

Dynamique de l'atmosphère et météorologie

François Lott, flott@lmd.ens.fr et **Bernard Legras**, legras@lmd.ens.fr

I. Les ondes atmosphériques et leurs effets sur la circulation générale

2) Circulation générale de la moyenne atmosphère et séparation ondes-écoulement moyen

- a) Rappel sur les climatologies et interprétation avec un modèle simple basé sur les équations de Saint-Venant
- b) La circulation de Brewer-Dobson (Observations)
- c) Les équations pour l'écoulement en moyenne zonale
 - Le formalisme Eulérien
 - Le formalisme Eulérien transformé
 - Le théorème de non-interaction de Eliassen-Palm

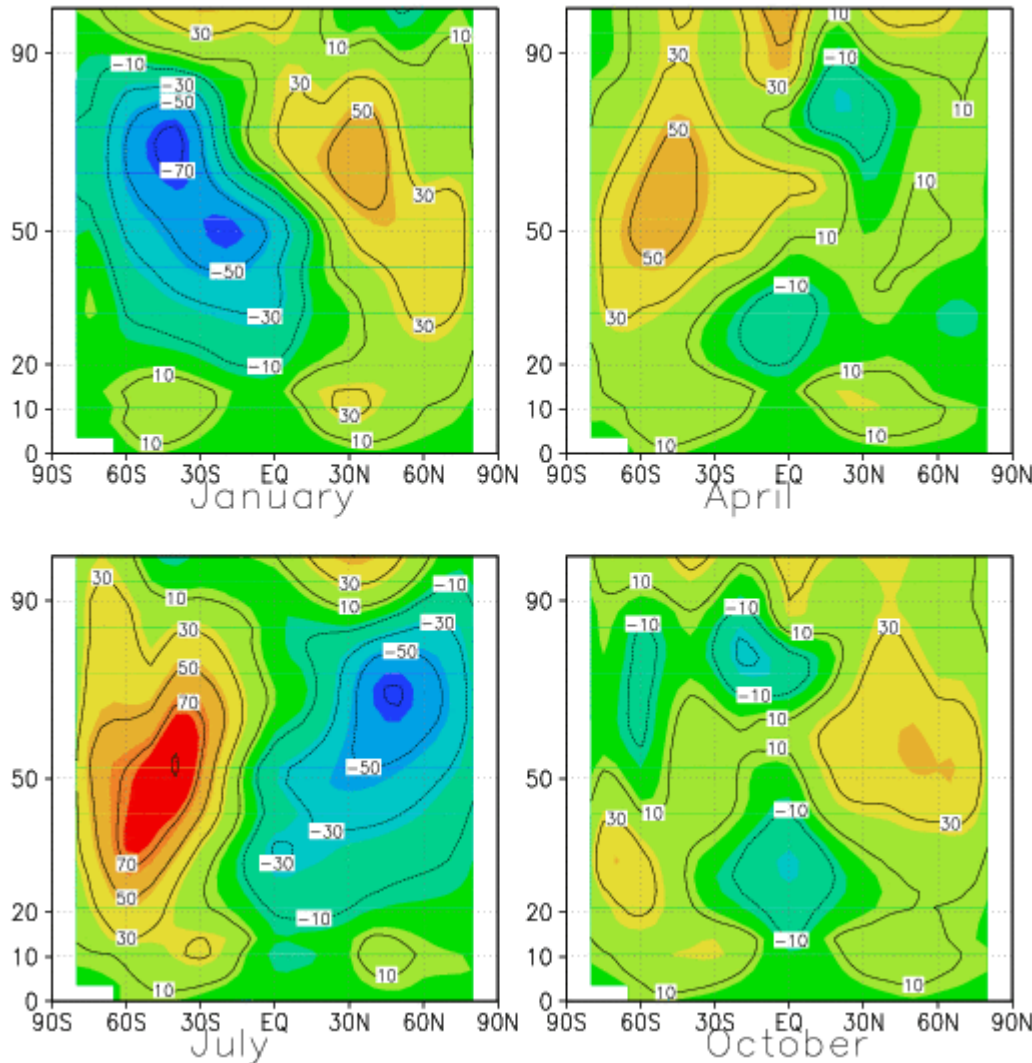
a) Climatologies et modèle simple

Les moyennes zonales du vent zonal (données CIRA)

U (m/s)

Solstices

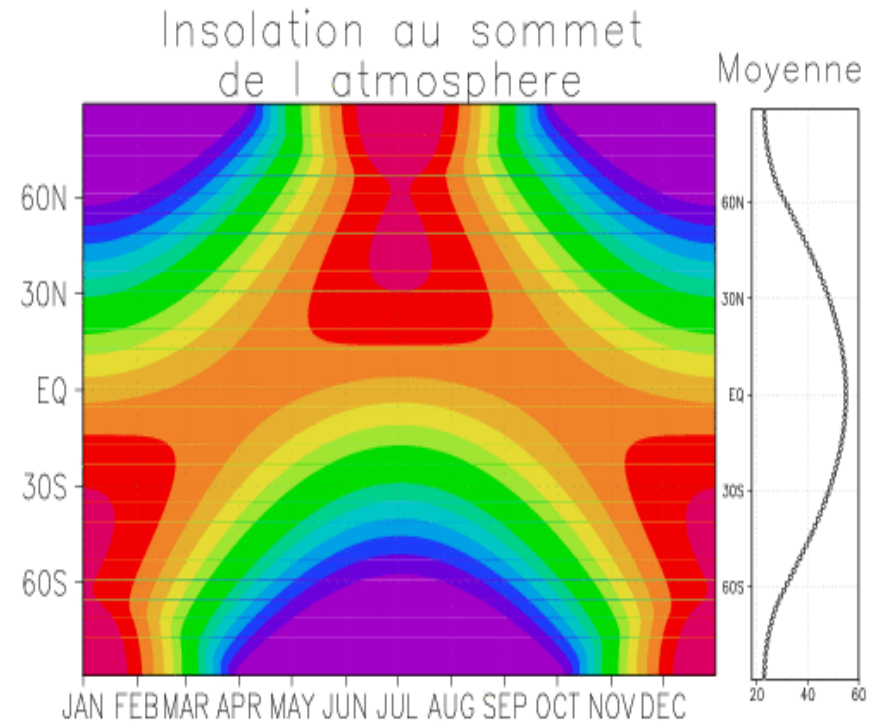
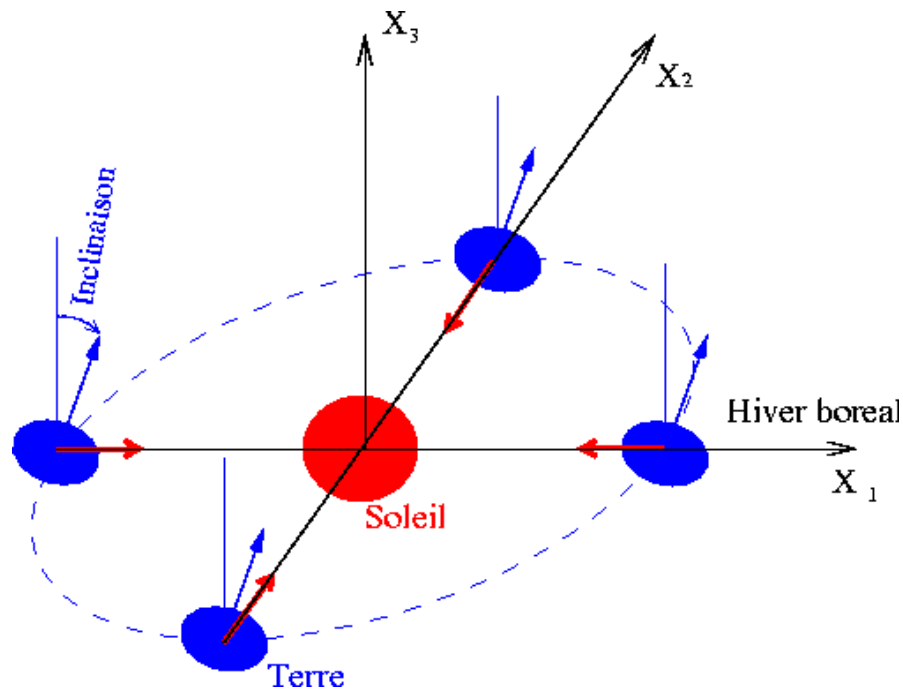
Equinoxes



- Dans la moyenne atmosphère (20-90km), on trouve des jets vers l'Est dans l'hémisphère d'hiver, vers l'Ouest dans l'hémisphère d'été.
- Au printemps et à l'Automne, les jets sont essentiellement vers l'Est dans toute la moyenne atmosphère.
- A toute saison, il y a 2 jets vers l'Est et aux moyennes latitudes dans la troposphère.
- Noter, en particulier aux solstices, que les jets ont tendances à être plus fort dans l'hémisphère sud.
- Noter aussi que la fermeture des jets à la mésopause ne peut s'expliquer par un forçage thermique uniquement.

a) Climatologies et modèle simple

Forçage par le cycle saisonnier de l'ensoleillement



- L'Ozone réémet quasi-instantanément, et sous forme de chaleur, le rayonnement UV qu'elle absorbe
- L'ensoleillement moyen journalier est maximum aux pôles en été en partie car la journée y dure presque 24h
- En moyenne et au cours du temps l'insolation reste maximale à l'équateur

a) Climatologies et modèle simple

Principe du modèle de Saint Venant axisymétrique sur la sphère

Equations de base:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi}\right) u - \left(2\Omega + \frac{u}{a \cos \phi}\right) v \sin \phi = 0$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi}\right)v + \left(2\Omega + \frac{u}{a \cos \phi}\right)u \sin \phi = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Phi v \cos \phi}{\partial \phi} = Q_{0_3} - \overline{Q}_{0_3}^\phi - \alpha (\Phi - \Phi_0)$$

