

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

Motivation Générale

Les analyses statistiques occupent une place centrale en climatologie.

Pour des séries de données elles permettent d'établir si celles-ci sont imprévisibles (type bruit blanc), faiblement prévisibles grâce à un effet de mémoire (type bruit rouge), ou si elles contiennent des oscillations et deviennent en partie prévisibles avec quelques périodes d'avance.

La mise en évidence de ces oscillations indiqueraient que le climat est en partie prévisible, au delà de ce que prévoient les modèles opérationnels de la Météorologie.

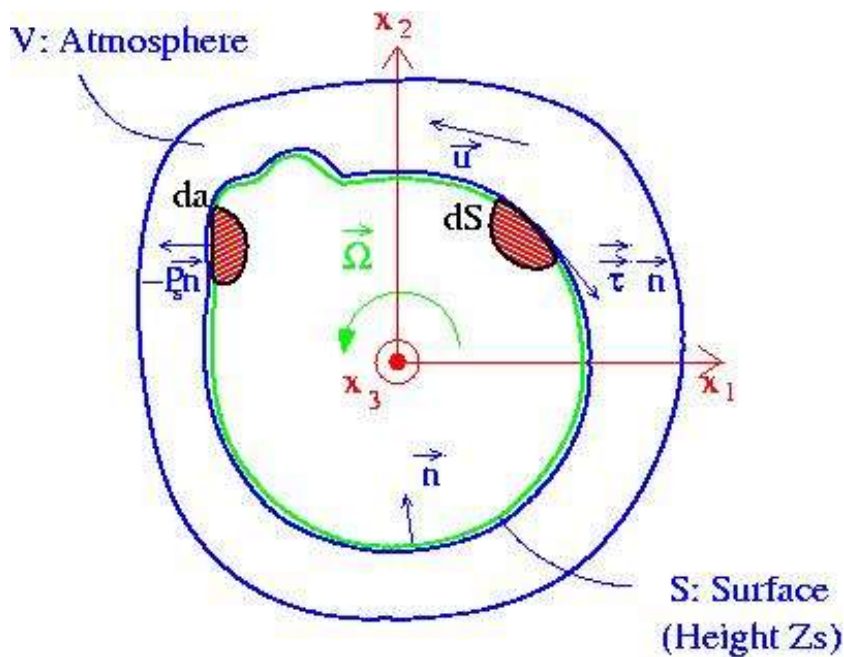
Nous proposons ici de préciser ces concepts sur le cas d'une donnée univariée, le « Moment Angulaire de l'Atmosphère ».

Quelques régressions de champs météorologiques sur ce type de variable sont aussi faites. Elles sont un premier exemple des analyses de données multivariées présentées dans le chapitre VII

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique (MAA, ou M)

La composante axiale du moment angulaire de l'Atmosphère, $M=M_R+M_O$:

