

# Dynamique de l'atmosphère et météorologie

**François Lott** , flott@lmd.ens.fr et **Bernard Legras**, legras@lmd.ens.fr

## **I. Les ondes atmosphériques et leurs effets sur la circulation générale**

### **7) Les oscillations tropicales semi-annuelles et quasi-biennuelles**

#### a) L'oscillation semi-annuelle

Observation

Modèle simple et limites du modèle

#### b) L'oscillation quasi-biennale

Observation

Modèle simple basé sur les interactions ondes de gravité écoulement moyen

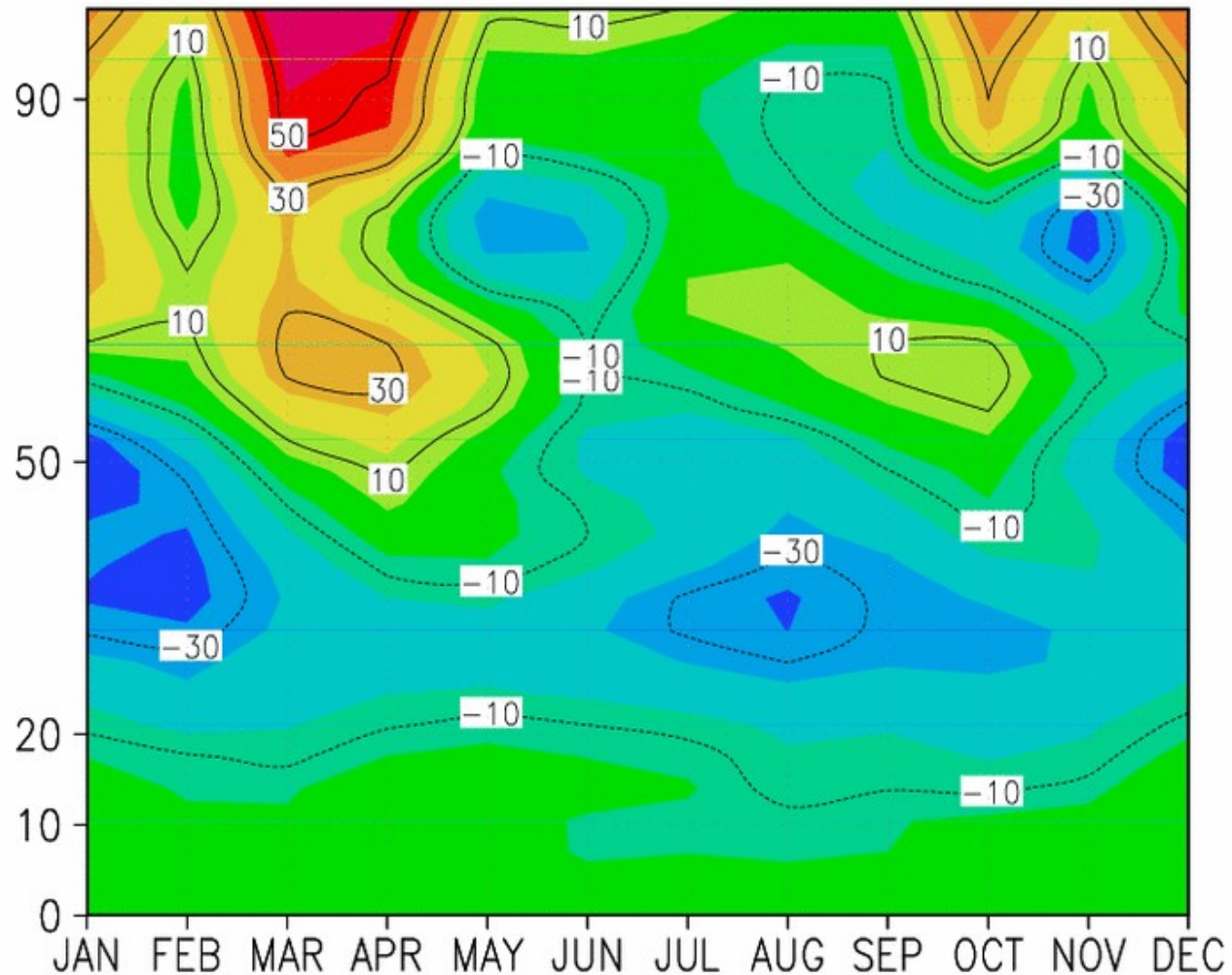
#### c) Le minimum de Température à la mésopause aux pôles d'été

(Le « Downward Control »)

## a) L'oscillation semi-annuelle (SAO)

Observations

Vent zonal, moyenne climatologique à l'Equateur, données CIRA



# a) L'oscillation semi-annuelle (SAO)

## Observations

### Observations Satellites (UARS, Swinbak et Ortland 1997)

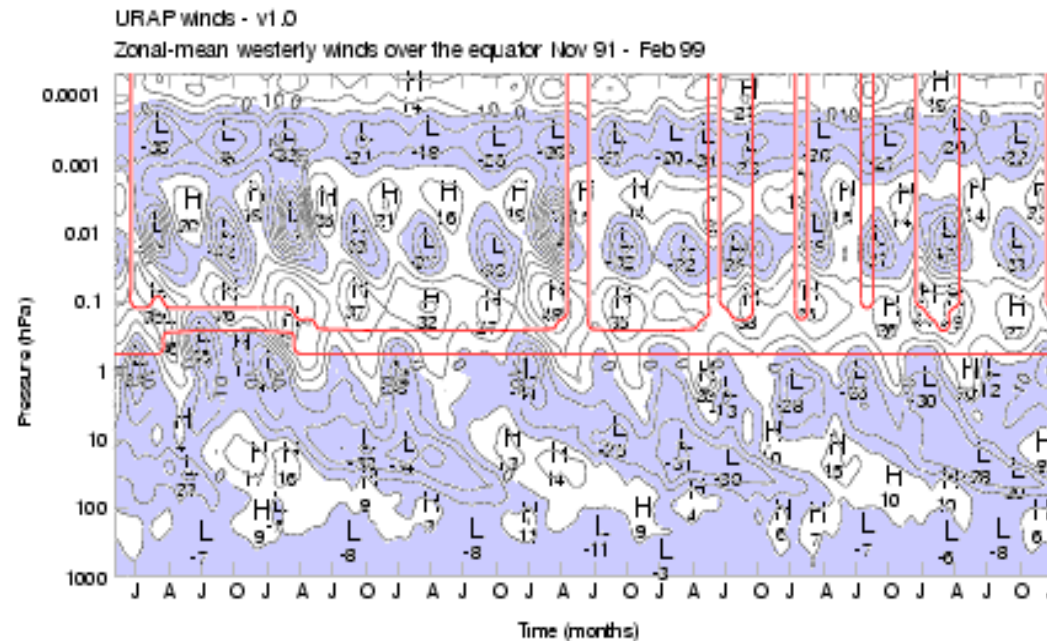


Figure 6. Time series of zonal-mean westerly winds over the equator, from November 1991 to February 1999. The tick marks along the x-axis mark each January, April, July and October. The additional lines show where the values are mainly derived from interpolated or climatological data.

a) L'oscillation semi-annuelle (SAO)

## Modèle simple et limites

### A partir du modèle de Saint Venant sur la sphère, version axisymétrique

Equations de base:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi}\right) u - \left(2\Omega + \frac{u}{a \cos \phi}\right) v \sin \phi = 0$$

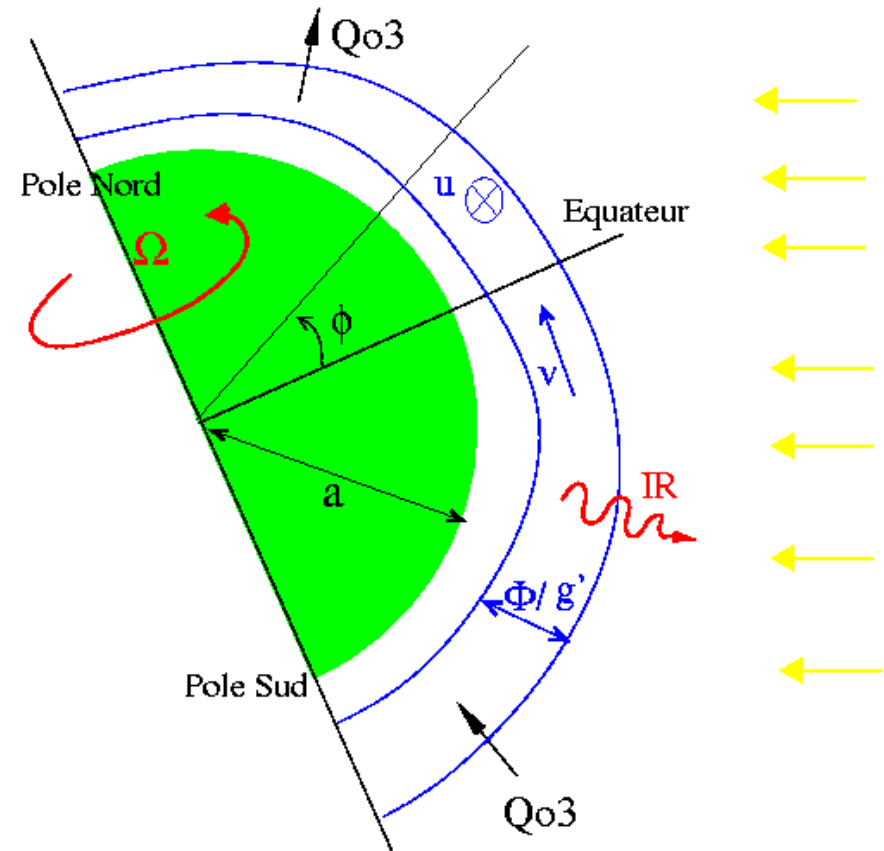
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi}\right) v + \left(2\Omega + \frac{u}{a \cos \phi}\right) u \sin \phi = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Phi v \cos \phi}{\partial \phi} = Q_{03} - \alpha (\Phi - \Phi_0)$$

