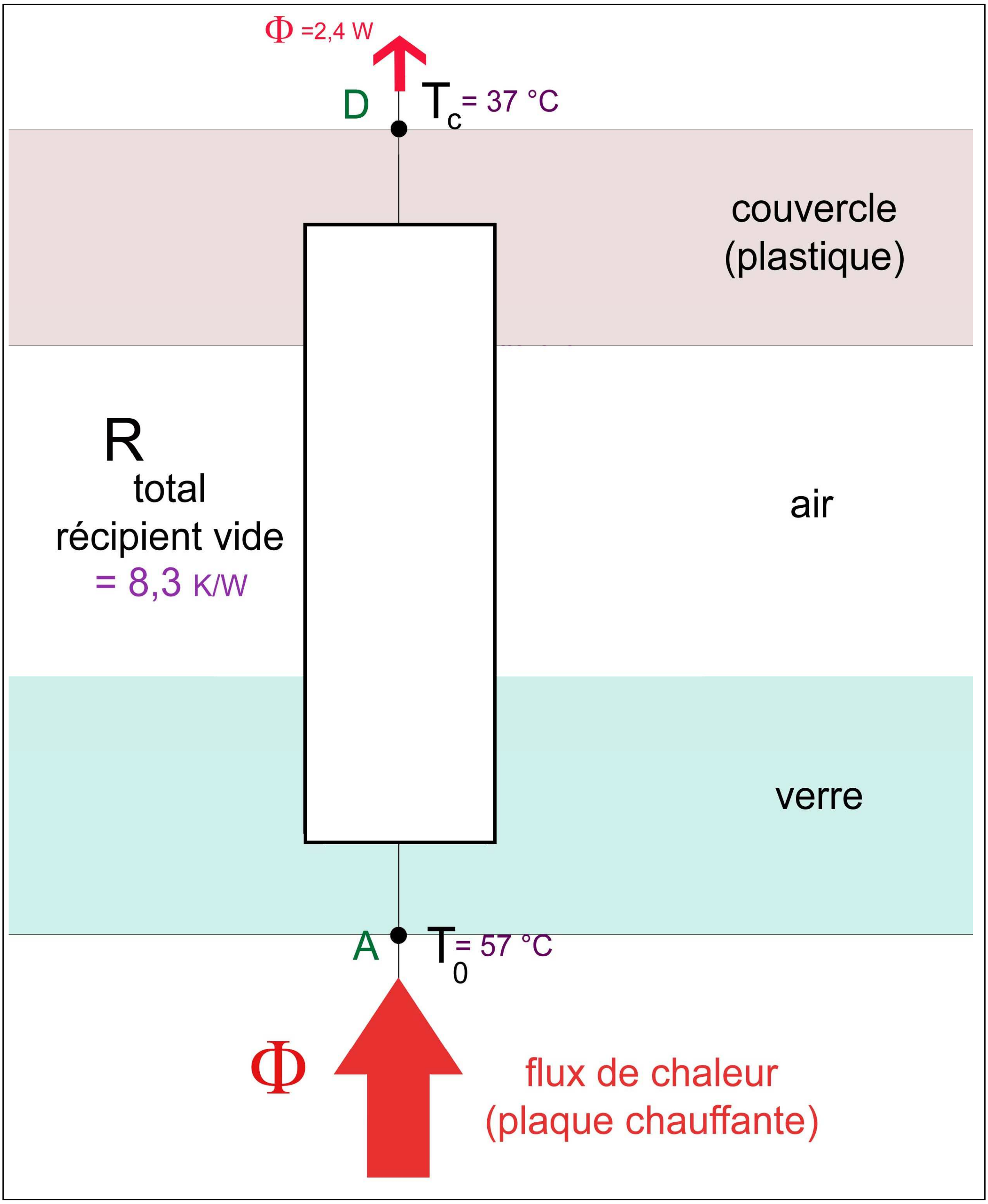
Le circuit devient, avec la résistance équivalente aux 3 différentes résistances de l'air :



Enfin, la résistance équivalente aux 3 résistances en série du verre, de l'air et du couvercle est la somme de ces 3 dernières telle que :

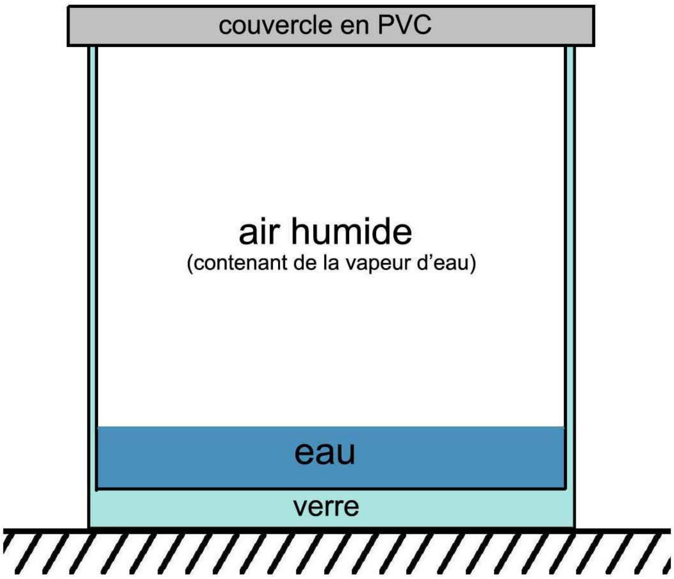
$$\mathbf{R_{total} = R_{verre} + R_{total\ air} + R_{couvercle}}$$
$$= 0{,}2 + 7{,}5 + 0{,}6 = \mathbf{8{,}3\ K/W}$$

Au final, le récipient vide se comporte donc comme un système s'opposant au transfert de chaleur entre la plaque et le couvercle avec une résistance R=8,3 K/W.