Conservation du moment angulaire:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi}\right) (u \cos \phi + a\Omega \cos^2 \phi) = 0$$

Donne pour des mouvements de petite amplitude (initialement):

$$\frac{\partial}{\partial t}u \approx 2\Omega \sin \phi v$$

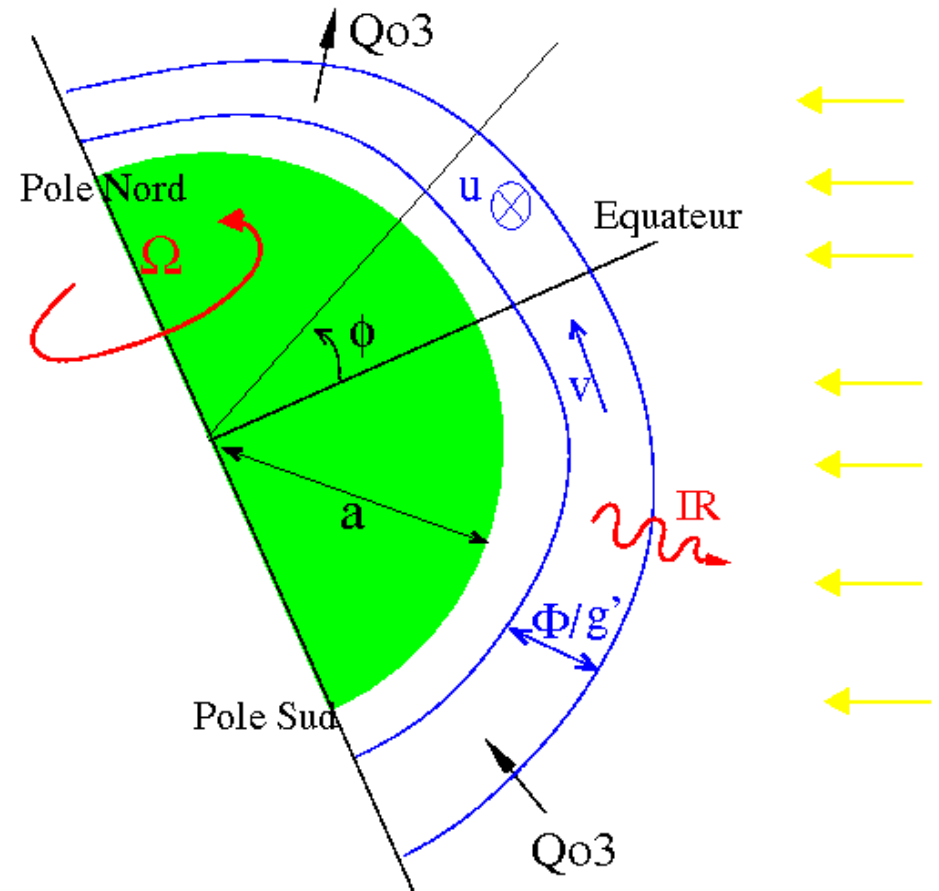
Equilibre Géostrophique (moyennes latitudes)

$$2\Omega \sin \phi \, u = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$$

Equilibre thermique

(propre à ce modèle et pour $t \rightarrow \infty$)

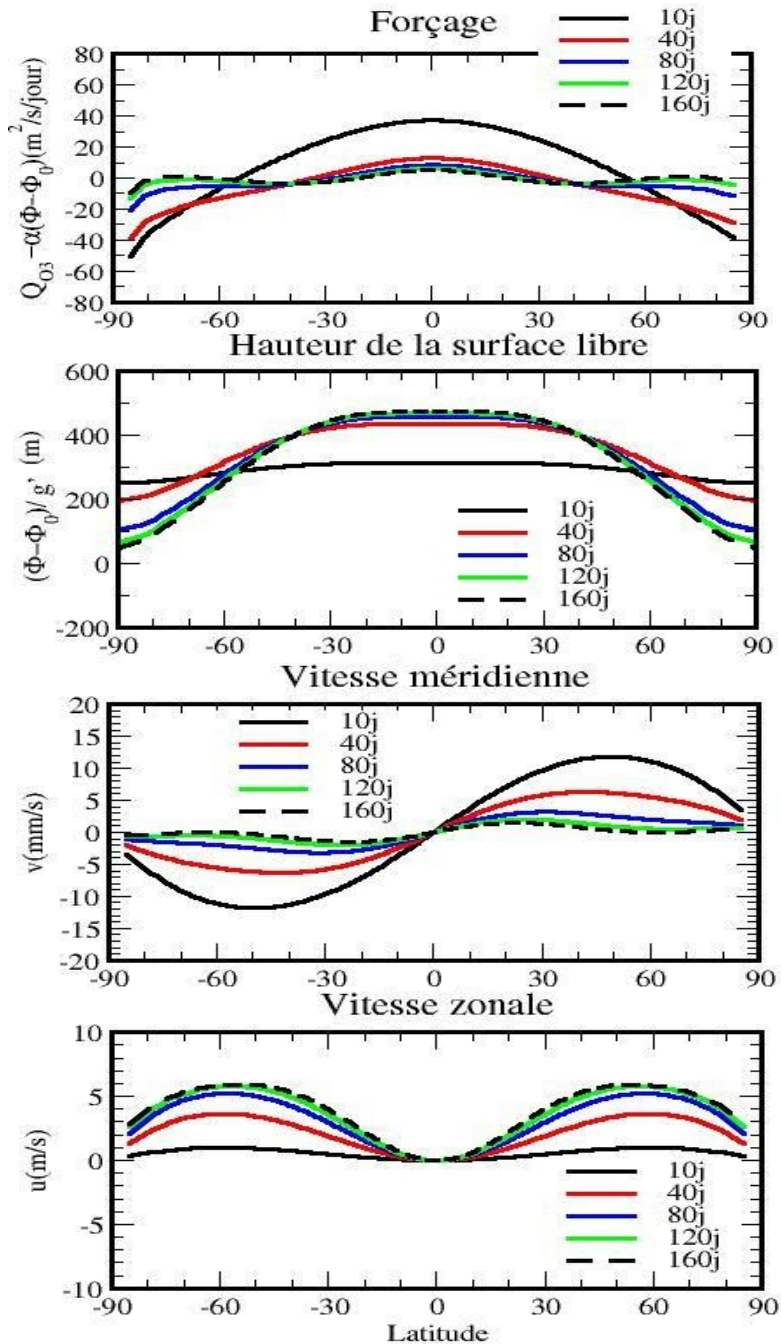
$$Q_{0_3} - \overline{Q}_{0_3}^\phi = \alpha (\Phi - \Phi_0)$$



Φ est le potentiel,
l'épaisseur de la couche est Φ/g' ,
sa valeur au repos est $\Phi_0/g' \sim 60\text{km}$;
 $g' \sim g$ est une gravité réduite,
le temps caractéristique de
refroidissement IR $\propto (1/5 \text{ jours})$.

a) Climatologies et modèle simple

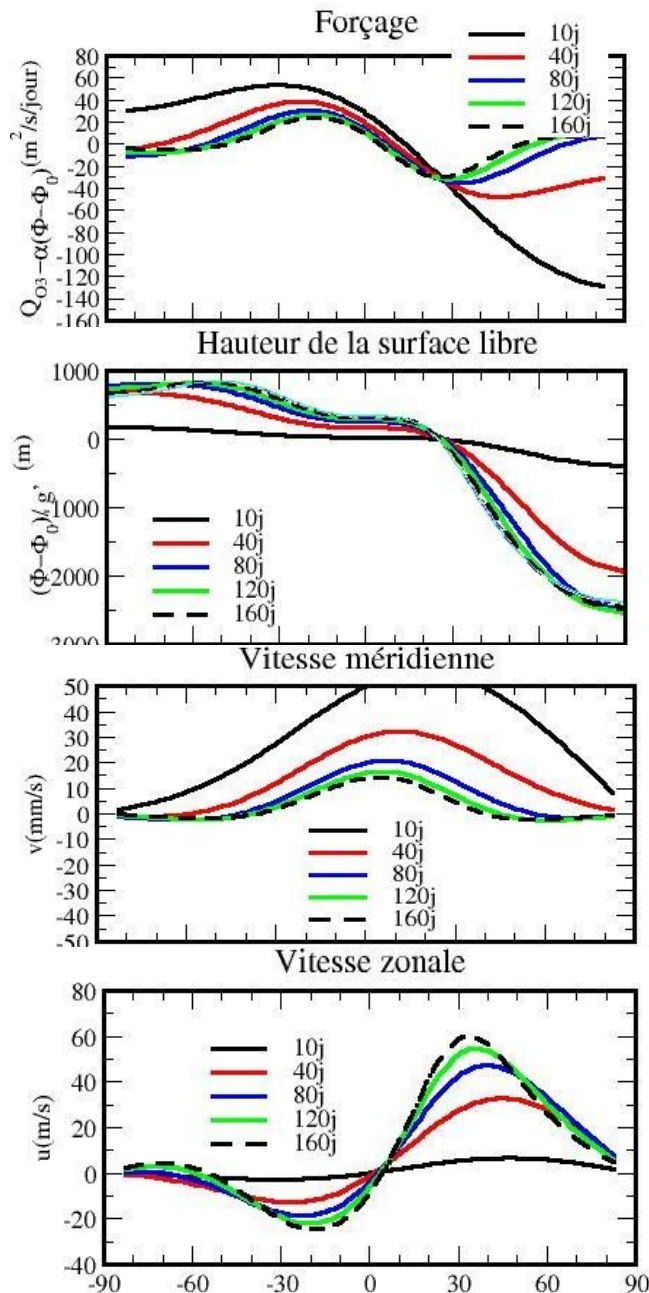
Résultats pour les équinoxes (Mars ou Avril)



