

# Dynamique de la moyenne atmosphère et des ondes atmosphériques

## Cours 6: Les marées atmosphériques et les ondes équatoriales

### A) Les marées atmosphériques

- Observation
- Théorie des marées:
  - Modes propres de Hough
  - Projection des équations sur les modes de Hough

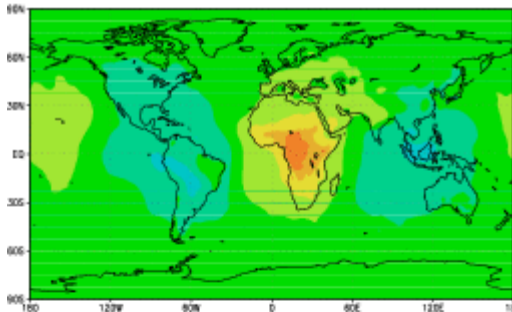
### B) Les ondes équatoriales

- Théorie dans le plan  $\beta$ -équatorial
- Ondes de Kelvin
- Ondes Mixtes Rossby gravité

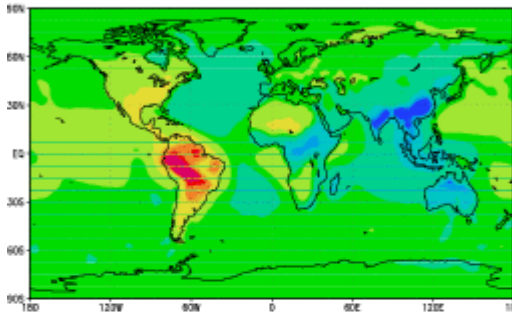
# Les marées atmosphériques

## – Signal au sol (Pression)

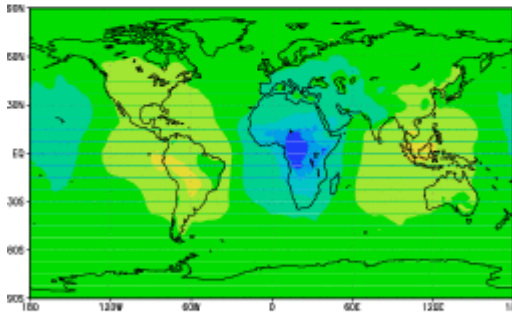
Diurne 0600 UTC



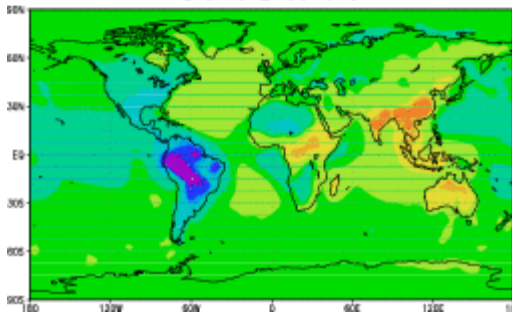
Diurne 1200 UTC



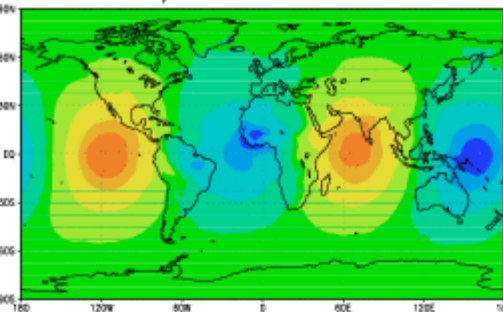
Diurne 1800 UTC



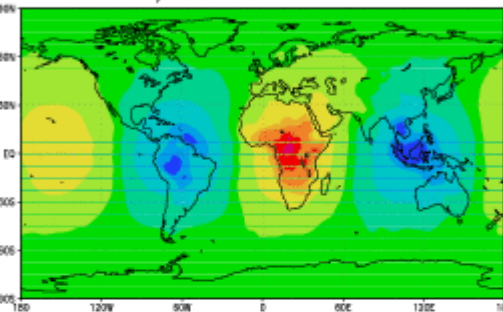
Diurne 2400 UTC



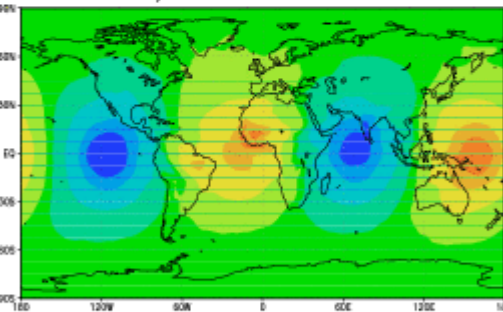
1/2 Diurne 0600 UTC



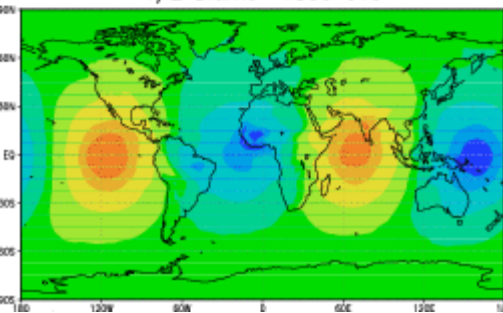
1/2 Diurne 0900 UTC



1/2 Diurne 1200 UTC



1/2 Diurne 1800 UTC



- La marée diurne est faible sur les océans et ne présente pas de structures migratoires de grande échelle. Elle est due à des effets de contrastes thermiques nuit/jour qui sont plus marqués sur les terres.
- La marée  $\frac{1}{2}$  diurne a un fort aspect migratoire, elle est dominée par des structures de grande échelle témoignant d'un forçage assez lisse, et loin du sol.
- Une raisonnement  $\frac{1}{2}$  diurne au forçage gravitationnel est difficile à défendre (pas de modes propres barotropes à cette fréquence et dans l'atmosphère).
- La théorie moderne des marées attribue la plupart de leur énergie au forçage thermique. Pour la marée semi-diurne, ce forçage est essentiellement dû à l'Ozone dans la stratosphère.
- Ces cartes sont issues d'un GCM, LMDz, qui sous-estime le signal  $\frac{1}{2}$  diurne barocline (absence de stratosphère bien résolue). Intervalles de contour: 20Pa.

# ● Les marées atmosphériques

## – Observation en Altitude

- She et al. JGR 2005
- Lidar de Fort Collins, Colorado 41N, 105W

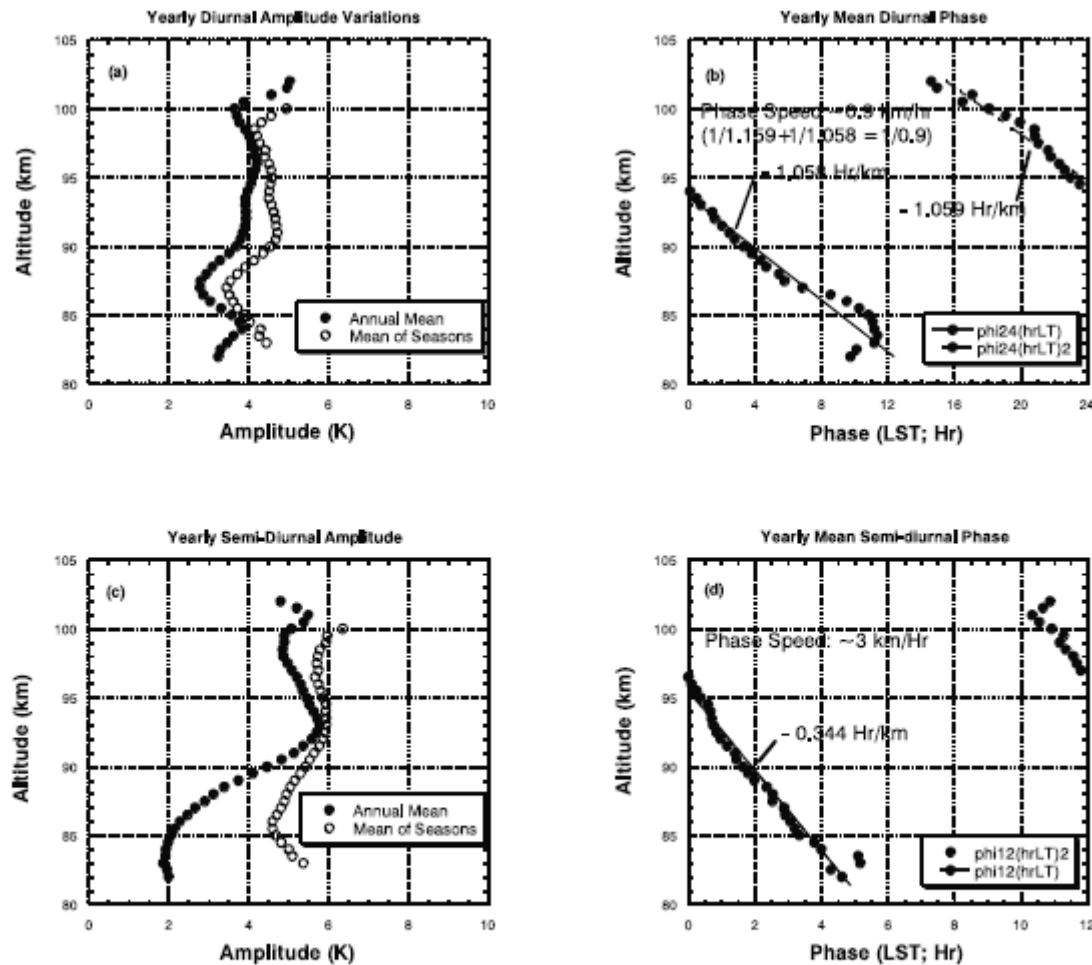


Figure 5. Diurnal (a and b), semidiurnal (c and d), temperature tidal amplitude and phase of an annual mean day. Notice the clear downward phase progression for diurnal and semidiurnal tides, giving a respective phase speed of 0.9 km/hr and 3.0 km/hr. Two amplitudes, annual mean (solid) and mean of seasons (open), are shown for comparison.

