

Circulation moyenne induite par l'Ozone: Modèle de St Venant

On étudie la réponse de l'écoulement zonal moyen à un chauffage représentant grossièrement l'absorption des UV solaires par l'Ozone en Hiver. On adopte pour cela un modèle en couche mince axisymétrique de l'atmosphère moyenne et on fait l'approximation du plan β -équatorial:

$$\begin{aligned}(\partial_t + v\partial_y)u - \beta yv &= 0 \\(\partial_t + v\partial_y)v + \beta yu &= -\partial_y\Phi \\ \partial_t\Phi + \partial_y(\Phi v) &= Q_{O_3} - \overline{Q_{O_3}^y} - \alpha(\Phi - \Phi_0)\end{aligned}$$

avec $\beta = 2\Omega/a = 1.13 \cdot 10^{-11} \text{s}^{-1} \text{m}^{-1}$ pour un rayon de la terre $a = 6400 \text{km}$ et un taux de rotation moyen $\Omega = 2\pi/24/3600 \text{s}^{-1}$. Dans l'approximation du plan β que nous prenons, les pôles sont en $y = \pm a$ et représentés par des murs verticaux où $v = 0$. On prend pour constante de relaxation IR $\alpha = 1/15/24/3600 \text{s}^{-1}$, $\overline{Q_{O_3}^y}$ et Φ_0 sont des constantes.

- 1) On commence par chauffer l'atmosphère à partir d'un instant $t=0$ en imposant un forçage UV variable dans l'espace mais constant dans le temps:

$$Q_{O_3} - \overline{Q_{O_3}^y} \neq 0.$$

Proposer un état d'équilibre vers lequel tend Φ lorsque $t \rightarrow \infty$.

- 2) Donner la relation géostrophique et exprimer la vitesse zonale moyenne correspondant à l'équilibre trouvé en 1).

- 3) Déterminer u pour

$$Q_{O_3} - \overline{Q_{O_3}^y} = -C \sin \frac{\pi y}{2a},$$

et tracer en fonction de y . Que se passe-t'il au voisinage de l'équateur. Donner la valeur de u aux moyennes latitudes, c'est à dire en $y = \pm a/2$. On notera ces valeurs $u(\pm a/2) = \pm u_{a/2}$. Exprimer u en fonction de $u_{a/2}$ et $x = y/a$.

- 4) Montrer que le moment angulaire m d'une parcelle de fluide déplacée par le chauffage se conserve:

$$m = u + \beta \frac{a^2 - y^2}{2}.$$

En déduire une expression pour la position initiale Y des particules fluides ayant la vitesse trouvée en 3). Tracer $Y(y)$, montrer qu'entre deux latitudes $y_S < 0 < y_N$ la détermination de Y est soit impossible, soit irréaliste.

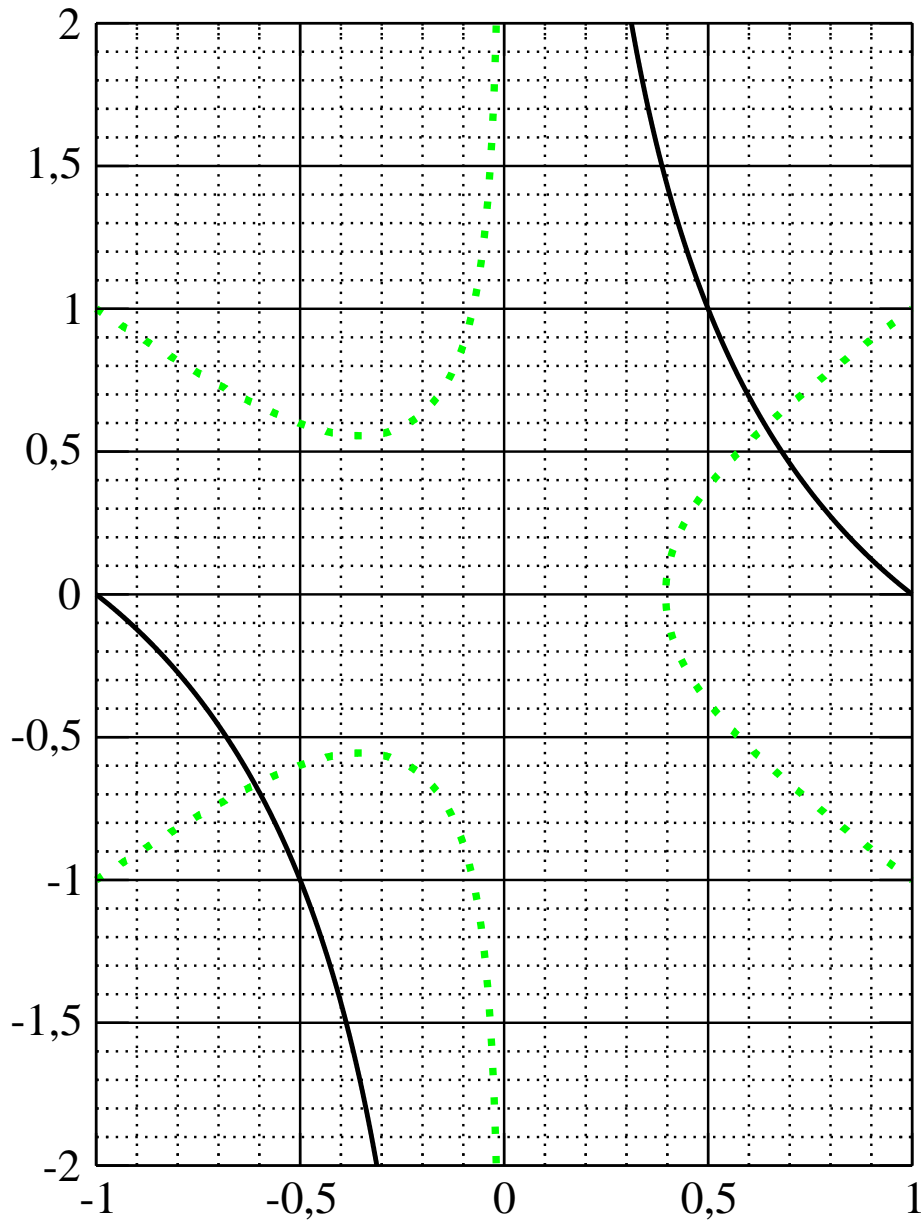
- 5) Pour corriger la solution trouvée en 1), on considère qu'entre y_S et y_N , l'origine des particules est donnée par

$$Y = Y_S + \frac{Y_N - Y_S}{y_N - y_S} (y - y_S),$$

c'est à dire la forme la plus simple permettant de connecter l'hémisphère Nord et l'hémisphère sud. Esquissez sur la Figure jointe, la valeur de u entre y_S et y_N .

Questions de cours

- 6) En quoi notre chauffage, Q_{O_3} est-il représentatif du chauffage de la stratosphère par l'Ozone?
- 7) En quoi les champs de vitesses obtenus sont représentatif des vitesses zonales observées dans l'atmosphère moyenne?



Graphes de la fonction $U = \frac{\cos \pi/2x}{\sqrt{2x}}$ (trais noir épais) et des fonctions $X = \pm \sqrt{x^2 - \frac{2u}{a^2 \beta}}$ pour $u_{a/2} = 20 \text{ms}^{-1}$ (trais pointillé gris)