1. Au départ (10j) le chauffage est dû à O_3 uniquement, il induit une montée de Φ à l'équateur et une descente aux hautes latitudes
2. La perturbation de Φ est ramenée par refroidissement IR vers Φ_0 à l'équateur, (par réchauffement aux hautes latitudes). Un état d'équilibre entre O_3 (chauffage) et CO_2 (IR) est atteint après 160j, le forçage diabatique est alors très faible.
3. Le chauffage induit aussi un déplacement méridien (v) vers le Nord au Nord, vers le Sud, au Sud. C'est comme les cellules de Hadley de la troposphère, et qui sont essentiellement liées à un forçage diabatique centré sur la bande équatoriale, en toutes saisons.
 - Noter que v est très faible à l'équilibre (160j ici)
4. Par conservation du moment angulaire, ce déplacement produit aussi un vent vers l'est (u) au Nord et au Sud, aux moyennes latitudes. A nouveau comme dans la haute troposphère et en toutes saisons.
 - Noter que u est aussi en équilibre géostrophique avec Φ aux moyennes latitudes.

a) Climatologies et modèle simple

Résultats pour le mois de Janvier



- 1) Au départ (10j) le forçage est dû à 03 uniquement. Il induit une augmentation de F dans l'Hem Sud et une diminution dans l'Hem. Nord.
- 2) Φ : un état d'équilibre entre 03 (chauffage) et CO2 (IR) est (presque) atteint après 160j.
- 3) Le chauffage induit un déplacement méridien (v) vers le Nord. Il devient très faible lorsque l'on s'approche de l'état stationnaire (160j)
- 4) Par conservation du moment angulaire, ce déplacement produit aussi un vent vers l'est au Nord (u) et un vent vers l'Ouest au sud.
 - Le vent vers l'Est dans l'Hémisphère Nord est trop fort, par rapport au vent vers l'Ouest dans l'Hémisphère Sud
 - Noter que u est aussi en équilibre géostrophique avec Φ aux moyennes latitudes:

$$2\Omega \sin \phi u = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$$

a) Climatologies et modèle simple

La moyenne atmosphère n'est pas à l'équilibre radiatif

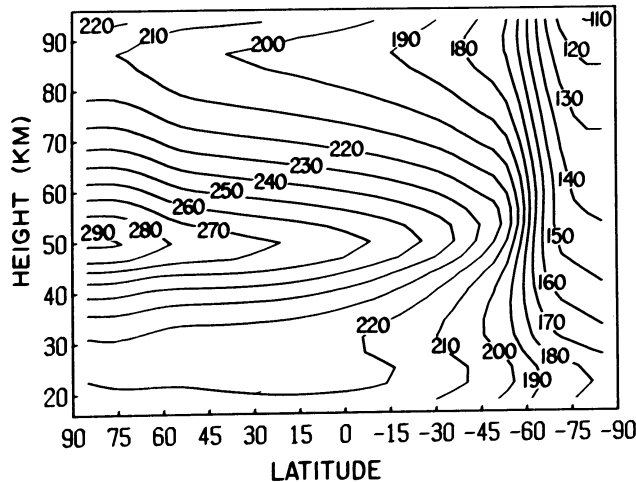


Fig. 2.34. Radiative equilibrium temperature distribution for northern (left) summer solstice. [From Wehrbein and Leovy (1982), with permission.]

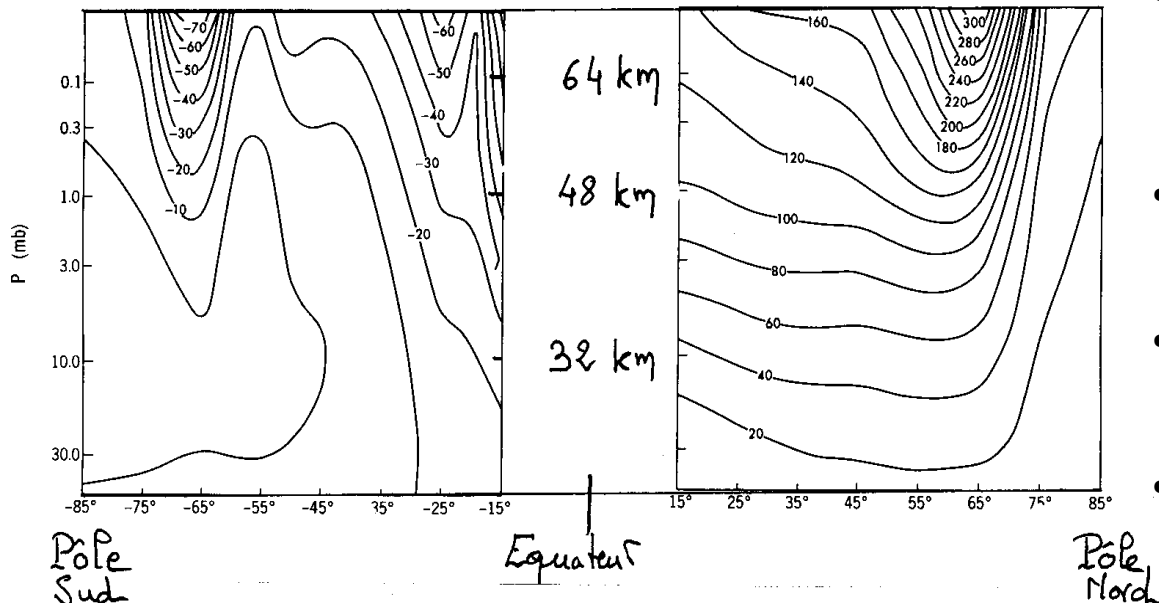
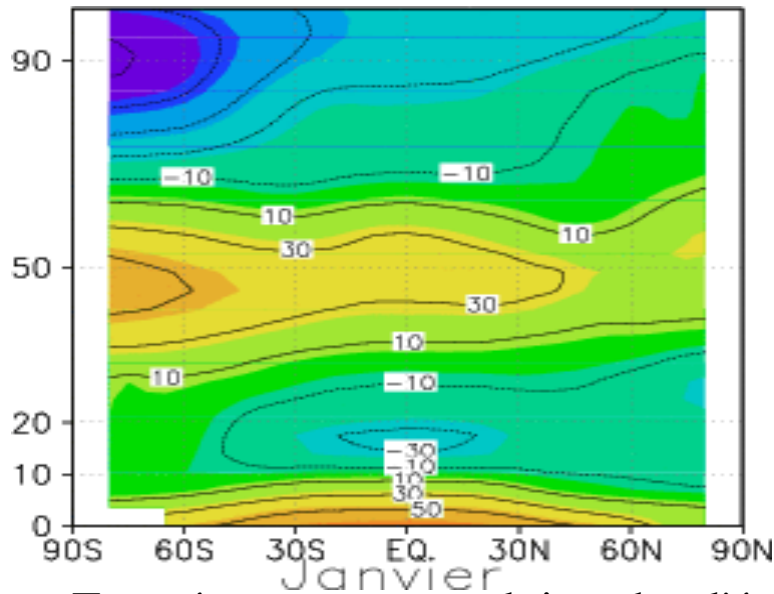


Fig. 7.1. Zonal gradient wind u_w that is in thermal-wind balance with the temperature field T , of Fig. 1.2 and equals the observed climatological zonal wind at 100 mb. (a) Northern Hemisphere (winter), (b) Southern Hemisphere (summer). (Courtesy of Dr. S. B. Fels.)

- Cartes des Températures et des vents issues d'un modèle d'atmosphère à l'équilibre radiatif (sans circulation méridienne de Brewer Dobson) en Janvier.
- Attention! Le signe des latitudes est inversé dans la première Figure.
- En Janvier, la T a une altitude donnée décroît bien du Pôle Sud au Pôle Nord
- Il en résulte bien des vents vers l'Ouest dans l'Hem. Sud et des vents vers l'Est dans l'Hem. Nord.
- Ces vents sont beaucoup trop fort à toutes les altitudes dans l'hémisphère Nord
- Les jets ne se ferment pas dans la mésosphère
- L'erreur est moins marquée dans l'hémisphère d'été

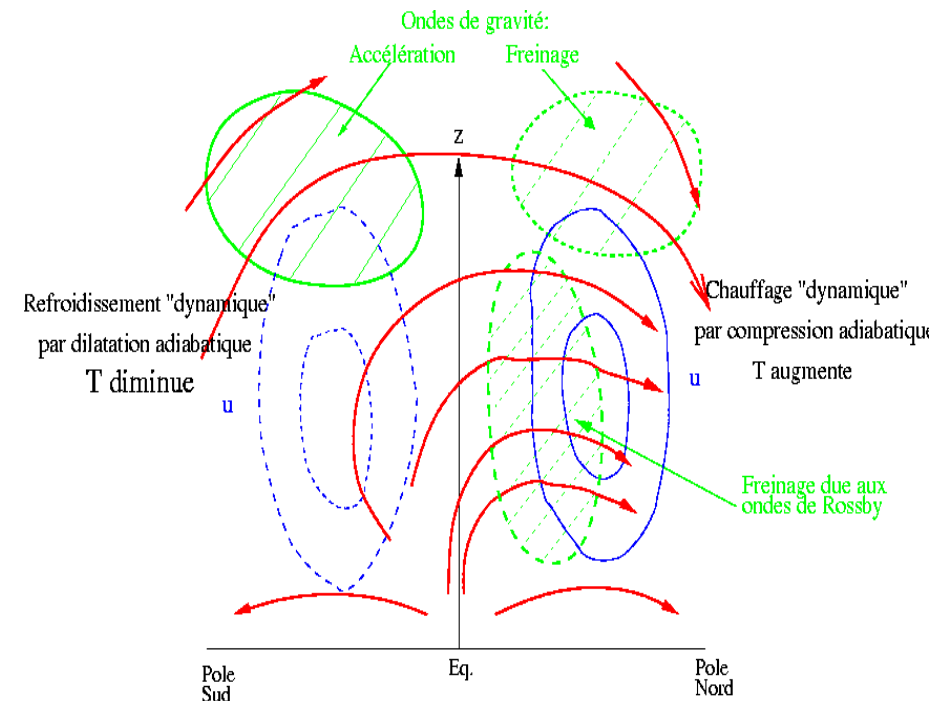
a) Climatologies et modèle simple

La température au mois de Janvier (données CIRA)



