

MU065 Dynamique de l'Atmosphère

TD N° 4: Vorticité

I Vorticité et équilibre du vent thermique

1. Montrer que dans le cadre de l'approximation quasi-géostrophique, on a

$$\zeta_g = \frac{1}{f_0} \Delta_P \phi$$

Où ϕ est le géopotentiel, et que l'équilibre du vent thermique peut s'écrire :

$$\frac{\partial \zeta_g}{\partial P} = -\frac{R}{f_0 P} \Delta_P T$$

2. On considère une anomalie chaude de température de diamètre 1000 km centrée en un point A situé à 45°N. L'anomalie maximale au dessus de A est de 5°, et s'étend sur toute la troposphère. Les gradients de ϕ à 1000 hPa sont nuls. Faire un schéma sur une coupe verticale de la forme des isobares. En déduire la direction du vent géostrophique.
3. Que vaut la vorticité relative à 1000 hPa ? Calculer la vorticité relative à 200 hPa au dessus de A.
4. On observe au dessus d'un point B une anomalie de vorticité anticyclonique (négative) d'amplitude maximale à la surface. Quel doit être le signe de l'anomalie de température dans la troposphère ? (on pourra utiliser les formules et un schéma des isobares).
5. La circulation horizontale proche de la surface autour d'un centre dépressionnaire advecte de l'air froid à l'ouest de la dépression et de l'air chaud à l'est. Quel va être l'effet de cette advection sur la vorticité en altitude ? En déduire le sens dans lequel se décale la dépression en altitude.
6. On considère l'effet d'une vitesse verticale vers le haut ($\omega < 0$) maximale dans la moyenne troposphère (500 hPa). Dans quel sens évolue la vorticité à 200 hPa, à 1000 hPa ?
7. Quel est l'effet de ω sur la température dans la troposphère ? L'équilibre du vent thermique est-il toujours vérifié ?

II Ondes de Rossby : inversion

On considère une "chaîne" de particules situées initialement sur un même parallèle avec une vorticité relative nulle. Un déplacement nord-sud de la forme $y = \sin(kx)$ est imposé.

1. Représenter le nouvel aspect de la chaîne. Indiquer les régions de vorticité relative positive, négative, et nulle.
2. Indiquer l'aspect de la circulation géostrophique associée à cette distribution de vorticité ("inversion").
3. Cette circulation entraîne par advection une évolution de la position des particules. Indiquer son signe, puis celui de l'évolution de la vorticité relative. En déduire la direction de propagation de l'onde.

III Ondes de Rossby : équation de dispersion

On considère l'écoulement suivant : un jet zonal d'ouest de vitesse constante (dans le temps) $U(y)$, auquel se superposent des petites variations $u, v(x, y, t)$. On note ζ la vorticité relative de l'écoulement total. On suppose l'écoulement horizontal non divergent.

1. On note ψ la fonction de courant pour les anomalies. Écrire u, v , et ζ en fonction de ψ et U .
2. Donner la version linéarisée de l'équation de la vorticité, en utilisant ψ comme variable (on néglige les termes quadratiques en ψ).
3. On cherche des solutions de la forme $\psi = \psi_0 \cdot \exp(\omega t - kx - ly)$. Résoudre pour trouver la relation de dispersion ω/k .
4. Dans quelle direction se fait la propagation, pour des ondes courtes ou longues ?