Représentation du transport dans les modèles globaux de climat

Frédéric Hourdin

11 octobre 2009

Table des matières

0.1 L'équation de transport : séparation d'échelles 4
0.1.1 Séparation des processus 4
0.1.2 Séparation d'échelles 5
0.2 Le transport grande échelle 6
0.2.1 Les différentes approches 6
0.2.2 Les schémas en volumes finis 7
0.2.3 Description des schémas en dimension un 8
0.2.4 Le schéma de Godunov 10
0.2.5 Schémas du second ordre 11
0.2.6 Limiteurs de pentes 12
0.2.7 Schémas du troisième ordre 13
0.2.8 Introduction des schémas dans LMDZ 14
0.2.9 Remarques pour conclure 19
0.3 Le transport sous-maille 20
0.3.1 Turbulence de couche limite 20
0.3.2 Convection nuageuse 20
0.4 Bases physiques des paramétrisations en diffusion 23
0.4.1 La longueur de mélange 23
0.4.2 Les fermetures basées sur une équation pronostique de l'énergie cinétique turbulente 25
0.4.3 Les fermetures basées sur un équilibre de l'énergie cinétique turbulente . 30
0.4.4 Les paramétrisations basées sur des relations de similitude 30
0.5 Spécificités de la couche limite convective 33
0.5.1 Organisation à meso-échelle 34
0.5.2 Le cycle diurne de la couche limite continentale 39
0.5.3 Caractérisation des grandeurs turbulentes dans la couche limite convective 42
0.5.4 Analyse d'échelle de la couche limite convective 46
0.6 Les fermetures non locales et la couche limite convective 49
0.6.1 Contre-gradient et modèles non locaux 49
0.6.2 Matrices de transilience 50
0.6.3 Les modèles en flux de masse 51
0.7 Le modèle du thermique 54
0.7.1 Idéalisation d'une cellule thermique 54

0.7.2 Détraînement et environnement du thermique 56
0.7.3 Les équations du modèle 57
0.7.4 Fermeture locale 59
0.8 Eléments de validation de la composante traceurs de LMDZ 60
0.8.1 Simulations Radon 60
0.8.2 Evaluation sur la campagne ETEX 63
0.8.3 Discussion 64

Remarque préliminaire :

dans cette version 0, ce document n'est qu'une réorganisation de textes tirés d'un d'un autre document (Habilitation à diriger des recherches). Il a pour but à terme de devenir un support de cours à l'introduction à la modélisation numérique des fluides atmosphérique ou océanique. Il traite plus particulièrement du transport des espèces traces dans l'atmosphère, depuis la dérivation des équations jusqu'à la mise en musique informatique. Les exemples sont soit des petits exemples académiques, soit des tests plus réalistes, effectués avec un modèle particulier : le modèle de circulation générale atmosphérique du LMD appelé LMDZ.

0.1 L'équation de transport : séparation d'échelles

0.1.1 Séparation des processus

Dans les modèles de chimie-climat comme dans les modèles débranchés transport-chimie, les processus comme la microphysique des aérosols ou les réactions chimiques d'une part et le transport de l'autre sont généralement traités alternativement et séquentiellement. On parle en anglais d'"operator splitting". La partie transport proprement dite peut alors être traitée de façon systématique, indépendamment de l'espèce trace considérée, en assimilant cette espèce à un traceur conservé[1].

Dans cette partie, on s'intéresse donc à la modélisation du transport d'un traceur conservatif (une espèce trace suivant exactement l'air) et passif (n'affectant pas en retour la météorologie). L'équation du transport pour un traceur de ce type est simplement

$$\frac{dc}{dt} = 0 \tag{1}$$

ou

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{vgrad}c = 0 \tag{2}$$

[1] A noter que cette séparation, très pratique pour le développement des modèles, peut cependant conduire a des problèmes numériques importants. On peut illustrer ce point sur un cas simple : la sédimentation des aérosols sous l'effet de leur poids est souvent traitée, comme les processus chimiques ou microphysiques, séparément de l'advection. Prenons le cas particulier ou le traceur est pris dans une ascendance avec une vitesse égale à la vitesse de sédimentation par rapport à l'air, de sorte que la vitesse réelle des aérosols est nulle. Dans ce cas, si on utilise pour l'advection un schéma en volumes finis comme ceux présentés plus loin, le traceur sera diffusé sur la verticale dans la succsession des mouvements vers le haut et vers le bas alors que l'application du même schéma avec une vitesse verticale nulle aurait évité ce problème.

Dans la présentation qui suit, on suppose le champ de vent $\mathbf{v}$ connu.

Dans les applications atmosphériques classiques, l'équation du transport ne peut être résolue jusqu'à l'échelle de la diffusion moléculaire. Cette constatation s'applique d'ailleurs aussi bien à l'observation qu'à la modélisation. Dans les deux cas, on travaille explicitement jusqu'à une échelle donnée mais on traite la petite échelle de façon statistique. Dans le cas d'un modèle numérique, la grande échelle est définie en pratique par le maillage (ou par la troncature pour les modèles spectraux). L'effet des grandeurs sous-mailles sur les variables de grande échelle ne peut être représenté que de façon statistique, au travers de paramétrisations.

0.1.2 Séparation d'échelles

Pour séparer échelle explicite et échelle turbulente, on introduit la notion de moyenne d'ensemble. La turbulence est considérée comme un processus aléatoire. Un élément du processus correspond à une réalisation complète de l'écoulement atmosphérique. La moyenne d'ensemble d'une grandeur X, qu'on notera $\overline{X}$, est simplement l'espérance mathématique de cette variable.[2]

Pour introduire proprement le découpage pour un fluide compressible, il faut introduire en plus une moyenne pondérée par l'air $\tilde{X} = \overline{\rho X}/\overline{\rho}$. La fluctuation turbulente par rapport à cette moyenne $X' = X - \tilde{X}$ obéit à l'identité $\overline{\rho X'} = \tilde{X}'\overline{\rho} = 0$.

Si on note $\mathbf{v}$ le champ de vent et c la concentration massique d'un traceur conservatif ($dc/dt = 0$), l'équation de transport non visqueux peut s'écrire soit

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v}\mathbf{grad}c = 0 \tag{3}$$

sous sa forme advective, soit, en introduisant l'équation de continuité pour le fluide atmosphérique,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\,(\rho\mathbf{v}) = 0, \tag{4}$$

sous sa forme conservative ou flux

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \mathrm{div}\,(\rho\mathbf{v}c) = 0 \tag{5}$$

En prenant la moyenne d'ensemble de la forme conservative et en remarquant que

$$\overline{\rho\mathbf{v}c} = \overline{\rho}\tilde{\mathbf{v}}\tilde{c} + \overline{\rho\mathbf{v}'c'}, \tag{6}$$

on obtient l'équation

$$\frac{\partial \overline{\rho}\tilde{c}}{\partial t} + \mathrm{div}\,(\overline{\rho}\tilde{\mathbf{v}}\tilde{c}) + \mathrm{div}\left(\overline{\rho\mathbf{v}'c'}\right) = 0 \tag{7}$$

[2]On fait souvent la confusion entre moyenne d'ensemble et moyenne spatiale ou temporelle. C'est par exemple le glissement qui s'opère ici quand on appuie le développement d'une paramétrisation sous-maille sur un raisonnement en moyenne d'ensemble. En toute rigueur, seule cette dernière peut permuter avec les dérivations spatiales et temporelles, condition indispensable pour les développements présentés ici.