- Ces Températures sont loin de l'équilibre radiatif:
- Elles sont trop chaudes aux pôles d'hiver, trop froide au pôle d'été dans la stratosphère et dans la basse mésosphère
- Aux équinoxes et dans la haute mésosphère, (70-90km) T croit du pôle d'hiver vers le pôle d'été!!!
- Aux solstices et à la mésopause (90km) se trouve la région la plus froide de l'atmosphère!!!!

La circulation de Brewer Dobson pilotée par les ondes et le “Downward Control”



a) Climatologies et modèle simple

Relation entre vent et T: l'équilibre du vent thermique

Equilibre hydrostatique:

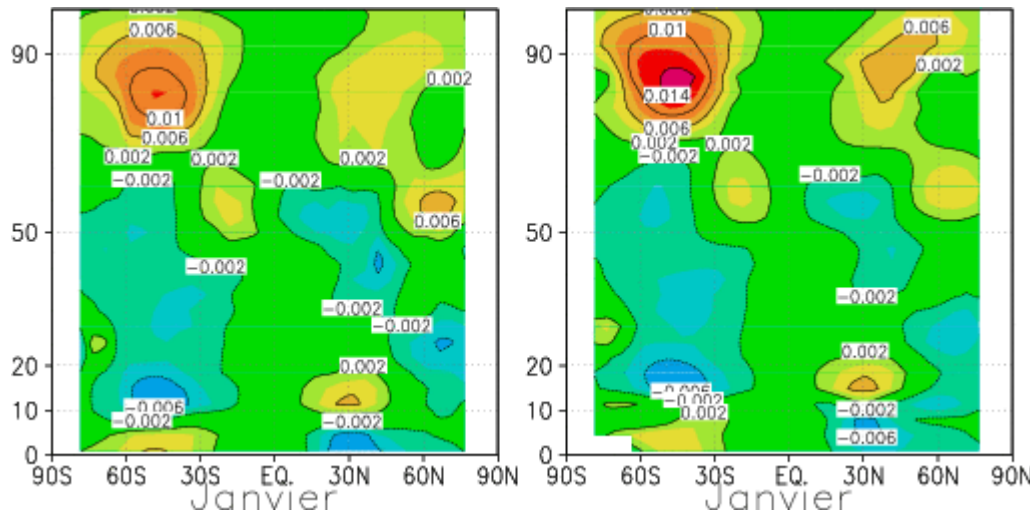
$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{RT}{H}$$

Equilibre géostrophique:

$$\underbrace{2\Omega \sin \phi}_f u = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$$

Equilibre du vent thermique:

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \phi} = -\frac{fH}{R} \frac{\partial u}{\partial z}$$



- Estimées par différences finies et à l'aides de données CIRA

- L'équilibre du vent thermique, traduit le lien fort entre thermodynamique et dynamique aux moyennes latitudes:
- En Janvier, le fait que T augmente avec la latitude dans l'hémisphère sud et dans la haute mésosphère (70-90km), permet au jet vers l'Ouest dans la moyenne atmosphère de l'hémisphère sud de se fermer à la mésopause.
- Inversement, si on accélère mécaniquement l'écoulement près de la mésopause, on obtient une fermeture de ce jet. Par équilibre du vent thermique, cette accélération doit être associée à une diminution de la Température. On parle de chauffage (éventuellement de refroidissement) mécanique.
- Comme ces processus mécaniques sont importants, l'atmosphère moyenne est loin de l'équilibre radiatif.

a) Climatologies et modèle simple

Modèle de Saint Venant axisymétrique avec forçage mécanique: X

Equations de base:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) u - \left(2\Omega + \frac{u}{a \cos \phi} \right) v \sin \phi = X$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) v + \left(2\Omega + \frac{u}{a \cos \phi} \right) u \sin \phi = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} v \cos \phi = Q_{03} - \overline{Q_{03}^\phi} - \alpha (\Phi - \Phi_0)$$

Production d'une circulation méridienne

(Pour équilibrer la perte de moment angulaire)

$$-2\Omega \sin \phi v \approx X$$

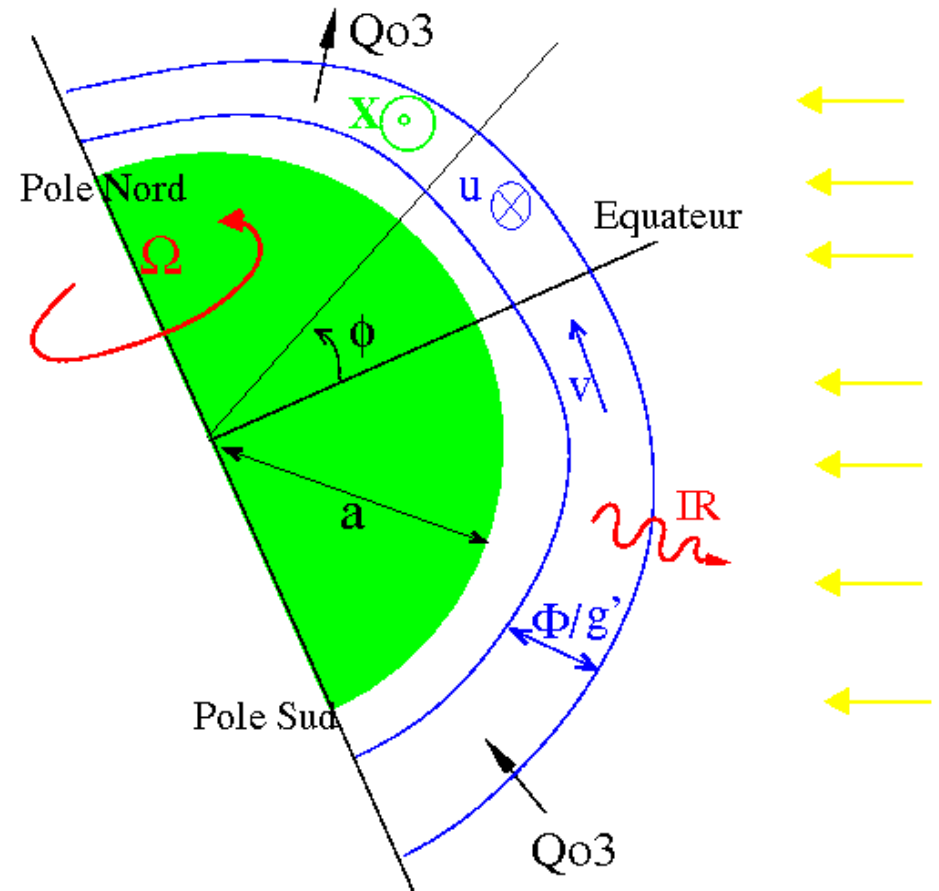
Equilibre Géostrophique (moyennes latitudes)

$$2\Omega \sin \phi u = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$$

Equilibre thermique

(propre à ce modèle et pour $t \rightarrow \infty$)