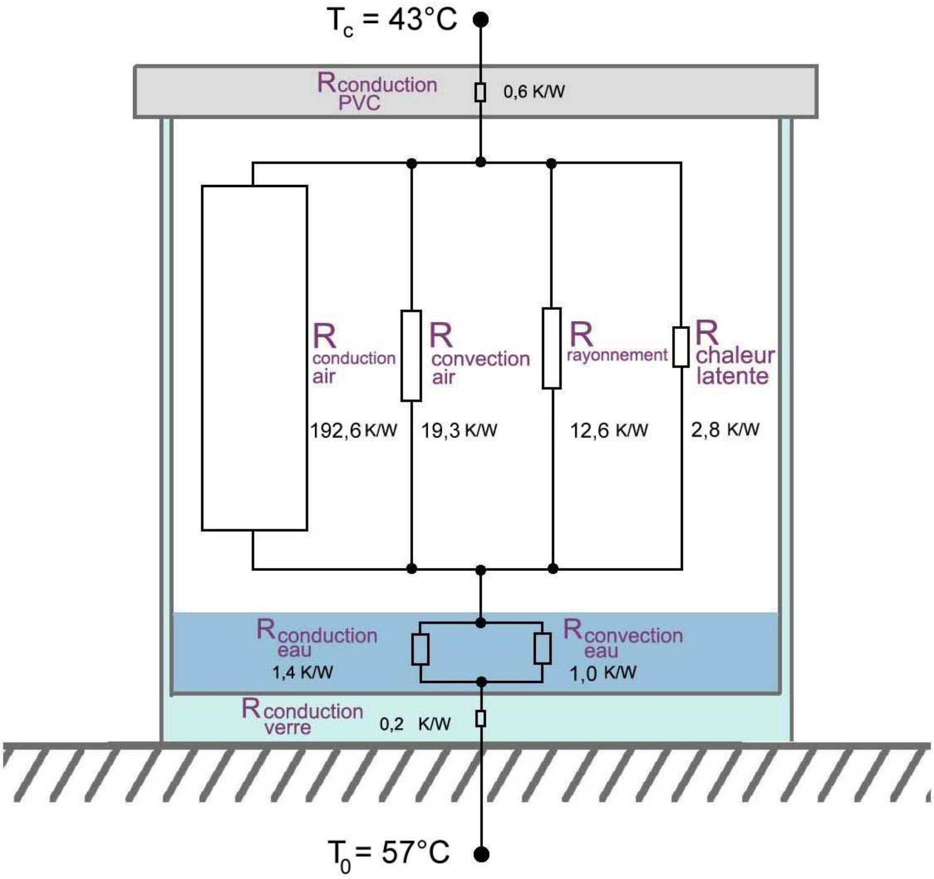


B) Récipient contenant de l'eau :

On schématise le récipient contenant de l'eau de la façon suivante :



Par analogie électrique, on modélise ce système par le circuit électrique suivant :



Explications et détails des calculs :

1) <u>transfert de chaleur à travers l'épaisseur de verre</u> :

De la même manière que pour le récipient vide, on suppose que le transfert de chaleur ne s'effectue que par conduction à travers le verre .

La résistance de conduction du verre d'épaisseur e=3mm et de surface S=103,9 cm² est donc également

$$R_{\substack{cond\\verre}} = \frac{e_{verre}}{\lambda_{verre} \cdot S}$$

avec λ_{verre} = 1,2 W/Km

Ce qui donne :

$$\boxed{\mathbf{R_{verre}=0,2\ K/W}}$$

2) <u>transfert de chaleur à travers l'épaisseur d'eau</u> :

Le transport de chaleur à travers l'eau peut s'effectuer par conduction, par convection également puisque l'eau liquide est un fluide.
On néglige le transport par rayonnement en supposant l'eau comme étant un milieu opaque.

- Calcul de la résistance thermique de l'eau à la conduction :

Pour une épaisseur e=0,9 cm d'eau, et de surface S=103,9 cm², on trouve :

$$R_{\substack{cond\\eau}} = \frac{e_{eau}}{\lambda_{eau} \cdot S}$$

avec λ_{eau} = 0,6 W/Km.
Ce qui donne **$R_{cond\ eau}$ =1,4 K/W**

- Calcul de la résistance thermique de l'eau à la convection :

En supposant que la convection soit présente, l'existence de celle-ci dépendant de la différence de température au sein de l'eau, de la viscosité de l'eau, qui elle-même dépend de la température de l'eau, et l'épaisseur d'eau.