En remarquant que l'équation de continuité pour l'air est inchangée par la prise de moyenne, on peut repasser à la forme advective. En adoptant les notations ρ, u, v et c pour les variables grande échelle, on obtient finalement

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v}.\mathbf{grad}\, c + \frac{1}{\rho}\mathrm{div}\left(\overline{\rho \mathbf{v}' c'}\right) = 0 \tag{8}$$

On voit donc qu'on retrouve, pour les moyennes pondérées par l'air, les équations initiales avec des termes supplémentaires liés aux corrélations entre les fluctuations turbulentes de $\mathbf{v}$ et de c.

Ci-dessous, on présente en détail les schémas introduits pour traiter du transport de grande échelle ainsi que les paramétrisations des termes turbulents calquées sur les paramétrisations d'origine du code LMDZ. Dans le chapitre suivant, on présente en détail un travail spécifique mené sur le transport turbulent dans la couche limite convective.

0.2 Le transport grande échelle

0.2.1 Les différentes approches

De nombreuses méthodes ont été développées au cours des dernières décennies pour représenter l'advection, c'est à dire les parties non turbulentes des Eqs 8 ou 7 formellement équivalentes aux Eqs 3 et 5.

On distingue notamment :

- **Les méthodes lagrangiennes :** elles consistent à "ensemencer" le domaine d'étude (où la région source) avec des particules et à les suivre individuellement. Ces méthodes peuvent être très précises mais il faut généralement utiliser un grand nombre de particules, notamment pour éviter que des trous se créent dans la distribution spatiale de ces particules.
- **Les méthodes semi-Lagrangiennes :** (ou méthodes des caractéristiques dans le monde des sciences de l'ingénieur) on suppose qu'à un pas de temps t donné, q est connu sur une grille. On prédit la valeur sur le même maillage au temps $t + \delta t$ en remontant à t "le long du vent" : $q(\mathbf{x}, t + \delta t) = q(\mathbf{x} - \delta t \mathbf{v}, t)$. Le problème est que, si le point $\mathbf{x}$ se trouve sur le maillage, le point $\mathbf{x} - \delta t \mathbf{v}$ a peu de chances de s'y trouver. On interpole donc cette valeur à partir des valeurs sur le maillage au temps t. Cette méthode évite le problème principal des méthodes lagrangiennes. Sa précision est déterminée par la précision des routines d'interpolation. Les méthodes semi-Lagrangiennes ont été très largement utilisées dans la communauté atmosphérique. Elles présentent un défaut important : il est difficile de garantir la conservation de la quantité totale de traceur.
- **L'advection des contours :** elle consiste à advecter des particules uniquement sur des "iso-niveaux" du champs considéré. Cette dernière méthode, potentiellement très précise, se couple difficilement à d'autres processus (il faut alors calculer l'effet des autres processus sur la topologie des "iso-niveaux").
- **Les différences finies :** il existe également tout un tas de méthodes en différences finies (cf. par exemple Rood, 1987). Les différences finies permettent de dériver des schémas à des ordres élevés mais ne garantissent pas à priori la conservation du traceur ou la positivité.

– **Les volumes finis :** ils sont de plus en plus utilisés dans la communauté. Basés sur l'écriture de bilans sur des volumes de contrôle, ils sont a priori appropriés pour la modélisation de processus physiques couplés et complexes pour laquelle le respect des lois de conservation s'avère souvent essentiel. C'est cette approche qui a été suivie pour introduire les traceurs dans LMDZ.
– **Les éléments finis :** basés sur une décomposition sur des fonctions de bases analytiques, ils sont encore relativement peu utilisés dans la communauté.

0.2.2 Les schémas en volumes finis

[3] L'intégration de l'équation de transport (5) et de l'équation de conservation de la masse (4) sur un polyèdre (volume de contrôle) à N faces conduit aux formulations :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \sum_{n=1}^{N} \mathcal{U}_n \tag{9}$$

et

$$\frac{\partial cm}{\partial t} = \sum_{n=1}^{N} \mathcal{F}_n \tag{10}$$

où m est la masse totale d'air dans le polyèdre, c est la concentration massique moyenne du traceur dans le volume, $\mathcal{U}_n$ et $\mathcal{F}_n$ sont les flux de masse et flux de traceur vers l'intérieur du polyèdre pour la face n.

Les formulations en "volumes finis" présentent l'avantage très important d'être conservatives par nature, dès lors que le même flux est utilisé pour les volumes en amont et en aval de l'interface considérée.

Pour le plus connu de ces schémas, introduit par Godunov (1959), $\mathcal{F}$ est simplement estimé comme le produit de $\mathcal{U}$ par la valeur de c dans le volume amont (dans la maille d'où l'air provient). Ce schéma simple, souvent appelé schéma amont, garantit

1. la conservation de la quantité totale de traceur,
2. la positivité (un traceur positif partout reste positif),
3. la monotonie (pour l'advection en dimension 1, une distribution monotone reste monotone),
4. la "décroissance de la variation totale" du champ de traceur, c'est à dire la décroissance de la somme des écarts absolus entre deux concentrations successives. Cette propriété garantit la stabilité numérique du schéma.
5. l'invariance par addition d'une constante au champ de traceur (le modèle de Godunov est en fait linéaire par rapport au champ de traceurs, ce qui garantit en plus la symétrie temporelle du transport comme on l'explique au Chapitre **??**).

[3] Ceux qui rechercheraient une présentation plus systématique et mathématique peuvent se reporter à Roux (2002).

Cependant, ces propriétés physiques fondamentales ne sont obtenues dans le schéma amont qu'au prix d'une très grande diffusion numérique.

Van Leer (1977) a proposé d'utiliser, pour la valeur amont de c, non pas la valeur moyenne dans la maille amont mais une valeur extrapolée à la frontière de celle-ci, en utilisant une approximation polynomiale de la distribution sous-maille du traceur dans la maille amont. Deux des schémas proposés par Van Leer en 1977 ont été introduits apparemment indépendamment dans la littérature météorologique par Russell et Lerner (1981) – le schéma III dans la classification de Van Leer – et Prather (1986) – le schéma VI –. Alors que dans son article original, Van Leer conclut que la complexité du schéma VI est trop grande par rapport au gain en précision, ce schéma est devenu une référence dans la communauté météorologique.

Les principes de dérivation de ces différents schémas sont exposés ci-dessous.

0.2.3 Description des schémas en dimension un

En dimension 1 et après intégration sur un pas de temps, les Eq. 9 et 10 s'écrivent simplement

$$\delta_t(m)_i = U_{i-1/2} - U_{i+1/2} \tag{11}$$

et

$$\delta_t(cm)_i = F_{i-1/2} - F_{i+1/2} \tag{12}$$

où les indices correspondent à la position sur l'axe des x, δ_t représente la différence finie en temps et $U_{i+1/2}$ et $F_{i+1/2}$ sont les transferts de masse d'air et de traceur à travers l'interface $i + 1/2$ durant un pas de temps.

Si on connaît complètement la distribution spatio-temporelle du vent, de la densité de l'air et de la concentration de traceur, on a

$$m_i = \int_{\Delta x} \rho(x,t)dx \tag{13}$$

$$c_i = \int_{\Delta x} c\rho(x,t)dx / \int_{\Delta x} \rho(x,t)dx \tag{14}$$

$$U_{i+1/2} = \int_t^{t+\Delta t} \rho(x_{i+1/2},t)u(x_{i+1/2},t)dt \tag{15}$$

et

$$F_{i+1/2} = \int_t^{t+\Delta t} \rho(x_{i+1/2},t)c(x_{i+1/2},t)u(x_{i+1/2},t)dt \tag{16}$$

Dans la présentation faite ici, on considère que les transferts de masse $U_{i+1/2}$ sont connus à chaque instant et sur tout le maillage. L'évolution temporelle de la masse d'air m_i est donc également complètement déterminée. La seule chose qui reste à estimer est le flux de traceur.