$$Q_{03} - \overline{Q_{03}^\phi} = \alpha (\Phi - \Phi_0)$$



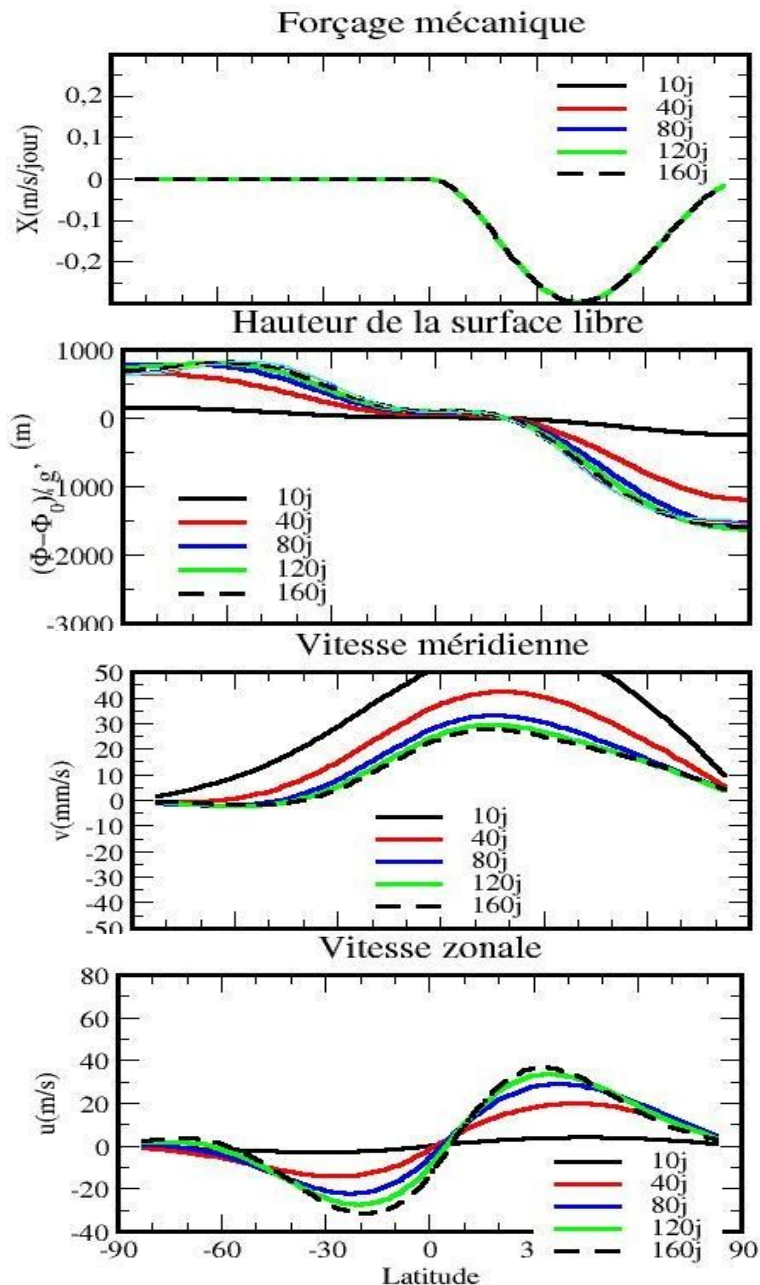
Φ est le potentiel,

l'épaisseur de la couche est Φ/g' ,
sa valeur au repos est $\Phi_0/g' \sim 60\text{km}$;

$g' \sim g$ est une gravité réduite,
le temps caractéristique de
refroidissement IR $\alpha \sim (1/5 \text{ jours})$.

a) Climatologies et modèle simple

Mois de Janvier avec freinage du jet dans l'hémisphère Nord ($X < 0, \phi > 0$) un effet du aux ondes de Rossby de grande échelle



1) Le forçage thermodynamique est le même que dans l'expérience du mois de Janvier (p. 24).

- Le forçage mécanique X est due aux ondes de Rossby quasi-stationnaires qui ne peuvent se propager que dans un écoulement allant vers l'Est (leur vitesse de phase relative est négative).

2) Φ : équilibre après 80j.

3) Le forçage mécanique prolonge la circulation méridienne dans l'hémisphère Nord

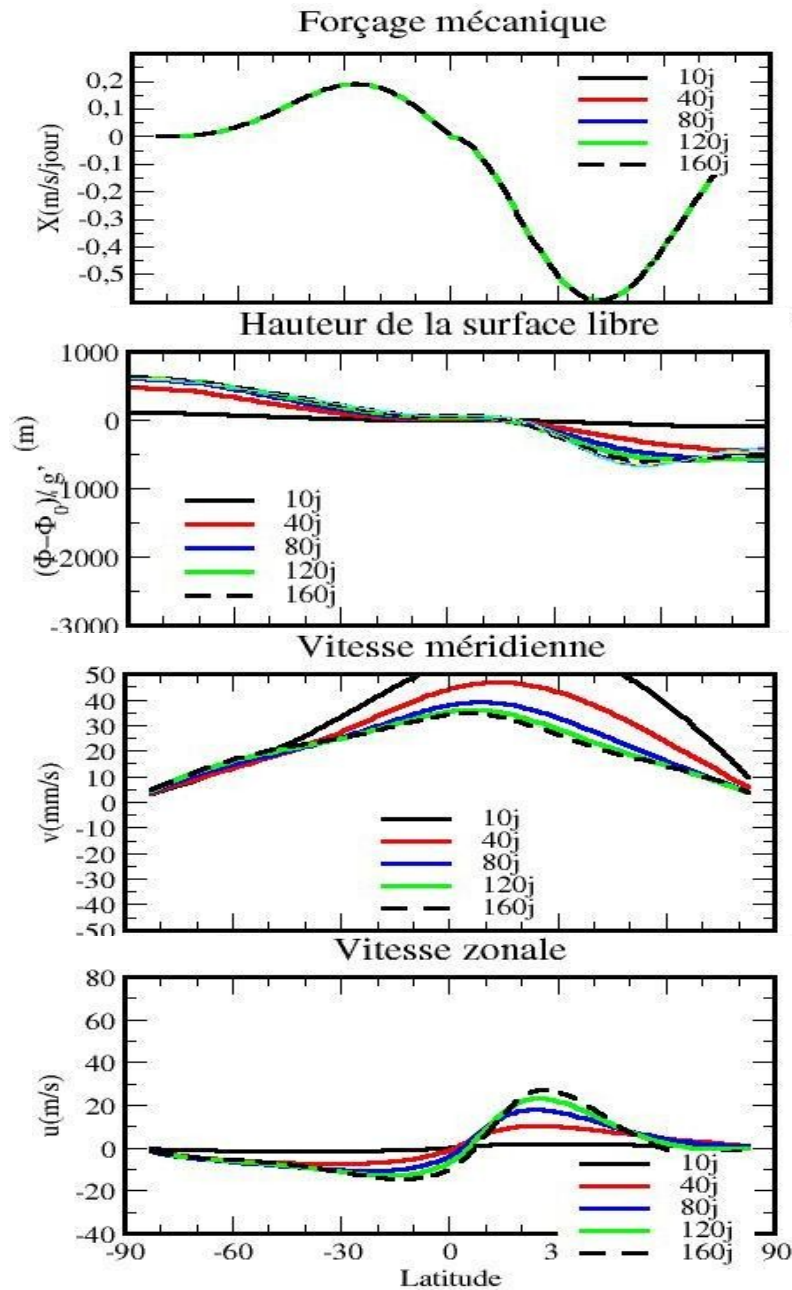
- Cette circulation méridienne diminue le gradient méridien de h , ce qui induit un vent vers l'est moins fort aux moyennes latitudes et dans l'hémisphère Nord.

4) Vitesse zonale moins forte que sans X dans l'Hémisphère nord.

Cette modélisation est plutôt représentative de ce qui se passe dans la stratosphère.

a) Climatologies et modèle simple

Mois de Janvier avec freinage du jet dans l'hémisphère Nord et accélération dans l'hémisphère sud, un effet du aux ondes de gravité de petite échelle



1) Le forçage thermodynamique du mois de Janvier (p. 24).

- $X > 0$ hémisphère sud, $X < 0$ l'hémisphère nord.
- X est due aux ondes de gravité instationnaires provenant de la troposphère
- Ces ondes déferlent plus facilement dans un écoulement allant dans la direction de leur vitesse de phase
- Elles exercent une force dans la direction de leur vitesse de phase.

2) Φ : équilibre après 80j.

3) Le forçage mécanique prolonge la circulation méridienne dans l'hémisphère Sud et dans l'Hémisphère Nord

- Cette circulation méridienne diminue le gradient méridien de Φ dans les deux hémisphères, ce qui induit un vent vers l'ouest moins fort dans l'hémisphère sud, et un vent vers l'est moins fort dans l'hémisphère Nord.

Cette modélisation est plutôt représentative de ce qui se passe dans la mésosphère.

b) La circulation de Brewer-Dobson (Observations)

Evidence sur la vapeur d'eau

Très pauvre en vapeur d'eau. Qu'est ce que cela veut dire?

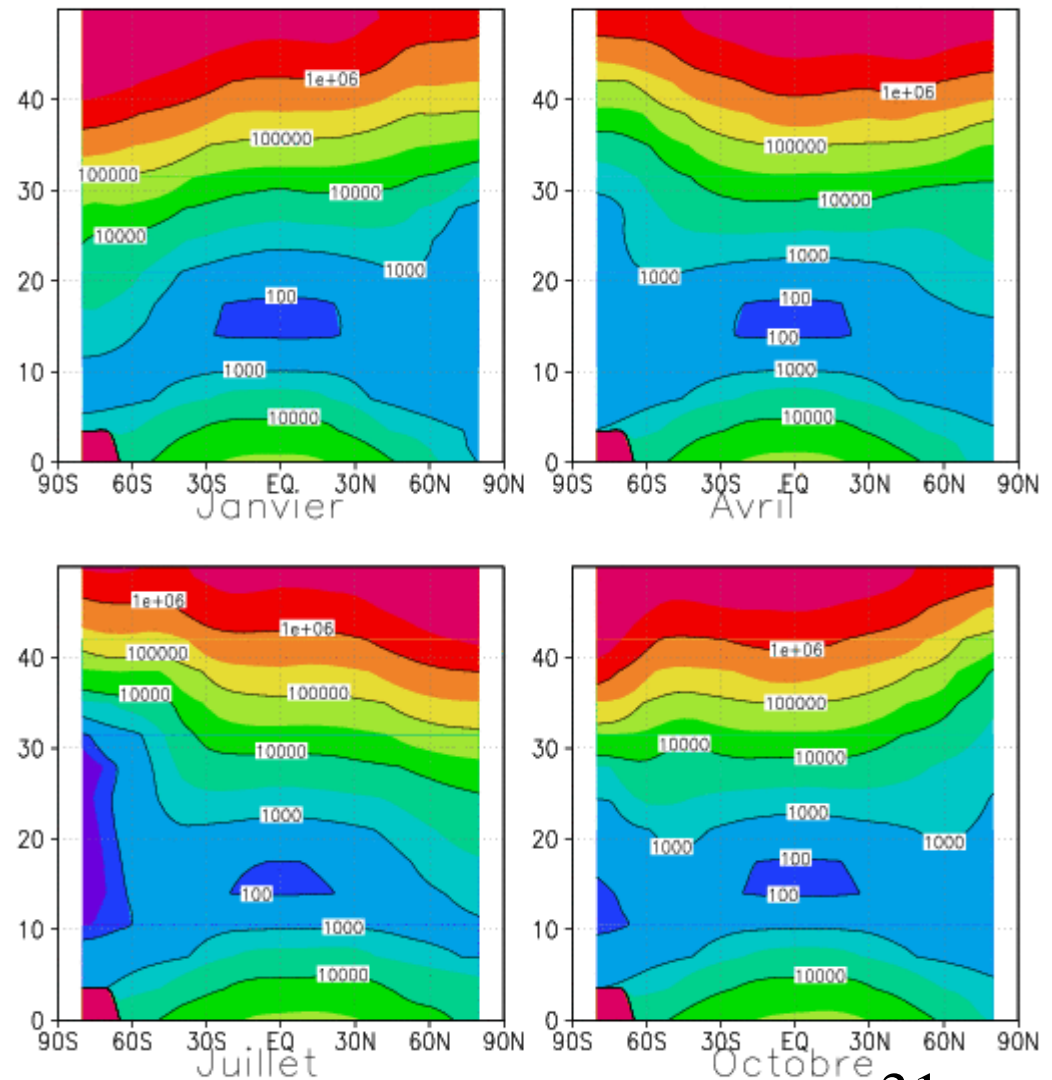
- Nombre de molécules par unité de volume: n_v
- Taux de mélange en volume (ppmv):
$$\mathcal{V}_v = n_v/n_A = p_v/p_A$$
- Dans la troposphère, \mathcal{V}_v est de l'ordre de 10000ppmv, soit de la valeur max:

$$\mathcal{V}_{v \text{ sat}} = p_{v \text{ sat}}/p_A \text{ avec:}$$

$$p_{v \text{ sat}} \approx 1.E^{+5} \exp\left(13.7 - \frac{5120}{T}\right)$$

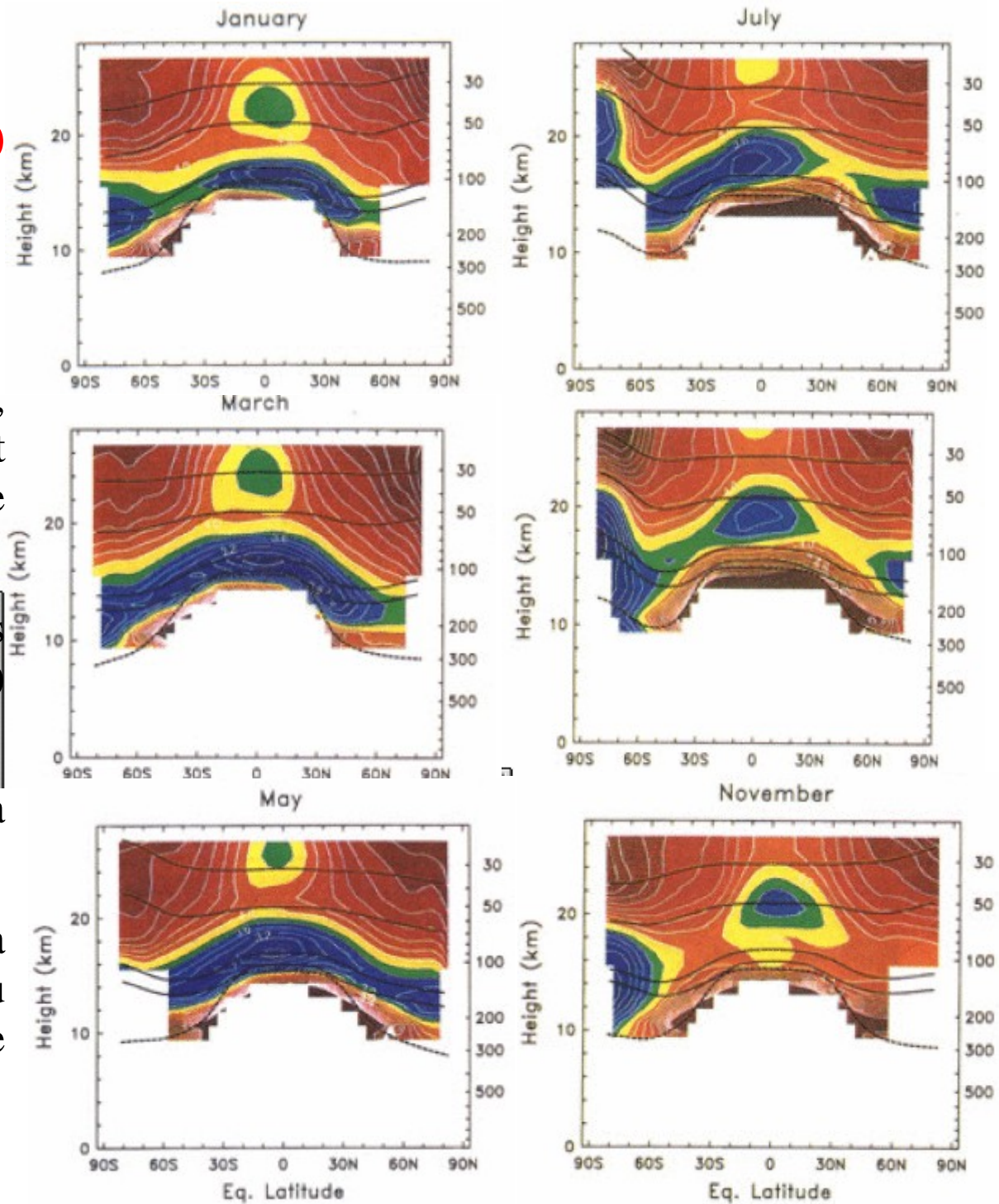
- Dans la stratosphère: 2-6 ppmv
- La seule région favorable à la déshydratation de l'air en toute saison est la tropopause tropicale
- Il manque cependant des processus de déshydratation de petite échelle: 100ppmv, c'est encore trop

Données CIRA, $\mathcal{V}_{v \text{ sat}}$



b) La circulation de Brewer-Dobson (Observations)

- **Observations satellitales de H₂O (HALOE, Randel et al. JGR 2001)**
- Valeurs minimales en bleu ~3ppmv, à la tropopause tropicale, et s'étalant vers les moyennes latitudes (mélange horizontal)
- Montée lente visible au tropiques (transport vertical de grande échelle) à un instant donné
- Elle est aussi visible dans le minima qui monte lentement à l'équateur.
- Il y a aussi une production dans la stratosphère due à l'oxidation du CH₄, valeur maximale en rouge sombre ~6ppmv

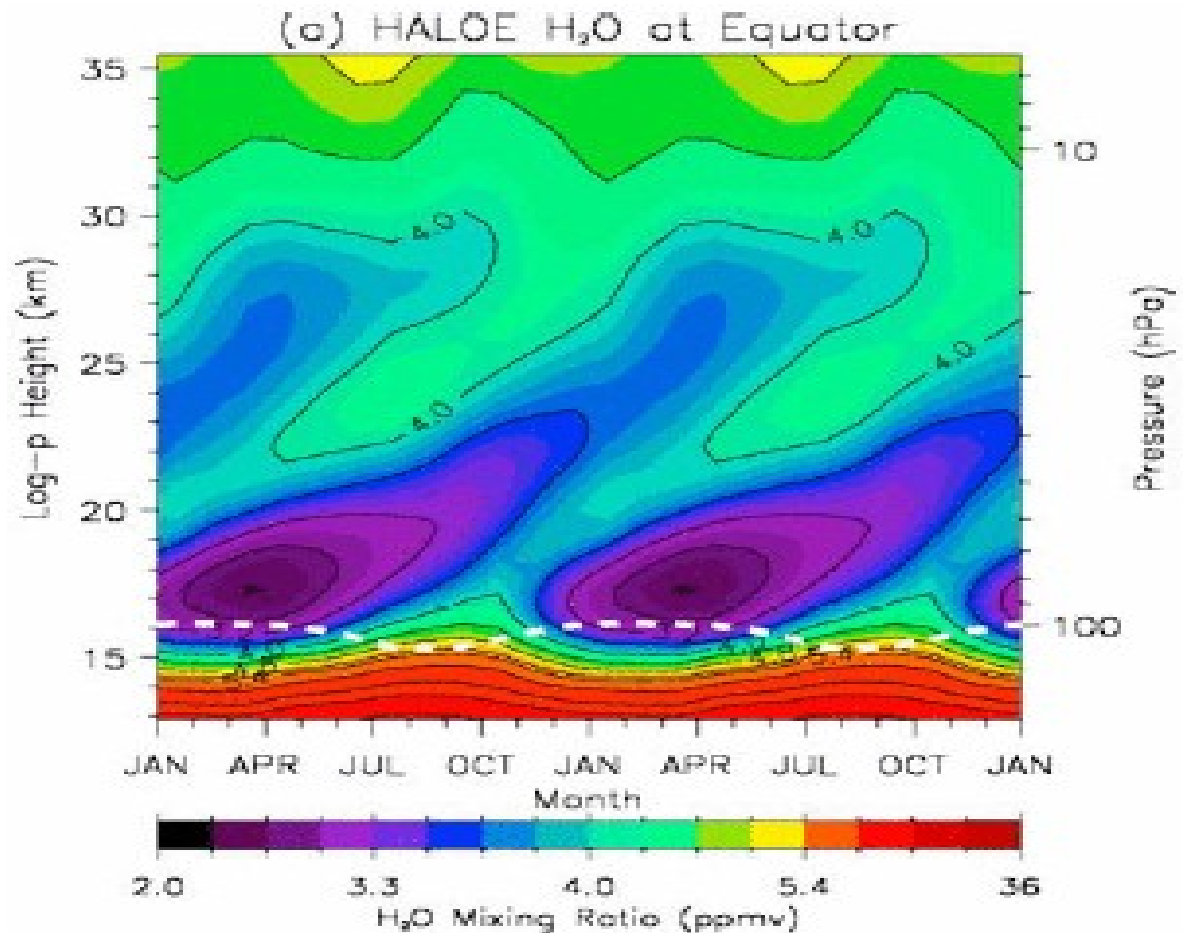


b) La circulation de Brewer-Dobson (Observations)