Conservation du moment angulaire et  
force de Coriolis:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \phi}\right) (u \cos \phi + a\Omega \cos^2 \phi) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} u \approx 2\Omega \sin \phi v$$



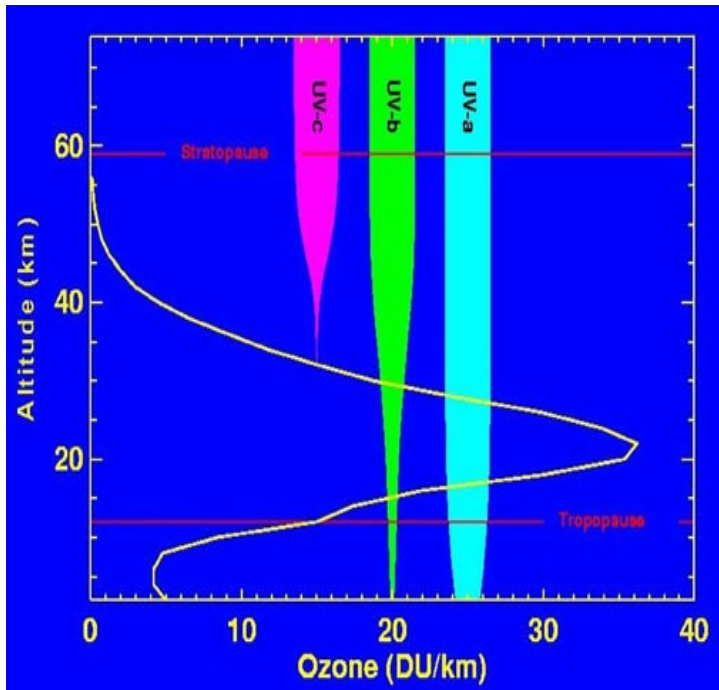
$\Phi$  est à la fois le potentiel et l'épaisseur de la couche via  $\Phi/g'$ , sa valeur au repos est  $\Phi_0/g' \sim 60\text{km}$ ;

$g' \sim g$  est une gravité réduite, le temps caractéristique de refroidissement IR  $\propto (1/5 \text{ jours})$ .

# a) L'oscillation semi-annuelle (SAO)

Modèle simple et limites

## Chauffage par l'Ozone



Profil d'Ozone aux moyennes latitude et  
Altitude de pénétration des UV-a, UV-b,  
UV-c

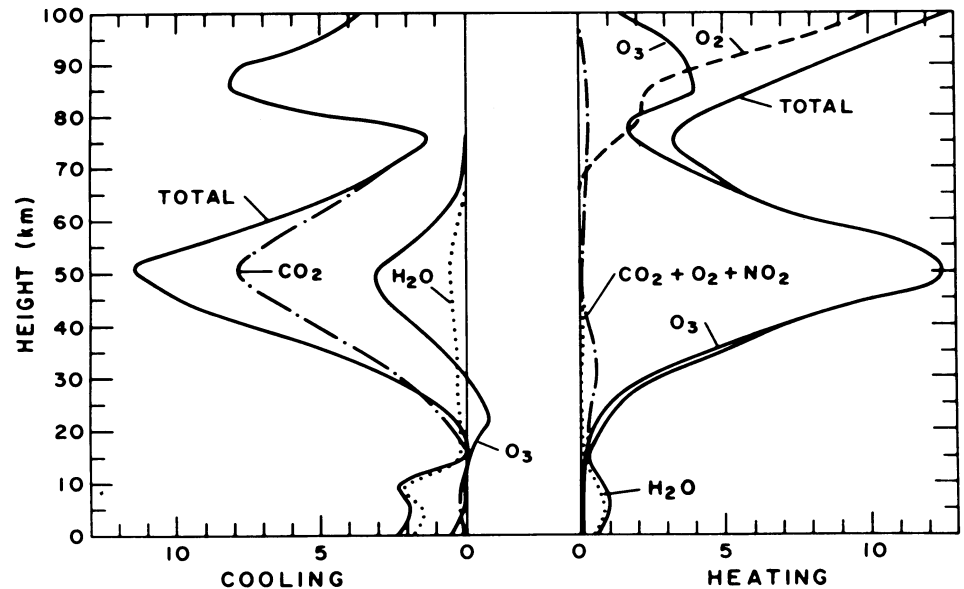


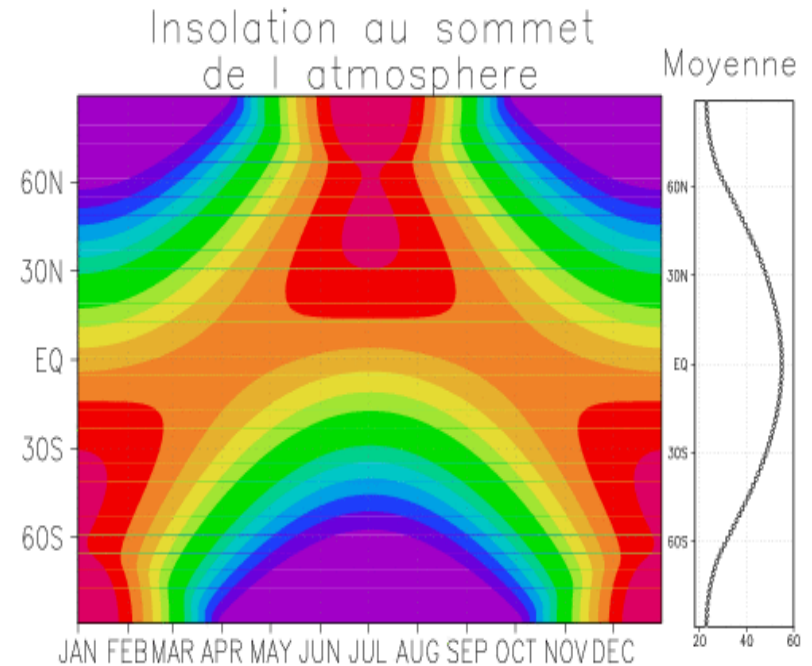
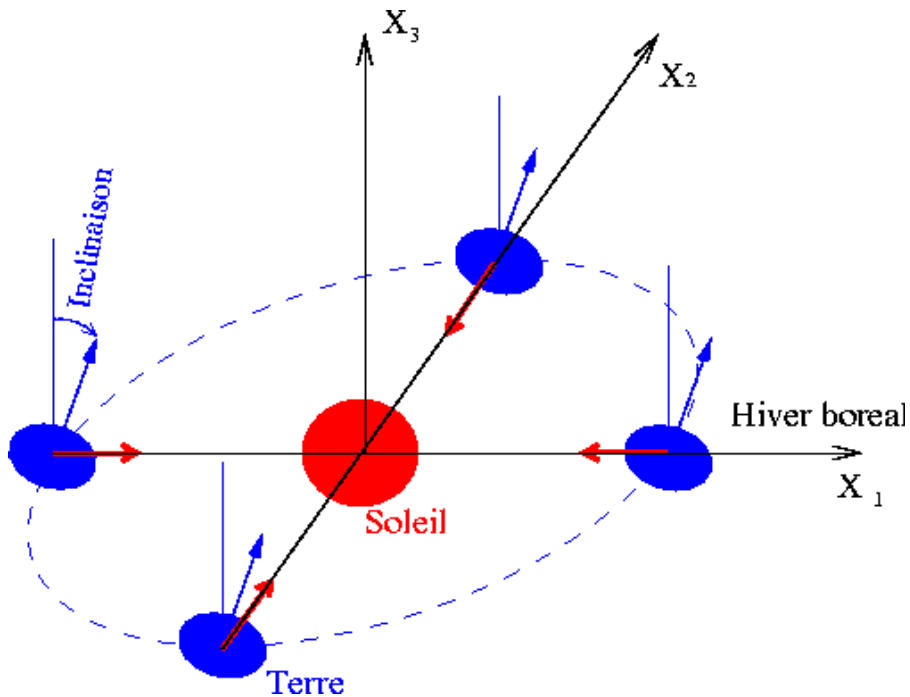
Fig. 2.1. Vertical distribution of heating due to absorption of solar radiation (right) and cooling due to emission of infrared radiation (left). [From London (1980), with permission.]

