

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

## Motivation Générale

Les analyses statistiques occupent une place centrale en climatologie.

Pour des séries de données elles permettent d'établir si celles-ci sont imprévisibles (type bruit blanc), faiblement prévisibles grâce à un effet de mémoire (type bruit rouge), ou si elles contiennent des oscillations et deviennent en partie prévisibles avec quelques périodes d'avance.

La mise en évidence de ces oscillations indiqueraient que le climat est en partie prévisible, au delà de ce que prévoient les modèles opérationnels de la Météorologie.

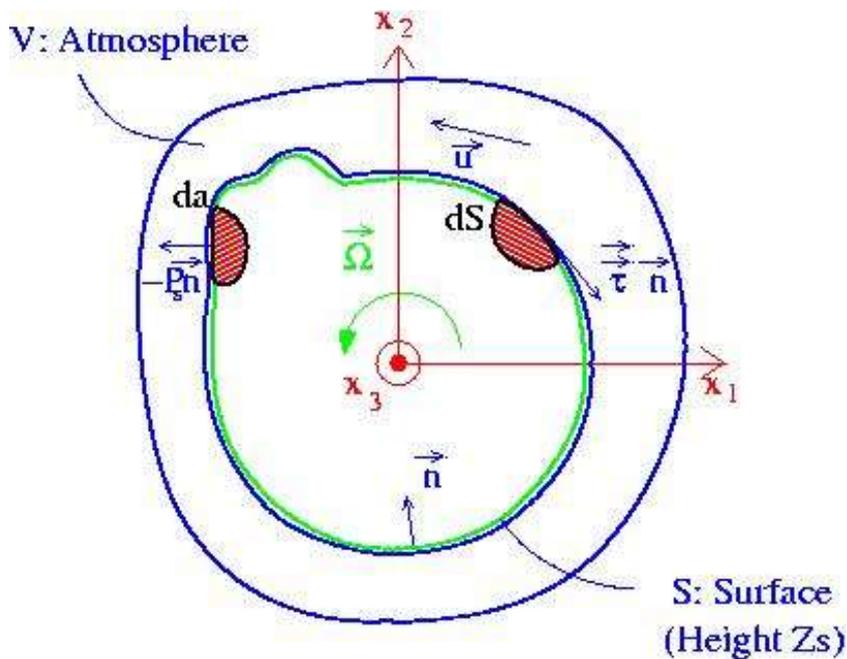
Nous proposons ici de préciser ces concepts sur le cas d'une donnée univarié, le « Moment Angulaire de l'Atmosphère ».

Quelques régressions de champs météorologiques sur ce type de variable sont aussi faites. Elles sont un premier exemple des analyses de données multivariés présentées dans le chapitre VII

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique (MAA, ou M)

La composante axiale du moment angulaire de l'Atmosphère,  $M=M_R+M_O$ :

