

Développement d'un modèle physico-numérique de la couche limite convective

Cours M2 de modélisation numérique, Frédéric Hourdin
hourdin@lmd.ens.fr

13 février 2026

Préambule :

Dans la première heure : réaliser les questions 1 et 2 et réfléchir au choix du sujet (1 à 5) à réaliser par la suite. Pour cela, prenez le temps de lire l'ensemble du sujet.

Il faudra ensuite pour chacun coder des composantes complémentaires (typiquement dans la fin de la séance d'aujourd'hui et lors de la prochaine) et effectuer des tests indépendants de ces nouvelles composantes.

Dans une dernière phase (dernière séance), on couplera tout ou partie de ces développements pour effectuer des expériences numériques fascinantes.

Veiller à bien coder vos développements dans des sous-programmes indépendants.

1 Le cas ARM de cumulus sur continents

On va s'intéresser ici au développement d'un modèle physico-numérique de la couche limite convective, en s'appuyant sur un cas ARM (Atmospheric Radiation Measurement, site d'observation en Oklahoma) de cycle diurne de couche limite convective avec cumulus l'après-midi.

Pour activer ce cas, il faut d'abord installer le modèle. Vous pouvez partir de la version de LMDZ installée à la séance précédente.

Voici les principales instructions pour installer le modèle LMDZ pour le mini-projet.

Si le répertoire `EnseignementLMDZ` n'est pas installé :

```
git clone https://lmdz-forge.lmd.jussieu.fr/Git/fhourdin/EnseignementLMDZ.git
cd EnseignementLMDZ
```

S'il est déjà installé et qu'il faut faire des mises à jour :

```
cd EnseignementLMDZ
git pull origin master
```

Pour voir les options de la commande `exemples.sh` :

```
./exemples.sh --help
```

Pour installer spécifiquement la configuration nécessaire pour ce projet, on lancera la commande

```
./exemples.sh --config ParamDev
```

Le script va :

1. installer automatiquement le modèle 1D
2. faire tourner le cas 1D `arm_cu`
3. dupliquer les “sources” physiques se trouvent sur `phylmd` dans un nouveau répertoire `phylmdwork`.

Le cas 1D se trouve sur

```
EnseignementLMDZ/LMDZseq/1D/EXEC/6AL95/arm_cu
```

Vous trouverez un fichier `hourly.nc` contenant les résultats d’une première simulation 1D effectuée avec la physique du modèle LMDZ. On pourra regarder par exemple la nébulosité (`rneb`), la température potentielle (`theta`), l’humidité spécifique (`ovap`) ou relative (`rhum`). Exemple de script à lancer avec la commande `ferret` :

```
use hourly.nc
reg/k=55:95
set v ul
fill rneb
set v ur
fill theta
set v ll
plot/l=1 theta
plot/l=5/o theta
plot/l=8/o theta
plot/l=12/o theta
set v lr
plot/l=1/hlim=0:20 1000*ovap
plot/l=5/o 1000*ovap
plot/l=8/o 1000*ovap
plot/l=12/o 1000*ovap
```

2 Mise en place du cas avec physique “vide”

Le lancement de `exemples.sh` a aussi installé un répertoire avec des sources modifiés des codes sur

```
EnseignementLMDZ/LMDZseq/modips1/modeles/LMDZ/libf/phylmdwork
```

C’est dans ce répertoire que vous allez coder.

Le script a aussi lancé une simulation avec la version initiale de ces codes qui ne contient qu’une diffusion verticale avec un coefficient de diffusion imposée

```
EnseignementLMDZ/LMDZseq/1D/EXEC/6AL95lmdworkdt1080/arm_cu
```

Les sorties de cette simulations se trouvent dans `phys.nc`.

Vous pourrez comparer avec les résultats de la simulation de référence sous `ferret` :

```

use ../../6AL95/arm_cu/hourly.nc
use phys.nc
reg/k=50:79
set v ul
fill/d=1 rhum
set v ur
fill/d=2 rh
set v ll
fill/d=1 temp
set v lr
fill/d=2 temp

```

3 Comment travailler ?

Les simulations ont été mises en place automatiquement en lançant, depuis

```
EnseignementLMDZ/LMDZseq/1D/
```

les commandes `runctl.sh` et `rundev.sh`.