$$\frac{d}{dt}(M_R + M_O) = T_M + T_B$$



MAA de vent: $M_R = \int_V \rho r \cos\theta u dV$

MAA de masse: $M_O = \int_V \rho \Omega r^2 \cos^2\theta dV$

Couple du à la friction de couche limite: $T_B = \int_S r \cos\theta \tau dS$

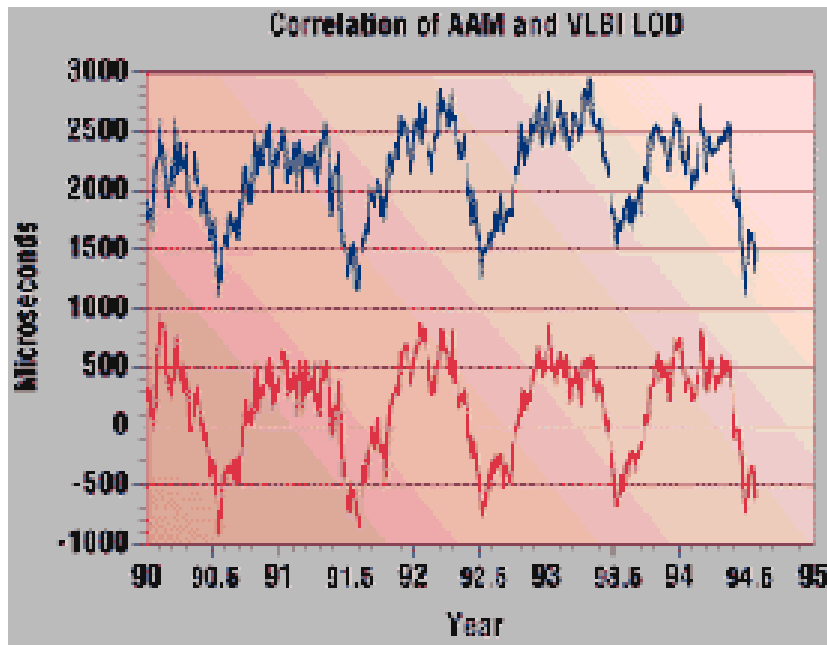
Couple des montagnes: $T_M = -\int_S P_s \frac{\partial Z_s}{\partial \lambda} dS$

Budget bien fermé avec les réanalyses du NCEP (1958-2003): $r(dM/dt, T)=0.87$

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

Lien avec la longueur du jour

Longueur du jour et MAA (NASA dataset)

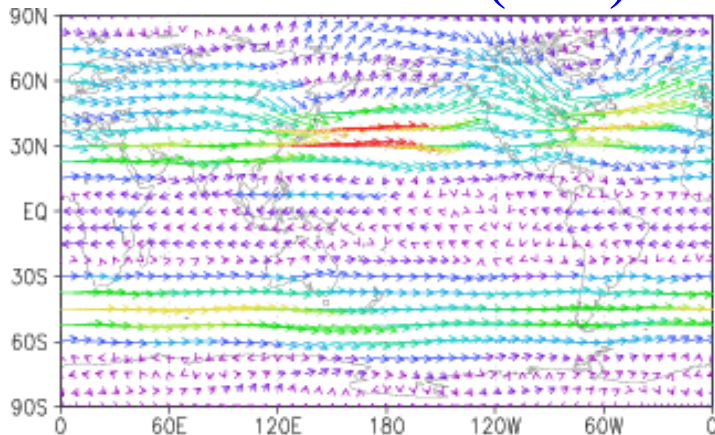


- M est une quantité dynamique globale, dont les variations sont directement liés à la longueur du jour (mesurée par satellites, ou par méthodes astronomiques)
- Aux périodes inférieures à quelques années, les variations de M sont liés aux grandes oscillations du système climatique.

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

MAA de vent et vent barotrope

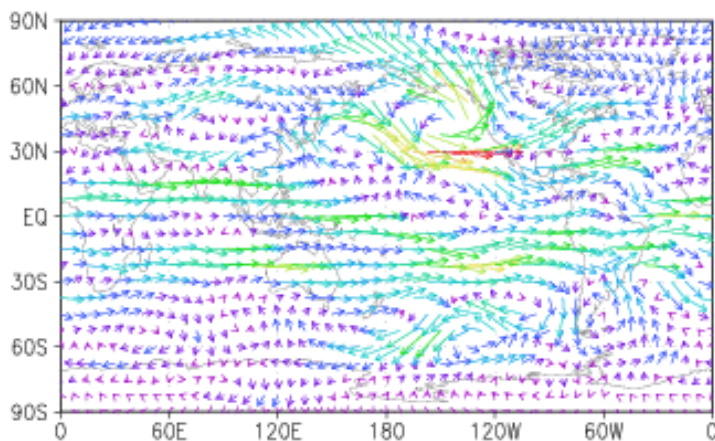
Données NCEP,
mois d'Hiver (DJF)