$$\frac{d}{dt}(M_R + M_O) = T_M + T_B$$



**MAA de vent:**  $M_R = \int_V \rho r \cos\theta u dV$

**MAA de masse:**  $M_O = \int_V \rho \Omega r^2 \cos^2\theta dV$

**Couple du à la friction de couche limite:**  $T_B = \int_S r \cos\theta \tau dS$

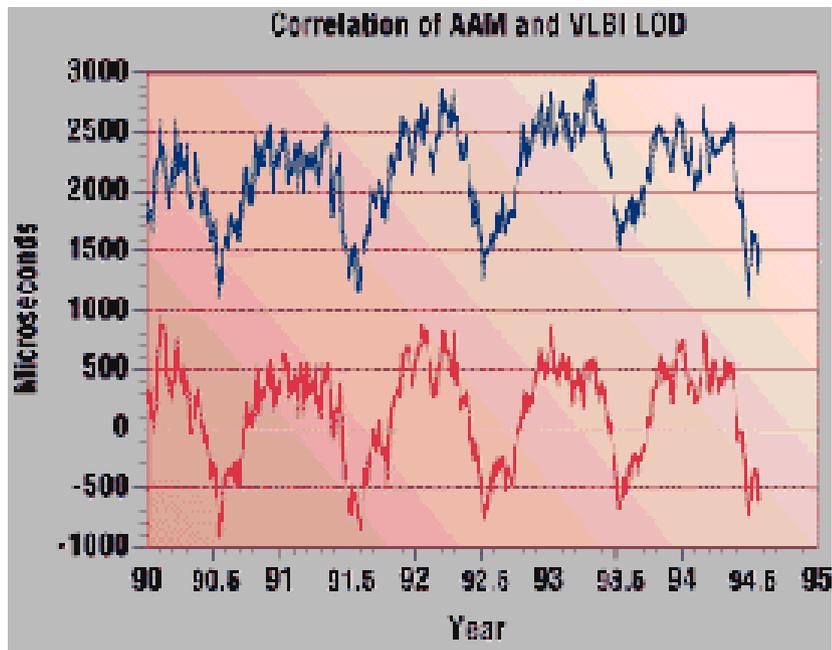
**Couple des montagnes:**  $T_M = -\int_S P_s \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} dS$

**Budget bien fermé avec les réanalyses du NCEP (1958-2003):  $r(dM/dt, T)=0.87$**

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

Lien avec la longueur du jour

## Longueur du jour et MAA (NASA dataset)

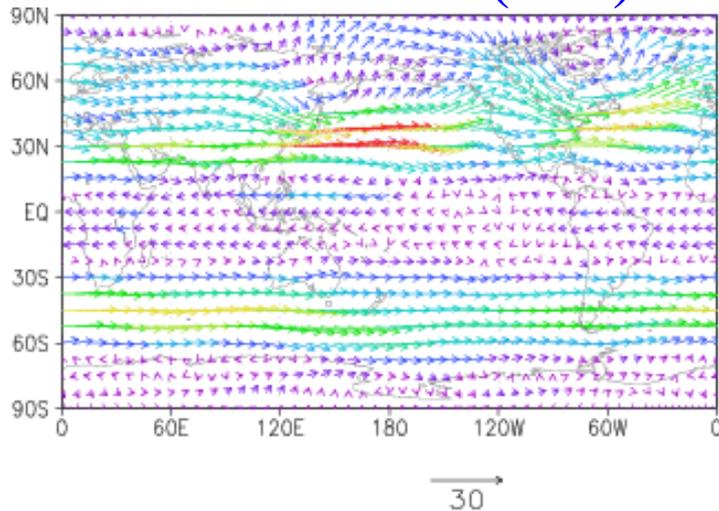


- M est une quantité dynamique globale, dont les variations sont directement liés à la longueur du jour (mesurée par satellites, ou par méthodes astronomiques)
- Aux périodes inférieures à quelques années, les variations de M sont liés aux grandes oscillations du système climatique.

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

## MAA de vent et vent barotrope

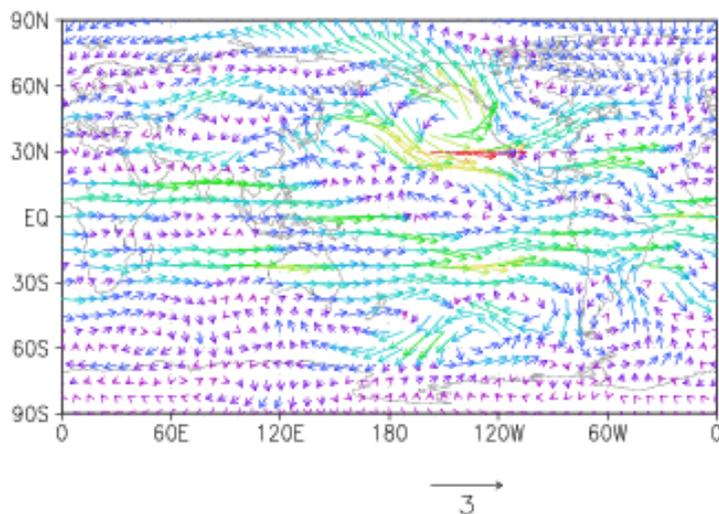
Données NCEP,  
mois d'Hiver (DJF)