Pour effectuer des tests, il est plutôt conseillé de ne pas relancer ces scripts et de ne pas toucher aux répertoires récemment installés `arm_cu` pour garder une trace de l'installation d'origine.

Les codes seront à développer/modifier sur

Pour faire compiler et faire tourner le modèles avec ces nouveaux codes :

```

cd EnseignementLMDZ/LMDZseq/1D/EXEC/6AL95lmdwork
cp -r arm_cu masimulation
cd masimulation
./compile.sh
./lmdz1d.e

```

Si vous tracez le flux sensible et le flux latent en surface, `plot sens` ou `plot flat` (même nom de variable dans les deux fichiers, mais l'axe des temps est différent), vous verrez que les flux croissent au cours de la journée. Vous pouvez également relancer la simulation en jouant avec les forçages.

Vous pouvez en particulier imposer un flux constant à la surface en ajoutant en haut du fichier `config.def` par exemple, les lignes

```

flux_sensible=120.
flux_latent=700.
flag_forcing=1

```

Les deux premières lignes indiquent qu'on impose les flux sensible et latent à des valeurs constantes. La troisième clé fait qu'on supprime le forçage "grande échelle" de la simulation 1D. Avec ces réglages, on voit qu'on arrive à avoir une humidité relative qui dépasse 1.

Avec

```
flux_sensible=0.
flux_latent=0.
flag_forcing=1
flag_init=2
```

on se retrouve avec des flux en surface nuls et une atmosphère sèche et neutre ($\theta = 300K$).

4 Diffusion turbulente et couche d'Eckman

SUJET 1

On commencera par coder les équations de la couche d'Eckman en rajoutant au modèle le terme de Coriolis :

$$\partial_t u = f(v - v_g) \quad (1)$$

$$\partial_t v = -f(u - u_g) \quad (2)$$

$$(3)$$

On prendra sur toute la hauteur de l'atmosphère $(u_g, v_g) = (10, 0)$ m/s, ce qui correspond également aux conditions initiales pour le vent. En reprenant les conditions de cas neutre ci-dessus, faire un calcul de couche d'Eckman. Comparer éventuellement au résultat théorique.

Dans un second temps, on modifiera le calcul du coefficient de diffusion turbulente. On se propose ici de calculer la diffusion turbulente avec un coefficient de mélange qui dépend du nombre de Richardson. On pourra procéder en deux temps, en codant d'abord le coefficient de diffusion pour un Richardson nul (atmosphère neutre) puis en prenant en compte la stratification.

Les équations du modèle de la diffusion turbulente sont déjà codées (dans 'diffkz.F90'). Le flux turbulent d'une espèce conservée de concentration massique q s'écrit :

$$F_q(z) = \overline{\rho w' q'} = -\rho K_z \frac{\partial q}{\partial z} \quad (4)$$

(déjà codée). En surface, on suppose que le flux de température potentielle θ est imposé, $F_\theta(0) = H/(\rho C_p)$. La tendance pour

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial q}{\partial z} \quad (5)$$

On commencera par coder ce schéma sur la base de différences finies centrées en z et d'un schéma explicite temporel.

On testera notamment un schéma dans lequel le coefficient de diffusion turbulente dépend du cisaillement de vent, d'une longueur de mélange

$$l_{\text{mix}} = \frac{l_0 z}{l_0 + z} \quad (6)$$

et du nombre de Richardson

$$Ri = \frac{N^2}{M^2} \quad (7)$$

avec

$$N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (8)$$

et

$$M^2 = \left\| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right\|^2 \quad (9)$$

$$K_z = l_{\text{mix}} \sqrt{\max [l_{\text{mix}} M^2 (1 - Ri/Ri_c), e_{\text{min}}]} \quad (10)$$

Convention d’indexage pour le codage Dans la maquette préétablie pour ce mini projet, on considère *klev* couches au milieu desquelles on détermine les variables d’état du système. Ces variables peuvent en fait être considérées comme la moyenne de la variable sur la couche en question. Les flux ou les gradients verticaux des variables sont calculés aux interfaces entre deux couches. On supposera que la surface (interface au bas de la première couche) correspond à l’indice 0. Les interfaces en bas et en haut de la couche *k* sont donc indexées par *k* et *k* + 1.