- Les marées deviennent importantes dans la mésosphère. Amplitudes de plusieurs K.
- Diurnes et semi-diurnes sont alors comparables. Cela reste vrai à d'autres localisations.
- Noter la variation de la phase, indiquant la propagation verticale du signal.
- Noter que la vitesse de phase verticale est négative

# ● Les marées atmosphériques

## - Théorie des marées.

Equations linéarisées:

$$u'_t - 2\Omega \sin \phi v' + \frac{1}{a \cos \phi} \Phi'_{\lambda} = 0$$

$$v'_t + 2\Omega \sin \phi u' + \frac{1}{a} \Phi'_{\phi} = 0$$

$$\frac{1}{a \cos \phi} (u'_{\lambda} + (v' \cos \phi)_{\phi}) + \rho_0^{-1} (\rho_0 w')_z = 0$$

$$\Phi'_{zt} + N^2 w' = \kappa \frac{J'}{H}$$

Changement de variables:  $\underline{u} = u' \cos \phi$ ,

$\underline{v} = v' \cos \phi$ ,  $\mu = \sin \phi$  et  $\underline{J} = \kappa \frac{J'}{H}$ .

$$\underline{u}_t - 2\Omega \mu \underline{v} + \frac{1}{a} \Phi'_{\lambda} = 0$$

$$\underline{v}_t + 2\Omega \mu \underline{u} + \frac{1-\mu^2}{a} \Phi'_{\mu} = 0$$

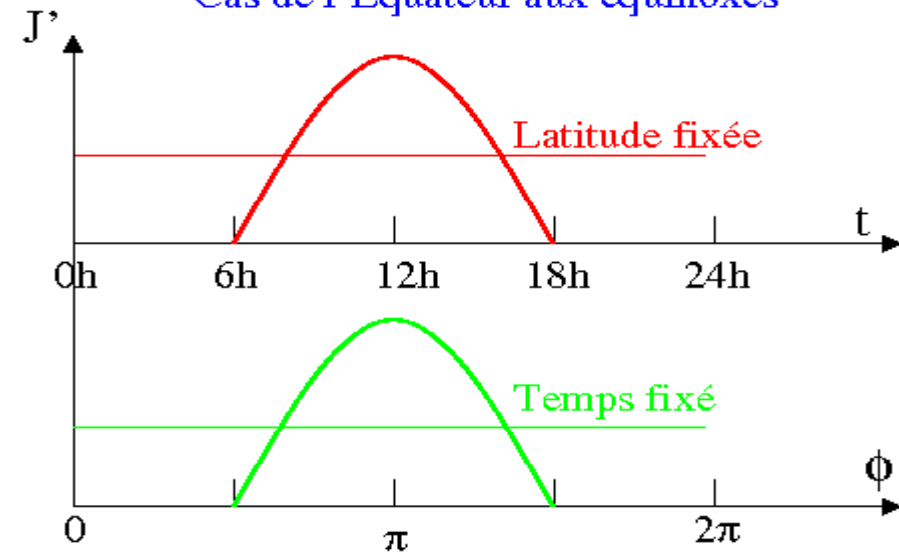
$$\frac{1}{a} \left( \frac{1}{1-\mu^2} \underline{u}_{\lambda} + \underline{v}_{\mu} \right) + \rho_0^{-1} (\rho_0 w')_z = 0$$

$$\Phi'_{zt} + N^2 w' = \underline{J}$$

On décompose le forçage solaire diurne dans le temps et dans la direction horizontale:

$$\underline{J}(\lambda, \mu, z, t) = \Re \left( \sum_s \hat{J}^{s, \sigma}(\mu, z) e^{i(s\lambda - 2\Omega\sigma t)} \right)$$

Cycle journalier du chauffage à z donné  
Cas de l'Equateur aux équinoxes



- En chaque endroit de l'atmosphère le cycle journalier moyen peut se décomposer en une partie diurne,  $1/2$  diurne,  $1/3$  diurne....
- Cette décomposition peut aussi se faire mois par mois
- Pour une terre et une atmosphère homogènes en longitude: Espace et temps sont liés et
  - Diurne:  $\sigma = -1/2$ ,  $s = 1$
  - $1/2$  diurne:  $\sigma = -1$ ,  $s = 2$
  - Ect.....
- On garde la notation générale en  $\sigma, s$  pour d'autres études: marées non-migratoires, ondes planétaires (modes libres).....

# ● Les marées atmosphériques

- Equations des marées
- On prend  $s > 0$  par convention,  $s=1,2,\dots$

On cherche alors une solution forcée de la forme:

$$(\underline{u}, \underline{v}, w', \Phi') = \Re \left[ (\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{\Phi}) e^{i(s\lambda - 2\Omega\sigma t)} \right]$$

$$-2i\Omega\sigma\hat{u} - 2\Omega\mu\hat{v} + \frac{is}{a}\hat{\Phi} = 0$$

$$-2i\Omega\sigma\hat{v} + 2\Omega\mu\hat{u} + \frac{1-\mu^2}{a}\hat{\Phi}_\mu = 0$$

$$\frac{is}{a(1-\mu^2)}\hat{u} + \frac{1}{a}\hat{v}_\mu + \rho_0^{-1}(\rho_0\hat{w})_z = 0$$

$$-2i\Omega\sigma\hat{\Phi}_z + N^2\hat{w} = \hat{J}$$

Relations de polarizations pour  $\hat{u}$  et  $\hat{v}$ :

$$2a\Omega(\sigma^2 - \mu^2)\hat{u} = s\sigma\hat{\Phi} + \mu(1 - \mu^2)\hat{\Phi}_\mu$$

$$2a\Omega(\sigma^2 - \mu^2)\hat{v} = -is\mu\hat{\Phi} - i\sigma(1 - \mu^2)\hat{\Phi}_\mu$$

Injectées dans la continuité:

$$\mathcal{L}^{\sigma,s}\hat{\Phi} + i\frac{2a^2\Omega}{\sigma}\frac{1}{\rho_0}(\rho_0\hat{w})_z = 0$$

$$-2i\Omega\sigma\hat{\Phi}_z + N^2\hat{w} = \hat{J}$$

$$\mathcal{L}^{\sigma,s}\hat{\Phi} = \partial_\mu \frac{1-\mu^2}{\sigma^2 - \mu^2} \partial_\mu \hat{\Phi} - \frac{1}{\sigma^2 - \mu^2} \left[ -\frac{s(\sigma^2 + \mu^2)}{\sigma(\sigma^2 - \mu^2)} + \frac{s}{1-\mu^2} \right] \hat{\Phi}$$

Pour résoudre ce problème, il est essentiel de connaître les modes propres de l'opérateur auto-adjoint  $\mathcal{L}^{\sigma s}$ :

$$\mathcal{L}^{\sigma s}\Phi + \gamma\Phi = 0$$

Pour des conditions aux limites simples:

$$\Phi \text{ borné en } \mu=1, \text{ et } \mu=-1$$

Les fonctions propres sont les fonctions de Hough,  $\Theta_n^{\sigma s}$ :

$$\mathcal{L}^{\sigma s}\Theta_n^{\sigma s} + \gamma_n^{\sigma s}\Theta_n^{\sigma s} = 0$$

il y en a une infinité dénombrable. Elles forment une base orthogonale.

Les valeurs propres  $\gamma_n^{\sigma s}$  sont réelles ce sont les paramètres de Lamb.

