

## V. L' ECO-DYNAMIQUE HIERARCHISEE – (EDH)

### V.1 INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est de donner une forme rigoureuse aux éléments méthodologiques introduits intuitivement au premier chapitre.

Nous commencerons par établir la construction d'une structure hiérarchisée d'analyse des objets FET d'un système sous forme qualitative.

La forme algébrique générale du système complet à résoudre sera alors donnée, dans le mode de représentation dit : forme triplet.

Nous explorerons ensuite la structure des matrices posées, et leur liens avec la structure hiérarchisée, ce qui permettra d'aborder la résolution emboîtée du système global.

Le noyau de ZOOM ( paquet ZOOMKER ) n'est autre que ce solveur à deux passes, baptisé NAVETTE ZOOM.

La technique numérique de résolution exploite exhaustivement le formalisme introduit pour des raisons physiques; il n'est donc pas étonnant que les nombreux vecteurs et opérateurs construits pour le calcul recèlent une information très riche sur les couplages. Nous en donnerons quelques illustrations. [Rien encore dans ce texte]

Enfin, nous donnerons des éléments de comparaison de la technique exposée avec quelques méthodes et travaux de recherche numériques semblables. [Rien encore dans ce texte]

### V.2 CONSTRUCTION D'UNE STRUCTURE HIERARCHISEE

Considérons un système construit à partir de modèles raccordables élémentaires, tel celui de la figure V.1 :

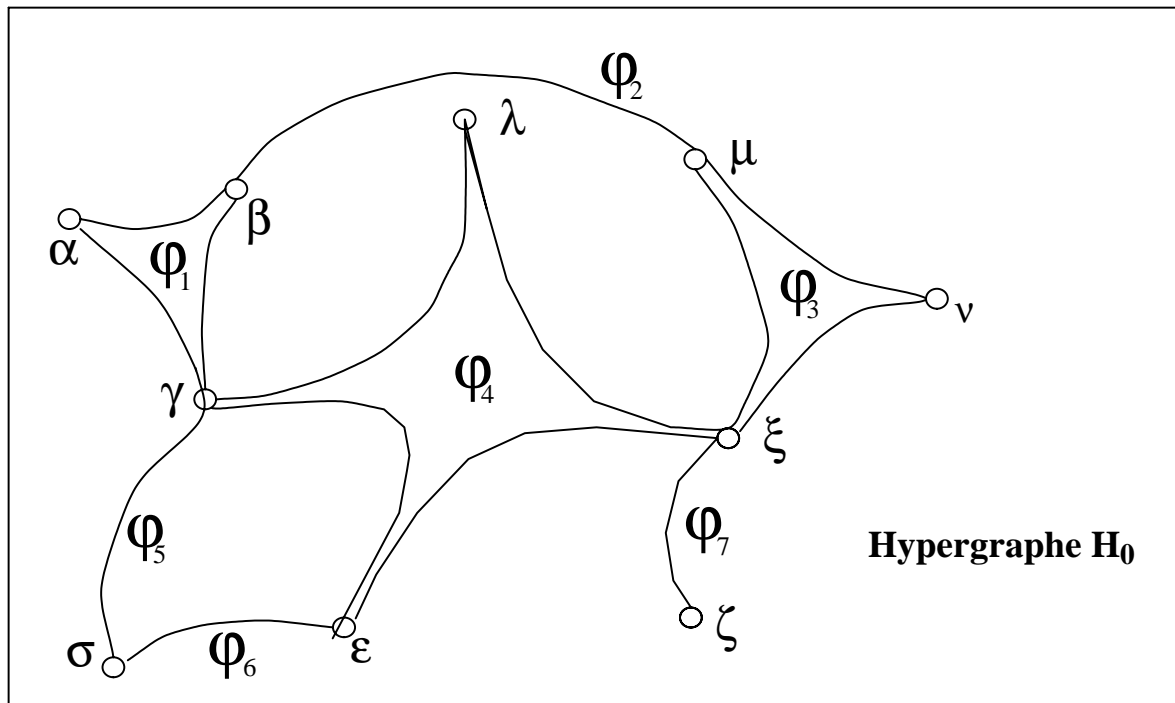


Figure V.1

Des modèles d'évolution élémentaires (cellules  $\alpha$  à  $\zeta$ ) sont reliés par un certain nombre de transferts ( $\varphi_1$  à  $\varphi_7$ ). Ces transferts connectent chacun au moins deux cellules comme  $\varphi_2$ ,  $\varphi_6$ ,  $\varphi_5$ ,  $\varphi_7$ ; trois cellules, comme  $\varphi_1$ ,  $\varphi_3$ ;  $\varphi_4$  à quatre extrémités; il pourrait représenter, par exemple un couplage radiatif entre quatre parois.

Nous allons construire une hiérarchie par regroupements successifs de cellules en familles, puis de familles et cellules orphelines en familles etc, en exploitant la représentation graphique.

### V.2 .1 HYPERGRAPHE $H_0$

Du point de vue purement structurel du système, on voit que le couple  $(s,A)$  est un hypergraphe, où  $s$  est l'ensemble des cellules–noeuds et  $A$  l'ensemble des transferts arrêtes. On notera  $H_0(s,A)$  cet hypergraphe. Il représente directement le couplage des cellules entre elles via les transferts.