De façon générale, ce flux $F_{i+1/2}$ peut être écrit comme le produit du transfert de masse $U_{i+1/2}$ par la valeur moyenne de la concentration du traceur $\breve{c}_{i+1/2}$ dans l'air qui traverse l'interface au cours du pas de temps.

La méthode proposée par Van Leer consiste à approximer la distribution sous-maille par un polynôme pour lequel le calcul de $\breve{c}_{i+1/2}$ – et donc du transfert de traceur – peut être fait

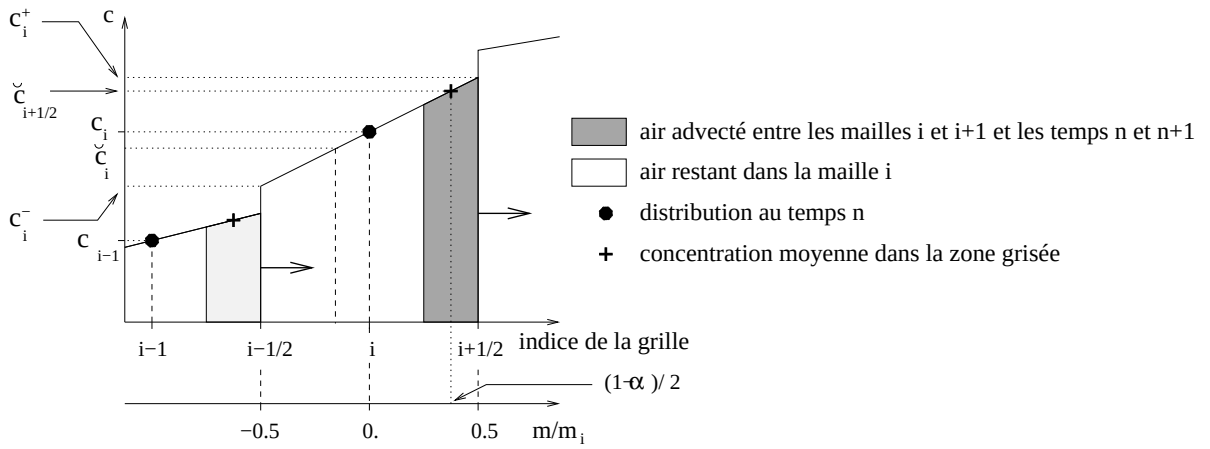


FIG. 1 – Principe du schéma de Van Leer et notations. On montre le cas où la distribution sous-maille est représentée au moyen d'un polynôme du premier degré. L'axe vertical correspond à la concentration massique du traceur. Les deux axes horizontaux correspondent à l'indiçage des variables et à la masse d'air comptée à partir du centre de la maille i et normalisée par la masse totale de cette même maille, m_i. La surface grisée correspond à la quantité de traceur qui est transféré au travers de l'interface durant un pas de temps.

exactement. Le principe et les notations sont illustrées sur la Fig. 1 pour le cas d'un polynôme du premier degré. Avec ces notations, les valeurs moyennes de c et m après un pas de temps d'advection s'écrivent simplement

$$c_i^* = \left(c_i m_i + U_{i-1/2}\breve{c}_{i-1/2} - U_{i+1/2}\breve{c}_{i+1/2}\right)/m_i^* \tag{17}$$

et

$$m_i^* = m_i + U_{i-1/2} - U_{i+1/2} \tag{18}$$

Pour des valeurs positives de $U_{i-1/2}$ et $U_{i+1/2}$, l'Eq. 17 peut se récrire

$$c_i^* = \left[U_{i-1/2}\breve{c}_{i-1/2} + \left(m_i - U_{i+1/2}\right)\breve{c}_i\right]/m_i^* \tag{19}$$

où $\breve{c}_i$ est la concentration massique moyenne dans l'air qui reste dans le volume i pendant le pas de temps (cf. Fig. 1). Avec ces notations, le schéma de Van Leer peut être décrit comme la séquence d'opérations suivante : on commence tout d'abord par définir une nouvelle distribution $\breve{c}$ (les croix sur la Fig. 1) à partir de la distribution initiale c (les points) en utilisant une approximation polynomiale : on advecte ensuite cette nouvelle distribution approchée à travers les mailles.

Un des points essentiels de l'article original de Van Leer (1977) est de remarquer qu'on peut garantir la monotonie du schéma d'advection – en dimension 1, une distribution monotone reste monotone après advection – en imposant que $\breve{c}$ **prenne une valeur intermédiaire entre les deux valeurs voisines de c dans les régions où c est monotone**.

Supposons pour fixer les idées que $c_{i-1} \leq c_i \leq c_{i+1}$ et $U \geq 0$. La condition ci-dessus s'écrit simplement

$$c_j \leq \breve{c}_{j+1/2} \leq c_{j+1} \text{ pour } j = i-1 \text{ et } j = i \tag{20}$$

et

$$c_{i-1} \leq \breve{c}_i \leq c_i. \tag{21}$$

En introduisant la condition 20 dans l'Eq. 17, on assure que $c_i^* \leq c_i$ tandis que l'Eq. 19 et les conditions 20 et 21 garantissent que $c_{i-1} \leq c_i^*$. On voit finalement que la condition suffisante énoncée ci-dessus garantit que c_i^* **est compris entre** c_{i-1} **et** c_i **(resp.** c_i **et** c_{i+1}**) pour** $U > 0$ **(resp.** $U < 0$**)**. Or, comme le remarque Van Leer (1977), cette proposition implique la monotonie.

Si on rajoute en plus la condition que $\breve{c}_i = c_i$ (distribution sous-maille constante) quand c_i est un extremum, on interdit la croissance des extrema. Ceci implique de fait la **positivité** du schéma et interdit la création d'oscillations provenant du caractère dispersif du schéma numérique (provenant de l'advection avec des vitesses différentes des différentes composantes de fourier de la distribution, cf. e. g. Rood, 1987).

Noter aussi qu'avec les définitions ci-dessus, une distribution uniforme de traceur sera inchangée par l'advection, même avec des champs de vents divergents (on s'en convainc en remplaçant $\breve{c}_{i-1/2}$ et $\breve{c}_{i+1/2}$ par une valeur constante dans l'Eq. 17).

Dans les dérivations ci-dessus, on a supposé implicitement que le pas de temps était suffisamment petit pour éviter de transférer plus que la maille d'une cellule en un pas de temps (nombre de Courant U/m inférieur à 1). Si le flux de masse est exactement égal à la masse d'air dans le volume amont, on calculera la distribution de traceur exactement, quelque soit l'approximation choisie pour la distribution sous-maille.

0.2.4 Le schéma de Godunov

La première approximation consiste à supposer que le traceur est constant dans chaque maille (polynôme de degré zéro). $\breve{c}$ est alors simplement la valeur de c dans la maille amont ($\breve{c}_{i+1/2} = c_i$ si $U_{i+1/2} > 0$ et c_{i+1} sinon). Ce schéma proposé à l'origine par Godunov (1959) est bon marché, positif et monotone mais au prix d'une diffusion numérique très forte. La diffusivité du schéma peut d'ailleurs être quantifiée. Dans le cas d'un champ de vent non divergent ($u = U\delta x/(m\delta t) =$cste à une dimension), le schéma 17 s'écrit

$$c_i^* = c_i + \frac{U}{m} c_{i-1} - \frac{U}{m} c_i \tag{22}$$

et peut se récrire

$$\frac{c_i^* - c_i}{\delta t} = u \frac{c_{i-1} - c_i}{\delta x} \tag{23}$$

$$= u \frac{c_{i-1} - c_{i+1}}{2\delta x} + \frac{u\delta x}{2} \frac{c_{i-1} - 2c_i + c_{i+1}}{\delta x^2} \tag{24}$$

comme la somme d'un schéma numérique centré d'ordre 2 et d'un terme de diffusion numérique avec une diffusivité $u\delta x/2$. [4]

[4] Le dernier terme de l'équation est une approximation numérique de $u\delta x/2\ \partial^2 c/\partial x^2$.