Tester le schéma avec des pas de temps de 1 à 100 s pour voir la limite de stabilité. Relier cette limite aux valeurs de K_z explorées pendant la simulation.

Effectuer des simulations en conditions neutres ('iflag_init=1' et 'flux_sensible=0') avec rappel géostrophique pour regarder l’effet de différentes hypothèses sur les profils de vent dans la couche limite. Comparer les cas $K_z = \text{cste}$ et $K_z = lM$. Refaire les calculs avec un flux latent en surface non nul, puis avec un calcul réaliste du coefficient de traîné en surface, récupéré du sujet 2. On pourra enfin refaire les calculs en branchant le modèle de panache thermique du sujet 3.

4.1 Diffusion turbulente schéma implicite en temps

Non réalisé cette année

Question non prise en compte.

On montrera que ce schéma se ramène à une matrice tridiagonale. On utilisera cette propriété pour développer une version implicite en temps de ce schéma.

On peut pour ce faire déterminer les coefficients de la matrice et utiliser ou coder une méthode classique d’inversion.

On peut aussi inverser cette matrice avec une méthode particulière, utilisée en pratique dans les modèles de climat car elle permet un couplage avec par exemple un modèle de surface.

Dans ce second cas on commencera par introduire les coefficients A_k et B_k tels que $q_k = A_k q_{k-1} + B_k$ et on établira à partir de l’équation de la diffusion une relation récurrente permettant de calculer (A_k, B_k) à partir de (A_{k+1}, B_{k+1}) . La condition de flux turbulent nul au sommet permet de déterminer les coefficients pour *klev*.

On calcule ensuite tous les coefficients par un schéma récursif descendant pour calculer finalement les flux au sol.

En imposant le flux en surface, on peut ensuite déterminer la valeur de la grandeur au pas de temps $t + \delta t$ dans la couche 1 puis remonter sur la colonne atmosphérique pour calculer les variables d’état à partir des coefficients A_k et B_k .

A partir de simulations avec différents pas de temps, tester la stabilité et la précision du schéma.

5 Calcul interactif de la température de surface et des flux

SUJET 2

Dans la maquette et plus généralement dans le cas ARM, les flux latent et sensible sont imposés.

Il s'agira dans ce second sujet de développer un modèle de sol.

On supposera que le flux radiatif descendant à la surface est la somme d'un flux infra-rouge constant $LW^\downarrow = 400 \text{ W/m}^2$ et d'un flux solaire avec un cycle diurne $SW^\downarrow = F_0 \max(\cos(2\pi t/T + \pi), 0)$ où t est le temps et T la durée du jour, avec $F_0 = 900 \text{ W/m}^2$.

On calculera le flux montant radiatif à la surface $LW^\uparrow = \sigma T_s^4$, ainsi que les flux sensible H , latent LE et les tensions de vent $\tau_x = \rho \overline{w'u'}$ et τ_y à partir des formules

$$\tau_x = C_D \|\vec{V}_1\| (u_1 - u) \quad (11)$$

$$\tau_y = C_D \|\vec{V}_1\| (v_1 - v) \quad (12)$$

$$H = C_p C_{D,h} \|\vec{V}_1\| (T - s - T_1) \quad (13)$$

$$LE = \beta L C_{D,h} \|\vec{V}_1\| (qsat(T_s) - q_1) \quad (14)$$

$$C_D = \left(\frac{\kappa}{\log z/z_0} \right)^2 \quad (15)$$

$$C_{D,h} = 0,7 C_D \quad (16)$$

où $\|\vec{V}_1\|$ est le module du vent horizontal dans la première couche du modèle. Le coefficient β vaut 1 pour une surface d'eau libre et 0 pour un désert sans eau dans le sol.

On commencera par coder ces calculs de flux en supposant que la température de la surface T_s est 1 K plus chaude que la température de la première couche du modèle T_1 .