Ils y en a des  $< 0$  lorsque  $|\sigma| < 1$

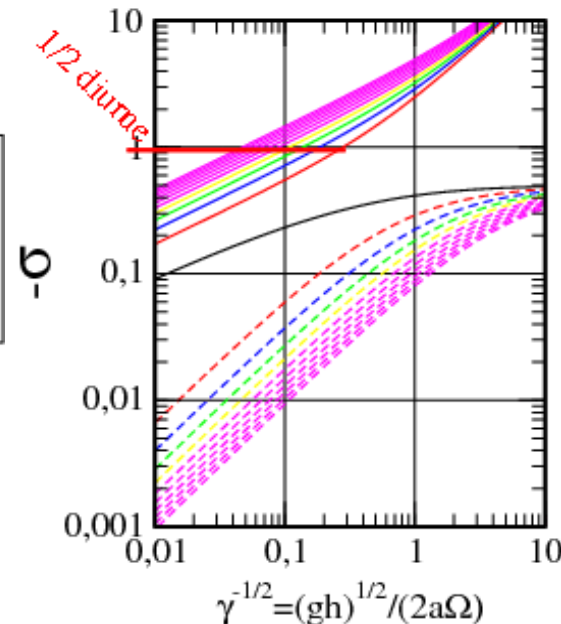
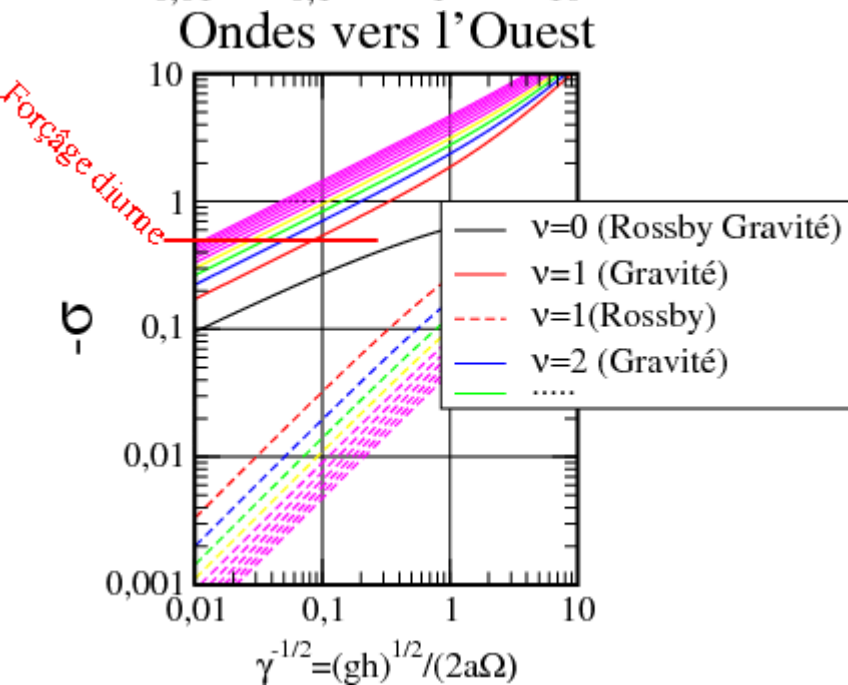
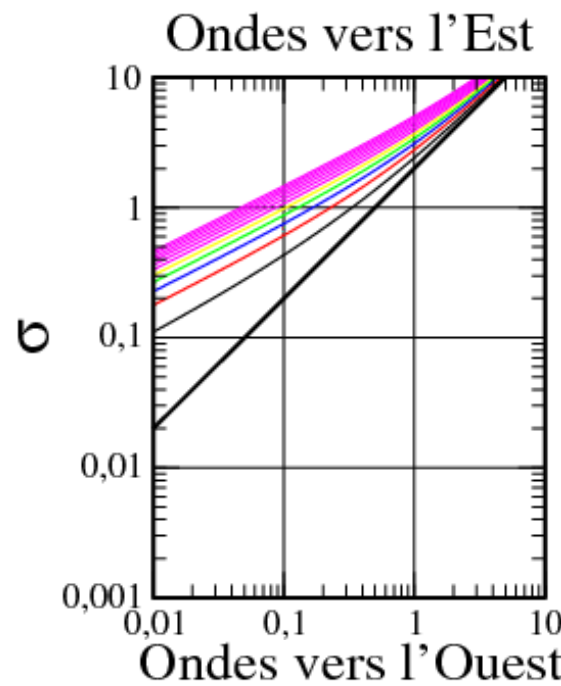
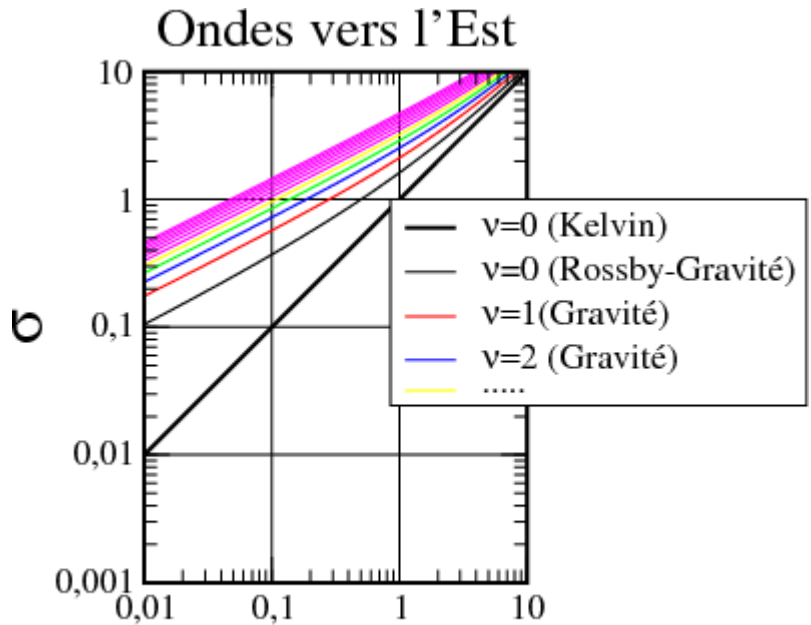
On définit aussi la hauteur équivalente  $\mathbf{h}_n^{\sigma s}$ :

$$\gamma_n^{\sigma s} = 4\Omega^2 a^2 / (g \mathbf{h}_n^{\sigma s})$$

# ● Valeurs propres dans l'approximation du plan $\beta$ -équatorial

- Val. propres,  $s=1: \gamma_n^{\sigma 1}$

$s=2: \gamma_n^{\sigma 2}$



Attention:

Approximation valable pour  $\gamma \gg 1$ .

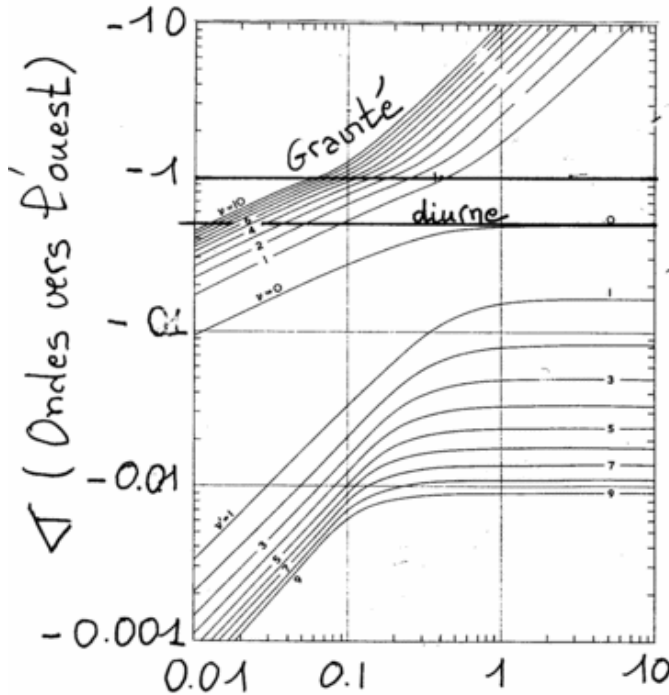
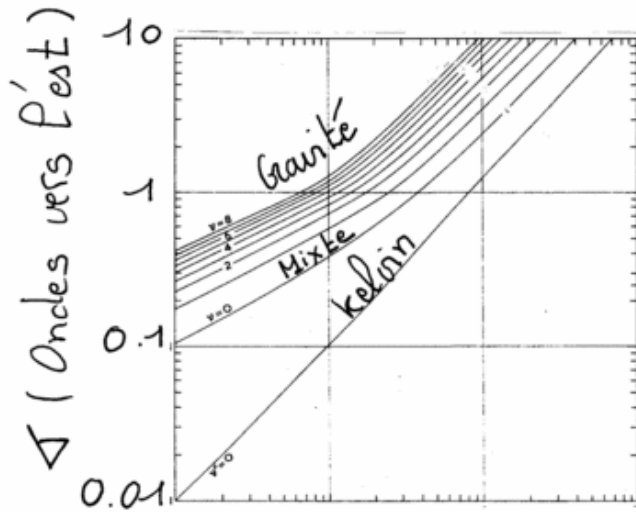
Les solutions avec  $h < 0$  ne sont pas représentées

Le forçage diurne en excite beaucoup, le forçage  $1/2$  diurne n'en excite pas

Le forçage diurne ne force pas l'ondes de Rossby gravité (contrairement à ce qu'on voit sur la figure)

# ● Valeurs exactes des valeurs propres (Longuet-Higgins 1969)

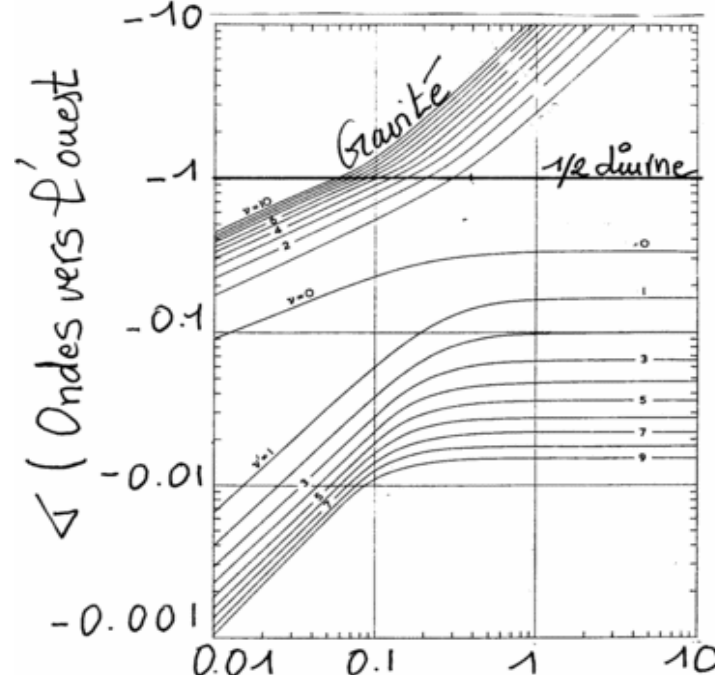
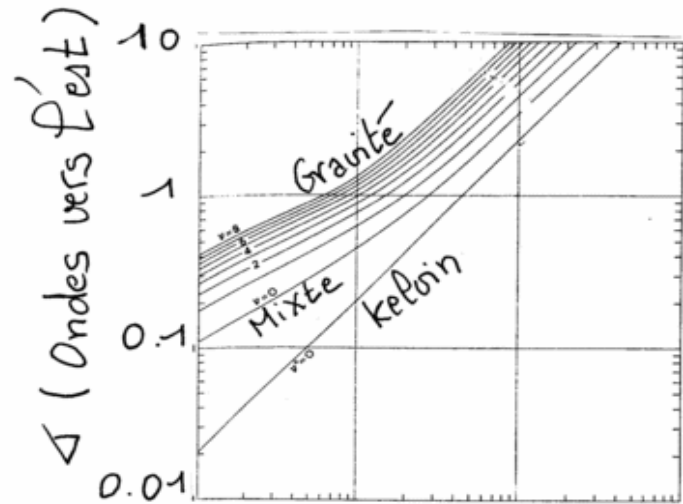
Valeurs propres pour  $S=1, h>0$