On a vu précédemment que la résistance au tranfert thermique de chaleur par convection de l'eau est telle que :

$$R_{conv} = \frac{1}{h_c S}$$

Le coefficient d'échange par convection **h_c est de façon générale compris entre 100 et 900 W/Km².**
On choisit h_c=100 W/Km², ce qui donne

R_{conv}=1,0 K/W

- **Résistance équivalente de l'eau :**

Ces 2 résistances sont en parallèles puisque le flux de chaleur peut se diffuser de 2 façons différentes dans l'eau.
La résistance équivalente totale de l'eau est ainsi :

$$R_{equivalente} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_{\substack{cond\\eau}}} + \dfrac{1}{R_{\substack{conv\\eau}}}}$$

ce qui donne

Reau = 0,6 K/W

3)Transfert de chaleur à travers l'air :

Dans l'air, la chaleur peut se diffuser par **conduction, convection** mais aussi par **rayonnement** en considérant l'air comme un milieu totalement transparent (analogue au vide).

La chaleur est échangée entre l'eau et le couvercle d'une quatrième manière : par évaporation et condensation d'eau, ce qui constitue la différence majeure avec le dispositif précédent et le point qu'on cherche à mettre en valeur grâce à cette expérience.

- Résistance de conduction de l'air :

Elle est donnée par la relation

$$R_{\substack{cond\\air}} = \frac{e_{air}}{\lambda_{air} . S}$$

Ce qui donne numériquement,pour e_{air}= 4,8 cm,S=103,9cm² et λ_{air} =0,024 W/Km :

R $_{\text{cond air}}$ =192,6 K/W

- Résistance de convection de l'air :

Elle est donnée par la relation :

$$R_{conv} = \frac{1}{h_c S}$$

On choisit h_c=5 W/Km²,ce qui donne :

R $_{\text{conv air}}$ = 19,3 K/W

- Résistance de rayonnement de l'air:

Elle est donnée par la relation :

$$R_{ray} = \frac{1}{4\sigma S T_{moy}^3}$$

Avec

$$T_{moy} = \frac{T_0 + T_C}{2}$$

où T_0=57°C et T_c=43°C, ce qui donne :

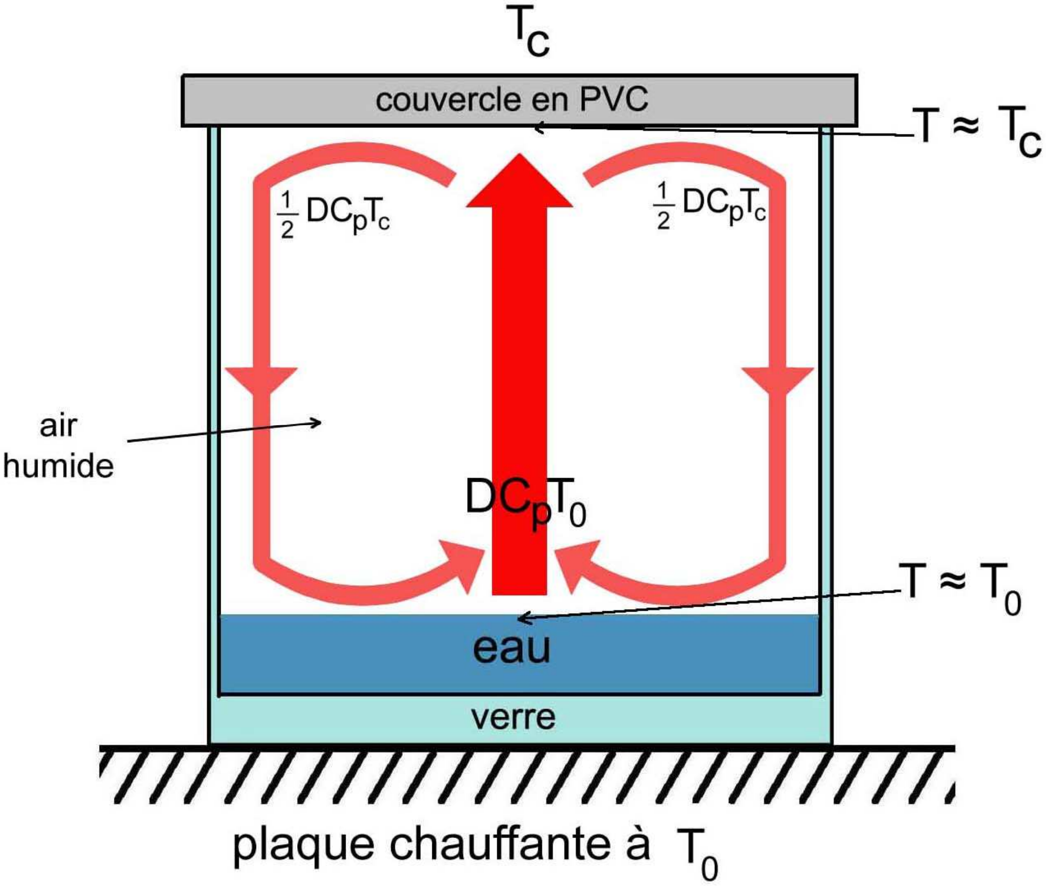
R_{ray}=12,6 K/W

- **Résistance de l'air associée à l'échange de chaleur par évapo-condensation de l'eau :**

$R_{ray} \approx R_{conv\ air} \ll R_{cond\ air}$

Dans l'air, la résistance de conduction est beaucoup plus importante que celles de convection et de rayonnement, ce qui signifie que la chaleur y est transférée majoritairement par convection et rayonnement

On schématise la **convection dans l'air** du récipient de la façon suivante :



On suppose que toute l'eau liquide est à la même température que la plaque T_0, et que la température du couvercle vaut T_c en tout point.