$$M_R = \int_V \rho r \cos\theta u dV$$

Moyenne d'hiver du vent barotrope (\vec{u}_b)

$$\vec{u}_b = \int_h^\infty \rho \vec{u} dz$$



Regression du vent barotrope (\vec{u}_b)
sur les variations du MAA de vent

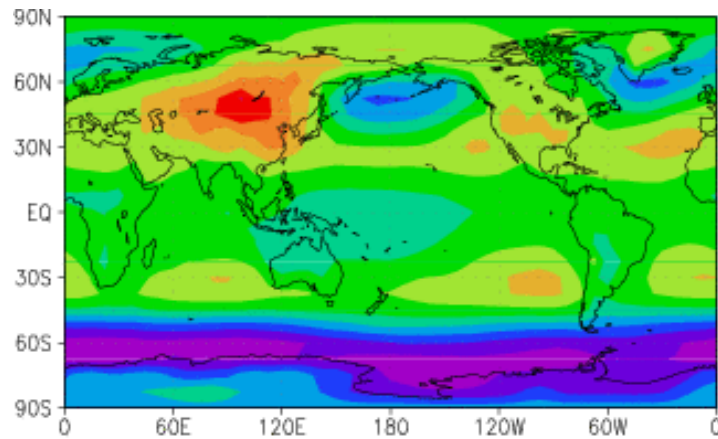
(M_R)

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

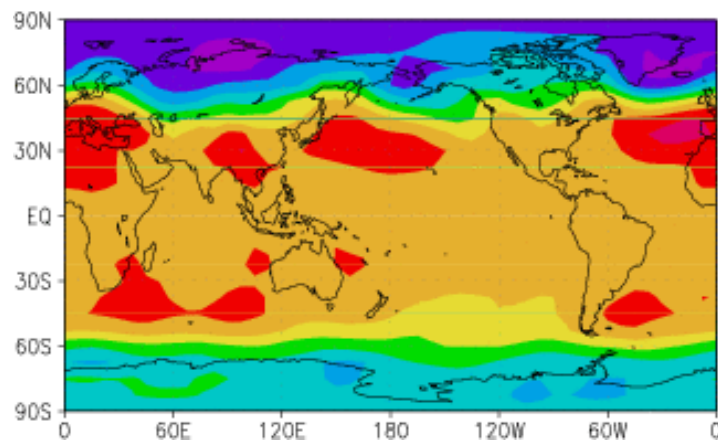
MAA de masse et Pression au sol (masse de la colonne d'atmosphère)

Données NCEP,
mois d'Hiver (DJF)

$$M_o = \int_V \rho \Omega r^2 \cos^2 \theta dV$$



Moyenne de la pression au niveau de la mer (P_M)



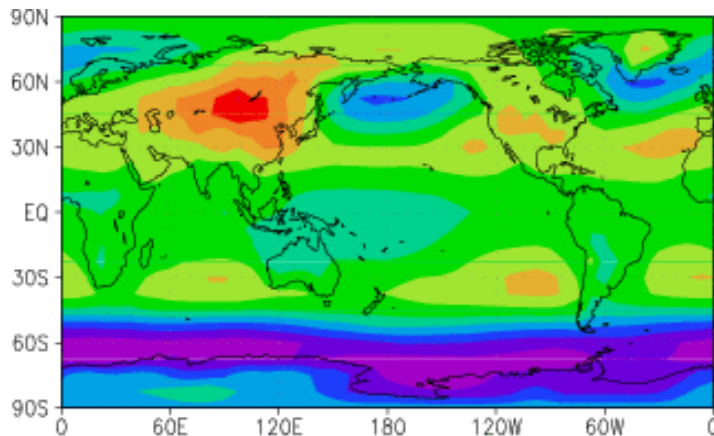
Regression des variations de P_M sur les variations du moment angulaire de masss (M_o)