Distribution verticale du chauffage dû à  
l'absorption des rayons solaires et du  
refroidissement dû au rayonnement  
infrarouge

# a) L'oscillation semi-annuelle (SAO)

Modèle simple et limites

## Cycle saisonnier de l'ensoleillement

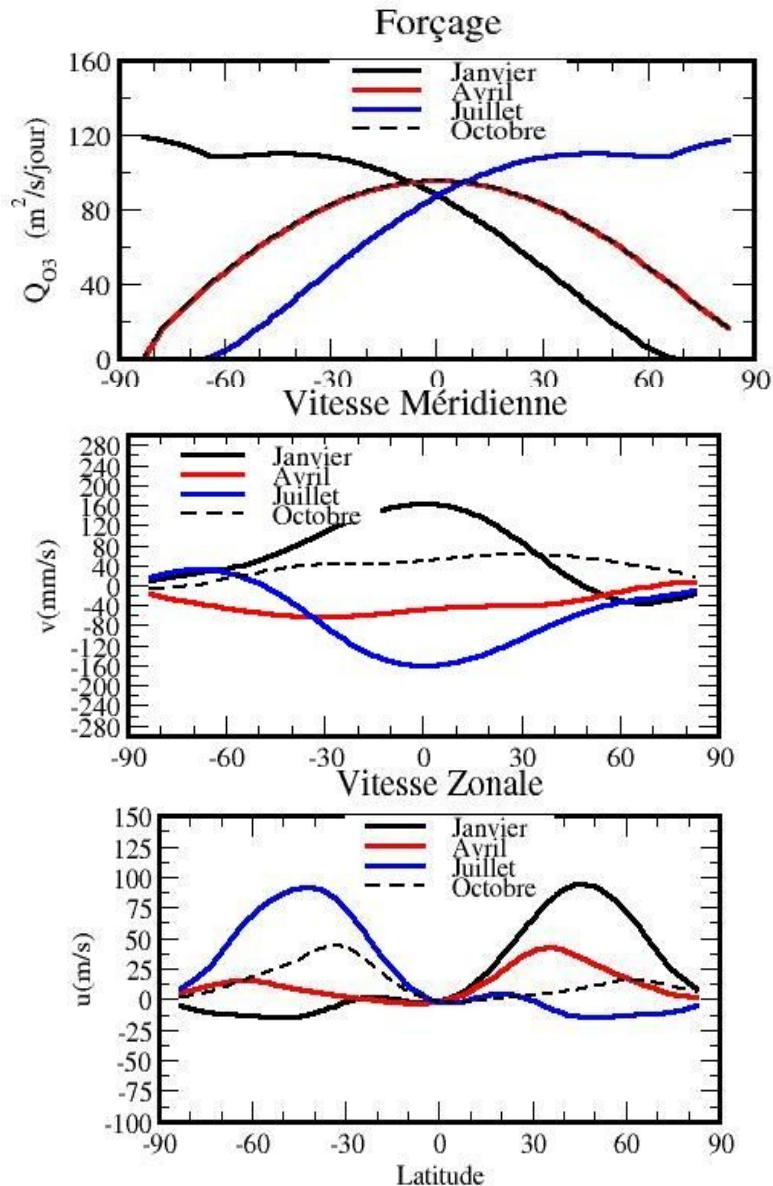


- L'Ozone réémet quasi-instantanément, et sous forme de chaleur, le rayonnement UV qu'elle absorbe
- L'ensoleillement moyen journalier est maximum aux pôles en été en partie car la journée y dure presque 24h
- En moyenne et au cours du temps l'insolation reste maximale à l'équateur

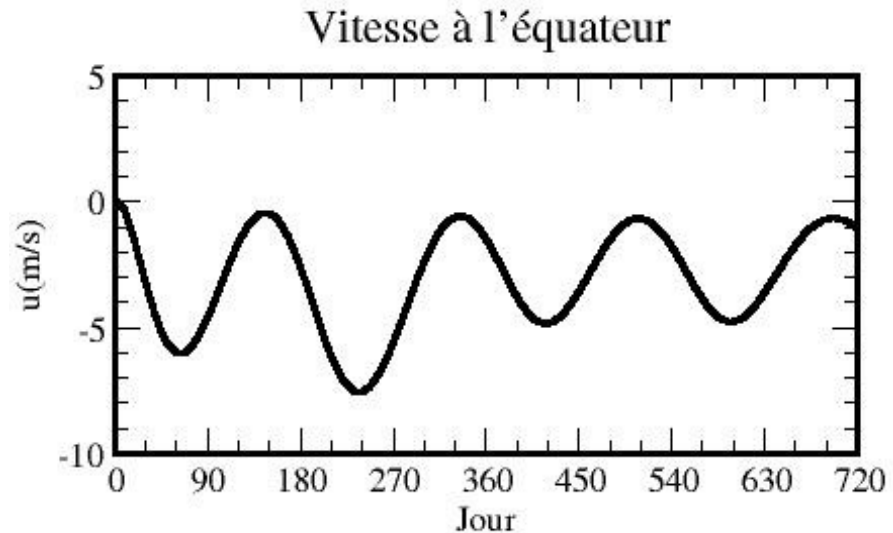


# a) L'oscillation semi-annuelle (SAO)

## Modèle simple et limites

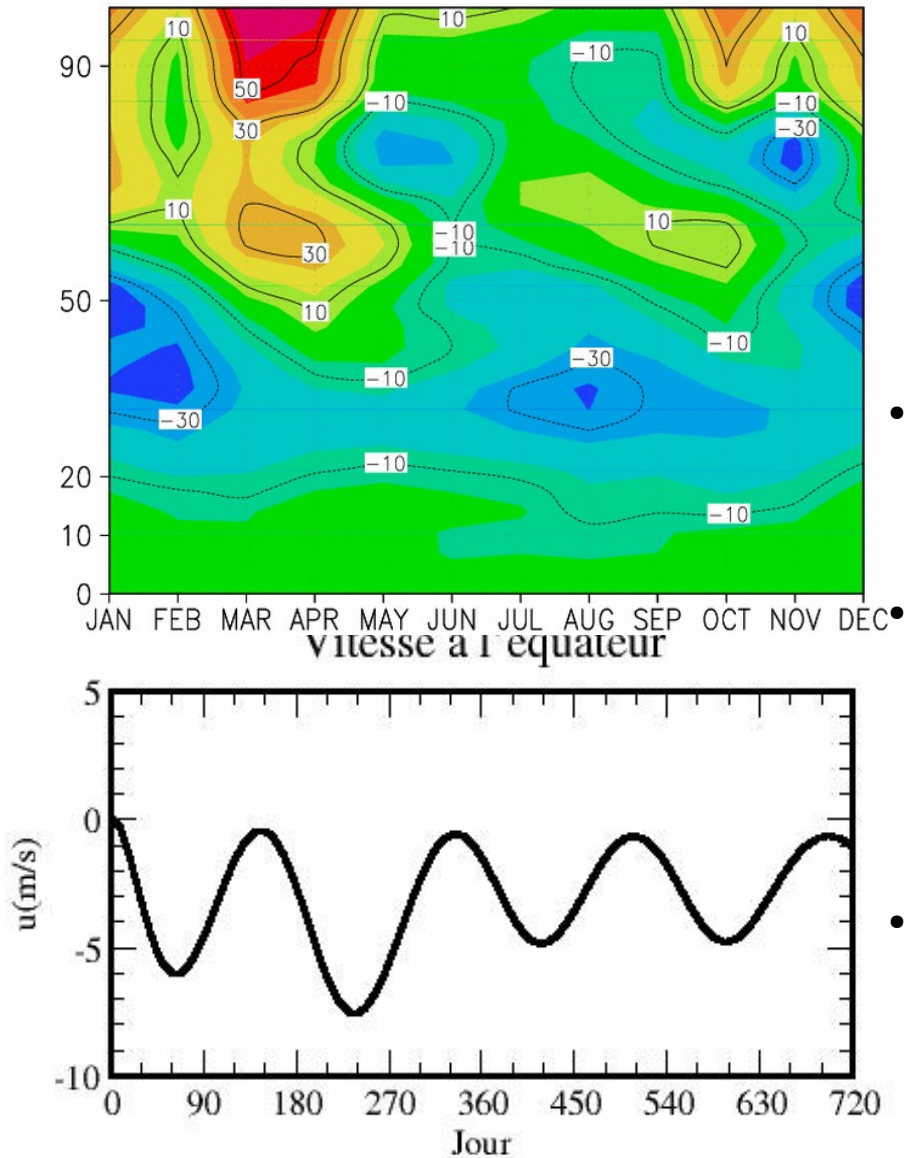


- L'Ozone chauffe l'Hémisphère d'été, aux solstices, induisant une vitesse méridienne depuis l'Hémisphère d'été vers l'hémisphère d'Hiver
- Le transport de moment angulaire par cette vitesse méridienne, explique grossièrement la structure des vents aux moyennes latitudes (cours 1)
- Lorsque la vitesse méridienne est forte, elle amène à l'équateur des parcelles de fluide ayant un déficit de moment angulaire, et cela 2 fois par an. 2 fois par an, la vitesse zonale à l'équateur présente des valeurs  $<0$ .
- En l'absence de forçage mécaniques, la vitesse zonale ne peut être que négative:



# a) L'oscillation semi-annuelle (SAO)

## Modèle simple et limites



- Le modèle a une circulation méridienne trop faible:
  - La réponse est déphasée: les minima  $y$  sont 1 mois avant les équinoxes, alors qu'en réalité, dans la mésosphère (vers 80km) ils sont plutôt 1 mois après.
  - L'amplitude est plutôt faible
- Interprétation: L'influence des ondes aux moyennes latitudes et en hiver sur la circulation de "Brewer Dobson" a été négligée
- Cette interprétation est consistante avec le fait que le modèle ne présente pas d'asymétrie DJFM et JJAS (la circulation de Brewer Dobson est plus forte en DJFM, du fait de la forte activité des ondes planétaires dans l'Hémisphère Nord)
- Le modèle ne présente pas de vitesses  $u > 0$  (superrotation). Celle-ci est due au transport verticaux de quantité de mouvement par les ondes équatoriales et par les ondes de gravité.

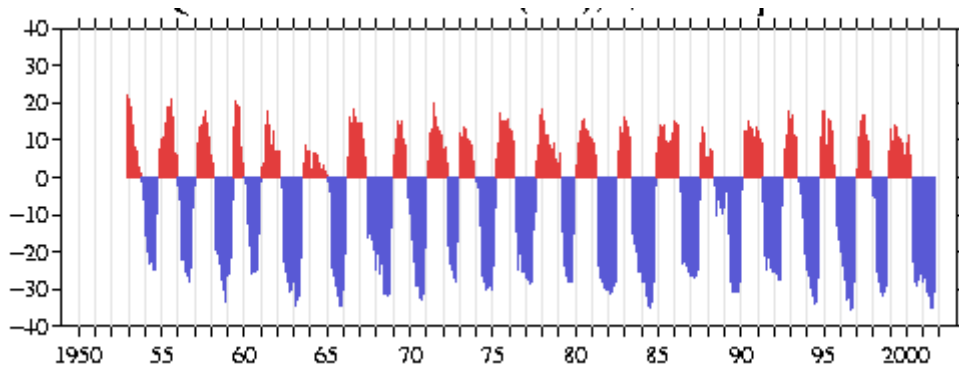


## b) L'Oscillation Quasi-biennale dans la basse stratosphère tropicale

### . Observations

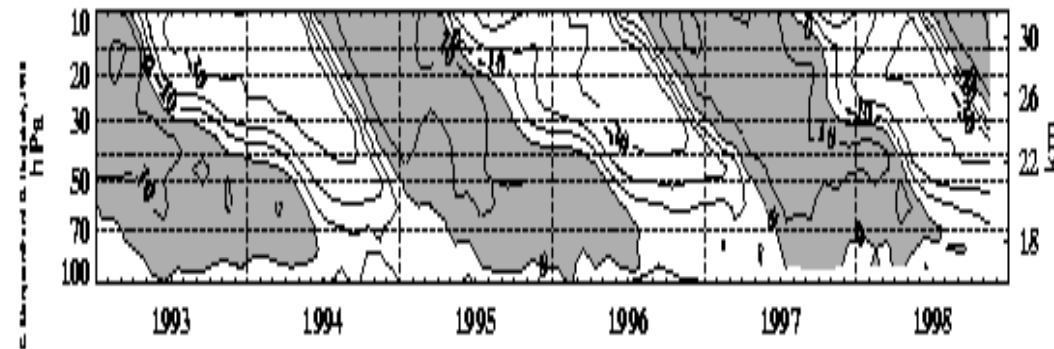
#### Index de l'OQB

Moyenne du vent zonal (m/s) à 30hPa  
(~25km). Extrait du site:  
[tao.atmos.washington.edu](http://tao.atmos.washington.edu)



#### Moyenne zonale du vent zonal en fonction du temps et de l'altitude

Extrait du site: [tao.atmos.washington.edu](http://tao.atmos.washington.edu)



Noter la descente vers le bas des lignes de phase, indicatif que les modifications sont dues à des ondes venant d'en bas

## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

### Interprétation dynamique de la QBO

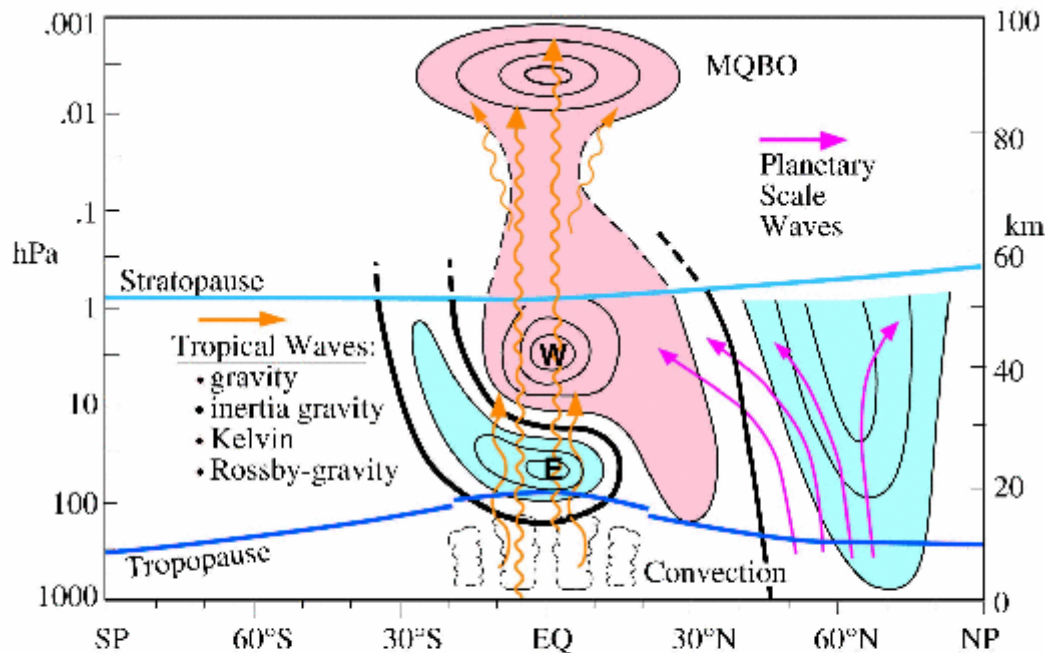


Plate 2. Dynamical overview of the QBO during northern winter. The propagation of various tropical waves is depicted by orange arrows, with the QBO driven by upward propagating gravity, inertia-gravity, Kelvin, and Rossby-gravity waves. The propagation of planetary-scale waves (purple arrows) is shown at middle to high latitudes. Black contours indicate the difference in zonal-mean zonal winds between easterly and westerly phases of the QBO, where the QBO phase is defined by the 40-hPa equatorial wind. Easterly anomalies are light blue, and westerly anomalies are pink. In the tropics the contours are similar to the observed wind values when the QBO is easterly. The mesospheric QBO (MQBO) is shown above ~80 km, while wind contours between ~50 and 80 km are dashed due to observational uncertainty.