Dans un second temps, on assimilera la surface à une couche unique de capacité calorifique surfacique S_s de telle sorte que la température de surface évolue suivant l'équation

$$\partial_t T_s = \Sigma F_s / C_s \quad (17)$$

où ΣF_s représente la somme des flux en surface.

On pourra ensuite de façon optionnelle coder un modèle de conduction thermique dans le sol.

Pour ce faire, on calculera explicitement la conduction thermique dans le sol. Pour ce faire, on considérera les équations donnant le flux thermique F_s et l'évolution de la température du sol

$$F_s = -K_s \partial_z T_s \quad (18)$$

$$C_t \partial_t T_s = -\partial_z F_s \quad (19)$$

où K_s et C_t sont respectivement la conductivité et la capacité thermique du sol. On prendra comme valeur 2 W/mK $C_s = 2 \cdot 10^6 \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-1}$.

On discrétisera le premier mètre de sol avec des couches de 1cm. On supposera que le centre de la première couche se trouve à la surface et que ça température correspond à la température d'émission de la surface dans l'infra-rouge.

On écrira en surface la continuité des flux

$$LW^\downarrow + SW^\downarrow - \sigma T_s^4 - H - LE = F_s \quad (20)$$

(avec cette convention de signe, F_s est positif vers le bas, donc on suppose qu'on a orienté les profondeurs vers le bas aussi).

On supposera que la température de la dernière couche a une valeur constante (300 K) par exemple, ou alors que le flux sous le dernier niveau de température est nul.

On prolongera les simulations sur 3 jours pour analyser la représentation du cycle diurne. On branchera le calcul de la diffusion verticale issu du sujet 2. On regardera l'influence de la capacité calorifique (en multipliant ou divisant la valeur nominale par 2). On regardera également l'influence du calcul du coefficient d'aridité β en testant des valeurs entre 0 et 1. Enfin on activera le modèle du panache thermique pour regarder l'influence du transport convectif dans l'atmosphère sur la représentation de ce cycle diurne.

6 Développement d'un modèle de panache thermique

SUJET 3

On va développer ici un schéma en flux de masse des structures convectives de la couche limite. Pour ce faire, on va séparer la maille horizontalement en deux sous-partie, l'une associée aux "ascendances thermiques" et l'autre aux subsidences. On supposera pour simplifier le modèle que la partie ascendante couvre une fraction imposée $\alpha = 0.1$ de la maille.

La partie ascendante sera caractérisée par une vitesse verticale w et un flux de masse $f = \alpha \rho w$.

Le flux de masse échange de l'air avec l'extérieur au travers d'un entrainement latéral e et d'un détraînement d , de sorte que le panache, supposé stationnaire obéit à l'équation de continuité pour l'air

$$\frac{\partial f}{\partial z} = e - d \quad (21)$$

On pourra avec cette équation calculer la concentration d'une variable q dans l'ascendance q_{th} , en écrivant l'équation de continuité pour le traceur :

$$\frac{\partial f q_{th}}{\partial z} = e q - d q_{th} \quad (22)$$

où on suppose que l'air entrainé dans le panache a comme concentration la concentration moyenne dans la maille, q .

Sur la base de cette équation, on pourra calculer en particulier la température potentielle dans le panache ascendant, θ_{th} , qui permettra de calculer la flotabilité du panache par rapport à l'environnement

$$\gamma = g \frac{\theta_{th} - \theta}{\theta} \quad (23)$$

et d'en déduire la vitesse verticale au travers de l'équation de conservation du moment sur la verticale

$$\frac{\partial f w}{\partial z} = -d w + \rho \gamma \quad (24)$$

Qu'on simplifiera en supposant $\rho \alpha = cste$ et $d = 0$. On écrira les équations de conservation avec des schémas amont pour le calcul des termes de transport sur la verticale.

Pour calculer la flotabilité dans la première couche, on supposera que l'air dans la partie montante de la maille a comme température potentielle une extrapolation linéaire au sol de la température potentielle des deux premières couches.

