Année 2011-2012

MU065 Dynamique de l'Atmosphère

TD N°3: Ajustement Géostrophique

Dans tout le TD on se place en plan f (effets de β négligés), et on utilise les coordonnées pression.

I Préliminaire : vent agéostrophique

On définit le vent agéostrophique par : $\vec{v}_a = \vec{v} - \vec{v}_g$. L'équation du mouvement horizontal s'écrit alors :

$$\frac{\mathrm{d_g} \vec{v}_g}{\mathrm{d}t} = -f_0 \hat{k} \wedge \vec{v}_a \qquad \text{avec} \qquad \vec{v}_g = \frac{1}{f_0} \hat{k} \wedge \overrightarrow{\mathrm{grad}}_p\, \phi$$

Montrer que le vent agéostrophique peut s'écrire comme une somme de deux termes :

$$\vec{v}_a = \frac{1}{f_0} \hat{k} \wedge \left(\vec{v}_g \cdot \nabla\right) \vec{v}_g - \frac{1}{f_0^2} \overrightarrow{\mathrm{grad}}_p \left(\partial_t \phi\right) \tag{1}$$

II Vent isallobarique, dépression thermique

On considère une colonne d'air comprise entre la surface et la tropopause. À l'instant initial, l'atmosphère est au repos, sans gradients horizontaux. La colonne subit un chauffage diabatique ($\dot{q} > 0$) à partir de cet instant. On suppose d'abord le vent nul au départ.

1. A quoi est égale la dérivée de la température $\partial_t T$ à l' instant initial ?
2. On considère deux niveaux de pression fixés p_1 et p_2. Montrer que la température moyenne
$$\langle T \rangle = \frac{\int_{p_1}^{p_2} T \,\mathrm{dln}\, P}{\ln\left(p_2/p_1\right)}$$
entre ces deux niveaux augmente ($\partial_t \langle T \rangle > 0$).
3. Toujours à l'instant initial, montrer en utilisant l'équation de continuité que la pression en surface p_s est stationnaire ($\partial_t p_s = 0$).
4. Exprimer le géopotentiel $\phi(p)$ en fonction de p_s et de la température moyenne entre p et p_s. En déduire que ϕ augmente dans la colonne par rapport à l'extérieur ($\partial_t \phi > 0$).
5. On cherche maintenant à déterminer la circulation en réponse aux évolutions de T et ϕ. En utilisant l'équation (1), tracer l'aspect du vent agéostrophique à juste après l'instant initial (on a donc toujours $\vec{v}_g = \vec{0}$). Quelle sera l'impact de $\vec{v}_a$ sur le vent géostrophique en réponse ?

6. Quel est le signe de la divergence horizontale du vent agéostrophique dans la colonne ? Toujours avec $\vec{v}_a = \vec{0}$, montrer que

$$\operatorname{div} \vec{v}_a = -\frac{1}{f_0^2} \Delta \left(\partial_t \phi \right)$$

7. On suppose la vitesse verticale ω nulle à la tropopause. En intégrant verticalement l'équation de continuité jusqu'à un niveau p, déterminer le signe de la vitesse verticale dans la colonne. Quel sera l'effet de ω sur la température moyenne ? Sur les anomalies de ϕ par rapport à l'extérieur ?
8. En intégrant l'équation de continuité jusqu'à la surface, montrer que la pression à la surface va diminuer.

III Diffluence d'un jet.

On considère un écoulement stationnaire : un jet zonal, de largeur L_y=1000 km, centré à 45°N (y=0) et à une pression de 250 hPa. À la sortie du jet, la vitesse zonale du vent décroit de 60 m s^{-1} à 30 m s^{-1} sur une distance L_x=1500 km. On s'intéresse à cette zone de diffluence.

1. En utilisant la non-divergence du vent géostrophique, estimer v_g à $y = \pm L_y/2$ de part et d'autre du jet (on prend v_g=0 en y=0). Représenter l'aspect des courbes isohypses (ϕ=cste) et du vent géostrophique.
2. Calculer le vent agéostrophique $\vec{v}_a$ en y=0 au milieu de la zone de diffluence.
3. Représenter la direction du vent total $\vec{v}$ par rapport aux isohypses. Quel est l'impact sur $\vec{v}_g$? Interpréter en termes de travail des forces.
4. En utilisant l'équation de continuité, estimer la vitesse verticale ω à 500 hPa en $y = \pm L_y/2$ (on suppose ω=0 à 250 hPa, et v_a=0 en $\pm L_y/2$ et constant sur la verticale).
5. Quel sera l'effet de ω sur la température dans la troposphère ? En déduire son effet sur le géopotentiel à 250 hPa.

Dans ces deux exemples, la circulation agéostrophique influence à la fois $\vec{v}_g$ (par $\vec{v}_a$) et la température T (par la vitesse verticale ω). Dans quel sens modifie-t-elle l'équilibre du vent thermique ?