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

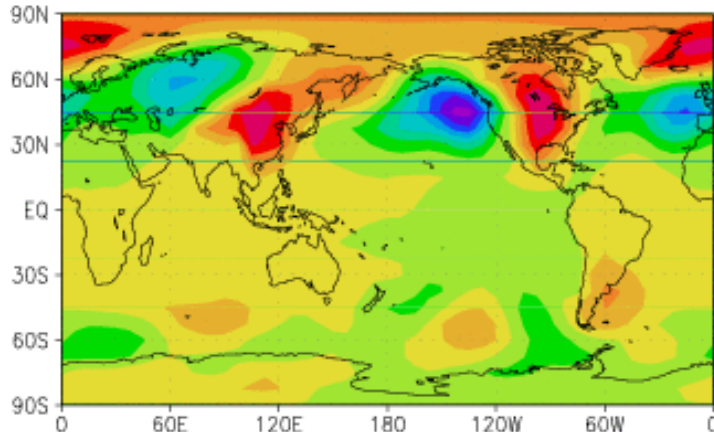
Couple des montagnes et pression au sol

Données NCEP,
mois d'Hiver (DJF)

$$T_M = - \int_S P_S \frac{\partial Z_S}{\partial \lambda} dS$$



Moyenne de la pression au niveau de la mer (P_M)

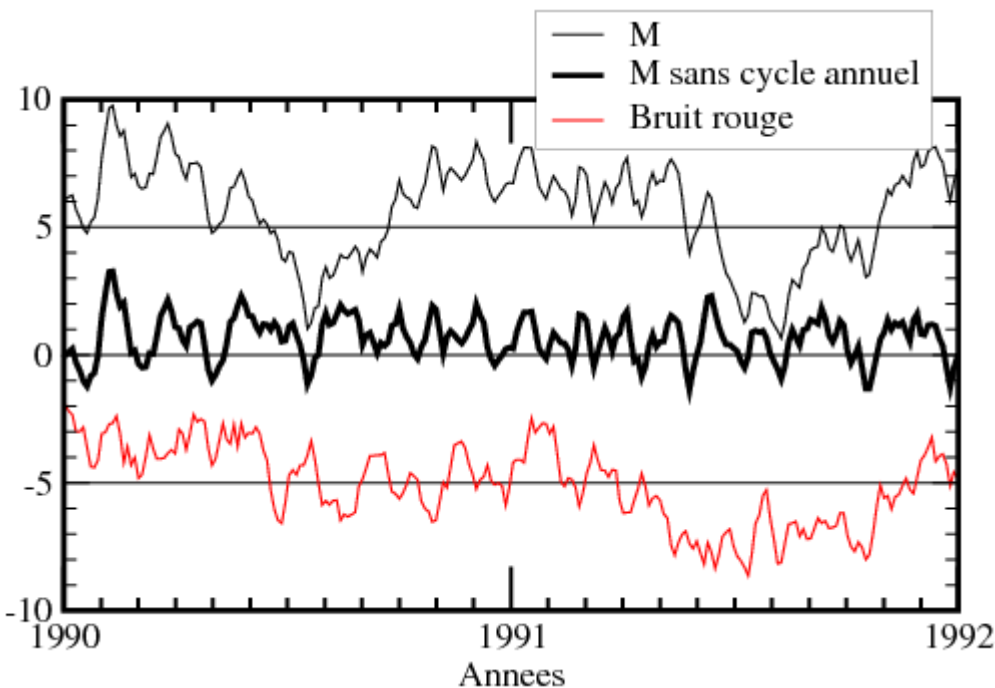


Regression des variations de P_M sur les variations du couple des montagnes (T_M)

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

Evidence qu'il existe des oscillations intrasaisonnieres de M

Données NCEP,
moyennées sur trois jours



Hypothèse nulle (**Bruit rouge**): M est un processus stochastique:

$$M_s^{t+3} = \underbrace{aM_s^t}_{\text{Mémoire}} + \underbrace{Z^t}_{\text{Bruit blanc}}$$