Commencer par écrire le schéma sur le papier. Il faudra intégrer dans un premier temps depuis la première couche vers le sommet de l'atmosphère le calcul de w , de γ et de θ_{th} . On déterminera indirectement e et d à partir de l'équation Eq. 21 comme

$$e = \max\left(\frac{\partial f}{\partial z}, 0\right) + \epsilon \quad (25)$$

$$d = \max\left(-\frac{\partial f}{\partial z}, 0\right) + \epsilon \quad (26)$$

Une fois les propriétés du thermique calculées, la contribution aux flux s'écrira sous la forme

$$F_q = f(q_{th} - q) \quad (27)$$

où la valeur de q_{th} dans l'ascendance aura été calculée au travers de l'Eq. 22.

On branchera dans le modèle le calcul du coefficient K_z réalisé dans le sujet 1. On comparera sur un cas simple avec flux de surface constants le transport vertical dans la couche limite, avec et sans modèle de panache thermique. On regardera en particulier la relation entre le signe du gradient vertical de température potentielle et du flux vertical de chaleur $w'\theta'$ (en prenant en compte la somme du flux turbulent et du flux dans le panache thermique). On comparera également dans les deux cas le transport d'eau (on mettra pour ce faire une vapeur d'eau nulle initialement et un flux latent non nul en surface). On pourra réitérer ce calcul avec les un cycle diurne en branchant le calcul des bilans de surface du sujet 1.

7 Développement d'un panache humide et schéma de nuage

SUJET 4

On commencera par calculer la vitesse verticale d'une ascendance en supposant qu'une particule d'air par de la première couche de surface avec une vitesse ascendante nulle, et qu'elle accélère en fonction de la flotabilité :

$$w\partial_z w = B \quad (28)$$

$$B = g \frac{\theta_{asc} - \theta}{\theta} \quad (29)$$

On coupera le calcul quand la vitesse verticale w devient négative. Sortir les valeurs de w .

On supposera ensuite que le coefficient de diffusion turbulente est $K_z = lw$ avec $l=10$ m. w étant nul en haut de la première couche a priori, on prendra $K_{z3} = K_{z2}/2$. Refaire le calcul de diffusion turbulente.

On prendra par exemple pour ces question comme forçage

```
flux_sensible=50.
flux_latent=300.
flag_forcing=1
```

Il faut éviter notamment que les ascendances aillent jusqu'au sommet du modèle.

On introduira ensuite une largeur de distribution sous maille de l'eau dans la maille de largeur σ . On considérera par exemple une distribution "chapeau", uniforme entre $q - \sigma/2$ et $q + \sigma/2$.

On utilisera cette distribution pour calculer la fraction nuageuse f , c'est à dire la fraction de la maille couverte par des humidités plus grandes que q_{sat} (la fonction 'f_qsar' de la maquette).

On contrôlera la largeur de la distribution par le rapport $r = q/\sigma$. On considérera successivement trois hypothèses : dans la première $r = 0.2$ partout, dans la seconde $r = 0.2 * z$ et dans la troisième, on supposera que ce paramètre est proportionnel à la différence d'humidité entre l'humidité moyenne de la couche et l'humidité dans le panache ascendant, qu'on supposera elle-même égale à l'humidité dans la première couche du modèle.

On pourra ensuite brancher le schéma de condensation dans la version avec le modèle des thermiques (SUJET 3) en supposant que l'humidité dans le panache est celle calculée par le panache thermique.

On branchera dans ce modèle le modèle de surface du sujet 2 pour regarder le cycle diurne des cumulus de couche limite. On ajustera le coefficient β d'aridité de la surface pour produire plus ou moins de nuages.

On pourra également coder une advection verticale vers le bas de l'eau totale, $\partial_t q = -w \partial_z q$ pour singer l'effet d'une subsidence à grande échelle comme on en rencontre sur les régions de strato-cumulus.

On pourra également prendre en compte le changement de phase de l'eau dans le calcul de la flotabilité dans le panache thermique.

8 Développement d'un code de transfert radiatif

SUJET 5

On s'intéressera ici à développer un code de transfert radiatif ultra simplifié, utilisant l'approximation grise : pas de dépendance spectrale des propriétés d'absorption ou de diffusion de l'atmosphère

l'approximation diffuse : les photons sont supposés se transporter dans une direction unique par rapport au zenith, à la fois pour le rayonnement infrarouge et la partie diffuse du rayonnement solaire.

