

Météorologie Dynamique

WAPE: Circulation générale de l'atmosphère et météorologie synoptique

François Lott et Aymeric Spiga

Travaux dirigés du cours 8

Ondes de gravité en coordonnées log-pressure, déferlement

On propose d'étudier la propagation verticale d'une onde de gravité monochromatique bidimensionnelle, dont la longueur d'onde horizontale et la période sont:

$$L = 2\pi/k = 20\text{km}, \quad 2\pi/\omega = 5.5\text{hr}.$$

On considère de plus que la vitesse verticale maximum induite par cette onde à un niveau de référence $z = 0$ est donnée par la constante $w(0) = 1\text{mm/s}$. On se place dans le cadre de l'approximation Hydrostatique, et on prend pour coordonnée verticale l'altitude log-pressure:

$$z = H \log(p_r/p).$$

Dans cette expression, la hauteur de référence $H = 7\text{km}$ et $p_r = 1000\text{mb}$ est une pression de référence. On considère aussi que la fréquence de Brunt-Vaisala est constante:

$$N^2 = \Phi_{0zz} + \frac{\kappa}{H}\Phi_{0z} = \text{cte}.$$

Dans ce problème, on négligera l'effet de la rotation et on utilisera les équations bidimensionnelles:

$$\frac{Du}{Dt} + \partial_x \Phi_e = 0, \quad \frac{D\partial_z \Phi_e}{Dt} + N^2 w = 0, \quad u_x + \frac{(\rho_0 w)_z}{\rho_0} = 0$$

$$\text{où : } \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + w \frac{\partial}{\partial z}, \quad \rho_0 = \rho_s \exp(-z/H).$$

1) Lorsque le vent moyen de base $\bar{u}_0 = 0$, donner une équation pour la perturbation de la vitesse verticale w' induite par $w(0)$.

2) Chercher une solution de la forme:

$$w' = \Re \left\{ \hat{w}(0) e^{i(kx + mz - \omega t)} e^{z/2H} \right\}.$$

donner $\hat{w}(0)$ et la relation de dispersion liant m à k et ω .

3) Comment sont inclinées les lignes de phase constante pour une onde se propageant vers le haut?

4) Déterminer u' et la composante verticale du flux d'Eliassen Palm moyenné sur une longueur d'onde horizontale, $L = 2\pi/k$:

$$\bar{F}^z = \frac{1}{L} \int_0^L \rho_0 u' w' dx$$

5) Discuter le signe de \bar{F}^z pour des ondes se propageant vers le haut et en fonction de la vitesse de phase.

6) Déterminer Φ' .

7) A partir de quelle altitude rencontre-t'on des zones où $\Phi'_{zz} \approx -N^2$. De quoi s'agit-il?

- 8) Discuter l'effet qu'ont ces ondes sur l'écoulement moyen au dessus de cette altitude et en fonction de leur vitesse de phase.
- 9) Lorsque $\bar{u}_0 = \text{cte} > 0$ montrer que les résultats précédents s'adaptent en remplaçant ω par une fréquence intrinsèque que l'on définira.
- 10) En déduire que dans ce cas les ondes avec des vitesses de phase positives ont tendance à déferler plus bas que celles avec vitesses de phase négatives.