- Lorsque la QBO est dans une phase Est dans la basse stratosphère, les ondes se propageant vers l'Ouest se propagent à travers cette région sans déferler.
- Elles déferlent souvent sous le maximum du Jet vers l'Ouest.
- Elles accélèrent alors le vent, et le maximum du jet d'Ouest descend
- Les ondes sont des ondes de tout type: Kelvin Equatoriale (Est), Rossby-gravité équatoriales (Ouest), et gravité (Est et Ouest).
- Le modèle simple présenté ensuite simplifie considérablement ce problème:

• Ne considère que les ondes de Gravité

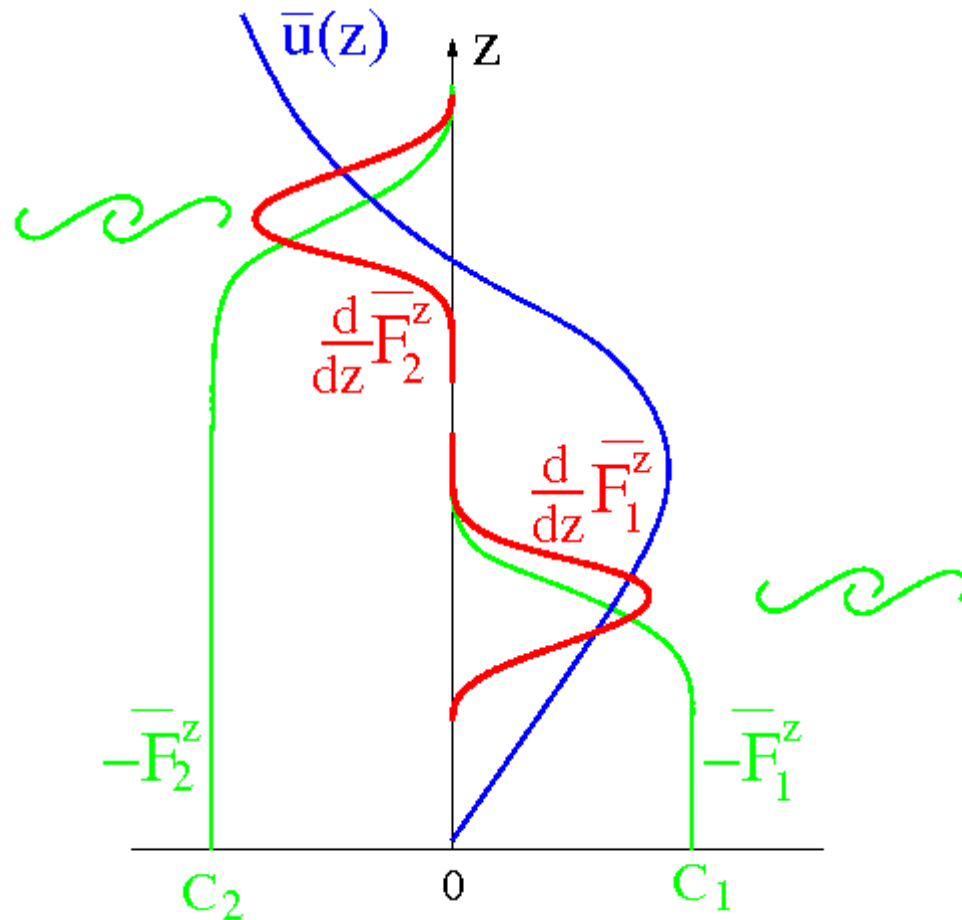
• Géométrie Bidimensionnelle

• Néglige la circulation méridienne de Brewer Dobson....

## b) L'Oscillation Quasi-biennale

. Modèle simple

### Principe du modèle de Plumb de la QBO



- L'évolution du vent moyen  $\bar{u}$  est évaluée numériquement.
- Elle est pilotée par la théorie des interactions ondes-écoulement moyen
- L'effet des ondes est paramétré sur la base de la théorie WKB des ondes de gravité

## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

### Equations du modèle

#### Equations Hydrostatiques

Coordonnées log-pressure:

$$\frac{Du}{Dt} - \left( 2\Omega \sin \phi + \frac{u \tan \phi}{a} \right) v + \frac{\Phi_\lambda}{a \cos \phi} = X$$

$$\frac{Dv}{Dt} + \left( 2\Omega \sin \phi + \frac{u \tan \phi}{a} \right) u + \frac{\Phi_\phi}{a} = Y$$

$$\Phi_z = \frac{RT}{H}$$

$$\frac{u_\lambda + (v \cos \phi)_\phi}{a \cos \phi} + \frac{(\rho_0 w)_z}{\rho_0} = 0$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = Q$$

Formulation bidimensionnelle  $(x, z)$  sans rotation

par exemple plan équatorial avec  $\beta = 0$ .

$$\frac{Du}{Dt} + \Phi_x = X$$

$$\Phi_z = \frac{RT}{H}$$

$$u_x + \frac{(\rho_0 w)_z}{\rho_0} = 0$$

$$\frac{DT}{Dt} + \frac{\kappa T}{H} w = \frac{J}{C_p}$$

où

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

Fonction de courant:

$$\rho_0 u = + \frac{\partial \psi}{\partial z} ; \quad \rho_0 w = - \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

#### Séparation ondes-écoulement moyen

$$u = \bar{u}(z, t) + u'(x, z, t)$$

$$w = w', \quad T = T_0(z) + \bar{T}(z, t) + T'(x, z, t)$$

Définition de la moyenne:

$$\bar{u} = \frac{1}{2\pi a} \int_0^{2\pi a} u dx$$

Fréquence de Brunt-Väisälä:

$$\bar{N}^2 = \frac{R}{H} \left( T_{0z} + \bar{T}_z + \frac{\kappa (T_0 + \bar{T})}{H} \right)$$

#### Equations pour l'écoulement moyen

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \bar{u} = - \frac{\partial}{\partial z} \rho_0 \overline{w' u'} + \frac{\partial}{\partial z} \nu \frac{\partial}{\partial z} \bar{u}$$

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \bar{T} = - \frac{\partial}{\partial z} \rho_0 \overline{w' T'} + \frac{\partial}{\partial z} \nu \frac{\partial}{\partial z} \bar{T}$$

Remarques:  $\bar{w} = 0$  ;  $T_0(z)$  stratification au repos.

#### Equations pour la perturbation:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) u' + \bar{u}_z w' = - \frac{\partial \Phi'}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{(\rho_0 w')_z}{\rho_0} = 0$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial z} \Phi' + N^2(z) w' = 0$$

- Propriété des ondes (en absence de déferlement):
  - Linéaires
  - Non visqueuses
  - Adiabatiques



## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

Cas d'une onde monochromatique selon  $x$  et  $t$ .

Le milieu varie selon  $z$

$$\begin{pmatrix} u' \\ w' \\ \Phi' \end{pmatrix} = \Re \left\{ \begin{pmatrix} \hat{u}(z) \\ \hat{w}(z) \\ \hat{\Phi}(z) \end{pmatrix} e^{i(kx - \omega t)} \right\} + O(\alpha^2) \quad \text{Avec } k > 0, \text{ et } \alpha \ll 1$$

#### Relations de polarizations

$$-i\hat{\omega}\hat{u} + \bar{u}_z\hat{w} = -ik\hat{\Phi}$$

$$-i\hat{\omega}\hat{\Phi}_z + \bar{N}^2\hat{w} = 0$$

$$\rho_0\hat{u} = +\hat{\psi}_z, \quad \rho_0\hat{w} = -ik\hat{\psi}$$

Fréquence intrinsèque:

$$\hat{\omega} = \omega - k\bar{u}$$

#### Structure verticale

Equation pour  $\hat{\psi}$ :

$$\hat{\psi}_{zz} + \hat{\psi}_z/H + \left( \frac{N^2 k^2}{\hat{\omega}^2} + \frac{k}{\hat{\omega}} \left( \bar{u}_{zz} + \frac{\bar{u}_z}{H} \right) \right) \hat{\psi} = 0$$

Mise sous forme canonique:  $\hat{\psi} = \hat{\varphi} e^{-z/2H}$ .

$$\hat{\varphi}_{zz} + \underbrace{\left( \frac{N^2 k^2}{\hat{\omega}^2} + \frac{k}{\hat{\omega}} \left( \bar{u}_{zz} + \frac{\bar{u}_z}{H} \right) - \frac{1}{4H^2} \right)}_{Q(z)} \hat{\varphi} = 0$$

## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

Flux de chaleur

$$-\rho_0 \hat{w} \hat{T}^* = -\frac{\rho_0 H}{R} \hat{w} \hat{\Phi}_z^*$$

$$-\rho_0 \hat{w} \hat{T}^* = -\frac{\rho_0 H}{R} \hat{w} \hat{\Phi}_z^* = -i \rho_r \frac{N^2 k^2 H}{R \hat{\omega}^2} \varphi \varphi^*$$

Imaginaire pur: Les ondes de gravité n'agissent pas sur la Température moyenne

Flux de quantité de mouvement

$$\overline{F^z} = -\rho_0 \overline{w' u'} = -\frac{1}{2} \Re \{ \rho_0 \hat{w} \hat{u}^* \}$$

$$-\rho_0 \hat{w} \hat{u}^* = +\frac{ik}{\rho_r} \hat{\varphi}_z \hat{\varphi}^*$$

Réel si la perturbation est une onde se propageant verticalement (si  $\hat{\varphi}_z \approx i m \hat{\varphi}$ )

**Théorème de non-interaction de Eliassen et Palm**

-

$$\rho_0 \overline{w' u'}(z_1) = -\rho_0 \overline{w' u'}(z_2)$$

Pour une onde linéaire stationnaire adiabatique et non dissipative.