Introduisons maintenant le graphe adjoint  $G_0^*$ , obtenu à partir de  $H_0$  en constituant l'ensemble des noeuds par les arrêtes–transferts de  $H_0$  et ses arcs par l'existence d'une cellule connectée à la fois à deux transferts–noeuds. On obtient la figure V.2 :

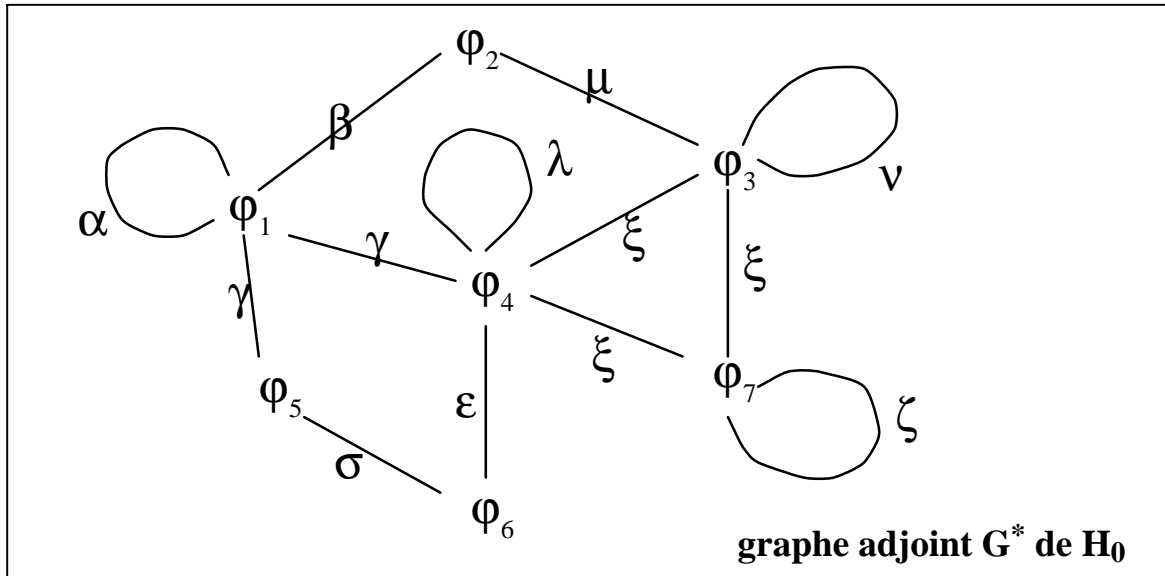


Figure V.2

L'interprétation directe de ce graphe repose sur l'existence de cellules faisant inter-réagir les transferts entre eux. On retrouve une homologie avec les deux types d'équations canoniques du FET, les unes donnant le rôle de la variation des transferts connectés sur l'évolution de l'état des cellules, les secondes l'influence réciproque.

Nous avons figuré les boucles correspondant aux cellules connectées à un seul noeud–transfert, pour signifier que ces cellules interviennent par leur réaction sur l'évolution des transferts; on devrait donc figurer autant de boucles que de cellules connectées à chaque noeud–transfert, ce qui alourdirait inutilement la représentation: nous les omettrons donc.

### V.2 .2 PREMIER NIVEAU DE REGROUPEMENT EN FAMILLES.

On suppose effectué un regroupement arbitraire de cellules en macro–objets baptisés: familles, comme ci–dessous (figure V.3):