Lors de la convection, l'air est animé d'un mouvement schématisé ci-dessus :

- L'air situé juste au dessus de la surface d'eau se réchauffe à son contact (la chaleur est alors échangée par conduction).

Sa densité diminue donc et cette masse d'air s'élève par la poussée d'Archimède.

- Cet air réchauffé se refroidit ensuite au contact du couvercle et des parois du récipient (l'air chaud perd de la chaleur par conduction à travers le verre des parois ou à travers le couvercle).Cet air, en se refroidissant, devient plus dense et redescend alors (c'est la gravité).

On caractérise cet écoulement d'air par un **débit massique D**, qui correspond à la masse d'air traversant une certaine surface pendant une seconde.

Ainsi, **l'air s'élève avec un débit D** à travers la surface de la colonne ascendante.
On suppose cette surface égale à **S/2** , où S est la surface du fond du récipient

L'air redescend avec un débit D/2 dans les 2 colonnes descendantes de surfaces respectives supposées égales à **S/4.**

On suppose que l'air se comporte comme un gaz parfait.
L'énergie **E** d'une masse **m** de gaz parfait de température **T** est telle que $\mathbf{E=m.C_pT}$, où $\mathbf{C_p}$ est la chaleur massique de l'air.

La température de la masse d'air chaud ascendant est supposée être $\mathbf{T_0}$ (température de la plaque chauffante), et ce **partout dans la colonne ascendante** <u>(ce qui signifie qu'on néglige les échanges de chaleur par conduction de cet air chaud avec l'air plus froid de l'enceinte).</u>
L'énergie de la masse d'air ascendant par seconde est donc $\mathbf{D.C_pT_0}$.

<u>On suppose également que cette masse d'air chaud n'échange de la chaleur qu'avec le couvercle</u>(par conduction).
La masse d'air chaud se refroidit alors, sa température devenant approximativement **Tc** (température du couvercle).
L'énergie par seconde de cette masse d'air refroidi devient alors $\mathbf{D.C_pT_c}$ **.**

Le 1^{er} principe de la thermodynamique affirme alors que la chaleur (par seconde) $\mathbf{P_{conv}}$ échangée de l'air vers le couvercle <u>par convection</u> est :
$\mathbf{D.C_pT_0 - D.C_pT_c = P_{conv}}$. (on néglige l'échange d'énergie par travail)

$\mathbf{P_{conv}}$ correspond donc au flux de chaleur échangé par convection entre l'air et le couvercle $\mathbf{\Phi_{conv\ air}}$ étudié avant, où $\mathbf{\Phi_{conv\ air} = h_cS(T_0 - T_c)}$.

<u>On obtient donc la relation :</u>
$$\mathbf{D.C_pT_0 - D.C_pT_c = \Phi_{conv\ air}}$$

$$\Rightarrow D.C_pT_0 - D.C_pT_c = h_cS(T_0 - T_c)$$
$$\Rightarrow DC_p(T_0 - T_c) = h_cS(T_0 - T_c)$$

Le débit massique d'air dû à la convection peut donc s'écrire :
$$\boxed{D = \frac{h_c S}{C_p}}$$
On a choisi h_c=5 W/Km² précédemment.
La chaleur massique de l'air est telle que $C_p = 10^3$ J/K.kg (on la suppose constante).
S=103,9 cm².
Ce qui donne numériquement, $D=5{,}2.10^{-5}$ kg/s cad

$$\boxed{\mathbf{D=0{,}052\ g/s}}$$

L'air est humide, c'est-à-dire qu'il contient de la vapeur d'eau.

NB :La concentration de vapeur d'eau dans l'air étant faible, cela permet de négliger la contribution de la vapeur d'eau à la chaleur massique de l'air humide, qu'on suppose donc identique à celle de l'air sec.

- notion de pression de vapeur saturante :

Pour tous les corps purs, à une température T donnée, l'équilibre entre ce corps à l'état gazeux (de pression $\mathbf{P_{vap}}$) et le même corps à l'état liquide est atteint quand :

$$\mathbf{P_{vap} = P_{sat}(T)}$$

Où $\mathbf{P_{sat}(T)}$ est la pression de vapeur saturante du corps pur à la température T.