Le flux de quantité de mouvement est constant avec l'altitude

Démonstration:

$$\int_{z_1}^{z_2} \hat{\varphi}^* \left( \underbrace{\hat{\varphi}_{zz} + Q(z) \hat{\varphi}}_{\text{Eq. verticale}} = 0 \right) dz$$

$$[\hat{\varphi}^* \hat{\varphi}_z]_{z_1}^{z_2} + \int_{z_1}^{z_2} \underbrace{(Q(z) \hat{\varphi} \hat{\varphi}^* - \hat{\varphi}_z \hat{\varphi}_z^*)}_{\text{Toujours Réel}} dz = 0$$

## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

#### Solution WKB

Valeur et signe du flux d'EP

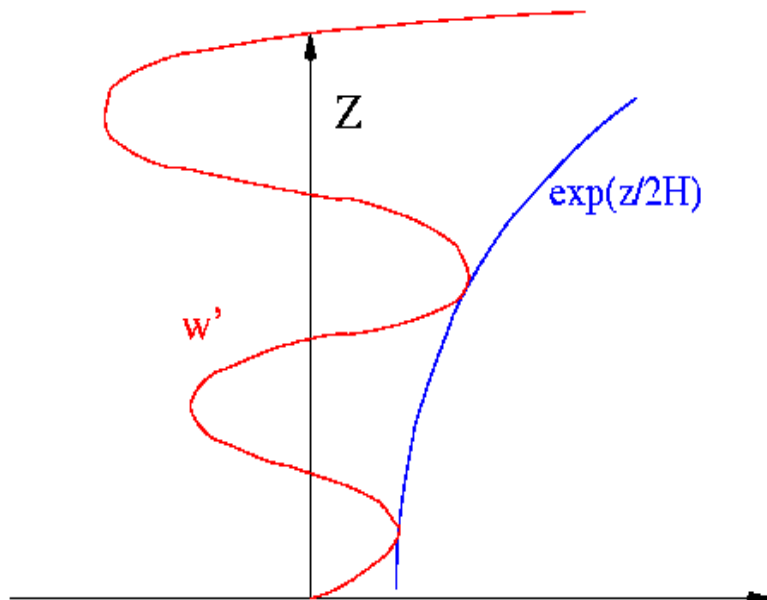
$$\hat{\varphi} = \hat{\varphi}_r \sqrt{\frac{m(0)}{m(z)}} \exp\left(i \int_0^z m(z') dz'\right)$$

$$m(z) = -\text{sign}(\hat{\omega}) \sqrt{Q(z)}$$

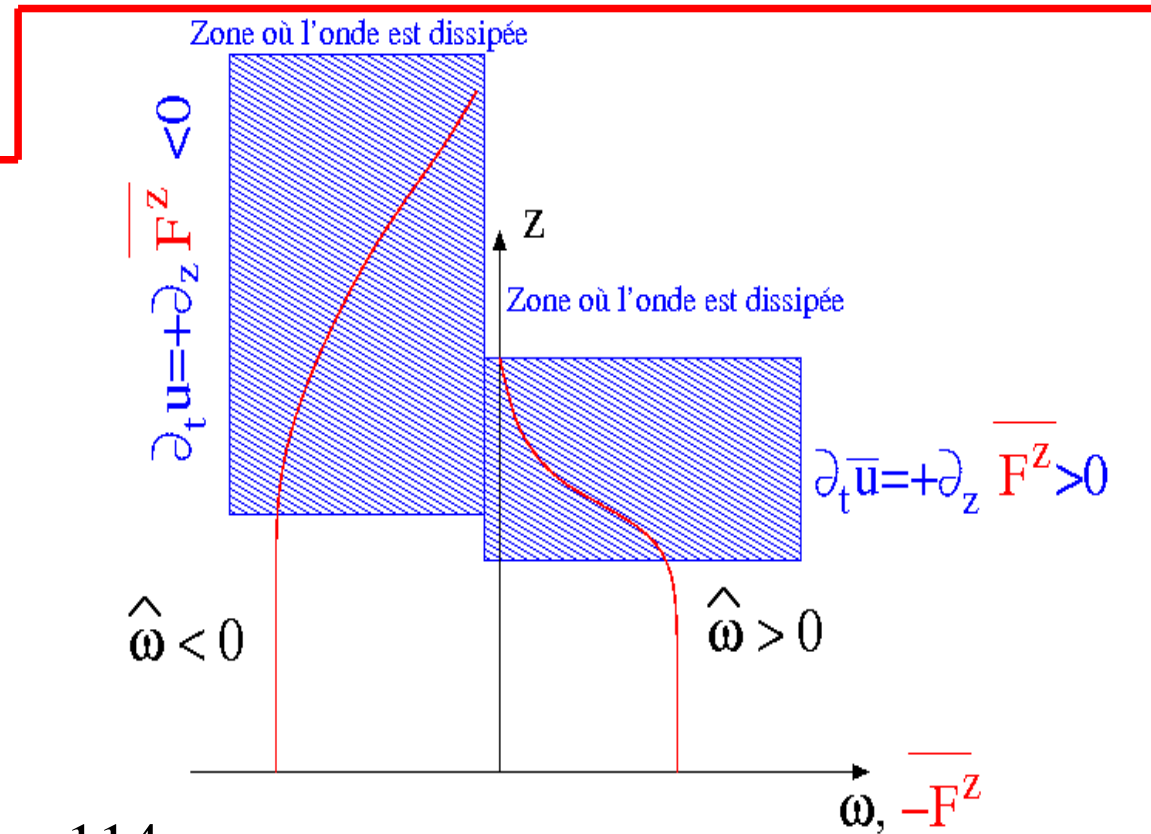
Flux d'Eliassen-Palm en  $z=0$ :

$$\overline{F^z}(0) = -\frac{1}{2} \rho_0 \hat{u} \hat{w}^* = + \frac{k m(0)}{\rho_r} \hat{\varphi}_r \hat{\varphi}_r^*$$

- Structure d'une onde lorsque  $U=0$ ,  $N^2=\text{cte}$ ,  $\omega \neq 0$ .



- Le signe choisit pour  $m$  assure que l'onde se propage vers le haut
- $m$  est un nombre d'onde vertical local
- Le signe de  $\overline{F^z}$  détermine le signe de l'accélération de l'écoulement moyen (cf. Cours 3)