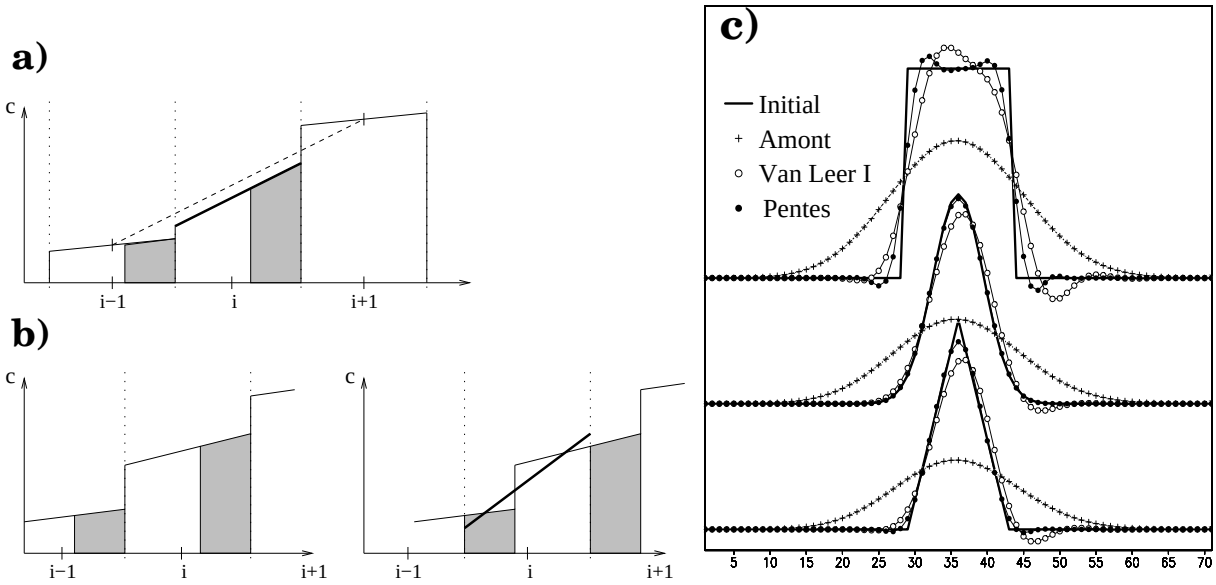


FIG. 2 – Schémas du 2nd ordre. Illustration de l'estimation de la pente par différences finies pour le schéma I de Van Leer (**a**) et par calcul par moindres carrés à partir de la distribution en ligne brisée résultant de l'advection au pas précédent (**b**). Cette seconde estimation correspond au schéma des pentes de Russell et Lerner (1981) ou au schéma III de Van Leer (se reporter au texte pour plus de détails). **c :** Exemples de calculs d'advection unidimensionnelle sur un domaine périodique de 70 points (axe horizontal), avec une vitesse constante u et trois distributions initiales. Les concentrations de traceur (c, unité arbitraire) sont montrées après une révolution complète, au pas de temps 350 pour un nombre de Courant $U/m = 0,2$.

0.2.5 Schémas du second ordre

Pour passer à un ordre supérieur, on suppose que la distribution sous-maille est linéaire avec une pente $(\delta c)_i$ donnant les valeurs aux bords gauche et droit de la maille i comme $c_i^{\pm} = c_i \pm (\delta c)_i/2$ (voir l'illustration de la Fig. 1).

Dans ce cas, $\breve{c}_{i+1/2}$ est donné par

$$\breve{c}_{i+1/2} = c_i + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{U_{i+1/2}}{m_i}\right)(\delta c)_i \text{ si } U_{i+1/2} > 0 \quad (25)$$

$$= c_{i+1} - \frac{1}{2}\left(1 + \frac{U_{i+1/2}}{m_{i+1}}\right)(\delta c)_{i+1} \text{ , sinon.} \quad (26)$$

Différents schémas ont été proposés (Van Leer, 1977, 1979) correspondant à différentes estimations de (δc), dont deux schémas particulièrement intéressants, l'un pour son faible coût et l'autre pour sa précision.

Dans le schéma I de Van Leer, la pente est simplement estimée à chaque pas de temps par différences finies ($\delta c_i = (c_{i+1} - c_{i-1})/2$) comme l'illustre le graphique **a** de la Fig. 2. Ce schéma peut être considéré comme une version volumes-finis du schéma de From (1968).

Dans le second schéma, la pente au pas de temps $t + \delta t$ dans une maille donnée est calculée à partir de la distribution en ligne brisée résultant de l'advection au temps t (illustration sur le graphique **b** de la Fig. 2). La nouvelle distribution sous-maille minimise la distance quadratique par rapport à cette distribution. Ce second schéma (le schéma III dans l'article original de Van Leer) a en fait été redécouvert quelques années plus tard par Russell et Lerner (1981)[5] dans un contexte météorologique tridimensionnel. Ce schéma a été popularisé dans le modèle de circulation générale du NASA/GISS. On l'appelle souvent schéma des pentes ("slopes scheme" en anglais). On retiendra ce nom dans ce qui suit.

On présente, sur le graphique **c** de la Fig. 2, un exemple typique de calcul d'advection unidimensionnel avec le schéma de Godunov, Van Leer I et le schéma des pentes. Le schéma des pentes est bien sûr le plus précis mais la différence principale se situe entre le schéma de Godunov, extrêmement diffusif, et les deux autres. On voit également apparaître pour les deux schémas d'ordre 2 des oscillations provenant de la non monotonie du schéma et la création de valeurs négatives.

0.2.6 Limiteurs de pentes

L'un des intérêts principaux du travail de Van Leer (1977) réside dans la possibilité qu'il offre d'assurer facilement la monotonie des schémas. Une première façon consiste à appliquer directement la contrainte explicitée à la fin de la Section 0.2.3.

Pour les schémas du second ordre, Van Leer (1977) propose aussi une condition suffisante à la fois plus brutale et plus simple. Il suffit, pour que le schéma soit monotone, d'imposer que la distribution dans une maille i soit entièrement comprise entre les valeurs moyennes des deux mailles adjacentes et que la pente soit du même signe que dans ces deux mailles (à noter que ce dernier critère est automatiquement satisfait par le schéma I). Cette condition suffisante peut s'exprimer facilement comme un limiteur de pente. Pour le schéma I, la formulation complète du calcul de la pente avec limiteur s'écrit simplement

$$\begin{aligned} (\delta c)_i &= \text{sign}\,(c_{i+1} - c_i) \times \\ &\quad \min\left(\frac{|c_{i+1} - c_{i-1}|}{2}, 2|c_{i+1} - c_i|, 2|c_i - c_{i-1}|\right) \end{aligned} \tag{27}$$

si c_i est compris entre c_{i-1} et c_{i+1} et 0 sinon.

L'effet de l'application d'un limiteur fort (décrit ici) ou d'un limiteur faible (application directe des Eq. 20 et Eq. 21), qui correspondent respectivement aux Eq. (66) et (74) données par Van Leer (1977) est illustré sur la Fig. 3**a**. Un test numérique de l'impact de ces limiteurs est montré sur les Fig. 3**c** et **d**. Le limiteur fort dégrade de façon significative la précision du schéma des pentes tandis que le limiteur faible corrige ce schéma de façon sélective au niveau des oscillations, sans émousser par exemple le sommet de la gaussienne. Pour le schéma I, la différence entre les deux limiteurs est nettement plus marginale.