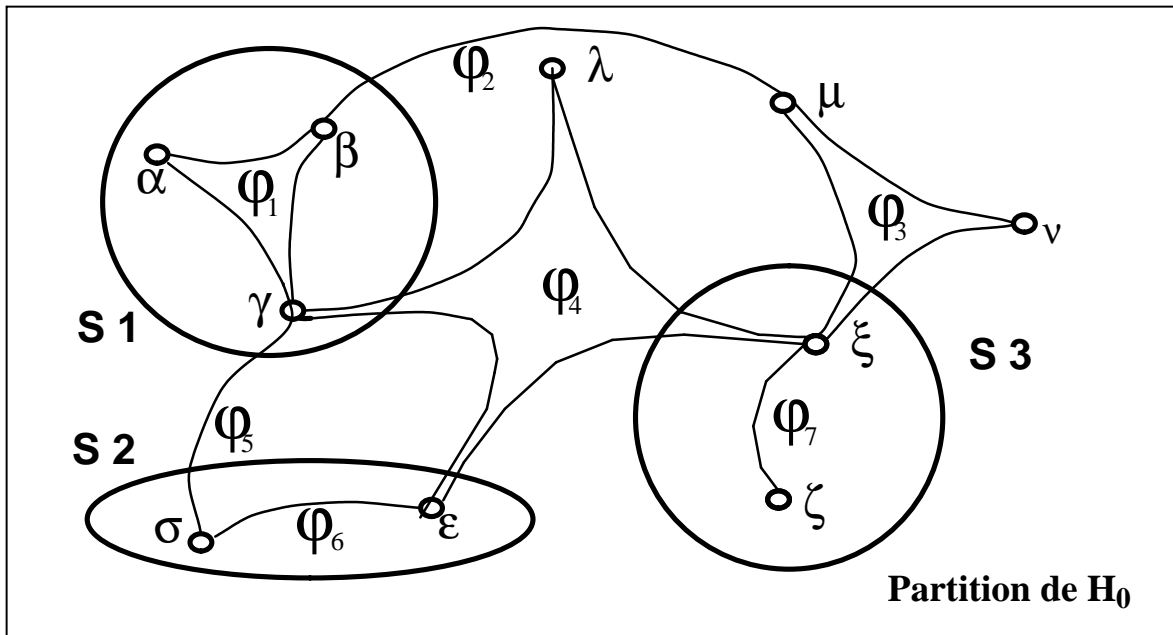


Figure V.3

L'objectif de ce regroupement dépendra du problème traité, du système considéré, et de l'utilisateur : selon le cas, une famille pourra représenter un composant industriel modélisé en sous systèmes, ou résulter in fine d'une procédure de décomposition orientée par des considérations numériques.

### V.2 .3 CONTRACTION

Dans tous les cas, le regroupement est censé induire que l'analyse effectuera une ségrégation entre les objets internes ou externes aux regroupements. On va traduire cette hiérarchisation en contractant le premier hypergraphe de la manière suivante (figure V.4) :

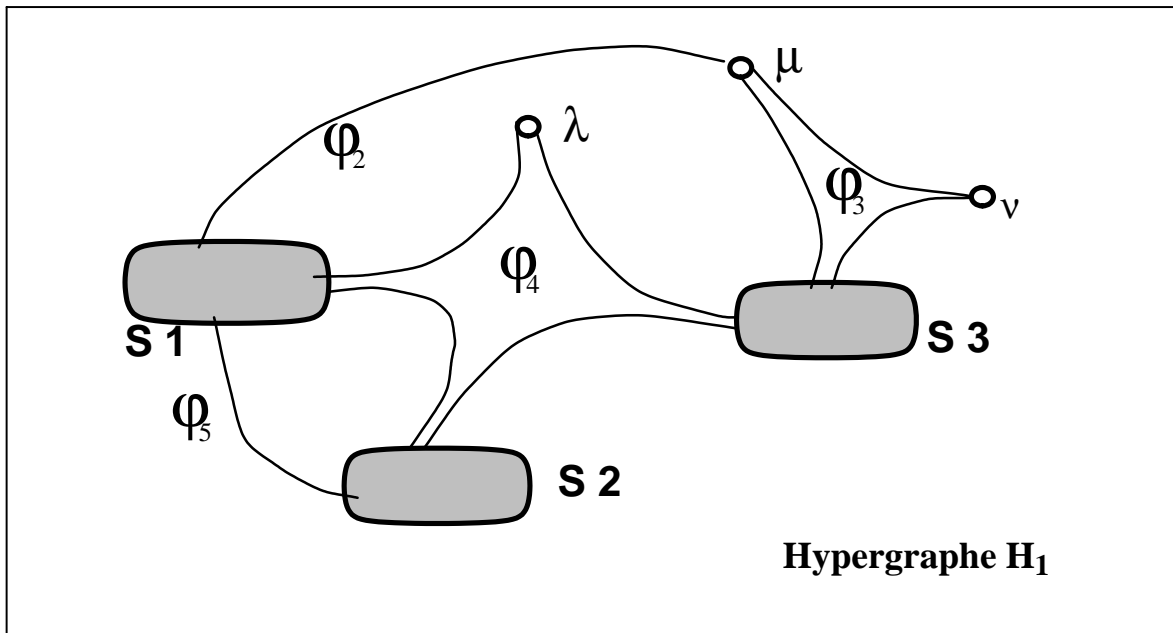


Figure V.4

Ainsi, aux nouveaux noeuds-familles de  $H_1$ , on associe l'ensemble des transferts internes entre les cellules de cette famille; les cellules on disparu, et il reste les transferts connectant ces objets entre eux.

Son graphe adjoint  $G_1^*$  est alors (fig V.5) :