$$M_R = \int_V \rho r \cos\theta u dV$$

Moyenne d'hiver du vent barotrope ( $\vec{u}_b$ )

$$\vec{u}_b = \int_h^\infty \rho \vec{u} dz$$



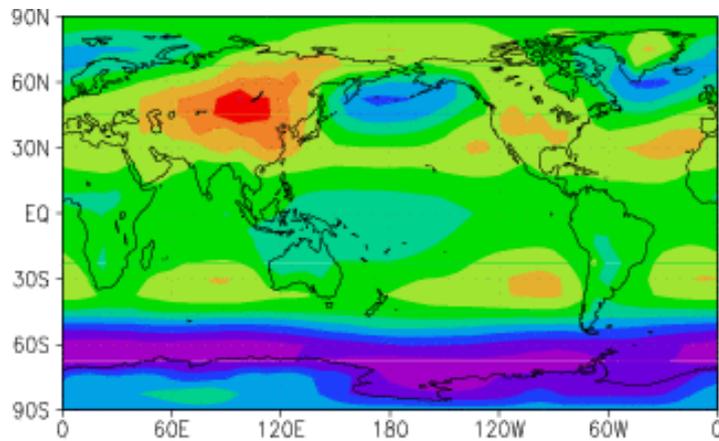
Regression du vent barotrope ( $\vec{u}_b$ )  
sur les variations du MAA de vent  
( $M_R$ )

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

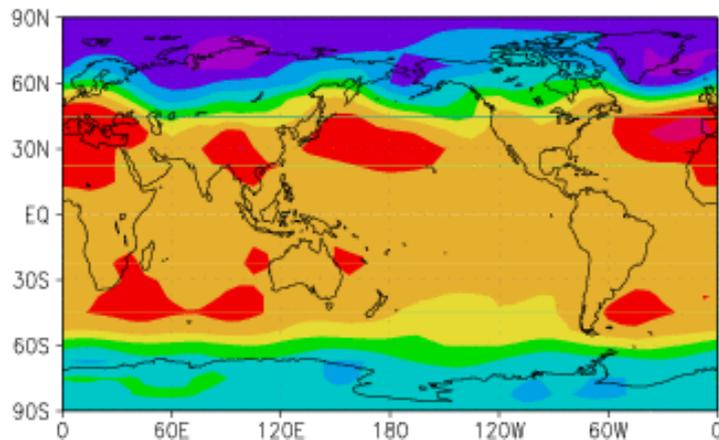
MAA de masse et Pression au sol (masse de la colonne d'atmosphère)

Données NCEP,  
mois d'Hiver (DJF)

$$M_o = \int_V \rho \Omega r^2 \cos^2 \theta dV$$



**Moyenne de la pression au niveau de la mer ( $P_M$ )**



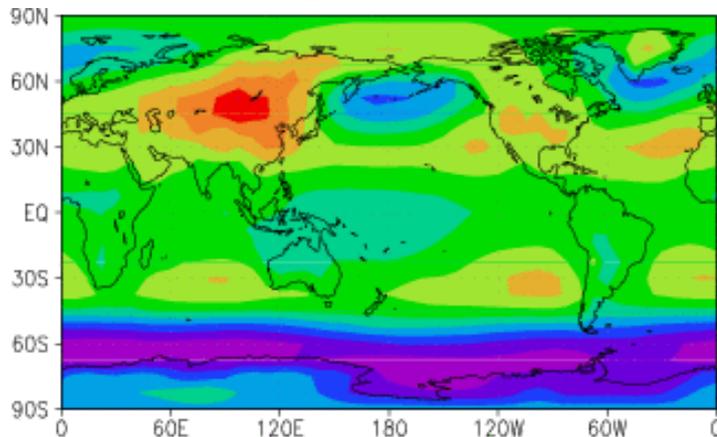
**Regression des variations de  $P_M$  sur les variations du moment angulaire de masss ( $M_o$ )**