Ainsi, **pour l'eau**, P_{sat} et T sont reliés par la formule empirique de Tétens :

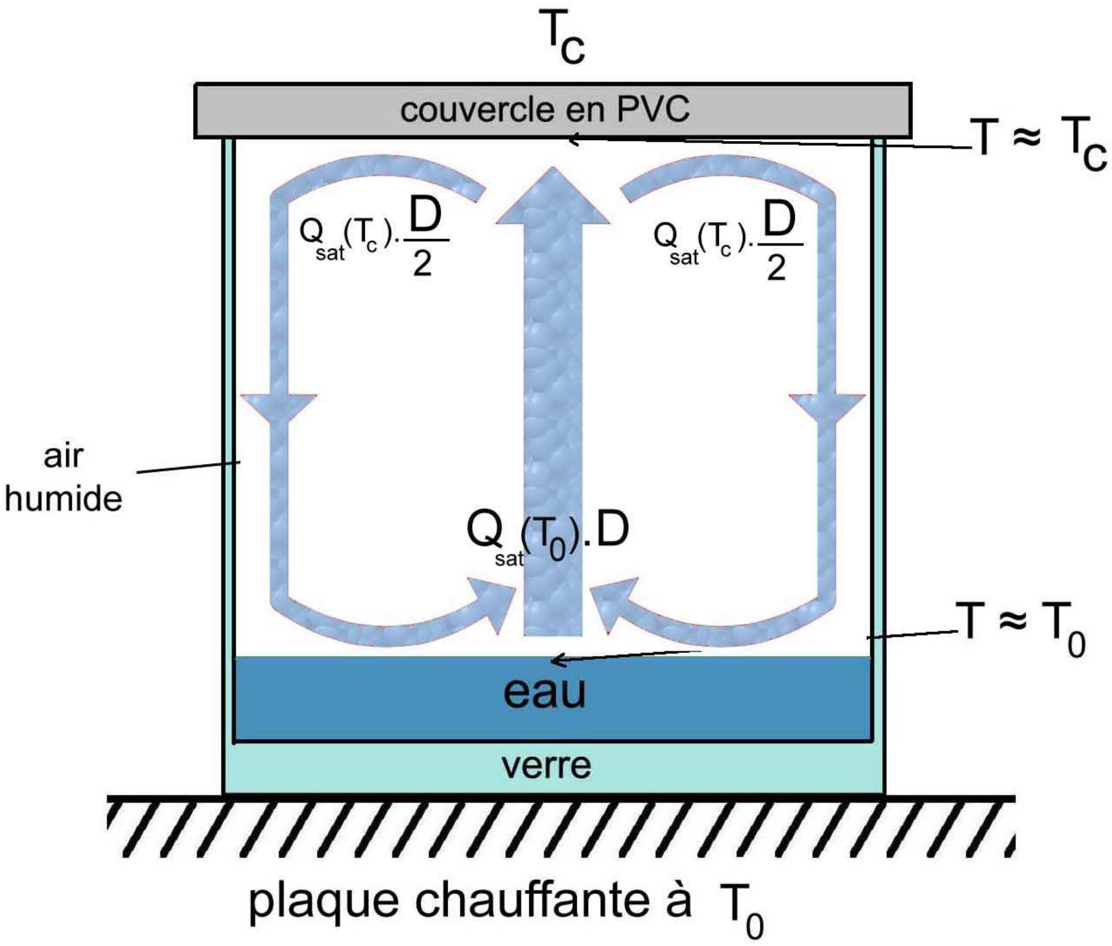
$$\boxed{P_{sat}(T) = 610{,}7 .\ 10^{\frac{7{,}3.T}{T+237{,}3}}}$$

avec $P_{sat}(T)$ en Pa et T en °C

A T donné, quand $\mathbf{P_{vap}} < \mathbf{P_{sat}(T)}$ il y alors **évaporation** du corps pur en phase liquide jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint, cad $\mathbf{P_{vap} = P_{sat}(T)}$ **.**

Quand $\mathbf{P_{vap}} > \mathbf{P_{sat}(T)}$ il y alors **condensation** du corps pur en phase gazeuse jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint, cad $\mathbf{P_{vap} = P_{sat}(T)}$.

On représente le débit massique de vapeur d'eau sur le schéma suivant :



En effet, la masse d'air ascendant s'élève avec le débit massique **D**.
La teneur en vapeur d'eau de l'air y est de $\mathbf{Q_{sat}(T_0)}$.
A la température T_0 =57°C, la pression de vapeur saturante de l'eau est
$\mathbf{P_{sat}(T_0) = 15\,838}$ **Pa.**

En considérant la vapeur d'eau comme un gaz parfait, la **pression <u>partielle</u> de vapeur d'eau** est donnée par :

$$\mathbf{P_{vap} = [vap\ eau].R.T_0}$$

où **[vap eau]** est la concentration de vapeur d'eau dans l'air
et **R=8,314 J/K.mol** (constante des gaz parfaits)

On suppose la saturation atteinte (ie l'équilibre atteint entre évaporation et condensation de l'eau), ce qui implique que :

$$\mathbf{P_{vap} = P_{sat}(T_0)}.$$

$\mathbf{P_{vap}}$ est une pression partielle,et $\mathbf{P_{air}}$ est la pression partielle de l'air telles que la pression totale $\mathbf{P = P_{vap} + P_{air}}$ **.**