[5] La mise à jour de la pente, Eq. (11) de Van Leer (1977), est la restriction exacte au cas unidimensionnel et non divergent de l'Eq (23) de Russell et Lerner (1981).

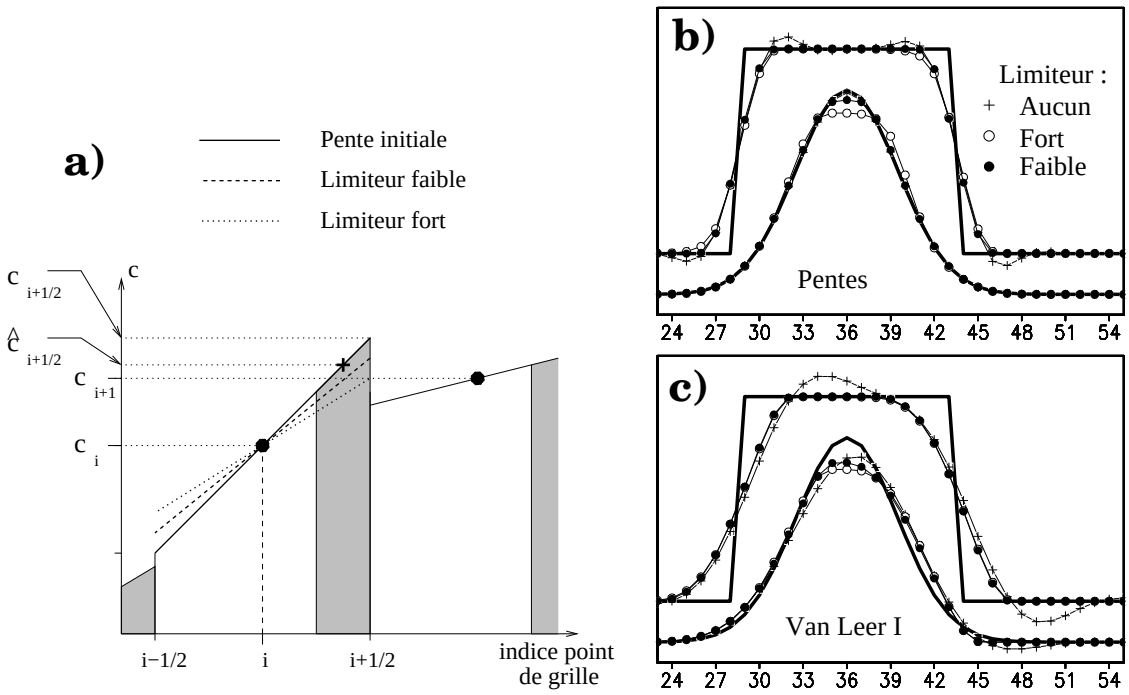


FIG. 3 – **a)** Illustration de l'application d'un limiteur de pente. A droite, impact des limiteurs de pentes sur le schéma des pentes (**b**) et sur le schéma I de Van Leer (**c**). Les cas sans limiteurs (les mêmes que sur la Fig. 2) et les limiteurs faibles et forts (se reporter au texte pour plus de détails) sont montrés pour les distributions carrée et gaussienne.

Il existe une alternative élégante à l'Eq. 27 qui consiste à utiliser la moyenne géométrique des deux pentes voisines

$$(\delta c)_i = \frac{2\,(c_{i+1} - c_i)\,(c_i - c_{i-1})}{c_{i+1} - c_{i-1}} \tag{28}$$

quand $(c_{i+1} - c_i)\,(c_i - c_{i-1}) > 0$ et 0 sinon. Cette formulation satisfait automatiquement la limitation forte. Ce schéma est seulement légèrement plus diffusif que le schéma I mais le gain en temps est également relativement faible, le calcul de la pente ne représentant qu'une partie du coût du schéma.

0.2.7 Schémas du troisième ordre

La description de la distribution sous-maille du traceur peut être encore améliorée en utilisant un polynôme du second ordre. L'équivalent du schéma I de Van Leer (le schéma IV dans l'article original) consiste à évaluer les coefficients de ce polynôme par différences finies à partir des valeurs moyennes dans les mailles. Van Leer a attaché peu d'importance à ce schéma qui présente par exemple comme défaut de n'être pas plus précis que le schéma I pour un nombre de Courant de 0,5. Cependant, pour des valeurs plus petites, il peut devenir nettement plus précis. Comme le schéma I, ce schéma présente l'intérêt de n'utiliser qu'un traceur par point de grille. Woodward et

Colella (1981) ont développé une alternative au schéma IV en utilisant un filtre non-linéaire assez élaboré permettant de renforcer les pentes en cas de choc (se reporter également à Woodward et Colella, 1984; Colella et Woodward, 1984). La méthode qui en résulte a été baptisée Piecewise Parabolic Method. Elle a été utilisée pour les applications atmosphériques par exemple par Carpenter et al. (1990), Lin et Rood (1996) ou Vautard et al. (2001). Dans ce manuscrit on ne présente pas les résultats avec PPM. Mais des tests ont été réalisés récemment avec ce schéma qui se comporte de façon assez similaire au schéma des pentes pour un coût numérique intermédiaire entre les schémas I et III (pentes) en termes de temps de calcul. Le coût en stockage est le même que pour le schéma I.

L'équivalent à l'ordre 3 du schéma III de Van Leer est le schéma VI connu dans la littérature météorologique sous le nom de schéma de Prather (1986). Le schéma de Prather est évidemment beaucoup plus précis que tous les schémas présentés jusque là comme le montrent les illustrations de la section suivante. Cependant, il nécessite la conservation de 10 traceurs indépendants : la moyenne, les 3 pentes dans les 3 directions d'espace c_x, c_y, c_z et les 6 moments du second ordre c_{xx}, c_{yy}, c_{zz}, c_{xy}, c_{yz} et c_{xz}. Il est également nécessaire de lui adjoindre des algorithmes du type limiteurs de pente pour éviter complètement les oscillations numériques ou les valeurs négatives.

0.2.8 Introduction des schémas dans LMDZ

L'introduction des schémas en volumes finis est relativement facile dans le modèle de circulation générale LMDZ car les flux de masse sont déjà définis sur une grille décalée. Ces flux de masse sont ceux utilisés dans la partie météorologique pour intégrer l'équation de continuité pour l'air, à savoir l'Eq. 11 ou l'Eq. **??** donnée plus loin.

Flux alternés

Les présentations ci-dessus ont été faites avec une seule dimension d'espace. Une solution naturelle pour passer en 3 dimensions consiste à calculer d'abord les flux dans chaque dimension puis à calculer la divergence des flux.

Une alternative classique consiste à faire trois calculs d'advection, successivement dans les trois directions. On parlera de flux alternés ou de directions alternées.

Cette seconde méthode est curieusement plus précise dans le cas d'une advection en diagonale par rapport au maillage. Ceci est illustré sur la Fig. 4 pour une configuration bidimensionnelle. Si on considère un pas de temps d'advection, le calcul direct ne tient pas compte de l'air passant directement dans la maille située en diagonale par rapport à la maille du milieu (le petit carré sombre sur les figures). En revanche, cet air est compté deux fois, une fois dans l'advection en x et une fois dans l'advection en y. Ceci produit une très forte diffusion latéral en réduisant la propagation dans la direction du mouvement. En partant d'un panache gaussien, la distribution obtenue s'étire dans la direction transverse à l'écoulement (en haut à droite sur la figure).