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

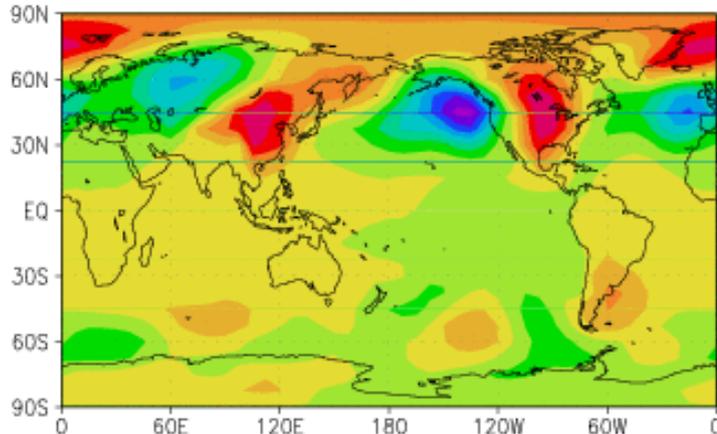
## Couple des montagnes et pression au sol

Données NCEP,  
mois d'Hiver (DJF)

$$T_M = - \int_S P_S \frac{\partial Z_S}{\partial \lambda} dS$$



**Moyenne de la pression au niveau de la mer ( $P_M$ )**

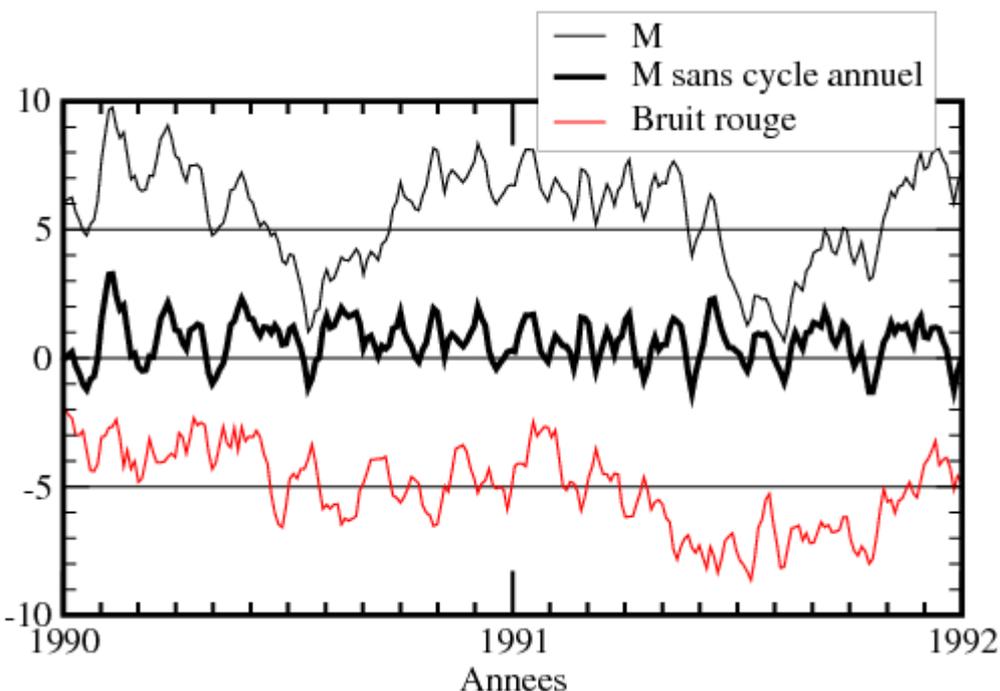


**Regression des variations de  $P_M$  sur les variations du couple des montagnes ( $T_M$ )**

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

Evidence qu'il existe des oscillations intrasaisonnieres de  $M$

Données NCEP,  
moyennées sur trois jours



Hypothèse nulle (**Bruit rouge**):  $M$  est un processus stochastique:

$$M_s^{t+3} = \underbrace{aM_s^t}_{\text{Mémoire}} + \underbrace{Z^t}_{\text{Bruit blanc}}$$