$$\gamma^{-1/2} = (gH)^{1/2} / (2a\Omega)$$

Rossby Gravité  
 }  
 Rossby

Valeurs propres pour  $S=2, h>0$

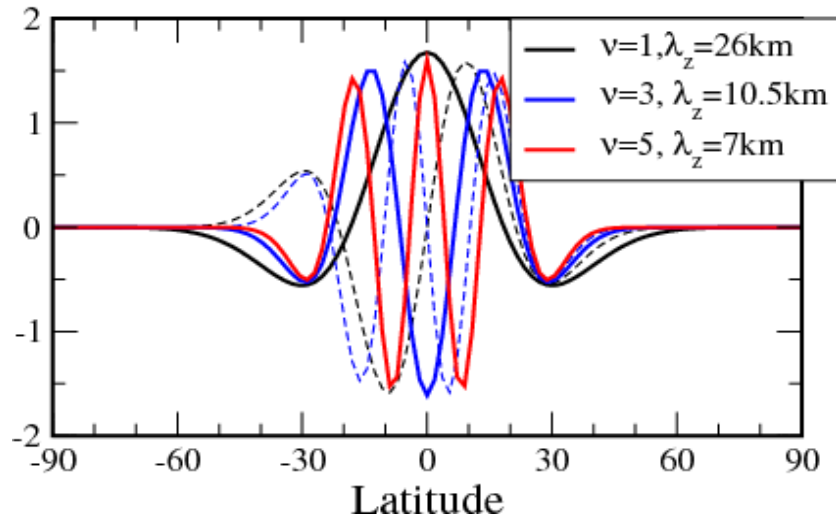


$$\gamma^{-1/2} = (gH)^{1/2} / (2a\Omega)$$

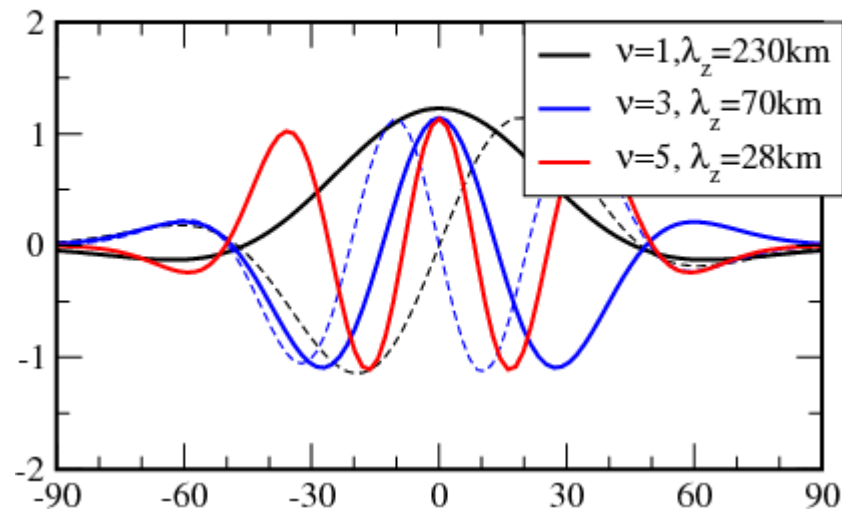
Rossby-Gravité  
 }  
 Rossby

# Modes propres et structure spatiale du forçage thermique

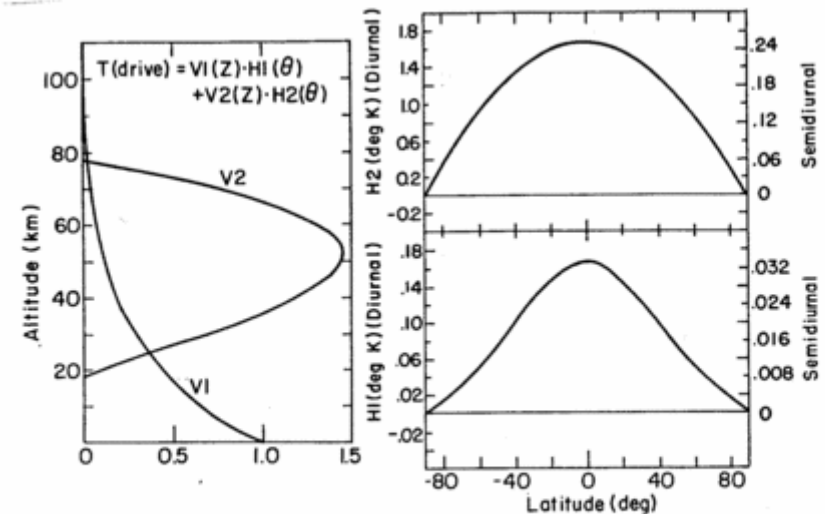
Modes propres,  $s=1$ ,  $\sigma=-0.5$  (Diurne)  
 $\beta$ -plane approximation



Modes propres,  $s=2$ ,  $\sigma=-1$  (1/2-Diurne)  
 $\beta$ -plane approximation



## Chapman et Lindzen (1970)



Vertical distributions of thermal excitation due to water vapor (V1) and ozone (V2); latitude distributions for water vapor (H1) and ozone (H2). After Lindzen (1968a).

La projection de l'équation des marées sur les modes propres,

$$(\hat{\Phi}, \hat{w}, \hat{J}) = \sum_{n=1}^{\infty} (\hat{\Phi}_n(z), \hat{w}_n(z), \hat{J}_n(z)) \Theta_n(\phi) e^{z/2H},$$

permet de se ramener à la résolution d'une équation sur la structure verticale:

$$\frac{d^2 \hat{w}_n}{dz^2} + \left( \frac{N^2}{gh_n} - \frac{1}{4H^2} \right) = \frac{\hat{J}_n}{gh_n}$$

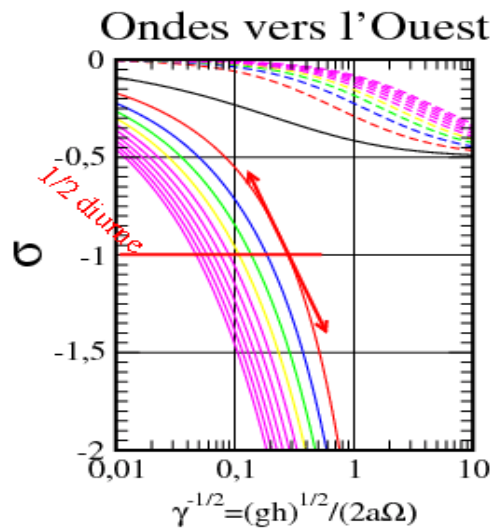


# ● Conditions aux limites

En  $z = \infty$  on pose  $N = \text{cte}$ ,  $\hat{J}_n = 0$ .

Si  $\frac{N^2}{gh} < \frac{1}{4H^2}$ , on retient la solution évanescente.

Si  $\frac{N^2}{gh} > \frac{1}{4H^2}$ , on retient la solution pour laquelle  $C_{gz} > 0$



$$C_{gz} = \frac{\partial \omega}{\partial m} = 2\Omega \frac{\partial \sigma}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial m}$$

Que l'on peut écrire:

$$C_{gz} = -2m \frac{\Omega N^2}{g(m^2 + 1/4H^2)^2} \frac{\partial \sigma}{\partial h} < 0$$

Il faut donc  $m > 0$ .

En  $z = 0$ :

→ On impose souvent  $\Phi$  à la tropopause, mais ce n'est pas adapté au problème des marées.

→ Pour le problème des marées on impose la condition de glissement:

$$\frac{Dz^*}{Dt} = \frac{Dz_s^*}{Dt} \text{ en } z^* = z_s^*,$$

où  $z_s^*$  est le relief.

Si  $z_s^* = 0$ , cette condition devient:

$$\frac{D\Phi}{Dt} = 0 \text{ en } z^* = 0.$$

Linéarisée et exprimée en coordonnée  $z$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + w \frac{\partial \Phi_0}{\partial z} = 0 \text{ en } z = 0.$$

Après décomposition sur les modes propres, on obtient en  $z = 0$ :

$$\frac{4a^2\Omega^2}{\gamma_n} \left( \frac{\partial \hat{w}_n}{\partial z} - \frac{\hat{w}_n}{2H} \right) + \hat{w}_n \frac{RT_0(0)}{H} = 0.$$

# ● Les Ondes équatoriales

Equations linéarisées dans le plan tangent équatorial, solutions du type:

$$(u', v', w', \Phi') = \Re \left[ (\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{\Phi}) e^{i(s\lambda - 2\Omega\sigma t)} \right]$$

$$-2i\Omega\sigma\hat{u} - 2\Omega\phi\hat{v} + \frac{is}{a}\hat{\Phi} = 0$$

$$-2i\Omega\sigma\hat{v} + 2\Omega\phi\hat{u} + \frac{1}{a}\hat{\Phi}_\phi = 0$$

$$\frac{is}{a}\hat{u} + \frac{1}{a}\hat{v}_\phi + \rho_0^{-1}(\rho_0\hat{w})_z = 0$$

$$-2i\Omega\sigma\hat{\Phi}_z + N^2\hat{w} = 0$$

Des deux premières équations il est raisonnable de chercher des solutions telles que  $\hat{u}$ ,  $\hat{v}$ , et  $\hat{\Phi}$  aient la même structure verticale:

$$(\hat{u}, \hat{v}, \hat{\Phi}) = e^{z/2H} U(Z) (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{\Phi})(\phi)$$

$$\hat{w} = e^{z/2H} W(Z) \tilde{w}(\phi)$$

On introduit alors une constante de séparation  $h$  telle que

$$U = W_z - W/2H, \quad U_z + U/2H = -W \frac{N^2}{gh}$$

- On garde un formalisme proche de celui utilisé pour les marées:

$$\gamma = 4\Omega^2 a^2 / (gh)$$

- La séparation en structures verticales correspond à la méthode de séparation des variables. Elle permet de traiter le cas où  $N$  varie.
- Lorsque  $N = cte$ , elle est équivalente à chercher des solutions ayant un nombre d'onde vertical  $m$  tel que:

$$m^2 = N^2 / gh - 1/4H^2$$

$$-2i\Omega\sigma\tilde{u} - 2\Omega\phi\tilde{v} + \frac{is}{a}\tilde{\Phi} = 0$$

$$-2i\Omega\sigma\tilde{v} + 2\Omega\phi\tilde{u} + \frac{1}{a}\tilde{\Phi}_\phi = 0$$

$$\frac{is}{a}\tilde{u} + \frac{1}{a}\tilde{v}_\phi - 2i\frac{\Omega\sigma}{gh}\tilde{\Phi} = 0$$

Equation de structure verticale:

$$W_{zz} + \underbrace{\left( \frac{N^2}{gh} - \frac{1}{4H^2} \right)}_{\approx m^2} W = 0$$

# ● Les Ondes équatoriales

$$\gamma = 4a^2\Omega^2/(gh)$$

$$m^2 = N^2/(gh) - 1/(4H^2) = \gamma N^2/(4\Omega a^2) - 1/(4H^2)$$

Remarque générale:

Par rapport au problème des marées, il est plus simple de chercher des solutions en utilisant la vitesse méridienne.