Observations satellitales d'H₂O (HALOE)

Le « tape recorder »

- Park et al. JGR 2004
- Montée lente de l'air tropical, qui garde assez bien les caractéristiques en \mathcal{V}_v qu'il acquière à un instant donnée à la tropopause tropicale
- Ces caractéristiques se perdent lentement par diffusion horizontale et par oxydation du CH₄

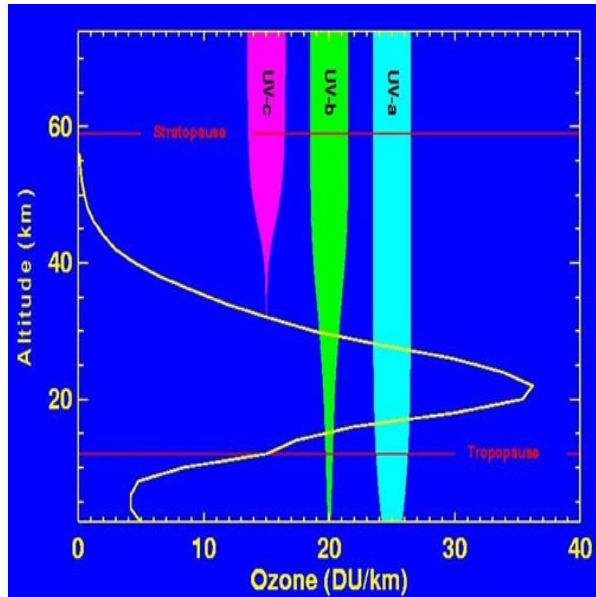


b) La circulation de Brewer-Dobson (Observations)

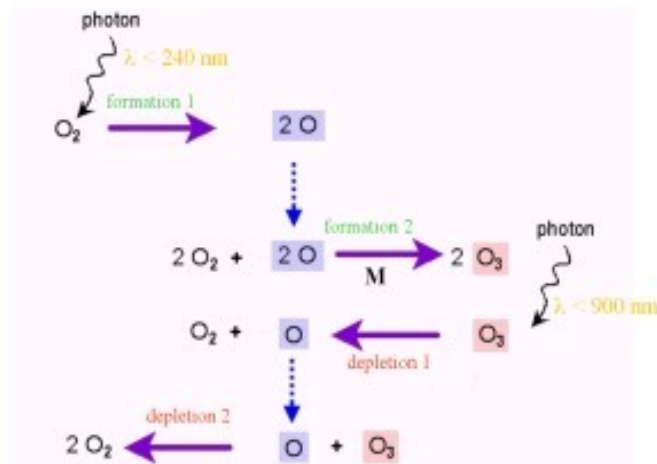
Evidence sur l'Ozone.

La production de l'Ozone (O_3)

Altitude de
pénétration des
UV-a, UV-b,
UV-c



Cycle de
Chapman
(1930):



- Les **UV-c** sont absorbés par l' O_2 entre 40km et 60km. De cette photolyse il résulte des radicaux libres d'oxygène moléculaire **O**.
- Ils se combinent rapidement à des molécules d' O_2 pour former O_3 .
- L'Ozone absorbe les **UV-b** essentiellement au dessus de 20km pour donner un **O**
- Le plus souvent cet **O** se recombine avec O_2 pour donner à nouveau O_3 , il y dégagement de chaleur et chauffage de l'atmosphère.
- Légèrement déficitaire cependant mais la famille **$O+O_3$ (O_x)** a une assez longue durée de vie.
- Le cycle de Chapman explique la production des O_x et le chauffage par O_3
- il explique mal la destruction de l' O_3 . (Rôle des radicaux libres)

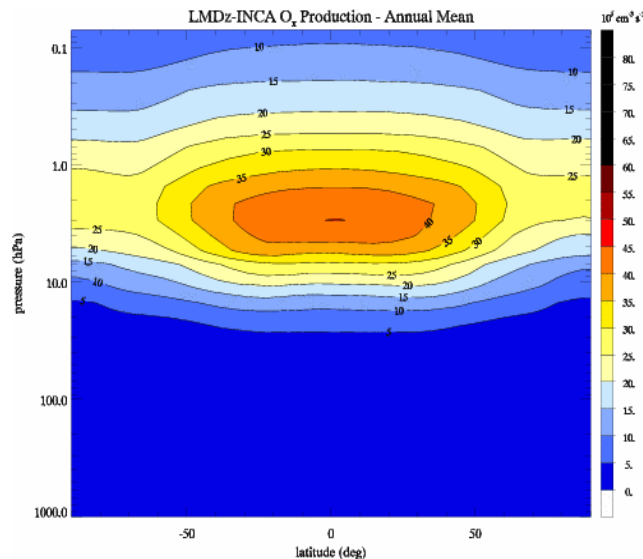
b) La circulation de Brewer-Dobson (Observations)

La production de l'Ozone (Ox)

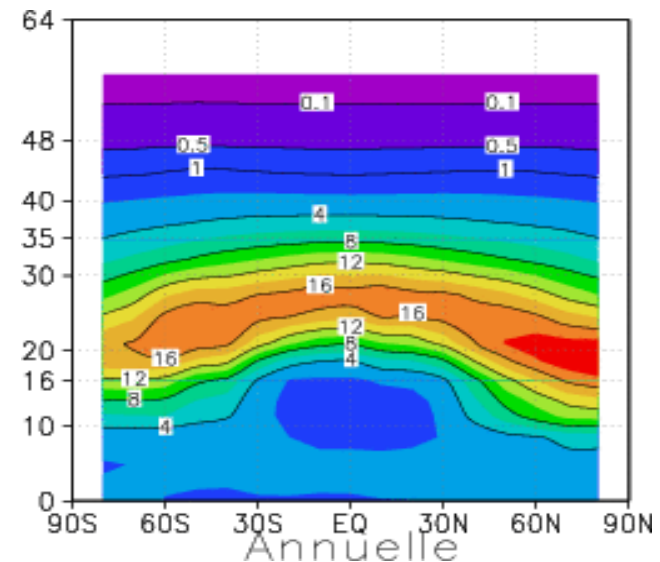
Modèle de photo-chimie atmosphérique INCA, opérationnel dans LMDz
(Merci à D. Hauglustaine)