En supposant l'air comme étant un gaz parfait, $\mathbf{P_{air} = [air].R.T_0}$ (T_0 en K)

où $\mathbf{[air] = \rho_{air} / M_{air}}$= 44,6 mol/m^3 avec $\mathbf{M_{air}}$:masse molaire de l'air (=28,97 g/mol)

ρ_{air} :masse volumique de l'air (=1,292 kg.m^{-3})

On obtient $\mathbf{P_{air} = 122\ 365\ Pa.}$

$\mathbf{P_{vap} / P_{air}}$ correspond au pourcentage de vapeur d'eau dans l'air.
On estime ainsi $\mathbf{Q_{sat}(T_0)}$ la teneur de vapeur d'eau dans l'air à la température T_0 :

$$Q_{sat}(T_0) \approx \frac{P_{sat}(T_0)}{P_{air}} \cdot \frac{M_{eau}}{M_{air}}$$

Avec $\mathbf{M_{eau}}$:masse molaire de l'eau (=18 g/mol).

Numériquement, on trouve $\boxed{\mathbf{Q_{sat}(T_0=57°C) = 80\ g\ d'eau\ /kg\ d'air}}$.

De la même manière, on trouve $\boxed{\mathbf{Q_{sat}(T_c=43°C)=42\ g\ d'eau\ /kg\ d'air}}$.

Le débit de vapeur d'eau arrivant sur le couvercle est ainsi $\mathbf{D.\ Q_{sat}(T_0)}$.
La vapeur d'eau, à proximité du couvercle se trouve dans des conditions telles que $\mathbf{P_{vap}} > \mathbf{P_{sat}(T_c)}$.
Il y a ainsi condensation de la vapeur d'eau jusqu'à ce que la teneur en vapeur d'eau de l'eau dans cette région soit $\mathbf{Q_{sat}(T_c=43°C)}$.
Le débit d'air descendant est alors $\mathbf{D.\ Q_{sat}(T_c=43°C)}$.

La condensation de l'eau libère de la chaleur, celle-ci étant appelée chaleur latente de condensation $\mathbf{L_{condensation}}$.
Cette chaleur latente dépend de la température, mais on la considère constante telle que $\mathbf{L_{condensation} = 2,5.10^6\ J/K}$.

Ainsi, la chaleur échangée avec le couvercle (par seconde) par condensation de l'eau vaut :
$\mathbf{\Phi_{lat} = D.[Q_{sat}(T_0) - Q_{sat}(T_c)].\ L_{condensation}}$

On réécrit sous la forme :

$$\Phi_{lat} = D \cdot \frac{Q_{sat}(T_0) - Q_{sat}(T_c)}{T_0 - T_c} . L_{condensation} . (T_0 - T_c)$$

En faisant l'analogie avec la loi d'Ohm, on définit une **résistance thermique de chaleur latente** $\mathbf{R_{lat}}$ telle que :

$$R_{lat} = \frac{T_0 - T_c}{D.(Q_{sat}(T_0) - Q_{sat}(T_c)).\ L_{condensation}}$$

Sachant que

$$D = \frac{h_c S}{C_p} \quad \text{et} \quad R_{conv} = \frac{1}{h_c S}$$

, on remarque que $\mathbf{R_{lat}}$ et $\mathbf{R_{conv}}$ sont reliés par la relation :

$$R_{lat} = \left(\frac{c_p (T_0 - T_c)}{(Q_{sat}(T_0) - Q_{sat}(T_c)).\,L_{condensation}} \right) R_{conv}$$

où

$$\frac{c_p (T_0 - T_c)}{(Q_{sat}(T_0) - Q_{sat}(T_c)).\,L_{condensation}}$$

est inférieur à 1 en général, ce qui signifie alors qu'en général $\mathbf{R_{lat}} < \mathbf{R_{conv}}$

Numériquement, on trouve donc

$$\mathbf{R_{lat} = 2{,}8\ K/W}$$

CONCLUSION :

R_{lat} (2,8 K/W) $<$ $R_{conv\ air}$ (19,3 K/W) $\approx$ R_{ray} (12,6 K/W) $\ll$ $R_{cond\ air}$ (192,6 K/W)

Le transfert de chaleur à travers l'air se fait donc essentiellement par **évapo-condensation, par convection et par rayonnement.**
La résistance équivalente de l'air est donc :

$$\boxed{\mathbf{R_{air} = 2{,}0\ K/W}}$$

3) transfert thermique à travers le couvercle :

Il s'effectue par conduction à travers le couvercle.
Le calcul de la résistance de conduction est le même que pour le récipient vide.
Ainsi,

$$\mathbf{R_{couvercle} = 0{,}6\ K/W}$$

La **résistance totale du récipient contenant de l'eau,** notée $\mathbf{R_{bocal\ eau}}$ **est :**

$$\mathbf{R_{bocal\ eau} = R_{verre} + R_{eau} + R_{air} + R_{couvercle}}$$
$$= 0{,}2 + 0{,}6 + 2{,}0 + 0{,}6 \quad K/W$$

$$\mathbf{R_{bocal\ eau} = 3{,}4\ K/W.}$$

Or la résistance totale du récipient vide est $\mathbf{R_{bocal\ vide} = 8{,}3\ K/W}$