Il s'agit d'estimer si l'évolution de  $M$  diffère de celle d'un processus auto-regressif d'ordre 1 (Chaine de Markov)  $M_s$ :

$$M_s^{t+3} = aM_s^t + Z^t$$

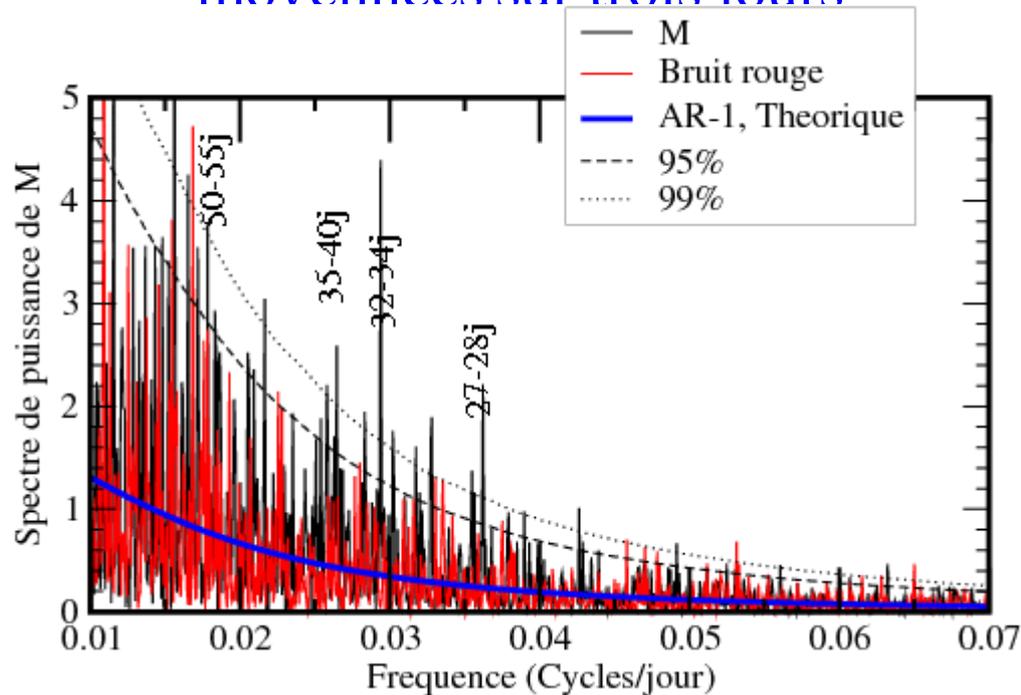
1.  $a$  est évaluée à partir de la covariance croisée de  $M$  à 0 jour et 3 jours: la covariance de  $M_s$  est égale à celle de  $M$ .
2. L'amplitude du bruit blanc,  $Z^t$  est évaluée de façon à ce que  $M_s$  et  $M$  aient la même variance.

UN TEL PROCESSUS STOCHASTIQUE  
NE CONTIENT PAS D'OSCILLATIONS  
(contrairement à un processus d'ordre plus  
élevé).

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

## Le Périodogramme de M

Données NCEP,  
moyennées sur trois jours



Périodogramme de M:  $\hat{M}\hat{M}^*$   
 $\hat{M}$ : Coefficient de Fourier de M:

$$\hat{M}^k = \sum_{n=1}^{n=N} M^n e^{i2\pi \frac{k-1}{N}n}$$

Les périodogrammes sont très bruités.

En particulier, le périodogramme du bruit rouge présente une très forte variabilité autour du spectre du bruit rouge (qui s'évalue très simplement).