Il s'agit d'estimer si l'évolution de M diffère de celle d'un processus auto-regressif d'ordre 1 (Chaine de Markov) M_s :

$$M_s^{t+3} = aM_s^t + Z^t$$

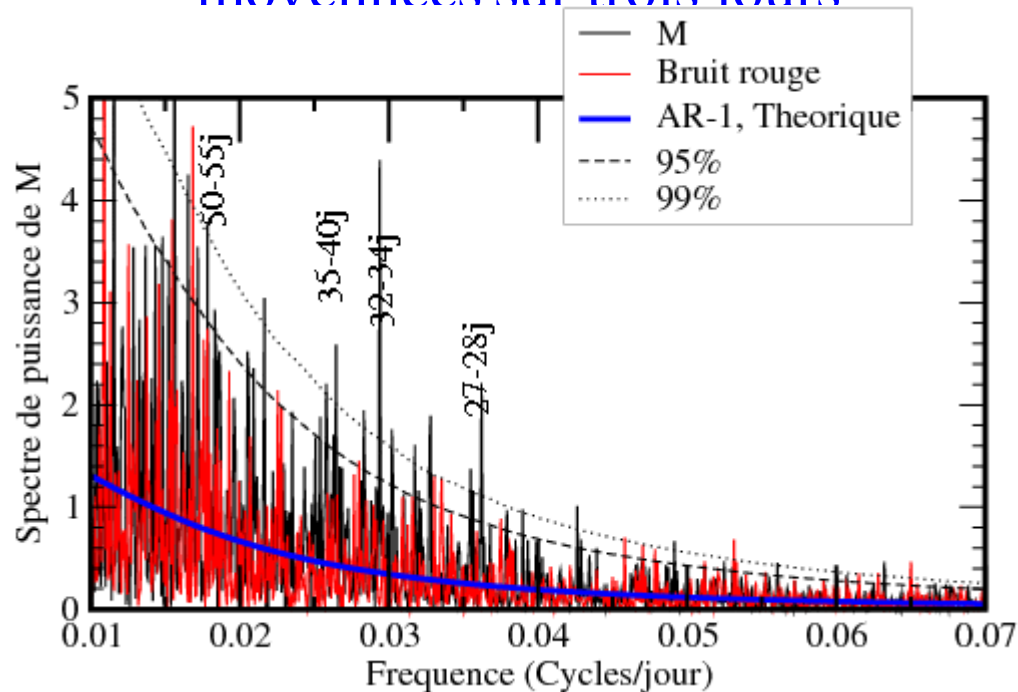
1. a est évaluée à partir de la covariance croisée de M à 0 jour et 3 jours: la covariance de M_s est égale à celle de M .
2. L'amplitude du bruit blanc, Z^t est évaluée de façon à ce que M_s et M aient la même variance.

UN TEL PROCESSUS STOCHASTIQUE
NE CONTIENT PAS D'OSCILLATIONS
(contrairement à un processus d'ordre plus
élevé).

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

Le Périodogramme de M

Données NCEP,
moyennées sur trois jours



Périodogramme de M: $\hat{M}\hat{M}^*$
 \hat{M} : Coefficient de Fourier de M:

$$\hat{M}^k = \sum_{n=1}^{n=N} M^n e^{i2\pi \frac{k-1}{N} n}$$

Les périodogrammes sont très bruités.

En particulier, le périodogramme du bruit rouge présente une très forte variabilité autour du spectre du bruit rouge (qui s'évalue très simplement).

Les défauts du périodogramme appliqué à une série réelle:

- 1) Le niveau de bruit du périodogramme est tel, que celui-ci donne une très mauvaise approximation du spectre de la série étudiée.
- 2) Chaque pic contient très peu d'énergie (Th. de Shannon), et donc très peu d'information climatique.