Au contraire, pour l'advection en flux alternés, le carré sombre commence par passer dans la maille située à droite de la maille d'origine puis en haut et arrive bien finalement dans la maille

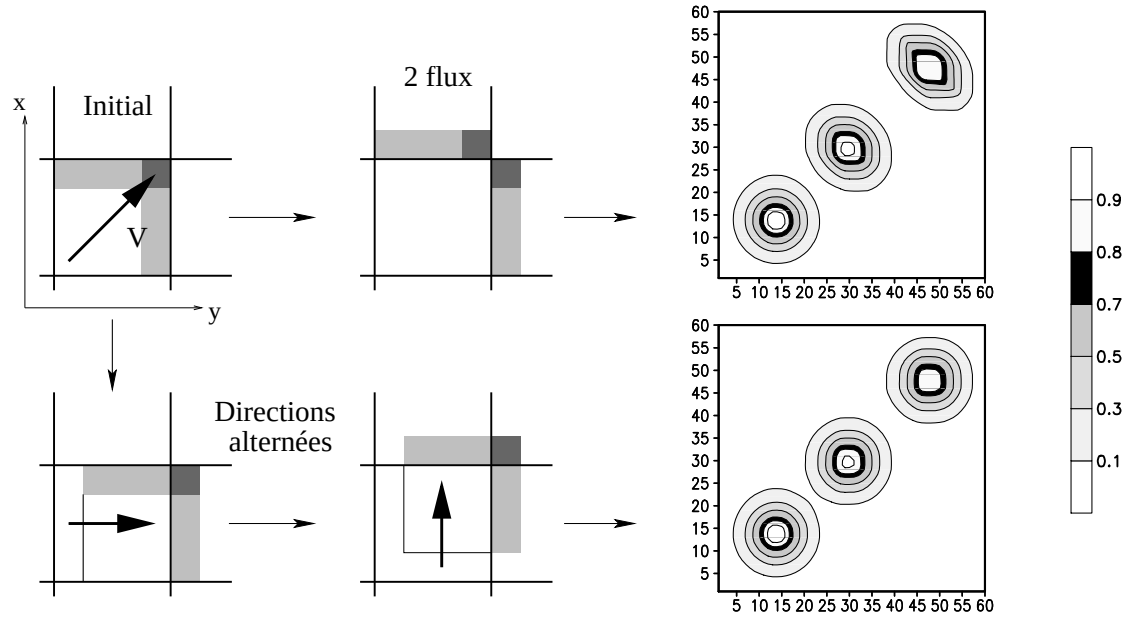


FIG. 4 – Advection uniforme d'un pic gaussien de concentration le long de la diagonale d'un maillage bidimensionnel régulier. En haut, le calcul de la divergence des flux est effectué à partir de flux estimés indépendamment en x et en y. La ligne du bas montre un calcul alterné avec d'abord une advection en x puis une advection en y. Ces illustrations numériques ont été réalisées avec le schéma I de Van Leer, sur un maillage de 60 points dans chaque direction horizontale.

située en diagonale par rapport à la maille d'origine. Si on pouvait à chaque instant connaître exactement la distribution sous-maille du traceur, on aurait donc un calcul exact.

Dans la méthode des flux alternés, on intègre successivement non seulement l'équation d'advection du traceur (Eq. 17) mais aussi l'advection de transport de l'air (Eq. 18)[6]. Avec cette approche, une distribution uniforme de traceur est inchangée par l'advection indépendamment du caractère divergent ou non du champ de vent (Lin et Rood, 1996, montrent que ce n'est pas garanti par toutes les formulations en flux alternés).

Cette approche en flux alternés est utilisée assez systématiquement dans les calculs d'advection en volumes finis (Van Leer, 1979; Allen et al., 1991; Russell et Lerner, 1981; Prather, 1986).

On utilise ici la séquence proposée par Russell et Lerner (1981) :

[6]Une certaine confusion sur ce point est entretenue dans la littérature (cf. e. g. Carpenter et al., 1990) dans laquelle ont présente souvent les flux alternés en ne découpant que l'équation de transport des traceurs puis en introduisant comme des astuces numériques les corrections nécessaires qui, si elle sont bien choisies, consistent simplement à découper simultanément l'équation de conservation pour l'air.

Direction	pas de temps
X	$\delta t/2$
Y	$\delta t/2$
Z	δt
Y	$\delta t/2$
X	$\delta t/2$

Test avec solution exacte connue

Dans cette section, nous présentons des tests bidimensionnels des schémas d'advection tels qu'ils sont codés dans le modèle LMDZT. On teste le schéma de Godunov, le schéma I de Van Leer, le schéma des pentes et le schéma de Prather. Pour le schéma I, on utilise le limiteur fort. Pour les schémas de pentes et de Prather, on assure seulement la positivité en utilisant un limiteur de flux (suivant Prather, 1986, on se contente d'imposer de ne pas sortir plus de traceur d'une maille que ce qu'elle contient). Les schémas de Pentes et de Prather que nous utilisons ont été optimisés et interfacés avec le modèle ancien du LMD par Pascal Simon et Christophe Genthon.

On insiste dans les tests présentés ci-dessous sur le rapport entre précision et coût numérique. On montre en effet que l'arbitrage entre une résolution plus fine, qui rend tous les schémas plus précis, et l'utilisation d'un schéma intrinsèquement plus précis, comme Prather, n'est pas évident et peut dépendre du type de machine utilisé ou d'autres considérations relatives à d'autres composantes du modèle.

Coût numérique des différents schémas

De façon générale, on peut gagner en précision en utilisant une résolution spatiale plus fine, ce qui se fait évidemment au prix d'un coût numérique plus grand. Une question pratique importante en termes d'efficacité des schémas est de savoir ce qu'on gagne en changeant de schéma d'advection à coût numérique inchangé. Puisque notre but est l'advection tridimensionnelle dans un modèle de circulation générale, il faut d'abord se faire une idée du coût relatif des différents schémas dans une telle configuration.

La comparaison la plus facile est celle de l'occupation en mémoire. Les schémas de Godunov, Van Leer I et PPM ne nécessitent de conserver qu'une variable indépendante par maille et par champ de traceur.

Les schémas des pentes et de Prather sont nettement plus coûteux avec respectivement 4 et 10 variables d'état pour décrire un traceur physique.

La comparaison en termes de rapidité est moins évidente et peut dépendre du type de machine utilisé. Des test sur machines scalaires (stations SUN) et vectorielles montrent qu'il y a typiquement un facteur 2 entre le schéma I et les pentes et entre les pentes et Prather.

Les machines vectorielles favorisent de façon générale l'utilisation de schémas plus grossier sur des grilles plus fines. Pour les test présentés ci-dessous, effectués sur un CRAY-90, les pentes ont exactement le même coût numérique pour une grille horizontale de 60 par 43 points que le schéma I de Van Leer pour une grille de 120 par 85 points.

On voit que le fait de doubler la résolution horizontale dans chaque direction rend le schéma I équivalent à celui des pentes à la fois en termes de stockage et en termes de rapidité sur une machine vectorielle. De même, les pentes en résolution double sont comparables à Prather sur une grille deux fois plus grossière.

De façon générale, les machines scalaires sont plus favorables aux schémas plus précis.

Nous présentons ici des tests numériques bidimensionnels effectués avec un champ de vent analytique présentant une rotation différentielle et pour lequel l'advection peut être calculée exactement. Ce test est effectué sur la sphère en utilisant la discrétisation du modèle de circulation, pour permettre de valider directement les codes utilisés dans le modèle de circulation générale.