Le texte ci dessous est repris de la description du modèle à 20 paramètres.

The time evolution of the temperature ($T_{k+\frac{1}{2}}$) at the middle of a layer (or s level), due to absorption and emission of infra-red radiations, is computed as

$$\left(\frac{\partial T_{k+\frac{1}{2}}}{\partial t} \right)_{IR} = \frac{g}{C_p} \frac{F_k^\uparrow - F_k^\downarrow - F_{k+1}^\uparrow + F_{k+1}^\downarrow}{p_k - p_{k+1}} \quad (30)$$

where the upward $F_k^\uparrow$ and downward $F_k^\downarrow$ fluxes are computed using a spectrally averaged transmissivity τ , in the following form

$$F_k^\uparrow = \epsilon_s \sigma T_s^4 \tau_{0,k} + \sum_{l=0}^k \sigma T_{l+\frac{1}{2}}^4 [\tau_{l+1,k} - \tau_{l,k}] \quad (31)$$

$$F_k^\downarrow = \sum_{l=k}^K \sigma T_{l+\frac{1}{2}}^4 [\tau_{k,l} - \tau_{k,l+1}] \quad (32)$$

(where ϵ_s is the surface emissivity). Various simple forms can be chosen for the transmissivity. First tests, performed with a grey absorption approximation, led to strong temperature discontinuities at the surface (between the ground temperature and the air above the surface), as already found by other authors at the beginning of climate numerical modeling [?].

Finally, the transmissivities were computed in the frame of the strong absorption approximation, better adapted to the tropospheric conditions where most of the efficient molecular bands are strongly saturated. In this case, assuming that lines are randomly distributed over the spectrum, and neglecting temperature variations of the absorbing coefficients along the optical path, the transmissivity of the whole band, between two layers k and l , can be computed, assuming a completely isotropic radiation, in the form (for those who are not familiar with such models see Goody, 1964) :

$$\tau_{k,l} = \exp(-k_{IR} \overline{up}) \quad (33)$$

where $\overline{up}$ is a pressure weighted absorber amount

$$\overline{up} = \int p \rho dz = (p_k - p_l) \frac{(p_k + p_l)}{2} \quad (34)$$

and k_{IR} a constant describing the efficiency of the atmospheric absorption.

This formula produces again some temperature discontinuity at the surface but less than 10 K. The transmissivity depends on one free parameter only, for example the total optical transmission of the atmosphere $\tau_{IR} = \exp(-k_{IR} p_s^2/2)$ (fraction of the surface thermal radiation directly emitted to space). The model accounts for the fundamental effect of temperature variations linked to the Planck function, essential for the thermal equilibrium and radiative forcing of the circulation, but not for the much more complex pressure and temperature dependencies linked to the molecular absorbing coefficients.

A classical grey absorption approximation is used for the absorption of solar radiations. For reason of simplicity, no attempt was made to model some kind of scattering by molecules or aerosols. In such conditions, the downward solar radiation consists of a uniq collimated beam and the grey transmission takes the simple form

$$\tau_{k,l} = \exp\left(-\frac{k_{Vis}}{\cos \theta} |p_k - p_l|\right) \quad (35)$$

where θ is the local solar zenith angle. As for the infra-red radiative transfer, the model depends on one free parameter, for instance the total atmospheric transmission τ_{Vis} , computed for a mean incidence $\cos \theta = 1/2$ (fraction of the global incoming solar radiation reaching the surface), which is the fraction of the solar flux reaching the surface of the planet. It influences greatly the vertical stability of the atmosphere, an important dynamical parameter.

The reflected radiation, which depends on a surface albedo A_s , is assumed to be totally isotropic in the upward direction and is computed for a mean zenith angle θ_0 with $1/\cos \theta_0 = 1.66$.

The radiative forcing of the atmosphere also depends on the incoming solar flux at the top of the atmosphere F_0 and on those of the orbital parameters which determine the spatial and temporal variations of insolation (length of day, obliquity and length of year).