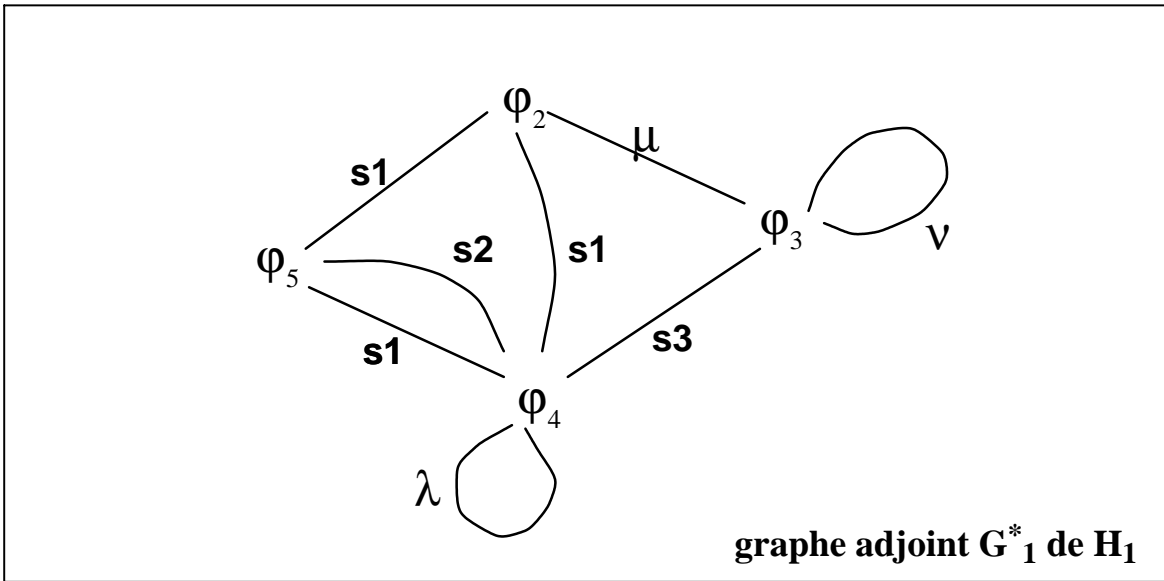


Figure V.5

Ces deux graphes donnent les deux représentations duales d'une analyse de couplages à échelle intermédiaire.

Le choix d'associer des transferts internes à chaque noeud-famille est guidé par la dissymétrie introduite par le FET entre cellules et transferts, et par l'orientation «analyse de couplages» donnée à la structure construite. Rien n'interdit cependant de représenter certaines familles par ses cellules internes, la contraction conservera son opérationnalité algébrique.

On appellera de telles familles des C-familles, par opposition aux T-familles représentées par leurs transferts internes. En l'absence de précision, il s'agira de T-familles.

V.2 .4 ITERATION

Créons un niveau supplémentaire de regroupements (fig V.6) :

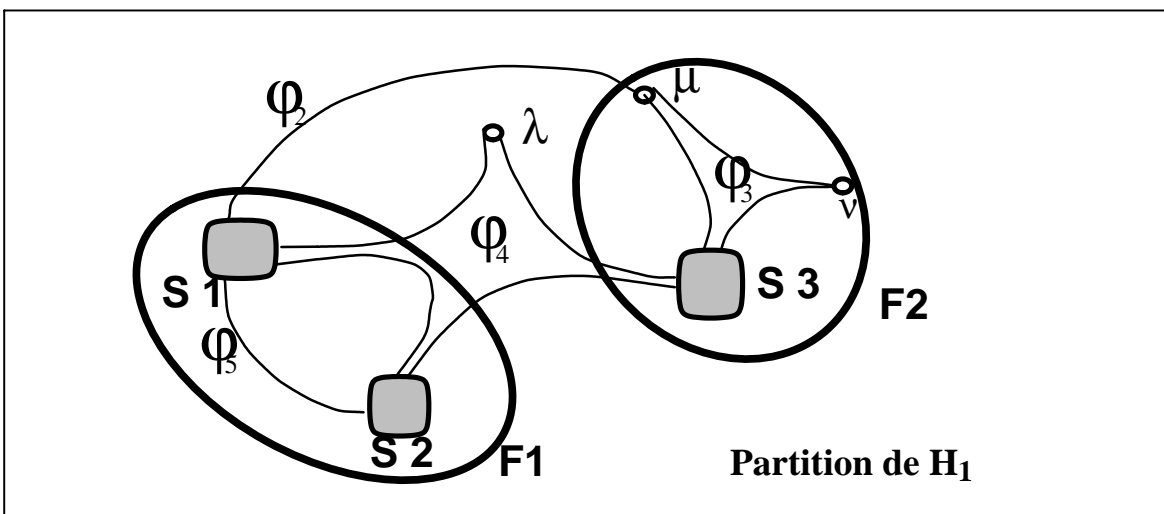


Figure V.6

On obtient, par contraction, l'hypergraphe  $H_2$  et son adjoint  $G_2^*$  (fig V.7)