L'ozone ne se trouve pas là où il est produit

Production annuelle moyenne
d'Ox



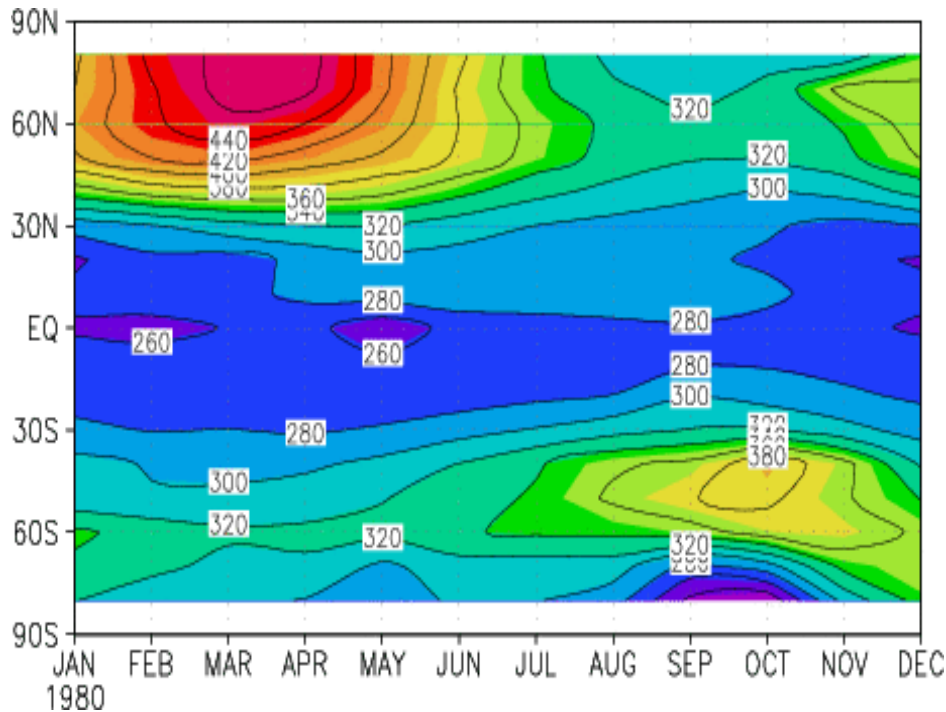
Quantité annuelle moyenne d'O₃
DU/km



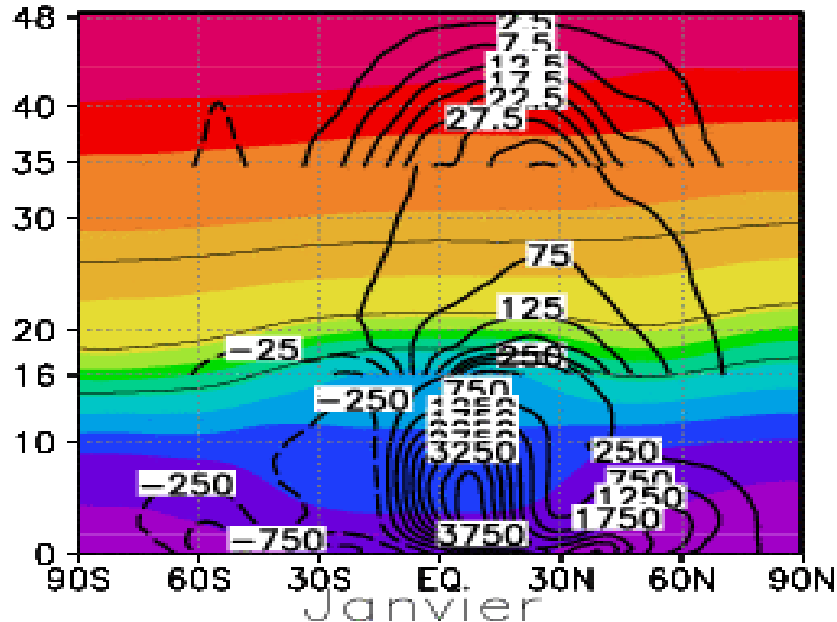
- Bien que l'Ozone soit produit à l'équateur vers 40-50km, sa concentration est maximale autour de 20km et aux hautes latitudes

b) La circulation de Brewer-Dobson (Observations)

Climatologie de la colonne d'Ozone en Unité Dobson (DU)



- L'air est enlevé de la zone de production (Equateur) et transporté vers les hautes latitudes
- Notez en Avril la forte concentration au pôle Nord: Ozone accumulé durant l'hiver
- Notez aussi le déficit naturel d'O₃ au pôle sud et en Octobre: c'est le trou d'Ozone lié à un faible mélange, et à une circulation de Brewer Dobson dans l'hémisphère sud n'atteignant pas le pôle



$$\frac{\partial \Psi^*}{\partial z} = -\rho_0 \cos \phi v^*$$

- L'air est enlevé de la zone de production et transporté vers le bas et vers les hautes latitude

c) Les équations pour l'écoulement en moyenne zonale

Formalisme Eulérien (AHL p. 124)

Définition de la moyenne zonale Eulérienne:

$$\bar{u}(\phi, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(\lambda, \phi, z, t) d\lambda$$

Définition de la perturbation:

$$u'(\lambda, \phi, z, t) = u(\lambda, \phi, z, t) - \bar{u}(\phi, z, t)$$

Equations pour l'écoulement moyen:

$$\begin{aligned} \bar{u}_t + \bar{v} \left[(a \cos \phi)^{-1} (\bar{u} \cos \phi)_\phi - f \right] + \bar{w} \bar{u}_z \\ = \bar{X} - (a \cos^2 \phi)^{-1} (\bar{v}' u' \cos^2 \phi)_\phi - \rho_O^{-1} (\rho_O \bar{w}' u')_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_t + a^{-1} \bar{v} \bar{v}_\phi + \bar{w} \bar{v}_z + \bar{u} (f + \bar{u} a^{-1} \tan \phi) + a^{-1} \bar{\Phi}_\phi \\ = \bar{Y} - (a \cos \phi)^{-1} (\bar{v}'^2 \cos \phi)_\phi - \rho_O^{-1} (\rho_O \bar{w}' v')_z \\ - \bar{u}'^2 a^{-1} \tan \phi \end{aligned}$$

$$\bar{\Phi}_z = \frac{R\bar{T}}{H}$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_t + a^{-1} \bar{v} \bar{\theta}_\phi + \bar{w} \bar{\theta}_z \\ = \bar{Q} - (a \cos \phi)^{-1} (\bar{v}' \theta' \cos \phi)_\phi - \rho_O^{-1} (\rho_O \bar{w}' \theta')_z \end{aligned}$$

$$(a \cos \phi)^{-1} (\bar{v} \cos \phi)_\phi + \rho_O^{-1} (\rho_O \bar{w})_z = 0$$

- Ces équations ne permettent pas toujours de lier les termes de forçage dus aux ondes, à certaines propriétés physiques fondamentales de ces ondes (stationnarité, adiabaticité ou dissipation et déferlement)
- De nombreux exemples seront données dans la suite du cours
- La circulation méridienne (\bar{v}, \bar{w}) représente très mal la circulation transportant les constituants traces et le moment angulaire

c) Les équations pour l'écoulement en moyenne zonale Formalisme Eulérien Transformé (AHL p. 128)

Circulation méridienne résiduelle (définition):

$$\bar{v}^* = \bar{v} - \rho_0^{-1} (\rho_0 \bar{v}' \theta' / \bar{\theta}_z)_z$$

$$\bar{w}^* = \bar{w} + (a \cos \phi)^{-1} (\cos \phi \bar{v}' \theta' / \bar{\theta}_z)_\phi$$

Equations pour l'écoulement moyen transformées:

$$\begin{aligned} \bar{u}_t + \bar{v}^* \left((a \cos \phi)^{-1} (\bar{u} \cos \phi)_\phi - f \right) + \bar{w}^* \bar{u}_z \\ = \bar{X} + (\rho_0 a \cos \phi)^{-1} \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \end{aligned}$$

$$\bar{u} (f + \bar{u} a^{-1} \tan \phi) + a^{-1} \bar{\Phi}_\phi = \bar{G}$$

$$\bar{\Phi}_z = \frac{RT}{H}$$

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_t + a^{-1} \bar{v}^* \bar{\theta}_\phi + \bar{w}^* \bar{\theta}_z \\ = \bar{Q} - \rho_0^{-1} \left(\rho_0 \left(\bar{v}' \theta' \frac{\bar{\theta}_\phi}{a \bar{\theta}_z} + \bar{w}' \theta' \right) \right)_z \end{aligned}$$

$$(a \cos \phi)^{-1} (\bar{v}^* \cos \phi)_\phi + \rho_0^{-1} (\rho_0 \bar{w}^*)_z = 0$$

Flux d'Eliassen et Palm:

$$\overline{F^\phi} = \rho_0 a \cos \phi (\bar{u}_z \bar{v}' \theta' / \bar{\theta}_z - \bar{v}' u')$$

$$\overline{F^z} = \rho_0 a \cos \phi \left(\left(f - \frac{(\bar{u} \cos \phi)_\phi}{a \cos \phi} \right) \bar{v}' \theta' / \bar{\theta}_z - \bar{w}' u' \right)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = (a \cos \phi)^{-1} \frac{\partial}{\partial \phi} (\overline{F^\phi} \cos \phi) + \frac{\partial \overline{F^z}}{\partial z}$$

- Le vecteur \vec{F} est le Flux d'Eliassen et Palm
- $\overline{\vec{F}}$ est sa moyenne zonale.
- G est souvent faible.

c) Les équations pour l'écoulement en moyenne zonale

Le théorème de non-interaction de Eliassen et Palm

Etat de base stationnaire zonal:

Il satisfait les équations, par exemple dans le cas non forcé:

$$\bar{v}_0 = \bar{w}_0 = 0$$

$$\left(f + \frac{\bar{u}_0 \tan \phi}{a}\right) \bar{u}_0 + a^{-1} \bar{\Phi}_0 \phi = 0,$$

$$\bar{\Phi}_{0z} = H^{-1} R \bar{\theta}_0 \exp(-\kappa z/H)$$

Définition des petites perturbations:

$$u = \bar{u}_0 + u' + O(\alpha^2)$$

Equations pour la perturbation:

$$\bar{D}u' + \left[(a \cos \phi)^{-1} (\bar{u}_0 \cos \phi)_\phi - f\right] v' + \bar{u}_{0z} w' + (a \cos \phi)^{-1} \Phi'_\lambda = X'$$

$$\bar{D}v' + (2a^{-1} \bar{u}_0 \tan \phi + f) u' + a^{-1} \Phi'_\phi = Y'$$

$$\Phi'_z = H^{-1} R \theta' \exp(-\kappa z/H)$$

$$\bar{D}\theta' + a^{-1} \bar{\theta}_{0\phi} v' + \bar{\theta}_{0z} w' = Q'$$

$$(a \cos \phi)^{-1} \left[u'_\lambda + (v' \cos \phi)_\phi\right] + \rho_O^{-1} (\rho_O w')_z = 0$$

$$\bar{D} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\bar{u}_0}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \lambda}$$

Bilan d'Action

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{F} = D + O(\alpha^2)$$

- A est une fonction quadratique de la perturbation, c'est une densité d'action (par ex. Le pseudo-moment)
- La dérivée temporelle de A représente les effets instationnaires.
- D contient les effets diabatiques et visqueux (X', Y' et Q')
- α caractérise l'amplitude de l'onde

Pour des ondes stationnaires, linéaires, non dissipatives et adiabatiques:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$$

c) Les équations pour l'écoulement en moyenne zonale

La circulation de Brewer Dobson dans la stratosphère:

Fonction de courant de la circulation en moyenne Eulérienne transformée, Données CEPPMT

Fonction de courant pour la circulation
en moyenne Eulérienne transformée:

$$\frac{\partial \Psi^*}{\partial z} = -\rho_0 \cos \phi \bar{v}^*$$

$$\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Psi^*}{\partial \phi} = +\rho_0 \bar{w}^*$$

Fonction de courant pour la circulation
méridienne en moyenne Eulérienne:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = -\rho_0 \cos \phi \bar{v}$$

$$\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} = +\rho_0 \bar{w}$$

