

TD du cours 7, DAM 2009-2010

Déferlement des Ondes de gravité

On propose d'étudier la propagation verticale d'une onde de gravité monochromatique bidimensionnelle, dont la longueur d'onde horizontale et la période sont:

$$\lambda_x = 2\pi/k = 20\text{km}, \quad 2\pi/\omega = 5.5\text{hr}.$$

On considère de plus que la vitesse verticale maximum induite par cette onde à un niveau de référence $z = 0$ est donnée par la constante $w_r = 1\text{mm/s}$. On se place dans le cadre de l'approximation Hydrostatique, et on prend pour coordonnée verticale l'altitude log-pressure:

$$z = H \log(p_r/p).$$

Dans cette expression, la hauteur de référence $H = 7\text{km}$ et $p_r = 100\text{mb}$ est une pression de référence à la tropopause. On considère aussi que la fréquence de Brunt-Vaisala est constante:

$$N^2 = \Phi_{0zz} + \frac{\kappa}{H} \Phi_{0z} = \text{cte}.$$

- 1) Lorsque le vent moyen $\bar{u} = 0$, donner une équation pour la perturbation de la vitesse verticale w' induite par w_r .
- 2) Chercher une solution de la forme:

$$w' = \Re \left\{ \hat{w}(z) e^{i(kx - \omega t)} e^{z/2H} \right\}.$$

Montrer que deux solutions sont possibles, mais en utilisant un argument sur la vitesse de groupe verticale, n'en retenir qu'une.

- 3) Calculer l'altitude de déferlement, Z_b .
- 4) Refaire **3)** lorsque $\bar{u} = 5\text{m/s}$ et $\bar{u} = -5\text{m/s}$. Commenter par rapport au déferlement des ondes de gravité dans les jets aux moyennes latitudes. Discuter aussi l'importance de ce résultat pour l'oscillation quasi-biennale.

On considère à présent que le vent moyen $\bar{u} = \Gamma z$, où la constante $\Gamma = 5.10^{-4}\text{s}^{-1}$.

- 5) Donner l'approximation WKB de la vitesse verticale induite par l'onde.
- 6) Sans faire de calcul lourd, montrer qu'il existe une altitude critique en dessous de laquelle on est certain que l'onde de gravité déferle.

Equations bidimensionnelles:

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} + \Phi_x &= 0, \quad \Phi_z = \frac{RT}{H}, \\ \frac{DT}{Dt} + \frac{\kappa T}{H} w &= Q, \quad u_x + \frac{(\rho_0 w)_z}{\rho_0} = 0 \\ \text{où : } \frac{D}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + w \frac{\partial}{\partial z} \end{aligned}$$

Fonction de courant: $\rho_0 u = + \frac{\partial \psi}{\partial z}$; $\rho_0 w = - \frac{\partial \psi}{\partial x}$