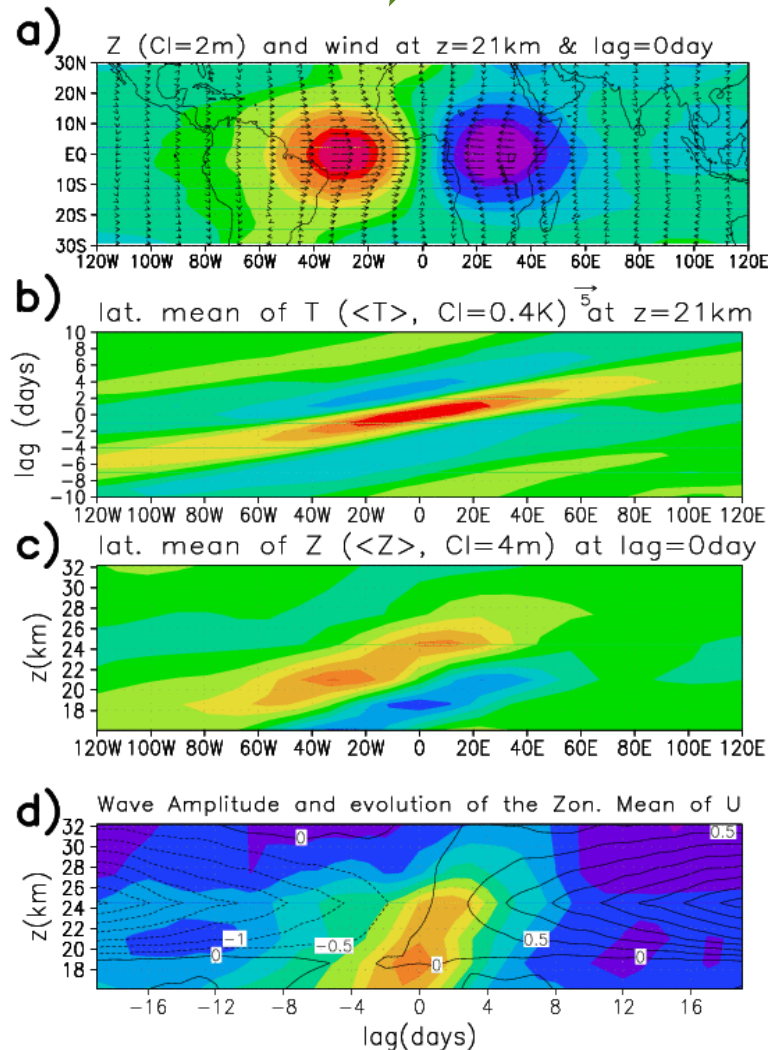
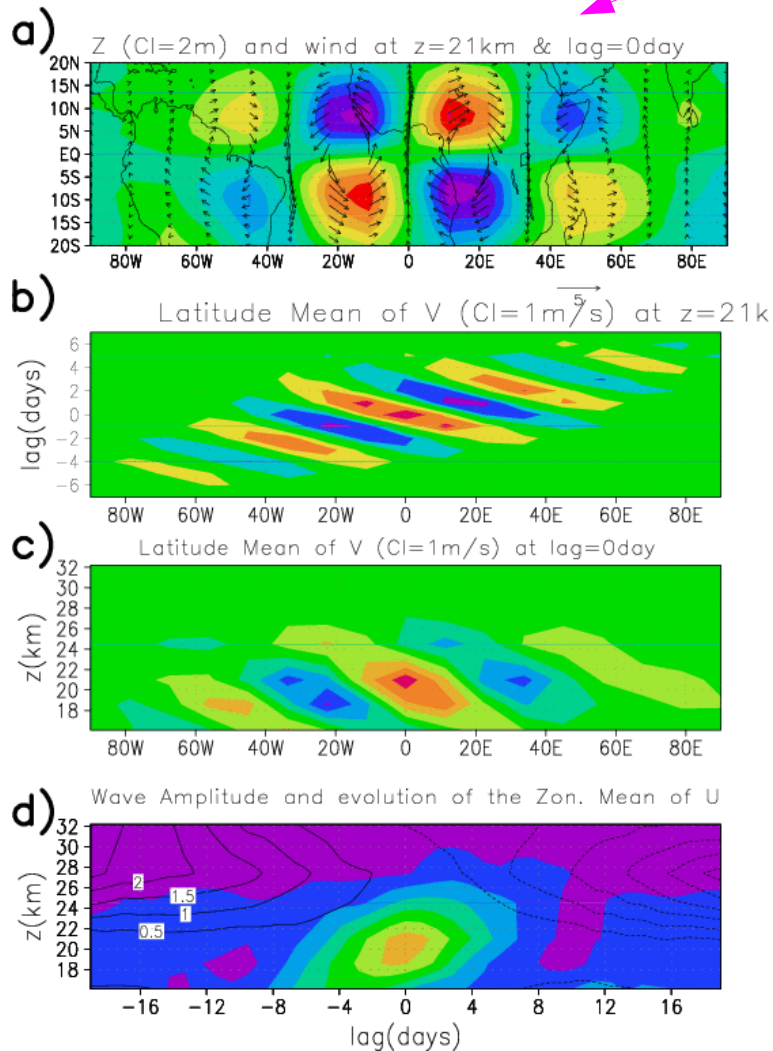


## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

#### Remarque importante:

Dans le modèle de Plumb, les ondes de gravités vers l'Ouest et vers l'Est peuvent aussi être vues comme représentant les ondes de **Rossby gravité** et les ondes de **Kelvin** (voir cours 6)



## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

### Déferlement des ondes

#### Solution WKB

Condition de déferlement

$$\theta'_z + \theta_{0z} < 0$$

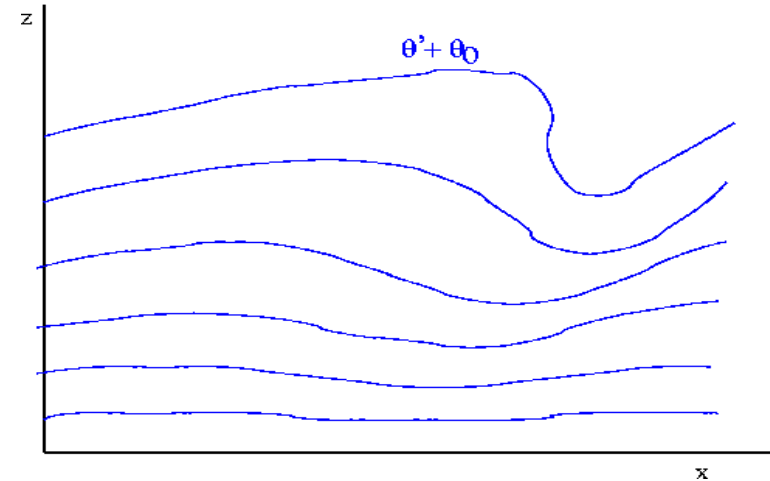
Pour une onde monochromatique:

$$\|\hat{\Phi}_{zz} + \frac{\kappa}{H}\hat{\Phi}_z\| \approx \|\hat{\Phi}_{zz}\| \approx \left\| \frac{N^2 k \sqrt{mm(0)}}{\rho_r \hat{\omega}} \right\| \|\varphi_r\| e^{z/2H} > N^2$$

Altitude de déferlement:

$$z_B = 2H \ln \left( \frac{\rho_r \|\hat{\omega}\|}{k \|\varphi_r\| \sqrt{mm(0)}} \right)$$

$$z_B \text{ varie en } \|\hat{\omega}\|^{3/2} \text{ car } m \approx \frac{Nk}{\|\hat{\omega}\|}$$



Le déferlement est donc favorisé lorsque la fréquence intrinsèque est petite (en amplitude):

• Dans un écoulement vers l'Est ( $U > 0$ ), le déferlement des ondes vers l'Est ( $C > 0$ ) est favorisée, elles accélèrent l'écoulement moyen:  $dF^z/dz > 0$ .

• Dans un écoulement vers l'Ouest ( $U < 0$ ), le déferlement des ondes vers l'Ouest ( $C < 0$ ) est favorisé, elles freinent l'écoulement moyen:  $dF^z/dz < 0$

- Le déferlement fini toujours par se produire (à haute altitude) du fait de l'effet de densité (croissance de la perturbation en  $\exp(z/2H)$ )



## b) L'Oscillation Quasi-biennale

### . Modèle simple

### Résolution numérique

#### Evolution de $\bar{u}$

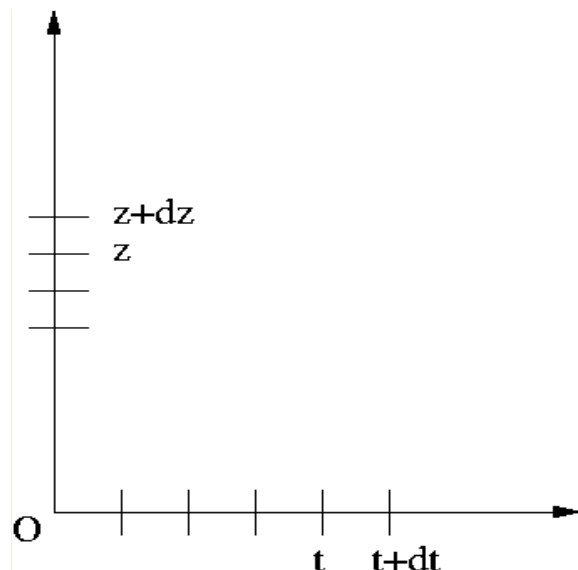
On intègre par différences finis en  $t$  et en  $z$  l'équation:

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = + \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \bar{F}_i^z}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$$

On ne retiendra ici que 2 ondes,  $i = 1, 2$

Condition à la limite inférieure:

$$\bar{u}(z = 0, t) = 0$$



#### Evaluation de $\bar{F}_i^z(z, t)$

1) On impose l'amplitude des ondes en  $z = 0$ :

$$\bar{F}_i^z(z = 0) = \bar{F}_{ir}^z$$

2) On évalue à chaque instant l'amplitude maximale de  $\bar{F}_i^z$  au delà de laquelle l'onde déferle:

$$\bar{F}_{is}^z(z, t) = -\frac{1}{2} \frac{\rho_r \hat{\omega}^2 N^2}{km} e^{-z/H}$$

3) Passage de  $z$  à  $z + dz$ :

Si  $|\bar{F}_i^z(z + dz)| > |\bar{F}_{is}^z(z + dz)|$ :

$$\bar{F}_i^z(z + dz) = \bar{F}_{is}^z(z + dz)$$

Sinon, on applique le théorème d'Eliassen Palm:

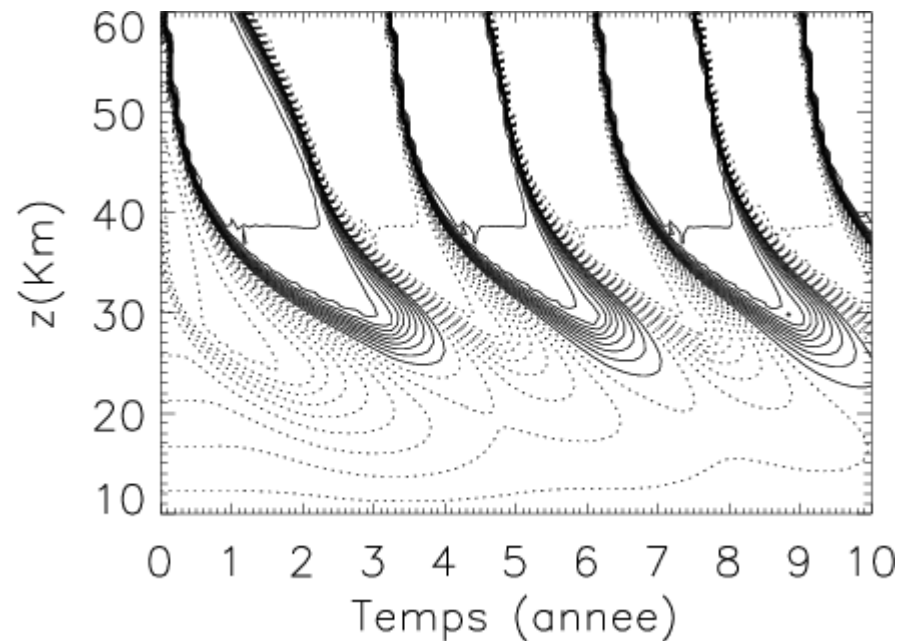
$$\bar{F}_i^z(z + dz) = \bar{F}_i^z(z)$$

## b) L'Oscillation Quasi-biennale

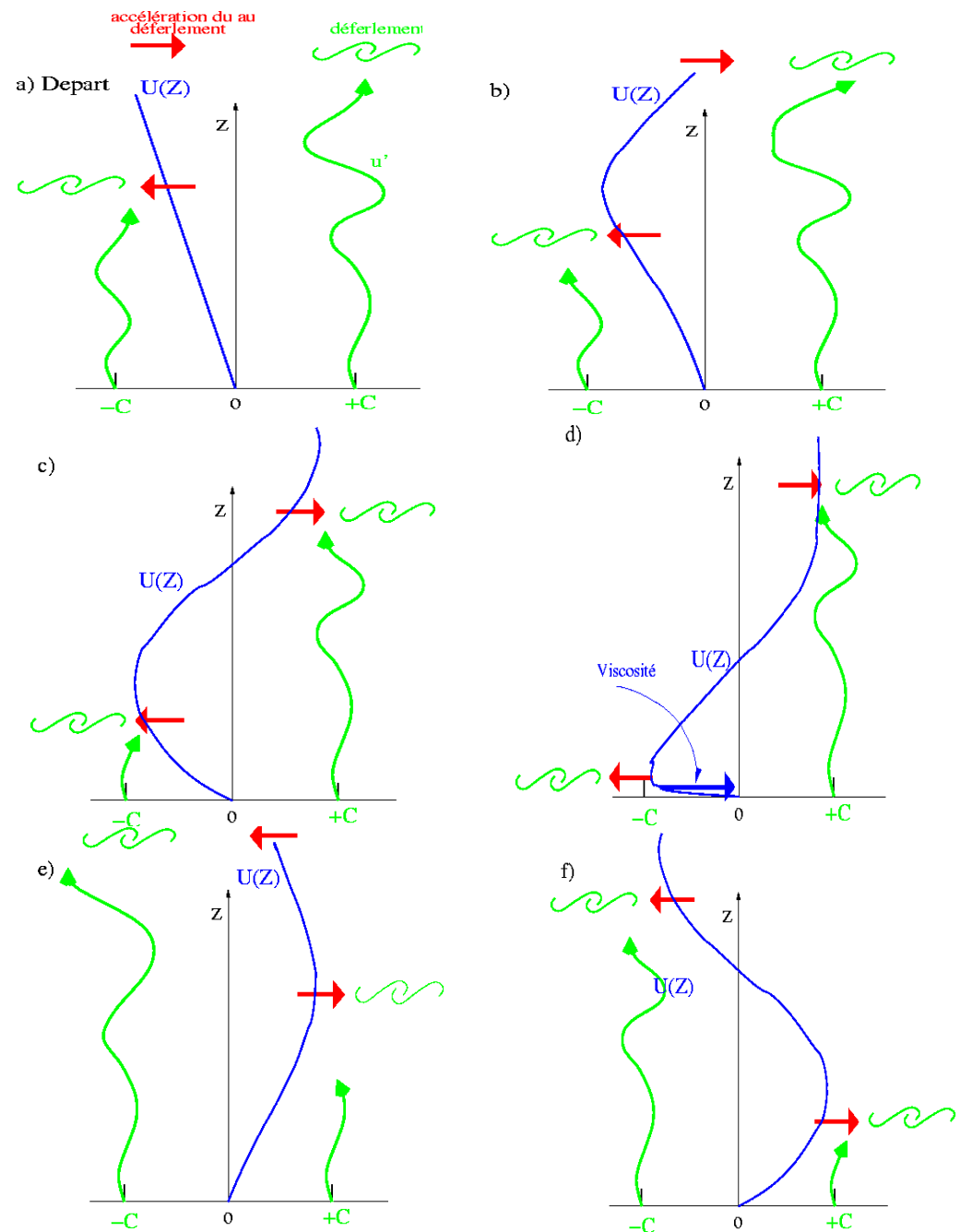
. Modèle simple

### Résultat du modèle:

$$\bar{u}(z,t)$$

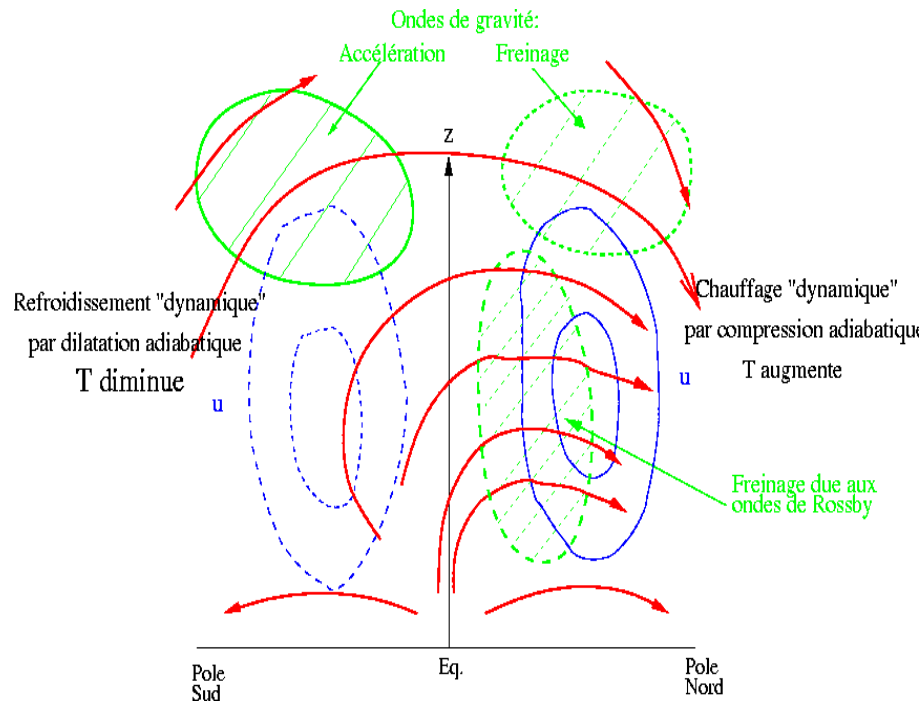


### Interprétation:



## c) Le minimum de Température à la mésopause aux pôles d'été

Retour sur la fermeture des jets dans la haute mésosphère, sur la circulation de Brewer Dobson pilotée par les ondes et le “Downward Control”



- Au sommet de la moyenne atmosphère d'Hiver, ne restent que des ondes se propageant vers l'Ouest ( $C < 0$ ). En effet, le vent étant vers l'Est ( $U > 0$ ) dans toute la moyenne atmosphère, les ondes vers l'Est ( $C > 0$ ) ont déferlées auparavant. Les ondes vers l'Ouest ( $C < 0$ ) restantes, déferlent par effet de densité et freinent l'écoulement moyen à très haute altitude (entre 65 et 90 km)  $dF^z/dz < 0$ .
- Inversement pour l'Hémisphère d'été.

Température au mois de Janvier  
(données CIRA)

