DYNAMIQUE DE L'ATMOSPHERE MOYENNE

Examen, 8 février 2005
Durée 2 heures 30, aucun document n'est autorisé.

INTERACTION ONDES DE ROSSBY - ECOULEMENT MOYEN

Pour décrire certains aspects de la dynamique des ondes de Rossby qui affectent la circulation de la stratosphère aux moyenne latitudes, on adopte l'approximation du plan β. On considère aussi une dynamique barotrope, c'est à dire qu'on ne s'intéresse pas à la propagation verticale de ces ondes depuis la troposphre vers l'atmosphre moyenne. On utilise donc dans tout ce problème les équations d'Euler bi-dimensionnelles:

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} - fv + \frac{1}{\rho}P_x &= 0, \\ \frac{Dv}{Dt} + fu + \frac{1}{\rho}P_y &= 0, \qquad (1) \\ u_x + v_y &= 0. \qquad (2) \end{aligned}$$

Ici u et v sont les deux composantes de la vitesse horizontale, $\frac{D}{Dt}$ est la dérivée Lagrangienne, $\rho =$ const est la masse volumique constante du fluide, P est la pression, $f = f_0 + \beta y$ est le paramètre de Coriolis, et les indices x, y dénotent les dérivées spatiales correspondantes.

1 Ondes de Rossby barotropes dans un écoulement moyen

1. Démontrer que la vorticité potentielle $q = v_x - u_y + f$ est conservée:

$$\frac{Dq}{Dt} = 0 \qquad (3)$$

2. Décrire le champ des vitesses à l'aide d'une fonction de courant ψ. Exprimer la conservation de la vorticité potentielle à l'aide de cette fonction uniquement.

3. En considérant des champs périodiques en x ayant pour période L la circonférence du cercle de latitude sur lequel est centré le plan β, on introduit la moyenne zonale $\bar{g}$ et la perturbation g' pour chaque quantité g:
$$\bar{g}(y,t) = \frac{1}{L}\int_0^L g(x,y,t)\,dx, \quad : g = \bar{g} + g'. \tag{4}$$
Démontrer que $\overline{AB} = \bar{A}\bar{B} + \overline{A'B'}$ pour tous A, B.

4. Montrer que l'écoulement moyen est purement zonal, $(\bar{u}, \bar{v}) = (U, 0)$.

5. En séparant pour chaque champ entre moyenne et perturbation, montrer que l'approximation linéaire de la loi de conservation de la vorticité potentielle est donnée par,
$$\frac{dq'}{dt} + v'Q_y = 0, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x}. \tag{5}$$
où $Q = \bar{q}$.

6. Exprimer Q.

7. Lorsque U est constant, montrer que l'équation linéarisée pour ψ' admet une solution monochromatique du type
$$\psi' = \Re\left\{\hat{\psi}e^{i(kx+ly-\omega t)}\right\}$$
où $\hat{\psi}$ est une constante complexe. Obtenir la relation de dispersion des ondes de Rossby.

8. Démontrer que les ondes de Rossby sont transversales, c'est-à-dire que le vecteur d'onde et la vitesse sont toujours perpendiculaires.

9. Calculer la vitesse de phase C_x des ondes de Rossby dans la direction x. Analyser le résultat.

10. Dans la mesure où la troposphère ne force vers la stratosphère que des ondes longues quasi-stationnaires, vérifier qu'il est plus facile d'observer des ondes de Rossby lorsque U est positif.

11. Quelle est le signe prédominant pour U dans l'atmosphère moyenne en hiver et en été.

12. A quoi cette différence entre les saisons est-elle due?

13. Dans quelle hémisphère voit-on le plus d'ondes planétaires autour de Juin, Juillet et Août. Justifier à l'aide des résultats au dessus.

14. Calculer la vitesse de groupe (C_{gx}, C_{gy}) d'une onde de Rossby monochromatique en fonction de (k, l)

15. Lorsque $U = 0$ et $l = 0$, comparer la vitesse de groupe et la vitesse de phase des ondes. Que pouvez vous en déduire sur la propagation des ondes.

2 Pseudo-moment

Pour caractériser l'amplitude des ondes se propageant dans l'atmosphère il est naturel d'analyser des quantités quadratiques de signe défini, comme l'énergie de la perturbation $E' = u'^2 + v'^2$. Cependant, celle-ci ne se conserve pas en général, et lorsque l'onde est stationnaire et non-dissipée. Plus précisément, dans notre cas, lorsque U varie avec y, le budget de E' ne s'écrit pas sous la forme conservative,

$$\frac{\partial E'}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$$

pour une onde stationnaire non dissipée, et où $\vec{F}$ est un flux d'énergie.

Il faut donc introduire des quantités quadratiques de signe défini plus adaptées, le pseudo-moment en est une. Comme le montre cette partie, il permet aussi de caractériser l'action de l'onde sur l'écoulement moyen.

1. On introduit le déplacement méridional des parcelles fluides η':

$$\frac{D\eta'}{Dt} = v'. \tag{6}$$

Démontrer que

$$\frac{D(q' + \eta' Q_y)}{Dt} = 0, \tag{7}$$

et que par conséquent, η' peut être initialisé de telle manière que en tout moment $\eta' = -\frac{q'}{Q_y}$.

2. Le *pseudo-moment* p est défini par $p = \frac{1}{2}\eta' q'$. Démontrer, que $p \leq 0$ pour les ondes de Rossby lorsque $Q_y > 0$ (ce qui est toujours le cas aux moyennes latitudes de l'Hémisphère Nord et dans la moyenne atmosphère).

3. En utilisant (5), démontrer que

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} - \overline{q'v'} = 0. \tag{8}$$

4. En utilisant le fait que $q' = v'_x - u'_y$, la définition (4) et l'équation de continuité, démontrer que $-\overline{q'v'} = \left(\overline{u'v'}\right)_y$, et que par conséquent,

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \left(\overline{u'v'}\right)_y = 0. \tag{9}$$

5. En calculant la moyenne de la premiére équation dans (1), démontrer que,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\left(\overline{u'v'}\right)_y. \tag{10}$$

   On lie ainsi directement l'amplitude de l'onde, mesurée par une norme que l'on peut définir à l'aide de p, et son action sur l'écoulement moyen. C'est l'intérêt central du pseudo-moment.

6. Si l'on considère que l'onde est stationnaire, montrer qu'elle ne peut pas modifier l'écoulement moyen.

7. Que se passe-t'il si l'onde est dissipée. Peut-elle modifier l'écoulement moyen?

8. Citer un phénomène dominant la variabilité dans la stratosphère d'hiver et dans l'hémisphère Nord, due à des interactions entre les ondes de Rossby et l'écoulement moyen. Décrire ce phénomène.