Circulation induite par l'ozone dans la stratosphère

Observations Sur Terre, planète de rayon $a = 6400$ km et de rotation $\Omega = 7.27 \times 10^{-5}$ s^{-1}, les observations de la moyenne zonale $\overline{u}$ du vent zonal u dans la moyenne atmosphère (stratosphère et mésosphère)

- dénote un courant-jet vers l'est $\overline{u} > 0$ dans l'hémisphère d'hiver, dont l'amplitude croît avec l'altitude jusque dans la mésosphère puis décroît jusqu'à changer de signe vers la mésopause, devenant un courant-jet vers l'ouest.
- dénote un courant-jet vers l'ouest $\overline{u} < 0$ dans l'hémisphère d'été, dont l'amplitude croît avec l'altitude jusque dans la mésosphère puis décroît jusqu'à changer de signe vers la mésopause, devenant un courant-jet vers l'est.

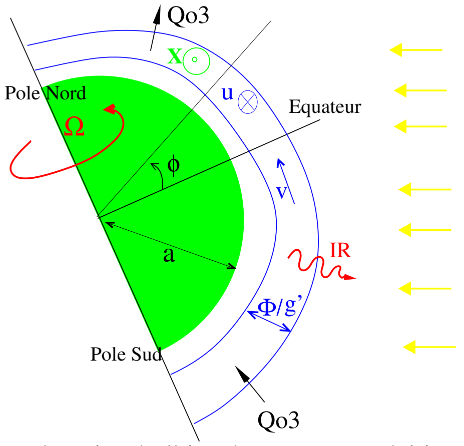
Conventions Ici on s'intéresse aux variations temporelles (coordonnée t) et latitudinales (coordonnée φ) de l'écoulement atmosphérique axisymétrique (appelé "écoulement moyen"). Autrement dit, on ne considère que les variations de la moyenne zonale $\overline{\mathcal{F}}(t,\varphi)$ des variables $\mathcal{F} \equiv u$ (vent zonal), $\mathcal{F} \equiv v$ (vent méridien), $\mathcal{F} \equiv \Phi$ (géopotentiel). Dans ce qui suit, la notation $\overline{\mathcal{F}}(t,\varphi)$ est implicite quand on écrit toute variable simplement $\mathcal{F}$.

Modèle adopté Pour décrire de manière idéalisée l'évolution temporelle de l'écoulement atmosphérique axisymétrique, et tenter de comprendre les mécanismes sous-jacents aux observations, on convoque l'approximation de couche mince pour obtenir en coordonnées sphériques le modèle de Saint-Venant qui se décline en les trois équations suivantes.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right) u - \left(2\,\Omega + \frac{u}{a\,\cos\varphi}\right) v\,\sin\varphi = \mathcal{X} \tag{1a}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right) v + \left(2\,\Omega + \frac{u}{a\,\cos\varphi}\right) u\,\sin\varphi + \frac{1}{a}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} = 0 \tag{1b}$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{a\,\cos\varphi}\frac{\partial \Phi\, v\,\cos\varphi}{\partial \varphi}\right) = \mathcal{Q} \tag{1c}$$



C'est un "modèle-jouet" (*toy model 1* du cours). Il s'agit d'une idéalisation volontaire de l'écoulement atmosphérique réel, dont l'objectif est de modéliser et d'expliquer de manière directe et tangible les mécanismes complexes sous-jacents aux observations. Une telle approche permet une résolution soit analytique, soit rapide sur un ordinateur personnel.

Forçages Le modèle fait intervenir deux forçages externes (toujours supposés exprimés en moyenne zonale) : un terme de forçage thermique (diabatique) $\mathcal{Q}$ et un terme de forçage dynamique (friction) $\mathcal{X}$. On s'intéresse principalement ici à la réponse stationnaire de l'atmosphère (lorsque $t \to \infty$) à ces forçages. En outre, on suppose que les réponses à ces forçages sont de suffisamment faibles amplitudes pour pouvoir être étudiées séparément (l'effet de $\mathcal{Q}$ est étudié dans le TD2 et l'effet de $\mathcal{X}$ dans le TD3) et pour que les termes non-linéaires puissent être négligés dans la plupart des cas.

1. Expliquer d'après le TD1 que le géopotentiel Φ : a) est équivalent à l'épaisseur de la couche fluide, b) est directement lié à la température T, c) permet d'exprimer les forces horizontales de pression.
2. Expliquer à quoi correspondent chacun des termes des équations 1.