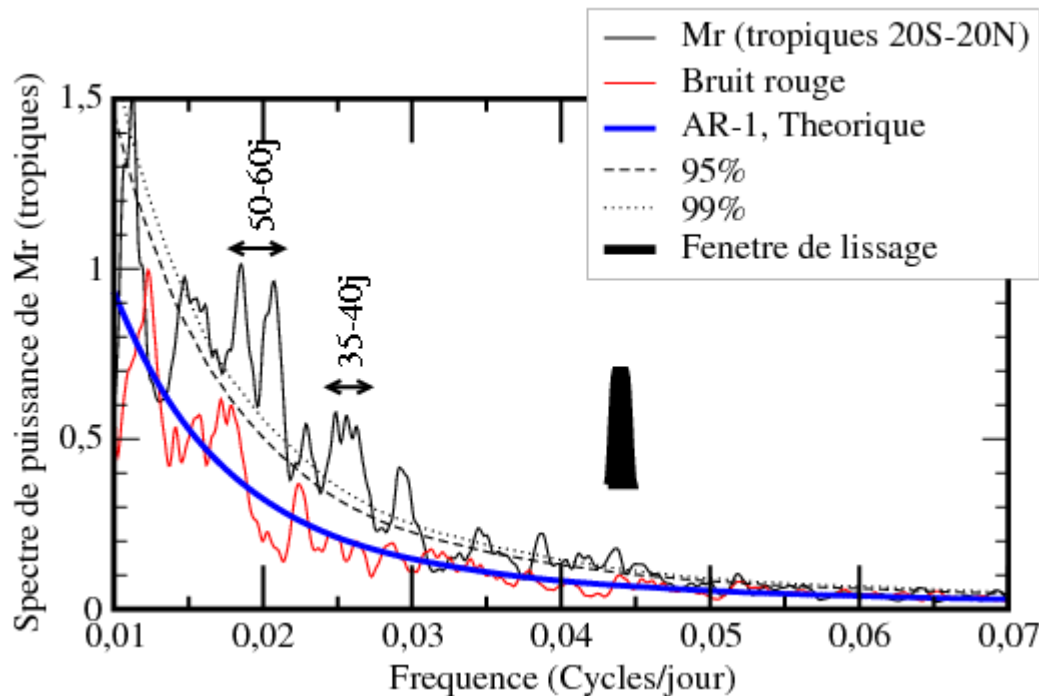
Les niveaux de significativité sont faits par une méthode de Monte-Carlo:

500 Bruits rouges ressemblant à notre série sont générés et leurs Périodogrammes sont évalués. Pour chaque fréquence, on détermine alors le niveau que ne dépasse les bruits rouges que dans 1% (5%) des cas.

Si le Périodogramme de M dépasse ce seuil, alors il est différent d'un bruit rouge, et le niveau de confiance que l'on peut donner à cette affirmation est de 99% (95%)

III.1) Analyses spectrales du Moment Angulaire Atmosphérique

Le filtrage du Périodogramme pour obtenir une meilleure estimation du Spectre de M



Pour des périodes comprises entre 30 et 60 jours le spectre des données présente des valeurs significatives à plusieurs périodes.

Ces périodes correspondent à celles de l'Oscillation Tropicale de Madden-Julian (cf. Chapitre IV)

Pour obtenir une meilleure estimation du Spectre des données on lisse sur quelques périodes le Périodogramme

Cela revient à moyenner les valeurs de quelques pics spectraux adjacents et donc de réduire la variance de l'estimateur du Spectre (cf. théorème de la limite centrale)

Avantage: élargit la largeur des pics
Inconvénient: diminue la résolution spectrale

Les intervalles de confiance se font pas méthode de Monte Carlo, en appliquant aux périodogrammes des 500 bruits rouges le même lissage qu'aux données