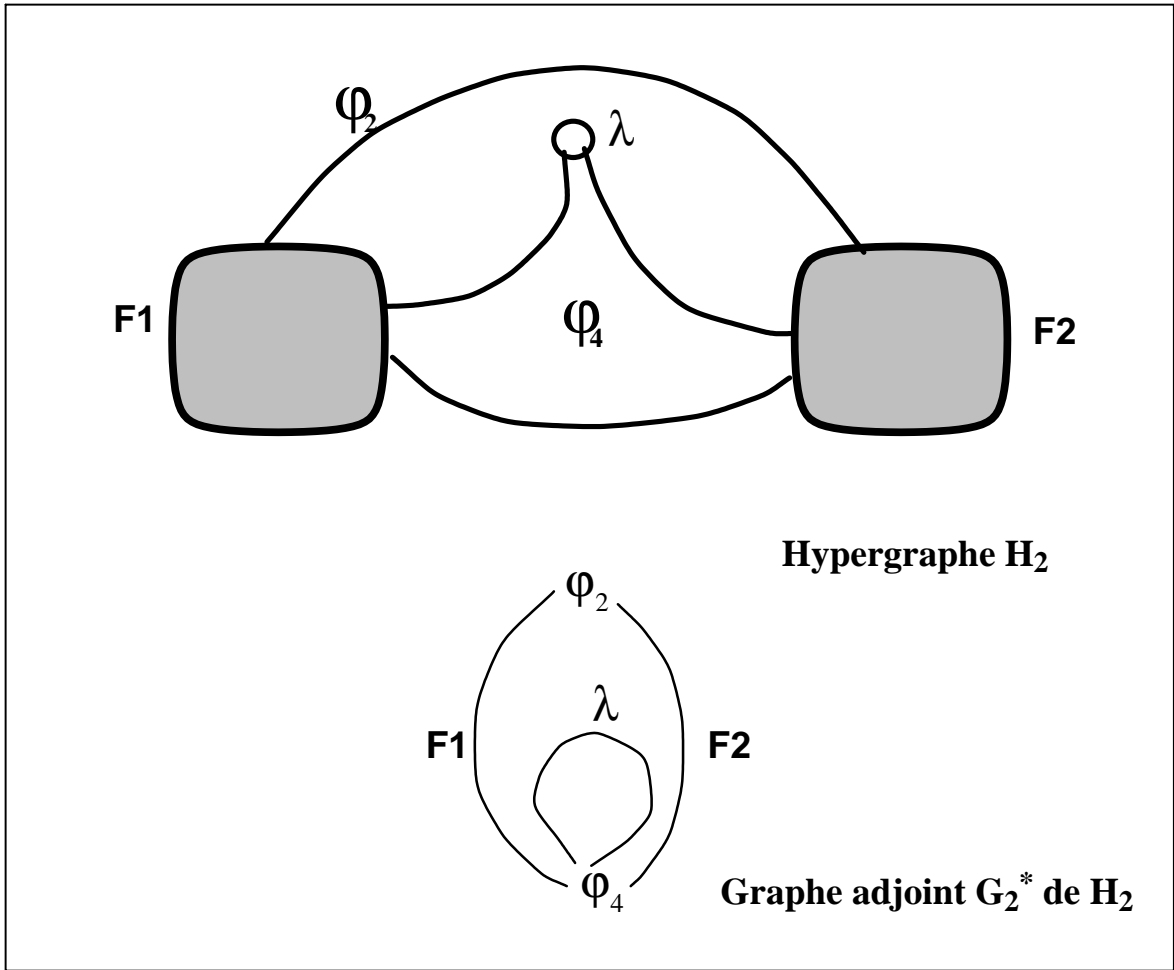


Figure V.7

Regroupons enfin les objets restant dans une ultime famille, isolée de tout autre système qui portera pour cela le nom réservé d'«UNIVERS» (fig. V.8) :

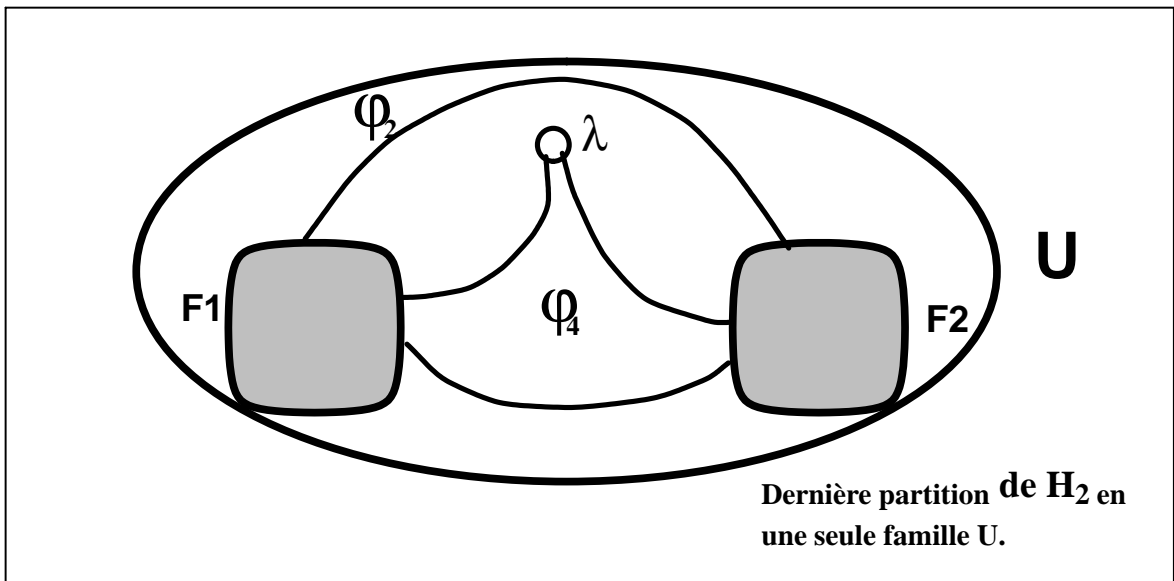


Figure V.8

Son contracté est un noeud unique; son adjoint l'élément vide, qui représente l'absence de transferts externes. (On peut aussi définir la famille UNIVERS par l'identité de son hypergraphe et du graphe adjoint) Fig V.9 :