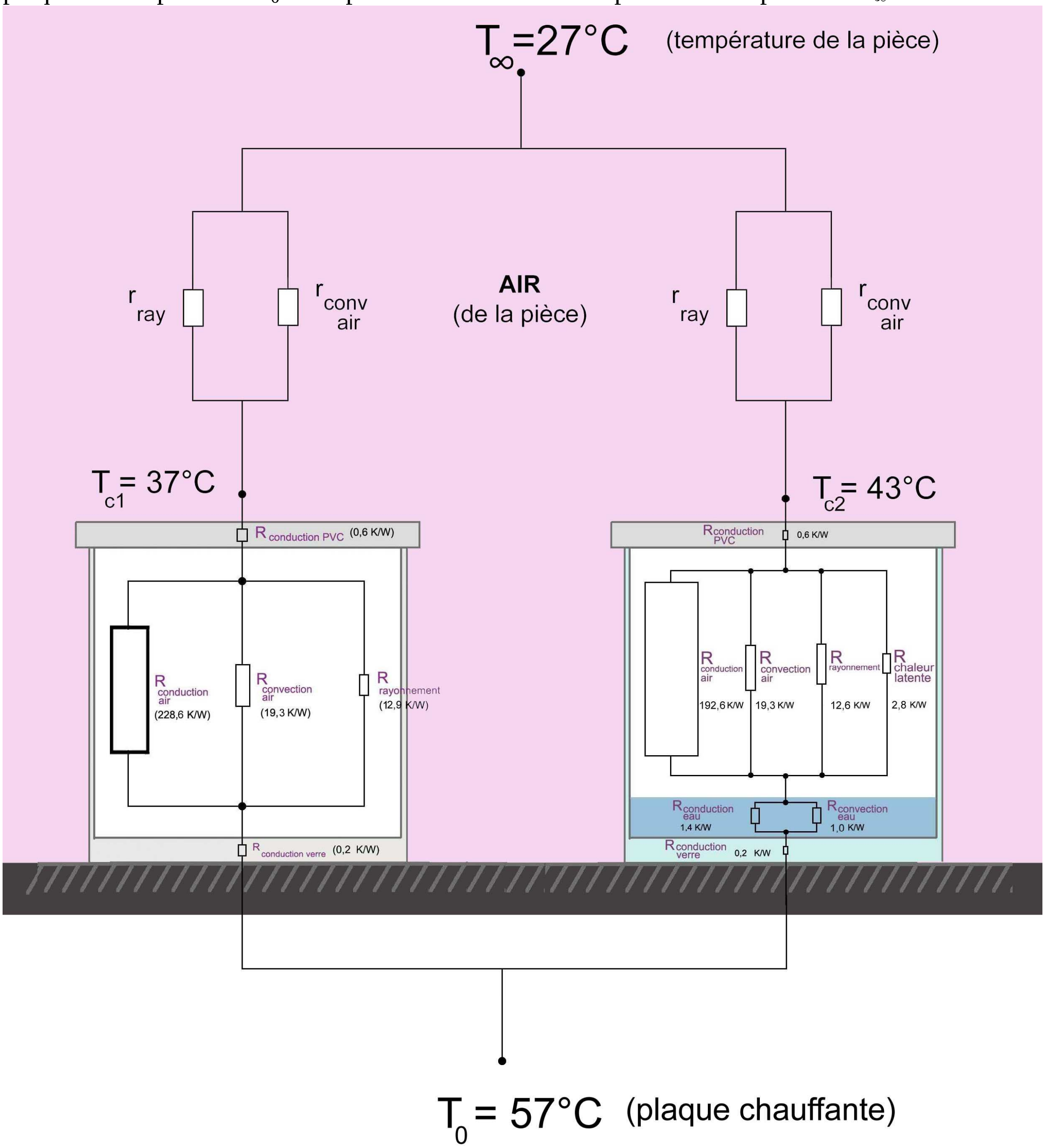
Conclusion :

$R_{\text{bocal eau}} = 41\% \cdot R_{\text{bocal vide}}$

La présence d'eau dans le récipient a donc permis un transfert de chaleur entre la plaque et le couvercle d'une 4e manière : **par évapo-condensation**.
Cela permet d'abaisser la résistance total du dispositif de 60%.

