MU065 Dynamique de l'Atmosphère

TD N°1: Vent à l'équilibre

On s'intéresse à différentes causes d'un écart entre le vent réel et le vent géostrophique, dans le cas d'un équilibre entre les différentes forces.
Rappel : repère de Freinet Pour une parcelle ayant une trajectoire de rayon de courbure R et une vitesse de module V, le repère de Freinet se compose en tout point de la trajectoire du vecteur $\hat{e}_t$ tangent à la trajectoire, et du vecteur $\hat{e}_n$ normal à la trajectoire et tel que $(\hat{e}_t, \hat{e}_n, \hat{k})$ soit direct. La vitesse de la parcelle dans ce repère est

$$\vec{V} = V\,\hat{e}_t$$

L'accélération $\frac{d\vec{V}}{dt}$ peut se décomposer en deux composantes normale et tangentielle :

$$\begin{cases} a_n = & \dfrac{V^2}{R} \\ a_t = & \dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \dfrac{\partial V}{\partial s} \end{cases}$$

Avec s l'abscisse curviligne mesurant la distance le long de la trajectoire. Le rayon de courbure est tel que $\frac{\mathrm{d}\hat{e}_t}{\mathrm{d}s} = \frac{1}{R}\hat{e}_n$. Il est négatif pour une trajectoire anticyclonique (sens trigonométrique indirect). On appelle force centrifuge l'opposée de l'accélération normale.

I Effet de la friction

On peut représenter l'effet moyen de la turbulence près de la surface sur le vent à grande échelle par une force de frottement fluide : $\vec{F} = -\alpha\vec{V}$.

1. Représenter sur un schéma le vecteur vitesse horizontale du vent en un point (Hémisphère Nord), puis les forces de Coriolis et de friction, enfin la force de pression. En déduire l'aspect des lignes isobares.

2. On note θ l'angle entre la direction du vent et les isobares. En projetant sur des axes appropriés, trouver une relation entre θ, f et α, puis entre la vitesse du vent réel et celle du vent géostrophique.

3. En déduire (faire un schéma) l'aspect de la circulation près de la surface autour d'une dépression ou d'un anticyclone circulaires. Indiquer la direction du vent réel en quelques points de la carte.

II Vent du gradient

On considère un écoulement stationnaire, sans friction. Les trajectoires ont un rayon de courbure R. Le gradient de pression s'écrit dans le repère de Freinet

$$\left(\frac{\partial P}{\partial s}, \frac{\partial P}{\partial n}\right)$$

Dans chacun des cas suivants, on représentera sur un schéma la trajectoire de la parcelle et les forces de pression, Coriolis et centriguge.

1. Projeter l'équation du mouvement sur les directions $\hat{e}_t$ et $\hat{e}_n$.
2. *Oscillations inertielles* On se place dans le cas où le gradient de pression horizontal est nul. Montrer que le module de la vitesse d'une parcelle reste constant au cours du temps
3. Donner le rayon de courbure de la trajectoire en fonction de f et V. En combien de temps la parcelle parcourt un cercle complet ?
4. Trouver les solutions générales de l'équation du mouvement sur la direction $\hat{e}_n$.
5. *Équilibre cyclostrophique* Étudier le cas limite f négligeable. Quel type de mouvement est possible ?
6. Application numérique : on considère des isobares circulaires de centre O situé à 45°N. La pression à une distance R de O est supérieure de 10 hPa par rapport à la pression en O. Calculer la vitesse du vent à l'équilibre géostrophique pour R=1000 km. Faire ensuite le calcul pour R=100 km et f=$10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ (cas d'un cyclone tropical). Quelle est la vitesse du vent à l'équilibre cyclostrophique dans le deuxième cas ? Que vaut le nombre de Rossby dans chaque cas ?
7. *Cas général* Déterminer les différentes solutions générales acceptables (on doit toujours avoir $V > 0$). Les distinguer suivant le signe de R et de $\partial_n P$.
8. Discuter : quels sont les mouvements possibles, et dans quelles conditions, autour d'une haute pression ? D'une basse pression ?