Pour un champ de vent horizontal non divergent dans le plan longitude-latitude (λ, ϕ), les composantes zonale (u) et méridienne (v) du vent satisfont la relation suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos\phi}{\partial \phi} = 0 \tag{29}$$

Le champ de vent que nous utilisons dérive du potentiel suivant :

$$\Psi = aU_0 \cos^2 \frac{\lambda}{2} \cos^2 \phi \tag{30}$$

(où U_0 est une vitesse caractéristique et a est le rayon planétaire) de sorte qu'on a

$$u = \frac{1}{a}\frac{\partial \Psi}{\partial \phi} = -2U_0 \cos\phi \sin\phi \cos^2 \frac{\lambda}{2} \tag{31}$$

$$v = \frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} = -U_0 \cos\phi \cos\frac{\lambda}{2} \sin\frac{\lambda}{2} \tag{32}$$

En suivant une trajectoire (valeur constante de Ψ), la vitesse méridienne $v = a\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t$ peut être récrite en combinant les équations 30 et 32 :

$$a\mathrm{d}\phi/\mathrm{d}t = -\sqrt{\Psi U_0/a}\ \mathrm{sign}\lambda \sqrt{1-\cos^2(\lambda/2)} \tag{33}$$

Si on introduit $\alpha = \sqrt{\Psi U_0/a^3}$ et qu'on remplace $\cos^2(\lambda/2)$ selon l'Eq. 30, cette équation devient

$$-\alpha \int \mathrm{sign}\lambda \mathrm{d}t = \int \frac{\cos\phi \mathrm{d}\phi}{\sqrt{\cos^2\phi - \Psi/(aU_0)}} = \left[\arcsin\left(\frac{\sin\phi}{\sqrt{1-\Psi/(aU_0)}}\right)\right] \tag{34}$$

Les trajectoires, iso-valeurs de Ψ, sont parcourues avec la loi horaire donnée ci-dessus. Le temps mis par une particule pour revenir à sa position de départ est donc $2\pi/\alpha = 2\pi a/(U_0 \cos\phi \cos\lambda/2)$. Ce temps est plus court au centre du domaine et infini sur les bords.

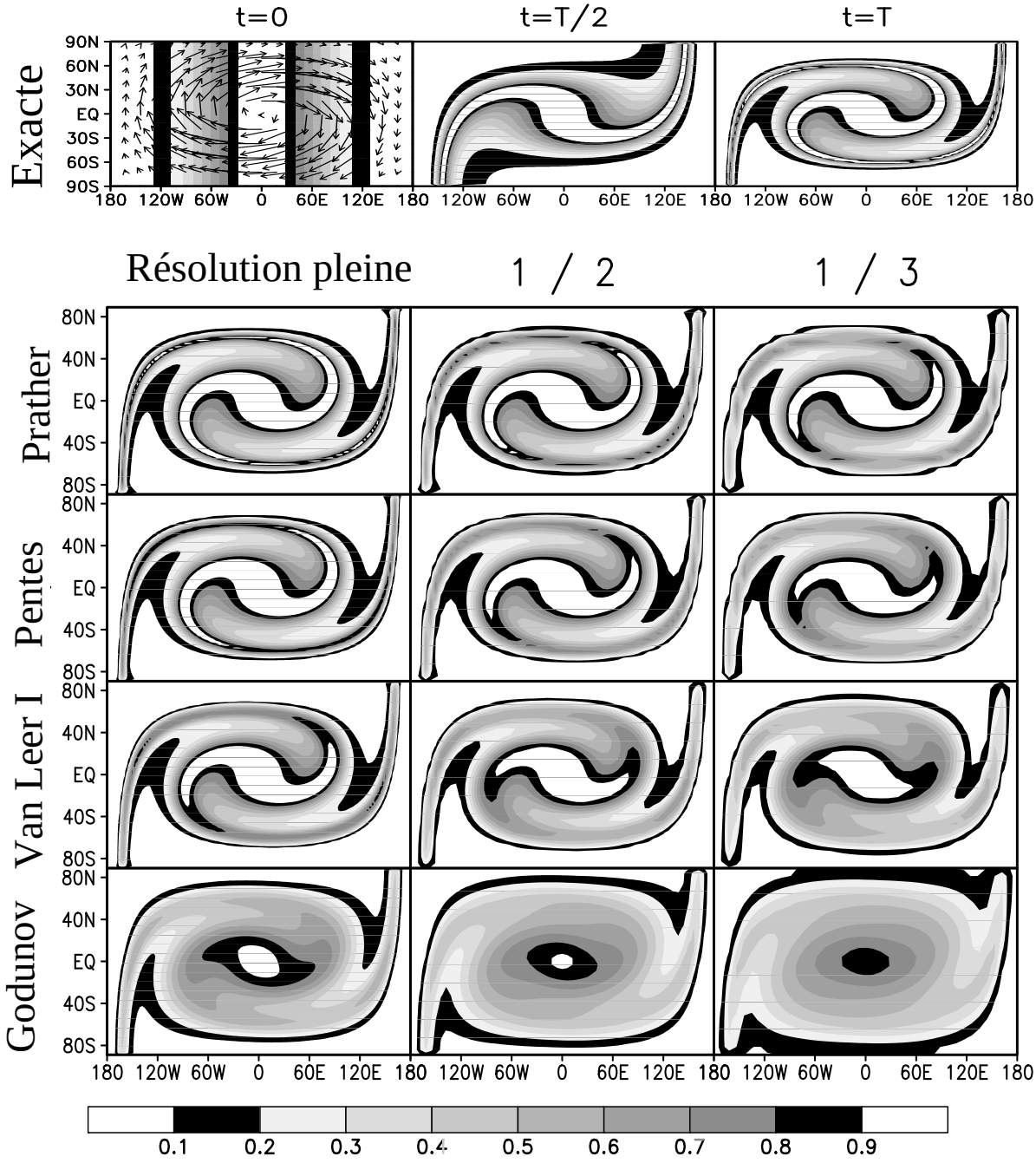


FIG. 5 – Tests d'advection bidimensionnelle avec un champ de vent analytique. La distribution initiale de traceur est une fonction gaussienne de la longitude. Les graphiques du haut montrent l'état initial (à gauche) et la solution exacte aux instants $T/2$ et T. Le temps T correspond à une révolution complète au centre du domaine. En dessous, on montre les résultats numériques au temps T pour différents schémas d'advection et 3 résolutions : résolution pleine, 1/2 et 1/3, correspondant respectivement à des grilles longitude-latitude de 120×60, 60×30 et 40×20 points.

Résultats numériques

Sur le graphique en haut à gauche de la Fig. 5, on montre à la fois la distribution initiale du traceur, une gaussienne ne dépendant que de la longitude, et le champ de vent (dans une unité arbitraire). Toujours en haut, les figures à droite montrent l'évolution exacte du traceur sous l'effet de l'advection. La rotation est plus rapide au centre qu'aux bords du domaine, ce qui produit cette forme en spirale et une filamentation.

Pour les tests numériques on utilise trois résolutions : 120×60 (résolution pleine), 60×30 (résolution 1/2) et 40×20 (résolution 1/3). Le pas de temps est choisi suffisamment petit pour que le nombre de Courant reste toujours plus petit que 1 (le traitement spécial en longitude n'étant codé que pour le schéma I de Van Leer). L'état final montré sur les figures correspond à une révolution complète au centre du maillage ce qui nécessite un nombre de pas de temps de 4000, 6000 et 12000 pour les différentes résolutions horizontales testées.