## L'Onde de Kelvin

Relations de polarizations en fonction de  $\tilde{v}$

$$(\gamma\sigma^2 - s^2)\tilde{u} = i\sigma\gamma\phi\tilde{v} - is\tilde{v}_\phi$$

$$(\gamma\sigma^2 - s^2)\tilde{\Phi} = -2i\Omega\sigma\tilde{v}_\phi + 2i\Omega a\phi\tilde{v}$$

Onde de Kelvin:  $\tilde{v} = 0$ . Il faut

$$\sigma = s/\sqrt{\gamma}$$

pour qu'une solution finie et non-triviale existe, sa structure est donnée par:

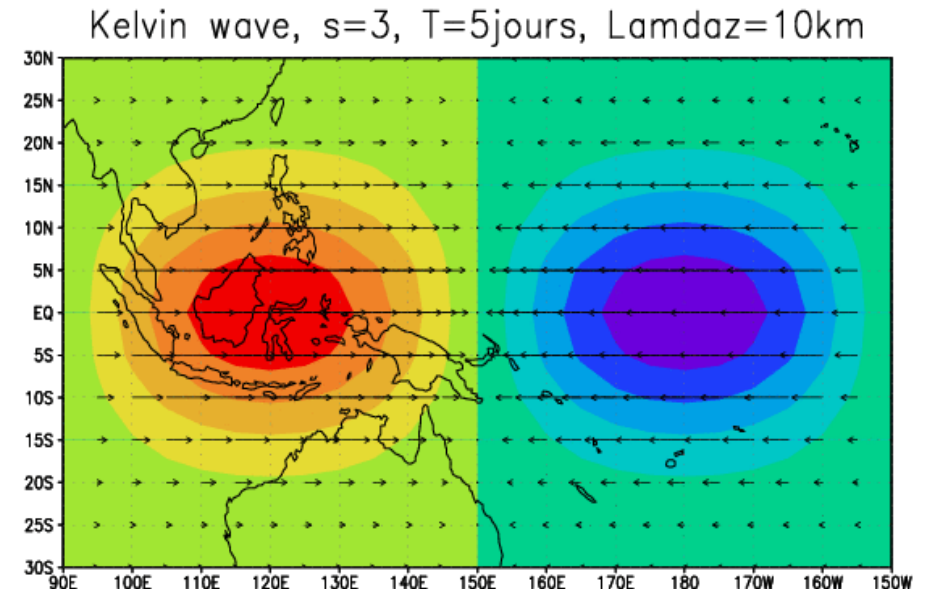
$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}_0 e^{-\gamma^{1/2}\phi^2/2}, \quad \tilde{u} = \frac{\tilde{\Phi}}{\sqrt{gh}}$$

Propagation vers l'Est uniquement

$$\text{Vitesse de phase } c = 2\Omega a\sigma/s = (gh)^{1/2}$$

Structure spatiale d'une onde de gravité piégée dans la bande équatoriale

Le confinement augmente avec  $\gamma$  (ou lorsque  $h$  diminue)



# ● Les Ondes équatoriales

## *Extraction dans les données de réanalyses (1)*

### L'Onde de Kelvin

Données tous les jours pendant un an, pour chaque champ, on procède par FFT à la décomposition spectrale:

$$T(\lambda, \phi, z, t) = \sum_{s=0}^{s=nlo/2} \sum_{\sigma=-nda,2}^{nda} \hat{T}(\phi, z) e^{i(s\lambda - 2\Omega\sigma t)}$$

nlo: nombre de points en longitude  
nda: nombre de jours dans l'année

Question: Quelles sont les perturbations dominantes qui font varier  $T$  dans la stratosphère équatoriale?

On construit les périodigrammes:

$$P_T(\phi, z, s, \sigma) = \hat{T}\hat{T}^*$$

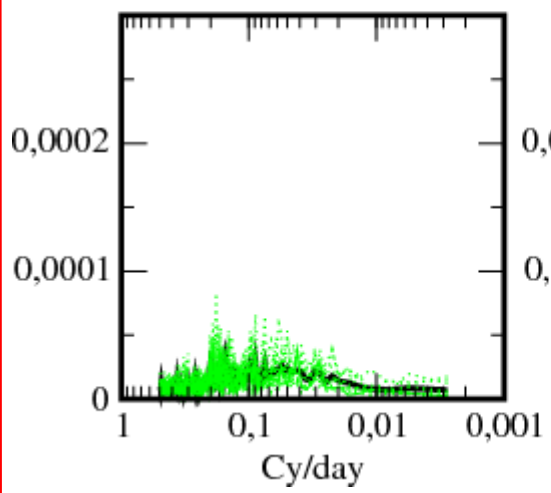
En moyenne et sur la basse stratosphère équatoriale

$$\langle P_T \rangle (s, \sigma) = \sum_{-10^0N}^{10^0N} \sum_{16km}^{32km} \hat{T}\hat{T}^*$$

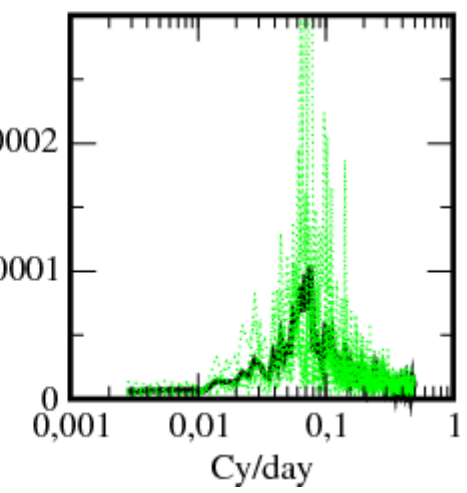
On peut moyenner sur plusieurs années  $\langle P_T \rangle$  pour réduire la variance spectrale, on cherche alors à estimer le Spectre,  $S_T$ , des perturbations qui font bouger la température dans la basse stratosphère équatoriale.

### 11 1-year Spectra, NCEP data

T [-10°S-10°N]  
Westward, s=1



T[-10°S-10°N]  
Eastward, s=1

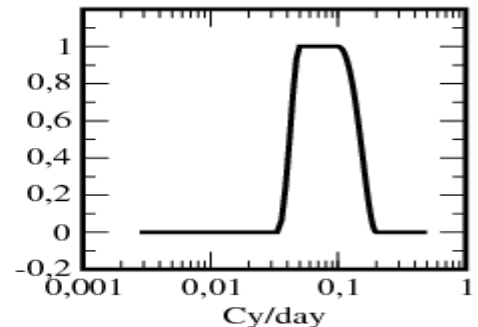
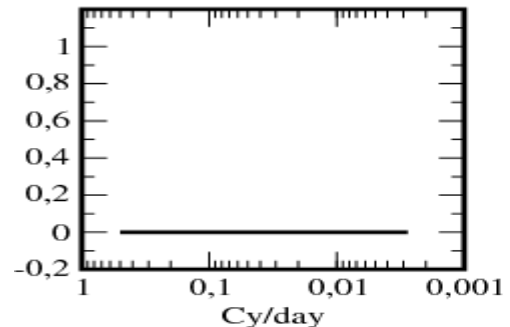


Pour le nombre d'onde s=1, les perturbations qui font le plus varier T, sont des ondes vers l'Est de période entre 10 et 20 jours.

- Pour extraire ce perturbations, on introduit un filtre dans l'espace spectral qui ne garde que s=1 et les fréquences ente 10 et 20 jours.

$$\hat{F} = \delta(s - 1) \hat{f}(\sigma)$$

Filter used to extract s=1 Kelvin Waves



# ● Les Ondes équatoriales

## Extraction dans les données de réanalyses (2)

### L'Onde de Kelvin

On reconstruit alors un champ de T filtré:

$$T_F(\lambda, \phi, z, t) = \sum_{s=0}^{s=n/2} \sum_{\sigma=-nda,2}^{nda} \hat{F}\hat{T}(\phi, z) e^{i(s\lambda - 2\Omega\sigma t)}$$

Comme l'onde de kelvin à une altitude cible donnée  $z_c = 22\text{km}$ , et à une latitude donnée  $\lambda$  a une structure uniforme en latitude, on forme l'indice:

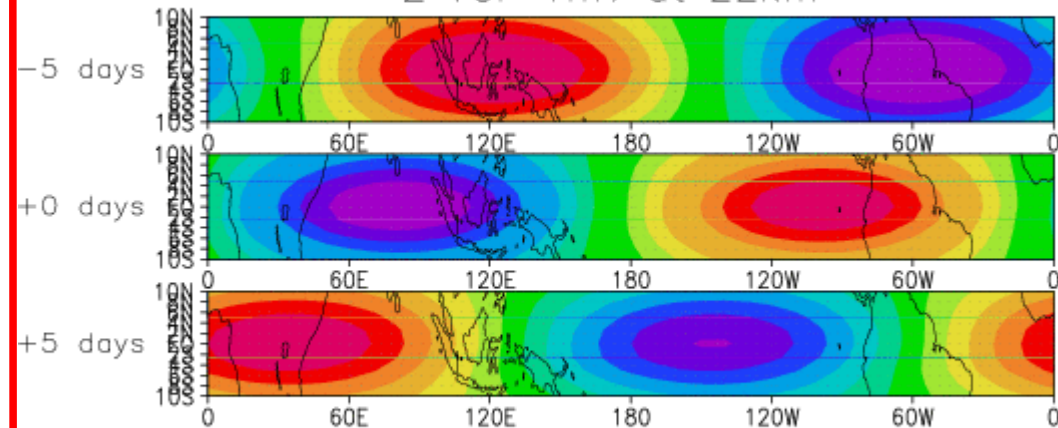
$$K_1 = \sum_{\phi=-10^\circ N}^{10^\circ N} T_F(\lambda = 0, \phi, z_c, t)$$

Ces extrema indiquent le passage des crêtes et des creux de l'onde de Kelvin au-dessus du méridien de Greenwich, et à l'altitude  $z_c$ .