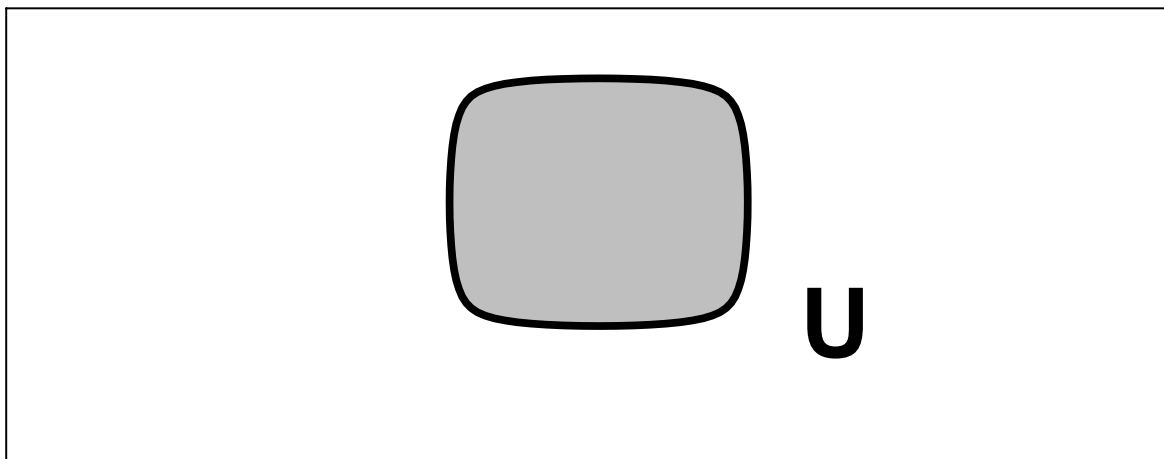


Figure V.9

V.3 L'ARBRE F.E.T.

Nous représenterons la structure d'emboîtement hiérarchisée obtenue précédemment par l'arbre des regroupements induit (fig V.10 ), que nous noterons  $\mathbb{M}$  (prononcer mou) :

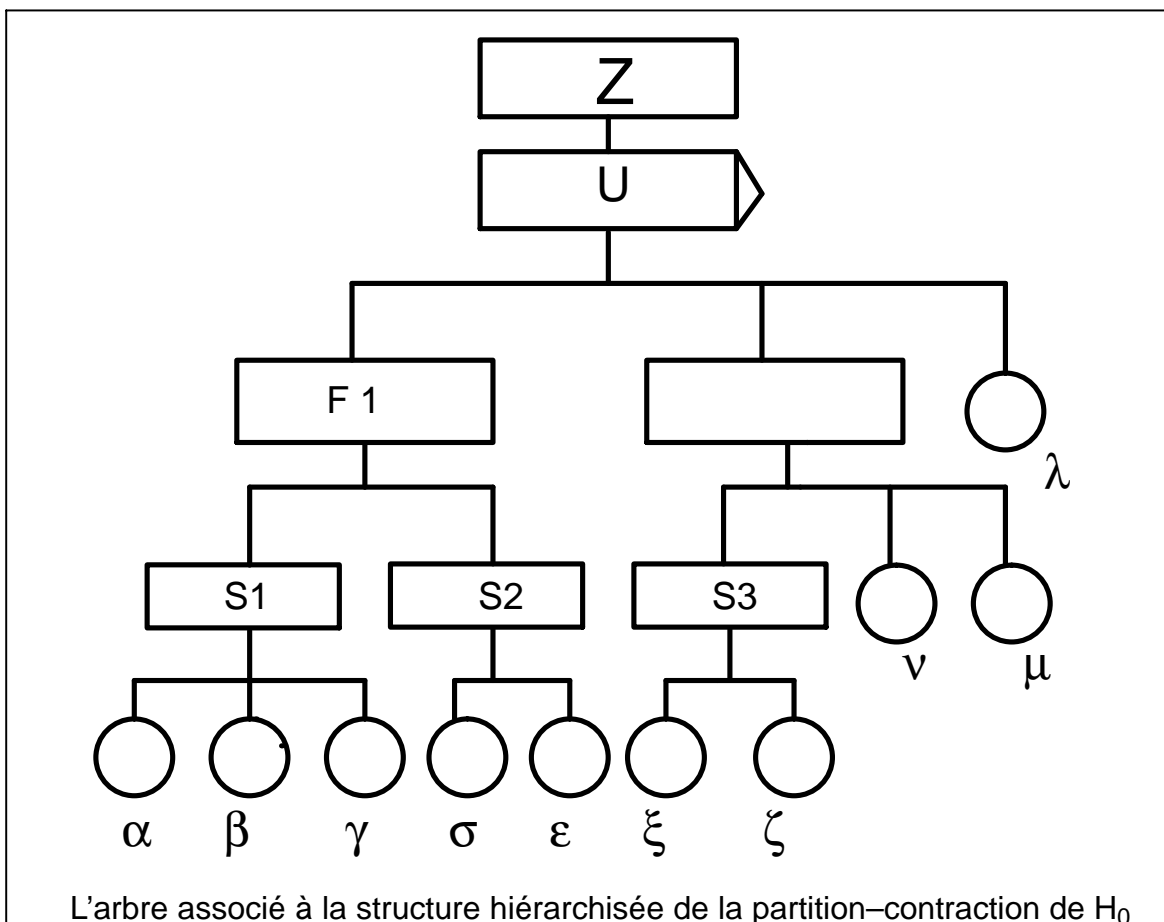


Figure V.10

Cette arbre représente la hiérarchie des partitions de  $H_0$  suivantes:

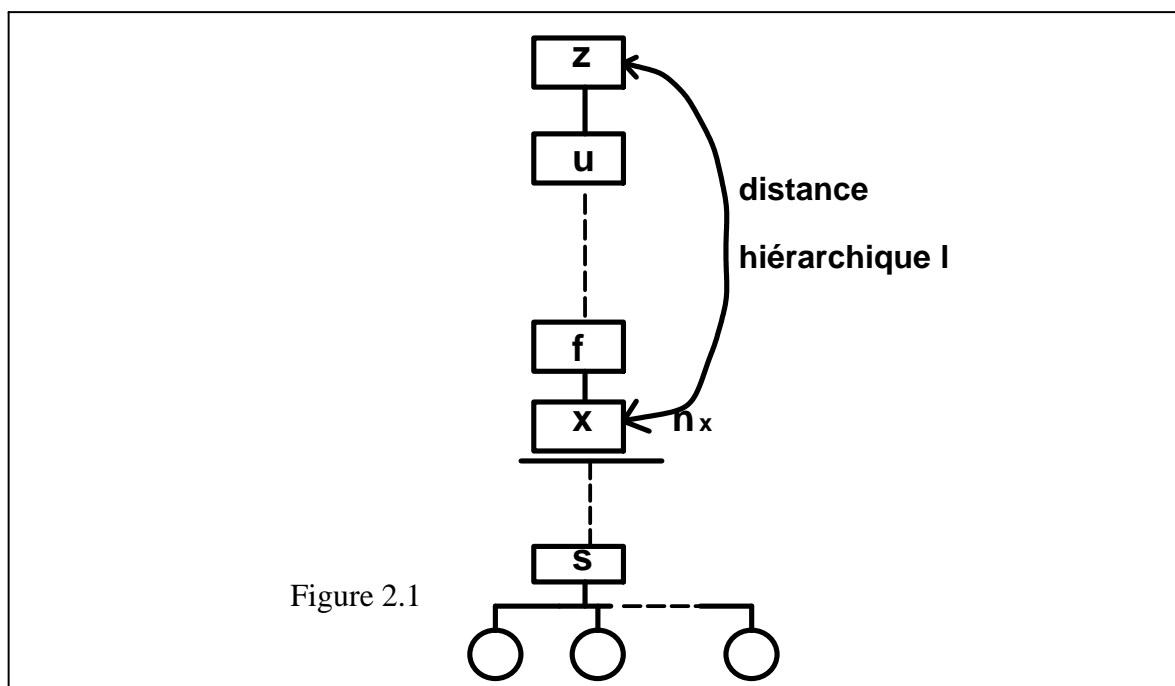
On a ajouté au-dessus de la famille U une famille Z dont nous verrons l'intérêt, qui concerne la «naturalité» de la hiérarchie.

Sur cette représentation, on voit qu'à un noeud parent de l'arbre est associé l'ensemble des transferts connectant ses fils entre eux. Nous allons introduire quelques caractères qui nous seront utiles.

Soit  $H_n$  l'ultime hypergraphe contracté (Univers):

- . on notera  $h (= n)$  la hauteur de l'arbre induit.
- . Profondeur d'un noeud X : la longueur de la chaîne U...-X  
( on a donc  $h = \max (\text{prof}(X) )$  )
- . Niveau d'un noeud X :  $N(x) = h - \text{prof}(X)$ .

### V.3 .1 SOUS ARBRE PRINCIPAL D'UN NOEUD X:



Il est défini par le sous-arbre dont il est racine, complété par la chaîne Z-U...-X  
Ce sous arbre démontre des propriétés importantes de la structure, car il rassemble clairement:

- . d'un côté, les transferts connectant ses fils, et au-dessus ses petits-fils entre eux etc.
- . de l'autre, en remontant la chaîne X...-U, l'ensemble des transferts externes connectant l'ensemble des objets internes au reste de l'univers.

Ainsi, ces objets ne sont pas connectés aux transferts ne figurant pas dans le sous-arbre principal : l'arbre des regroupements est un arbre de séparateurs.

Cette particularité sera bien évidemment exploitée pour la création d'une algorithmique parallélisée de la navette de résolution.

Nous allons retrouver les propriétés de structure en introduisant une notation commode pour étudier les connexions (couplages) du système.

Distance hiérarchique. Elle n'est définie strictement que pour deux noeuds  $x, y$  d'un même sous-arbre principal et est dans ce cas  $|N(x) - N(y)|$ .