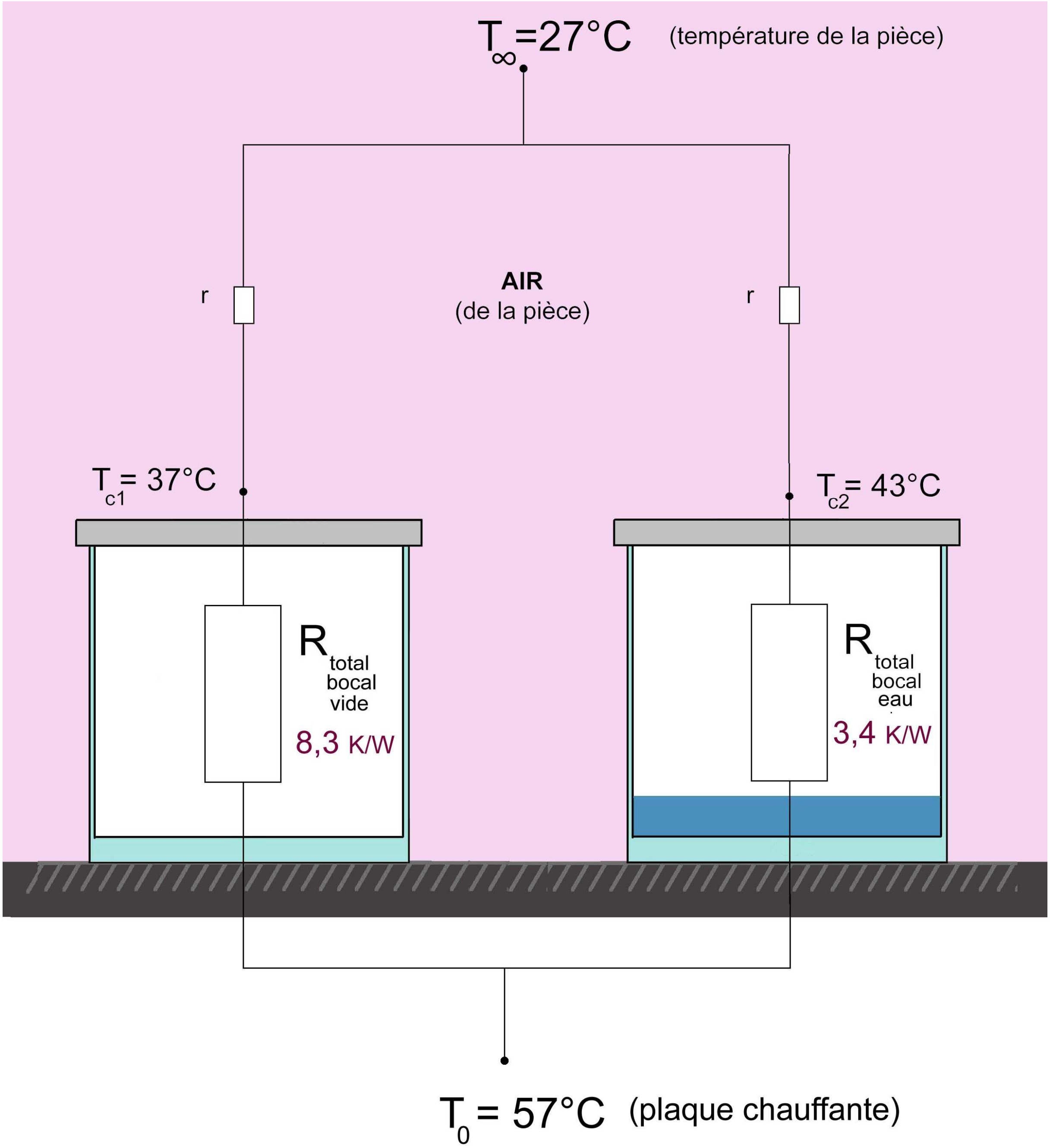
<u>Conséquences :</u>

On peut faire un schéma global du système des 2 récipients, en prenant en compte les résistances thermiques des récipients, mais aussi celles de l'air de la pièce, et ce entre la plaque de température T_0 et un point fictif de l'air de la pièce de température T_∞ :



On associe à l'air de la pièce 2 résistances : une de convection et une de rayonnement, puisqu'on a vu précédemment que la conduction de la chaleur dans l'air est très faible par rapport à ces 2 modes de transfert.

On rassemble les différentes résistances sous forme de résistances équivalentes, ce qui nous donne le circuit suivant :



On a appelé Tc1 et Tc2 les températures des couvercles.
Pour chacune des 2 branches du circuit, c'est-à-dire pour chacun des 2 récipients, en utilisant la loi d'Ohm entre la plaque de température T_0 et le couvercle de températures Tc , on obtient :

$$T_0 - T_c = R.\Phi$$

$$T_c - T_\infty = r.\Phi$$

où R est la résistance équivalente du récipient et r la résistance de l'air de la pièce.

⇨ $(T_0-T_c)/R = (T_c-T_\infty)/r$

⇨ $(T_0-T_c)/R = (T_c- T_0+ T_0-T_\infty)/r$

⇨ $$T_0-T_c = \frac{1}{1+\frac{r}{R}}\,(T_0-T_\infty)$$

⇨ $$\boxed{T_c = T_0-\frac{1}{1+\frac{r}{R}}\,(T_0-T_\infty) \qquad (1)}$$

CONCLUSION : plus R est grand, plus T_c est faible

Or pour le récipient vide, R=8,3 K/W et pour le récipient d'eau R=3,4 K/W. En considérant r identiques pour les 2 branches du circuit total, on justifie ainsi la différence de température observé.

Vérifions la cohérence de ce modèle :
dans la branche de gauche du circuit total, on connaît T_0,T_{c1},T_∞ et R, on déduit de la relation précédente (1) r, résistance de l'air : **r = 4,1 K/W.**
Pour la branche de droite, en connaissant et en postulant r identique à celui de la branche de gauche, on obtient grâce à la relation (1) déduite de notre modèle la valeur **T_{c2} = 43,4 °C, ce qui est très proche des 43°C observés expérimentalement.**