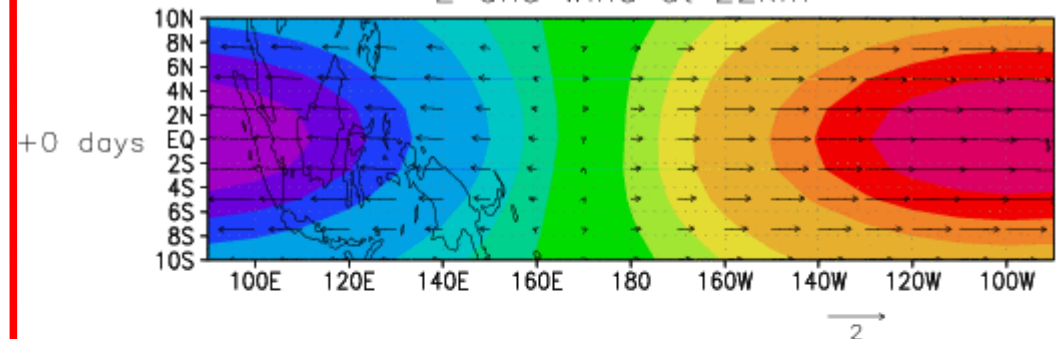
Les cartes montrées sont des cartes composites indexés aux maximas et aux minima les plus forts de  $K_1$ .

Composite s=1 Kelvin Wave NCEP Reanalysis

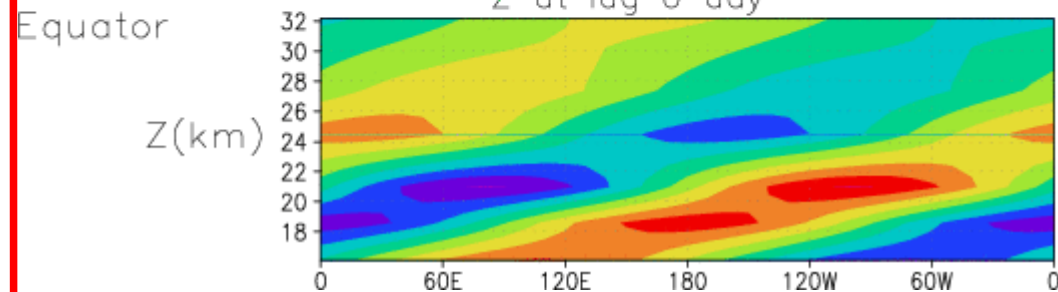
Z (CI=1m) at 22km



Z and wind at 22km



Z at lag 0 day



# ● Les Ondes équatoriales

$$\gamma = 4a^2\Omega^2/(gh)$$

$$m^2 = N^2/(gh) - 1/(4H^2) = \gamma N^2/(4\Omega a^2) - 1/(4H^2)$$

## Solutions avec $\nu \neq 0$

On injecte les relations de polarisation dans le bilan de quantité de mouvement selon  $\phi$ :

$$-2i\Omega\sigma\tilde{v} + 2\Omega\phi\tilde{u} + \frac{1}{a}\tilde{\Phi}\phi = 0$$

Il vient l'équation pour  $\tilde{v}$

$$\tilde{v}_{\phi\phi} + \left(\gamma\sigma^2 - s^2 - \frac{s}{\sigma} - \gamma\phi^2\right)\tilde{v} = 0$$

Dont on cherche des solutions de la forme:

$$\tilde{v}(\phi) = e^{-\gamma^{1/2}\phi^2/2} V(\gamma^{1/4}\phi)$$

Equation pour  $V$ :

$$\ddot{V} - 2\gamma^{1/4}\phi\dot{V} + \left(\gamma^{1/2}\sigma^2 - \frac{s^2}{\gamma^{1/2}} - \frac{s^2}{\gamma^{1/2}} - 1\right)V = 0$$

# ● Les polynômes de Hermite, $H_\nu(x)$ :

$$\text{Eq. différentielle: } H_\nu'' - 2xH_\nu' + 2\nu H_\nu = 0$$

$$\text{Récurrence: } H_\nu' = 2\nu H_{\nu-1}; \quad H_{\nu+1} = 2xH_\nu - 2\nu H_{\nu-1}$$

Quelques exemples:

$$H_0 = 1, \quad H_1 = 2x, \quad H_2 = 4x^2 - 2,$$

Forment une base orthogonal pour les fonctions sur  $-1 < x < +1$ , moyennant le poids  $e^{-x^2}$

Relation de dispersion:

$$\gamma^{1/2}(2\nu + 1) = \gamma\sigma^2 - s^2 - \frac{s}{\sigma}$$

Forme de la solution:

$$\tilde{v}(\phi) = \tilde{v}_0 e^{-\gamma^{1/2}\phi^2/2} H_\nu(\gamma^{1/4}\phi)$$

$$\tilde{u}(\phi) = i\tilde{v}_0\gamma^{1/4} e^{-\gamma^{1/2}\phi^2/2} \times \left[ \frac{H_{\nu+1}(\gamma^{1/4}\phi)}{2(\gamma^{1/2}\sigma - s)} + \frac{\nu H_{\nu-1}(\gamma^{1/4}\phi)}{\gamma^{1/2}\sigma + s} \right]$$

$$\tilde{\Phi}(\phi) = 2ia\Omega\tilde{v}_0\gamma^{-1/4} e^{-\gamma^{1/2}\phi^2/2} \times \left[ \frac{H_{\nu+1}(\gamma^{1/4}\phi)}{2(\gamma^{1/2}\sigma - s)} - \frac{\nu H_{\nu-1}(\gamma^{1/4}\phi)}{\gamma^{1/2}\sigma + s} \right]$$

# ● Les Ondes équatoriales

$$\gamma = 4a^2\Omega^2/(gh)$$

$$m^2 = N^2/(gh) - 1/(4H^2) = \gamma N^2/(4\Omega a^2) - 1/(4H^2)$$

## Les ondes de Rossby-Gravité

$$v=0$$

La relation de dispersion devient,

$$\gamma^{1/2} = \gamma\sigma^2 - s^2 - \frac{s}{\sigma}$$

Elle se réécrit:

$$\sigma^2 (\gamma^{1/2} + s/\sigma) (\gamma^{1/2} - s/\sigma) = (\gamma^{1/2} + s/\sigma)$$

Comme la solution  $\gamma^{1/2} + s/\sigma = 0$  n'est pas réaliste (voir la description des ondes de Kelvin), il vient:

$$\gamma^{1/2} = \frac{1 + s\sigma}{\sigma^2}$$

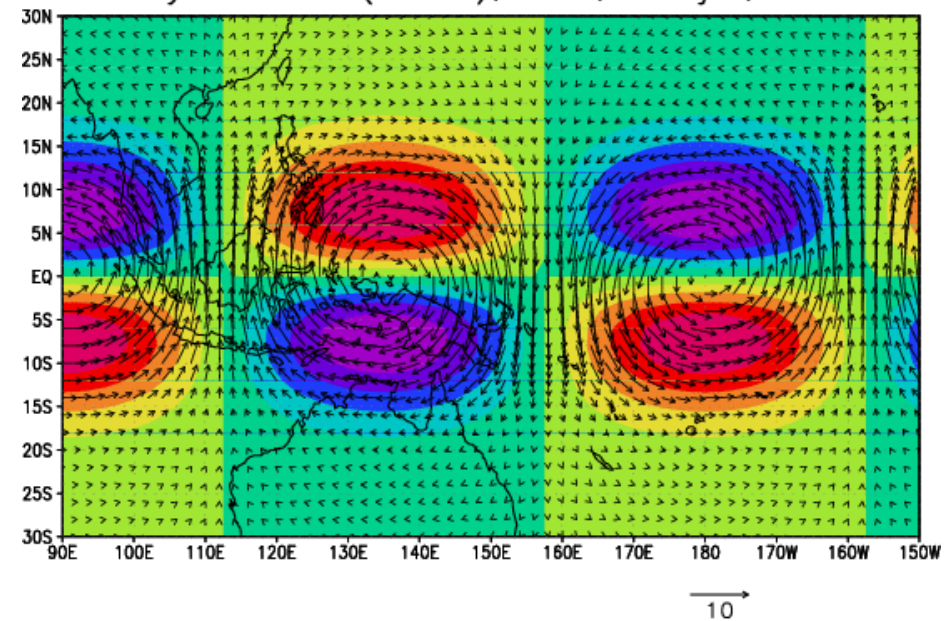
Forme de la solution:

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{\Phi}) = \tilde{v}_0 (i\sigma\gamma^{1/2}\phi, 1, 2ia\Omega\sigma\phi) e^{-\gamma^{1/2}\phi^2/2}$$

## • Les Ondes de Rossby Gravité:

Propagation vers l'Est où vers l'Ouest, les plus fréquentes vont vers l'Ouest et ont pour nombre d'ondes  $s=4, 5$ .