Les défauts du périodogramme appliqué à une série réelle:

- 1) Le niveau de bruit du périodogramme est tel, que celui-ci donne une très mauvaise approximation du spectre de la série étudiée.
- 2) Chaque pic contient très peu d'énergie (Th. de Shannon), et donc très peu d'information climatique.

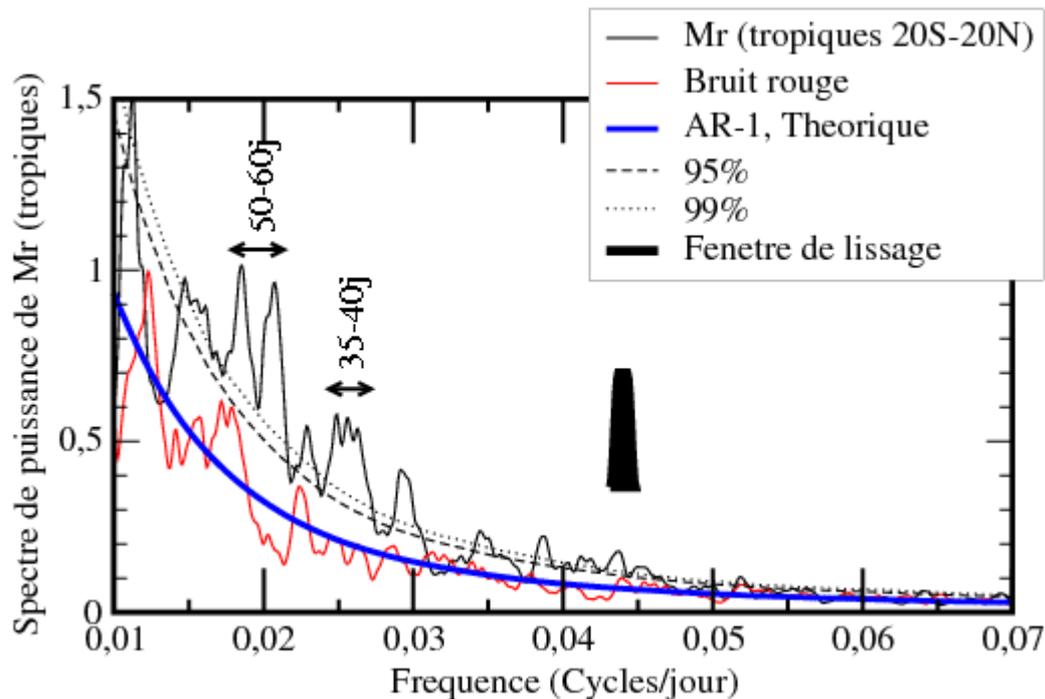
Les niveaux de significativité sont faits par une méthode de Monte-Carlo:

500 Bruits rouges ressemblant à notre série sont générés et leurs Périodogrammes sont évalués. Pour chaque fréquence, on détermine alors le niveau que ne dépasse les bruits rouges que dans 1% (5%) des cas.

Si le Périodogramme de M dépasse ce seuil, alors il est différent d'un bruit rouge, et le niveau de confiance que l'on peut donner à cette affirmation est de 99% (95%)

# III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

Le filtrage du Périodogramme pour obtenir une meilleure estimation du Spectre de M



Pour des périodes comprises entre 30 et 60 jours  
le spectre des données présente des valeurs  
significatives  
à plusieurs périodes.

Ces périodes correspondent à celles de l'Oscillation  
Tropicale de Madden-Julian (cf. Chapitre IV)

Pour obtenir une meilleure estimation  
du Spectre des données on lisse  
sur quelques périodes le Périodogramme

Cela revient à moyenniser les valeurs de quelques  
pics spectraux adjacents et donc de réduire  
la variance de l'estimateur du Spectre  
(cf. théorème de la limite centrale)

Avantage: élargit la largeur des pics  
Inconvénient: diminue la résolution spectrale

Les intervalles de confiance se font pas  
méthode de Monte Carlo, en appliquant  
aux périodogrammes des 500 bruits  
rouges le même lissage qu'aux données