1 Transformation du système d'équations

Il est proposé ici d'effectuer un changement de variables dans le système d'équations de Saint-Venant en utilisant la coordonnée $\mu = \sin\varphi$ et les variables $U = u\,\cos\varphi$ et $V = v\,\cos\varphi$.

1. Expliquer l'utilité de ce changement de variables.
2. Montrer que le changement de variables pour l'équation 1c conduit à

$$\boxed{\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{a}\frac{\partial \Phi V}{\partial \mu} = \mathcal{Q}}$$

3. Montrer que l'équation 1a peut se réécrire $\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)\, u \,\cos\varphi - 2\,\Omega\,\sin\varphi\,\cos\varphi\, v = \mathcal{X}\,\cos\varphi$ et le changement de variables pour l'équation 1a conduit donc à

$$\boxed{\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{V}{a}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right) U - 2\,\Omega\,\mu\, V = \mathcal{X}\,\sqrt{1-\mu^2}}$$

4. Montrer par une démarche similaire à l'équation 1a que le changement de variables pour l'équation 1b conduit à

$$\boxed{\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{V}{a}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right) V + 2\,\Omega\,\mu\, U + \frac{\mu}{1-\mu^2}\,\frac{U^2+V^2}{a} + \frac{1-\mu^2}{a}\,\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} = 0}$$

2 Effet dynamique du chauffage par l'ozone stratosphérique

On propose ici d'étudier l'effet sur l'écoulement moyen axisymétrique d'un forçage externe thermique $\mathcal{Q} \neq 0$ en l'absence de forçage externe dynamique (friction) $\mathcal{X} = 0$. Ce forçage externe thermique de l'atmosphère s'exprime comme suit

$$\mathcal{Q} = Q - Q_{\mathrm{s}} - \alpha\,(\Phi - \Phi_{\mathrm{s}})$$

Le terme de chauffage $Q(\mu)$ (en J) représente à une saison particulière la production d'ozone par photochimie qui réchauffe la stratosphère, particulièrement dans les hautes latitudes de l'hémisphère d'été. Le fluide au repos est défini par un géopotentiel $\Phi_{\mathrm{s}}(\mu)$ et par un écoulement atmosphérique inexistant $u_{\mathrm{s}} = 0$ et $v_{\mathrm{s}} = 0$. On définit une constante de relaxation thermique α et le forçage thermique au repos vérifie $Q_{\mathrm{s}}(\mu) = \alpha\,\Phi_{\mathrm{s}}(\mu)$.

1. Expliquer qualitativement l'affirmation suivante : *le chauffage provoqué par la production d'ozone induit une augmentation du géopotentiel* en liant l'augmentation de la température d'une couche de l'atmosphère et le géopotentiel.
2. Expliquer ce que représente le terme $\alpha\,(\Phi - \Phi_{\mathrm{s}})$ dans le forçage thermique $\mathcal{Q}$.
3. Expliquer d'après l'équation 1 de la section 1 le comportement de l'atmosphère si l'on supprime à la fois le chauffage Q par l'ozone et l'effet de la dynamique atmosphérique.
4. Trouver et justifier une équation simple pour exprimer l'équilibre radiatif (que l'on suppose vérifié par la suite).
5. Justifier que l'équation suivante est une bonne représentation des variations latitudinales du chauffage stratosphérique par l'ozone à une saison que l'on précisera.

$$Q - Q_{\mathrm{s}} = -Q_0\,\mu^3 \qquad \text{(où } Q_0 \text{ est une constante).}$$

6. Exprimer une équation pour Φ à l'équilibre radiatif et justifier l'affirmation à la question 1 de cette section.
7. Exprimer l'équilibre géostrophique d'après l'équation 4 de la section 1 et indiquer son domaine de validité selon μ.
8. Trouver une expression pour U en fonction de μ.
9. Discuter à partir de cette expression de U
   - de la dépendance de U envers l'amplitude du forçage Q_0, la rotation planétaire Ω, la relaxation thermique α ;
   - du signe de U dans chaque hémisphère dans le cas terrestre et de la conformité avec la circulation observée dans la stratosphère sur Terre.
10. Le modèle-jouet nous permet d'appréhender que sur Terre le chauffage par l'ozone est une cause plausible du courant-jet stratosphérique vers l'est (respectivement vers l'ouest) des moyennes latitudes de l'hémisphère d'hiver (respectivement d'été). Pourrait-il exister d'autres causes plausibles de ces courants-jets ? Est-ce que le modèle considéré ici peut s'étendre à d'autres planètes que la Terre ?