Rossby-Gravite (Ouest),  $s=4$ ,  $T=5$ jrs,  $Lz=4$ km



# ● Les Ondes équatoriales

*Extraction dans les données de réanalyse*

## Les ondes de Rossby-Gravité

Pour distinguer de l'onde de Kelvin, on travaille sur la vitesse méridienne:

$$V(\lambda, \phi, z, t) = \sum_{s=0}^{s-nl0/2} \sum_{\sigma=-nda,2}^{nda} \hat{V}(\phi, z) e^{i(s\lambda - 2\Omega\sigma t)}$$

On construit la moyenne des périodigramme sur la basse stratosphère équatoriale

$$\langle P_V \rangle (s, \sigma) = \sum_{-10^0 N}^{10^0 N} \sum_{16\text{km}}^{32\text{km}} \hat{V} \hat{V}^*$$

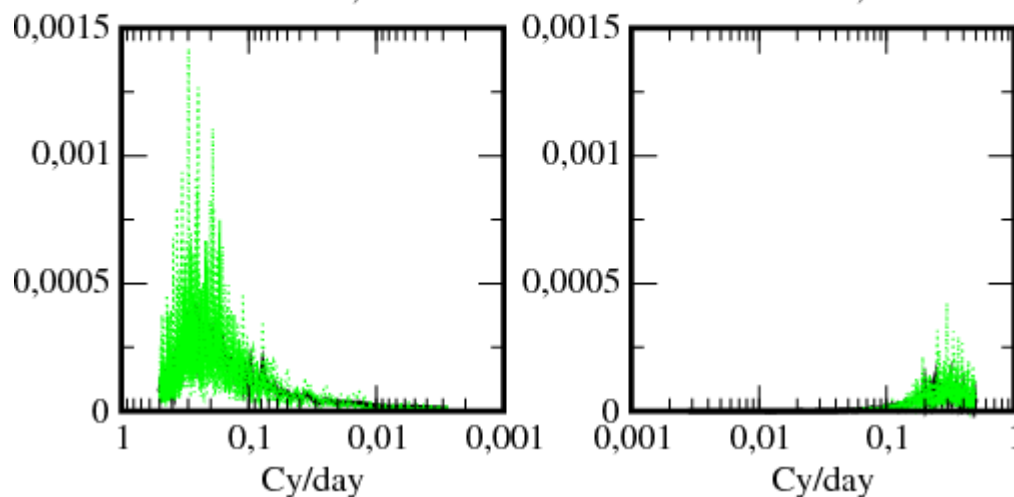
### 11 1-year Spectra, NCEP data

V [-10°S-10°N]

V [-10°S-10°N]

Westward, s=4

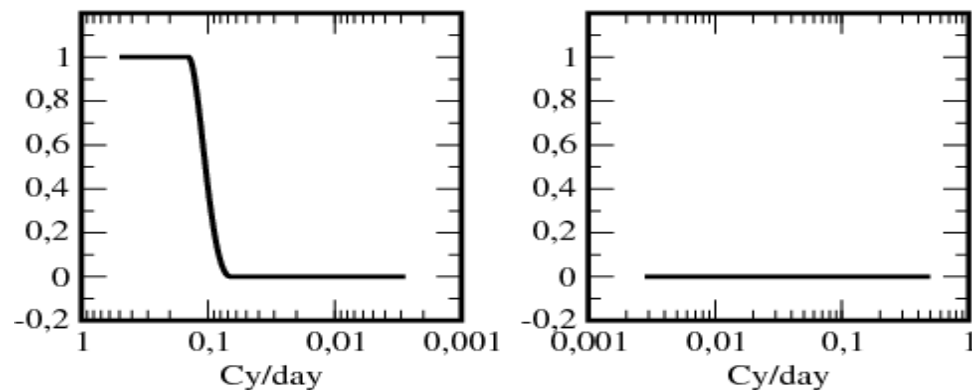
Eastward, s=4



- Pour l'onde s=4, le signal vers l'Ouest domine, on filtre V avec un filtre qui couvre les périodes correspondants (1-10j vers l'ouest).

$$\hat{F} = \delta(s - 4) \hat{f}(\sigma)$$

Filter used to extract s=4 mixed Waves



On reconstruit alors un champ de V filtré:

$$V_F(\lambda, \phi, z, t) = \sum_{s=0}^{s-nl0/2} \sum_{\sigma=-nda,2}^{nda} \hat{F} \hat{V}(\phi, z) e^{i(s\lambda - 2\Omega\sigma t)}$$

Comme les ondes mixtes à une altitude cible donnée  $z_c = 22\text{km}$ , et à une latitude donnée  $\lambda$  ont une structure en V uniforme en latitude, on forme l'indice:

$$M_4 = \sum_{\phi=-10^0 N}^{10^0 N} V_F(\lambda = 0, \phi, z_c, t)$$



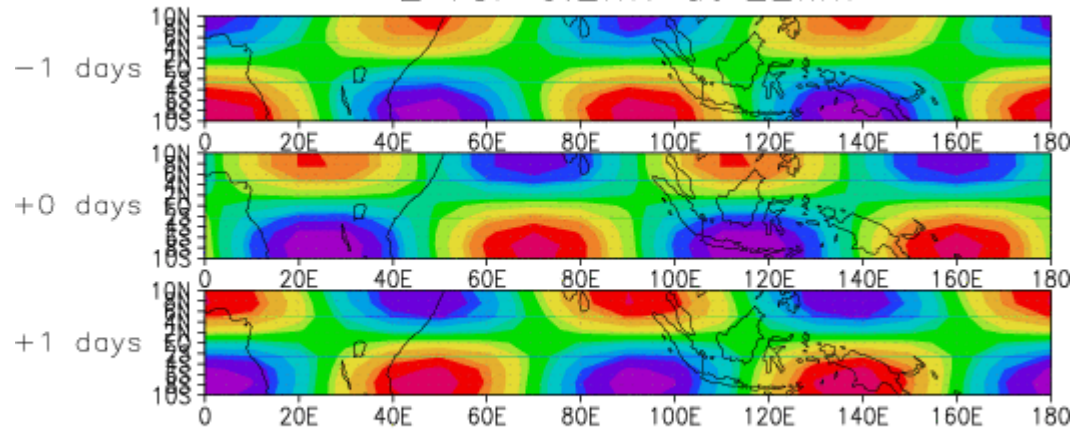
# ● Les Ondes équatoriales

Extraction dans des données de réanalyse

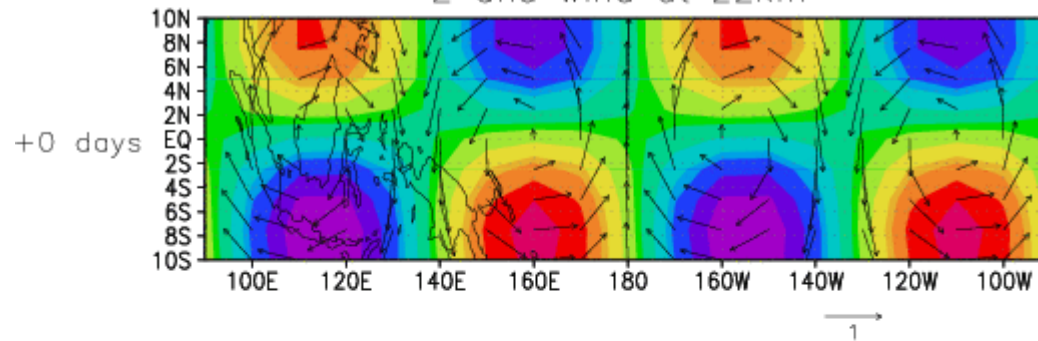
## Les ondes de Rossby-Gravité

Composite s=4 West Rossby Gravity NCEP data

Z (CI=0.2m) at 22km

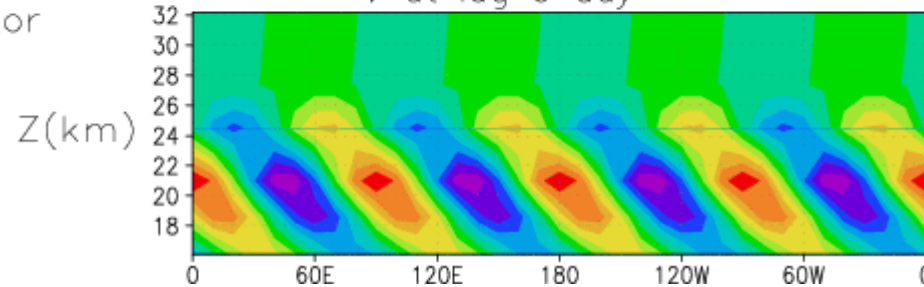


Z and wind at 22km



Equator

V at lag 0 day



# ● Les Ondes équatoriales

$$\gamma = 4a^2\Omega^2/(gh)$$

$$m^2 = N^2/(gh) - 1/(4H^2) = \gamma N^2/(4\Omega a^2) - 1/(4H^2)$$

## Les ondes de Rossby

$$\nu = 1, 2, \dots$$

Ce sont les solutions pour lesquelles:

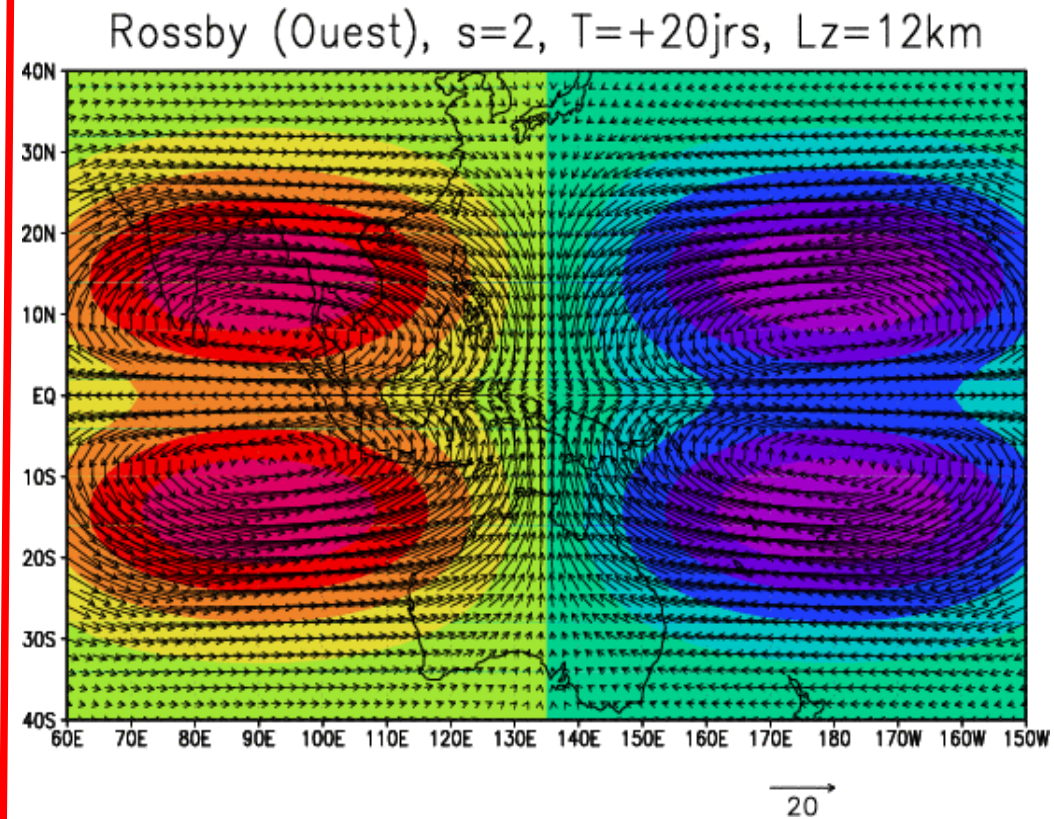
$$\gamma^{1/2} = \frac{2\nu + 1 - \sqrt{(2\nu + 1)^2 + \sigma^2 s^2} + \sigma s}{2\sigma^2}$$

Il faut  $-1 < \sigma s < 0$  pour avoir des solutions réalistes.

### • Les Ondes de Rossby:

Propagation vers l'Ouest.

Exemple pour  $\nu=1$



# ● Les Ondes équatoriales

*Extraction des données de réanalyses*

## Les ondes de Rossby

S=1, filtrage dans la bande -10j -25j

On reconstruit alors un champ de V filtré:

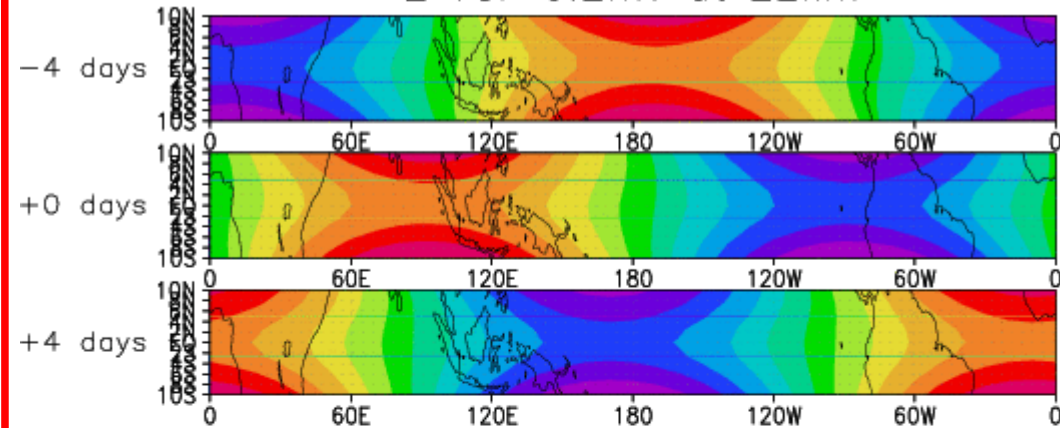
$$V_F(\lambda, \phi, z, t) = \sum_{s=0}^{s=nlo/2} \sum_{\sigma=-nda,2}^{nda} \hat{F}\hat{V}(\phi, z) e^{i(s\lambda - 2\Omega\sigma t)}$$

Comme pour les ondes de Rossby, V change de signe à l'équateur, on forme l'indice:

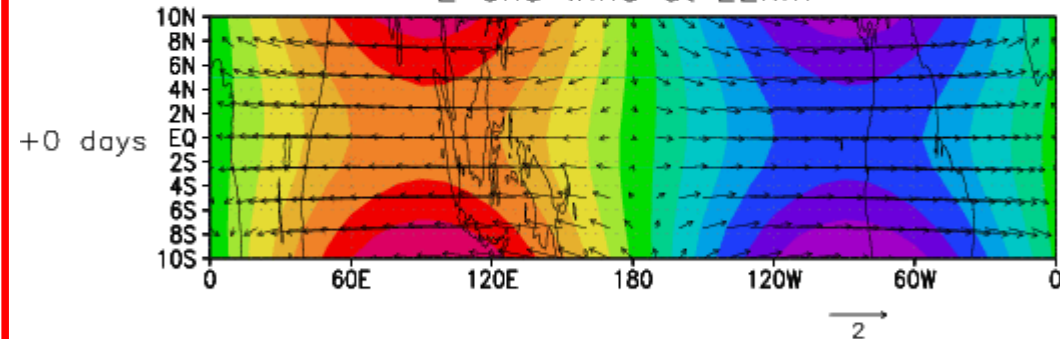
$$R_1 = \sum_{\phi=-10^\circ N}^{10^\circ N} \phi V_F(\lambda = 0, \phi, z_c, t)$$

Composite s=1 Rossby NCEP data

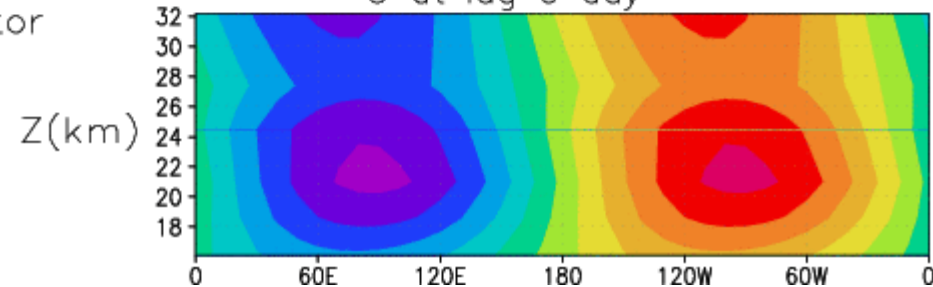
Z (CI=0.2m) at 22km



Z and wind at 22km



Equator U at lag 0 day



# ● Les Ondes équatoriales

$$\gamma = 4a^2\Omega^2/(gh)$$

$$m^2 = N^2/(gh) - 1/(4H^2) = \gamma N^2/(4\Omega a^2) - 1/(4H^2)$$

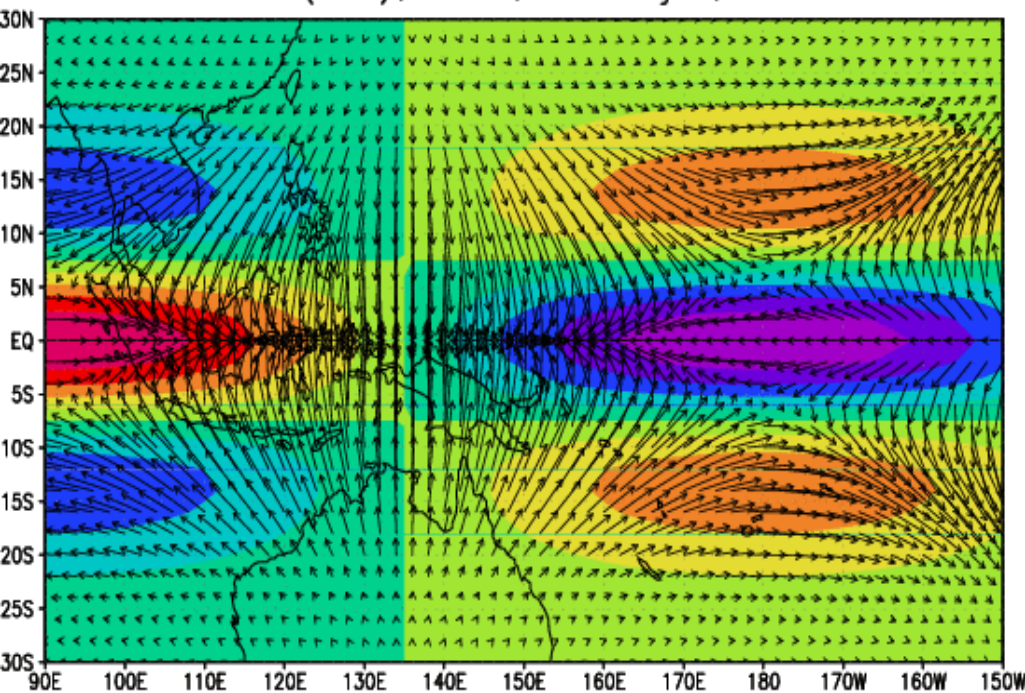
## Les ondes de Gravité

$$v=1,2,\dots$$

Ce sont les solutions pour lesquelles:

$$\gamma^{1/2} = \frac{2\nu + 1 + \sqrt{(2\nu + 1)^2 + \sigma^2 s^2 + \sigma s}}{2\sigma^2}$$

Gravite (Est),  $s=2$ ,  $T=+2$ jrs,  $Lz=6$ km



## • Les Ondes de Gravité:

Propagation vers l'Est ou vers l'Ouest.

Exemple pour  $v=1$

C'est la structure dynamique des modes de marées

Gravite (Ouest),  $s=2$ ,  $T=+2$ jrs,  $Lz=6$ km