V.3 .2 REPRESENTATION DE L'ARBRE DES REGROUPEMENTS

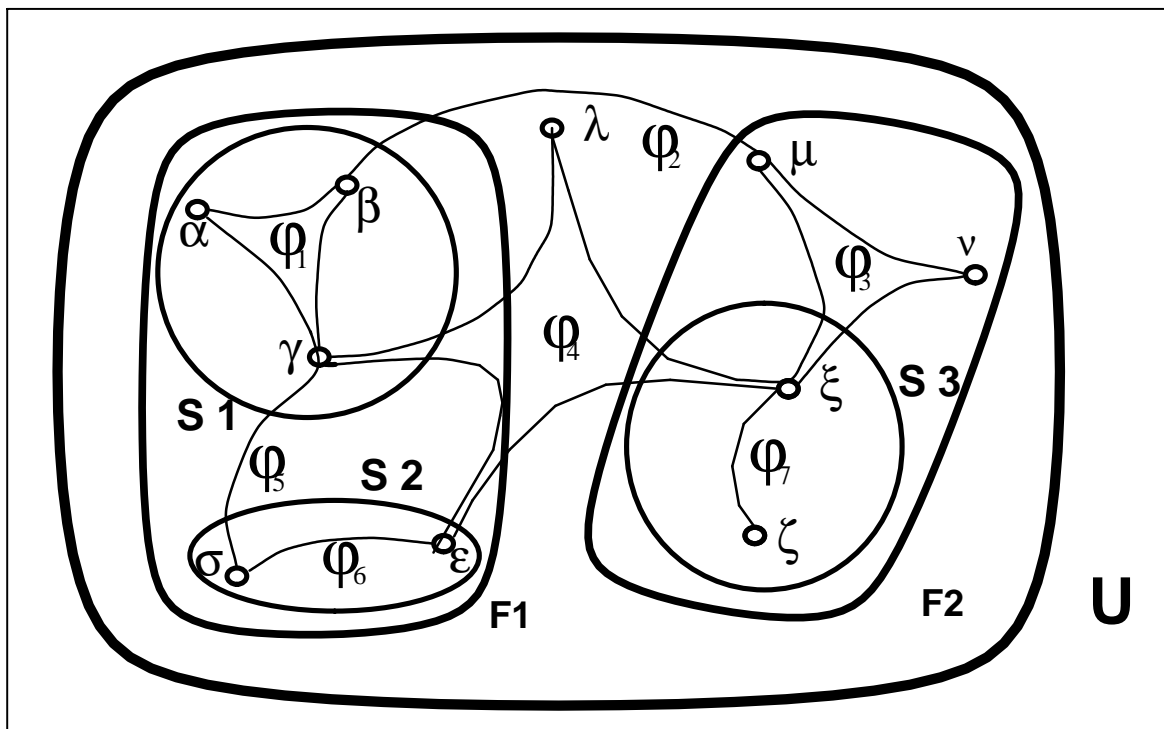


Figure V.12

L'idée étant de privilégier les niveaux d'objets, on donnera, suivant le cas de généralisation souhaité les représentations suivantes de l'arbre précédant : (fig V.12 ) ou encore (fig. V.13 ) :

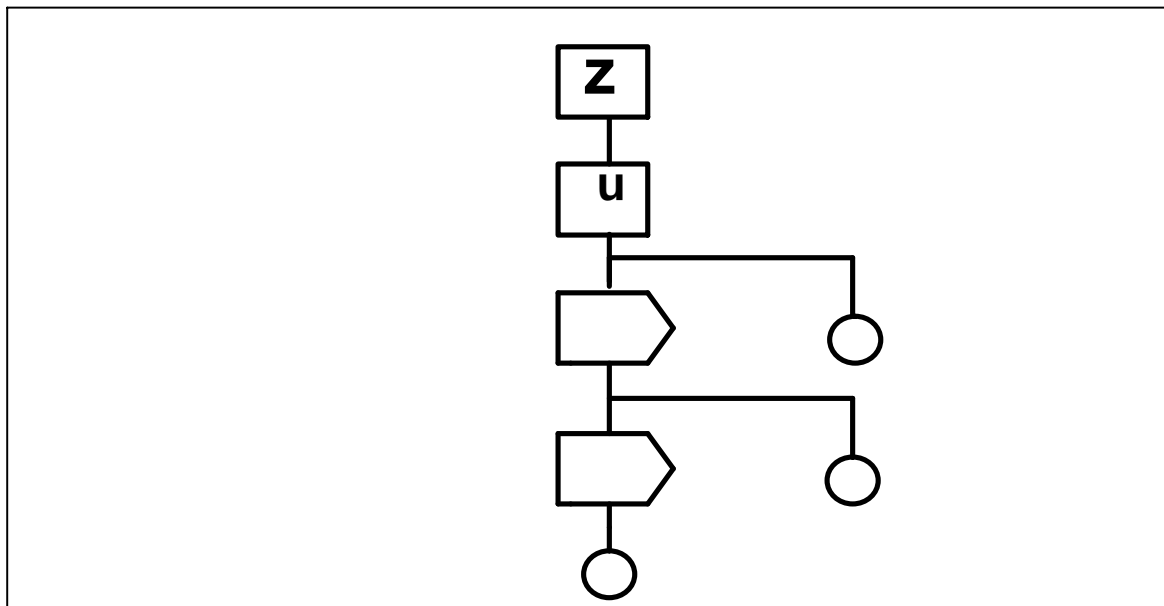


Figure V.13

Cette structure arborescente sera utilisée telle qu'elle pour construire les bases de donnée de ZOOM, grâce au gestionnaire ZEBRA.