# Météorologie Dynamique

WAPE: Circulation générale de l'atmosphère et météorologie synoptique

François Lott et Aymeric Spiga

Exercice du cours7

## Propagations verticale des ondes de Kelvin dans une version du "Toy" model 4 incluant la compressibilit

On rappelle que les quations primitives dans le plan-bêta des rgions quatoriales s'crivent en coordonnes log-pression:

$$D_t u - \beta y v + \partial_x \Phi_e = 0 \tag{1a}$$

$$D_t v + \beta y u + \partial_y \Phi_e = 0 \tag{1b}$$

$$D_t \partial_z \Phi_e + N^2 w = 0 \tag{1c}$$

$$\partial_x u + \partial_y v + \rho_0^{-1} \partial_z \rho_0 w = 0 \tag{1d}$$

o la densit de rference $\rho_0$ est de la forme $\rho_0 = \rho_s e^{-z/H}$, $z$ tant la coordonne log-pression, $\rho_s$ une constante et $H$ une hauteur caractristique que l'on prendra aussi constante et gale $H = 7$km. Par simplicit on considre aussi que la frquence de Brunt Vaisala, $N^2$ est constante et que l'coulement de base est au repos. On cherche des solutions linaires de notre problme sous la forme

$$u' = \hat{u}(y) e^{z/2H} e^{i(kx+mz-\omega t)} \tag{2}$$

**1)** Montrer que nos perturbations satisfont le systme:

$$-i\omega\hat{u} - \beta y \hat{v} + ik\hat{\Phi} = 0 \tag{3a}$$

$$-i\omega\hat{v} + \beta y \hat{u} + \partial_y \hat{\Phi} = 0 \tag{3b}$$

$$-i\omega \left( im + \frac{1}{2H} \right) \hat{\Phi} + N^2 \hat{w} = 0 \tag{3c}$$

$$ik\hat{u} + \partial_y \hat{v} + \left( im - \frac{1}{2H} \right) \hat{w} = 0 \tag{3d}$$

**2)** Montrer que les quations (3c) et (3d) se rduisent à une unique quation

$$-i\omega\hat{\Phi} + gh\left(ik\hat{u} + \partial_y \hat{v}\right) = 0. \tag{4}$$

o $h$ est une constante que l'on explicitera.

**3)** En considrant que les cartes montres sur la Figure 1 reprsentent la structure classique d'une onde quatoriale se propageant dans la basse stratosphre quatoriale, dduire de la Figure 1c la valeur de $h$.

**4)** Justifier en partant de la Figure 1) que $\hat{v} = 0$. Dduire des quations que $\hat{\Phi} = c_x \hat{u}$, et de la Figure 1a) que la vitesse de phase $c_x = \omega/k$ est positive.

**5)** Dduire des quations que la vitesse de phase $c_x = \sqrt{gh} = c$, cette valeur est-elle confirme par la Figure 1b?

**6)** Etablir la relation de dispersion

$$\omega^2 = \frac{N^2 k^2}{m^2 + \frac{1}{4H^2}} \tag{5}$$

**7)** En utilisant un argument sur la vitesse de groupe, dduire de la figure 1c que notre onde se propage vers le haut.

**8)** Le fait que la Temprature soit maximale  l'equateur  $t = 0$ $\phi = 0$ (Fig. 1b) mais que le geopotentiel $\Phi'$ soit presque nul au mme point (Fig. 1a) vous tonne-t'il?

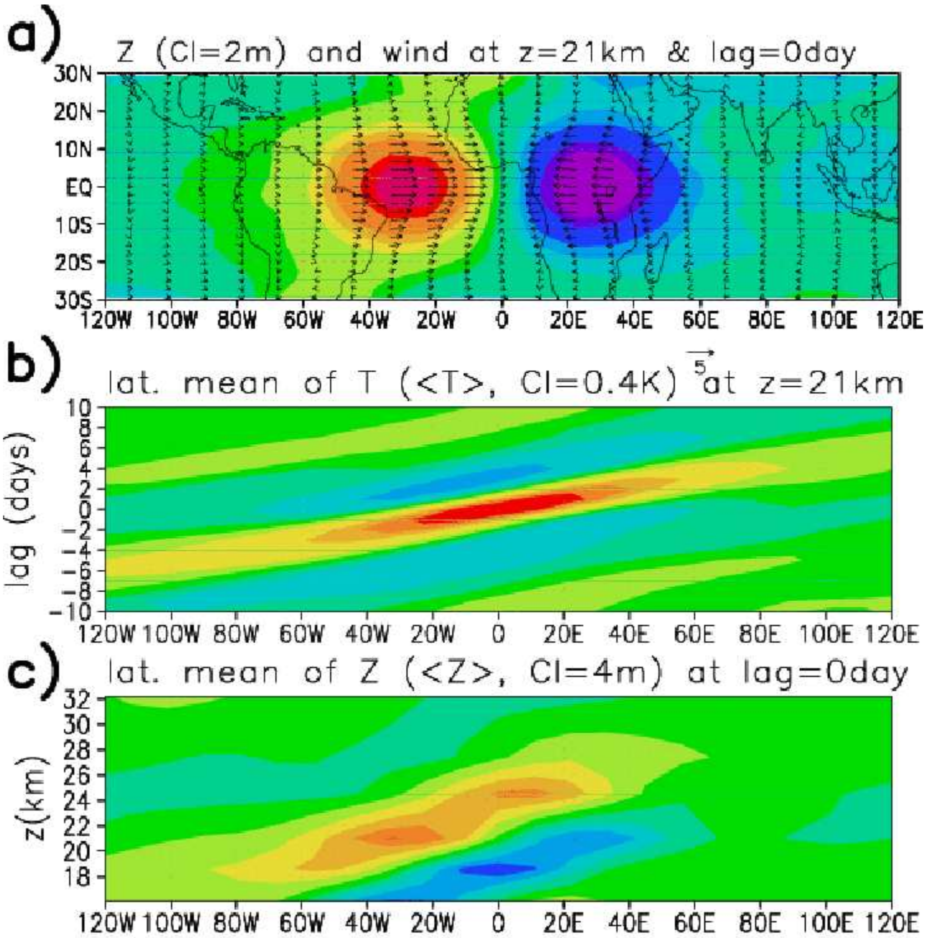


**Figure 1:** *Composites de champs correspondants aux passage d'une onde dans la basse stratosphre quatoriale. a) champ de gopotentiel et de vitesse  l'instant ou l'amplitude de l'onde en $T$ est maximale  l'Equateur  l'altitude $z = 21km$. b) Evolution du champ de $T'$  l'quateur en fonction du temps. c) Anomalie du Gopotentiel en fonction de la longitude et de l'altitude  l'instant ou l'amplitude de l'onde est maximale  $z = 21km$. Remarque: les composites sont construits  partir de jours t ou $Max(T, 0 < lambda < 360, \phi = 0, t)$ prsente un maximum. La longitude ou se produit un maximum en $T$  $z = 21km$ est variable d'une priode  l'autre, les cartes entrant dans les composites sont recentres pour que ce maximum soit localis en $\lambda = 0$  l'un instant $t$ o l'amplitude de la $T$ est maximum.*