La reconstruction très fine des filaments (avec des valeurs maximum dépassant 0,9 pour une valeur initiale de 1) avec le schéma de Prather en pleine résolution est très impressionnante. Cependant, le schéma des pentes fait plutôt mieux à cette résolution que Prather dans une résolution deux fois plus grossière dans chaque direction horizontale. On observe la même chose entre le schéma I de Van Leer et le schéma des pentes.

Donc, si on change la résolution dans seulement deux directions, le schéma I se comporte plutôt mieux que les pentes en terme de rapport qualité/coût.

Si on change de résolution dans les trois directions, la comparaison doit être faite entre la pleine résolution et la résolution intermédiaire avec un avantage significatif pour les schémas précis.

Il est enfin intéressant de noter la différence flagrante de performances entre les schémas de Godunov et le schéma I en dépit d'un coût équivalent en termes de stockage.

0.2.9 Remarques pour conclure

Les schémas en volumes finis proposés par Van Leer (1977) conduisent facilement à des mises en œuvre tridimensionnelles qui satisfont des propriétés essentielles du transport comme

- la conservation de la quantité totale de traceur,
- la non modification d'une distribution constante de traceurs,
- l'invariance par addition d'une constante au champ de traceur,
- la monotonie,
- la non création d'extrema d'origine numérique (d'où la positivité),
- la décroissance de la variation totale (TVD en anglais) – somme des écarts absolus entre deux points consécutifs – au cours du temps qui assure la stabilité du schéma. On peut montrer que cette propriété (valable uniquement en dimension 1) est respectée à la fois par le schéma I de Van Leer et par le schéma PPM (cf. Roux, 2002).

En pratique, on constate que les schémas plus sophistiqués se comportent mieux, mais au pris d'un coût numérique additionnel du même ordre que celui qu'aurait entraîné l'utilisation d'une grille plus fine. A noter qu'il se peut que les schémas deviennent à partir d'un certain stade moins diffusifs que l'atmosphère elle-même. C'est particulièrement vrai pour la basse troposphère, dans

laquelle la turbulence de couche limite induit une très forte diffusion verticale, qui, couplée à des cisaillements importants du vent horizontal, conduit aussi à une forte dispersion horizontale effective. Les tests présentés plus loin illustrent ce point.

Pour finir, il faut noter que nous avons présenté ici les schémas dérivés à l'origine par Van Leer. Le schéma PPM qui a également été testé dans LMDZ (résultats non présentés) semble supérieur à coût numérique égal (en tous cas en termes de stockage) à ces schémas d'origine.

L'ensemble des schémas décrits ci-dessus a été introduit dans le modèle LMDZ. Le schéma I de Van Leer a été retenu en standard pour sa robustesse et sa simplicité mais ce choix ne doit pas être considéré comme définitif et doit être reconsidéré en fonction du problème abordé.

0.3 Le transport sous-maille

Pour le terme turbulent div $\left(\overline{\rho \mathbf{v}' c'}\right)$, on distingue en fait trois contributions décrites ci-dessous.

0.3.1 Turbulence de couche limite

Dans la version standard de LMDZ, la turbulence de couche limite est traitée comme une super-viscosité ou viscosité turbulente. Dans ces formulations, comme pour la viscosité moléculaire, le flux d'une quantité transportée est proportionnel (avec un coefficient négatif) au gradient local de la quantité en question. Dans la couche limite planétaire, et si on s'intéresse à l'écoulement à grande échelle, le terme vertical domine de loin ce flux qui s'écrit alors

$$\overline{\rho w' c'} = -K_z \frac{\partial c}{\partial z} \tag{35}$$

Dans la version standard du modèle LMDZ, ce coefficient K_z dépend du cisaillement vertical de vent et d'un nombre de Richardson. La formulation utilisée est donnée par Laval et al. (1981). Les limitations de cette paramétrisation ainsi que des approches alternatives sont discutées en détail dans le chapitre suivant.

0.3.2 Convection nuageuse

De nombreux développements ont été consacrés ces dernières décennies à la paramétrisation de la convection nuageuse (profonde ou peu profonde), notamment dans le cadre de la modélisation du climat. Les paramétrisations à la mode sont basées sur des approches dites en flux de masse (Arakawa et Schubert, 1974; Tiedtke, 1989; Emanuel, 1991). Elles ont en commun d'expliciter des ascendances concentrées, sensées représenter le cœur des nuages convectifs. Dans ces ascendances, l'air monte rapidement sous l'effet de sa propre flottabilité, renforcée dans le nuage par le dégagement de chaleur latente.

Certaines de ces paramétrisations considèrent un spectre complet de panaches ascendants. Dans les développements présentés ici, on utilise la paramétrisation de Tiedtke (1989) qui sépare la colonne atmosphérique en trois sous-colonnes : une pour les ascendances, une pour

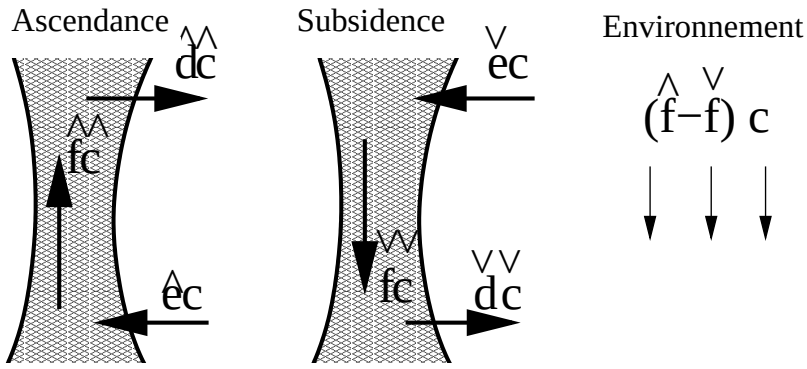


FIG. 6 – Notations pour le transport en flux de masse des traceurs par la convection.

les descentes précipitantes et un troisième compartiment pour l'environnement dans lequel se produit une subsidence compensatoire plus lente.

L'ascendance est caractérisée par un flux de masse $\hat{f}(z)$ qui échange de l'air avec l'environnement. Cet échange est prescrit au travers d'un entraînement $\hat{e}$ et d'un détraînement $\hat{d}$. Pour les descentes précipitantes, ont définit de même un flux de masse $\check{f}$, un entraînement $\check{e}$ et un détraînement $\check{d}$.

La colonne convective est supposée stationnaire de sorte que la conservation de la masse d'air entre les différents compartiments s'écrit

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial z} = \hat{e} - \hat{d} \tag{36}$$

et

$$-\frac{\partial \check{f}}{\partial z} = \check{e} - \check{d} \tag{37}$$

Le flux dans l'ascendance et les descentes précipitantes est compensé par un flux, en général plus lent, dans l'environnement, $f_e = -\hat{f} - \check{f}$.

Pour l'inclusion de la composante traceur, on fait les approximations suivantes en suivant la philosophie du schéma d'origine : on suppose que le traceur est dans un régime stationnaire à la fois dans l'ascendance et dans les descentes précipitantes. On suppose de plus que la fraction de la maille couverte par ces deux compartiments est suffisamment faible pour qu'on puisse confondre la concentration dans l'environnement c_e avec la concentration moyenne dans la maille ($c_e = \tilde{c}$ ou c).

Sous ces hypothèses, la concentration dans l'ascendance $\hat{c}$ est donnée par

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{c}}{\partial z} = \hat{e}c - \hat{d}\hat{c} \tag{38}$$

avec une équation similaire pour les descentes

$$-\frac{\partial \check{f}\check{c}}{\partial z} = \check{e}c - \check{d}\check{c} \tag{39}$$

(on pourra se reporter à la Fig. 6). Enfin, le flux de masse turbulent est donné par

$$\overline{\rho w' c'} = \hat{f}\hat{c} + \check{f}\check{c} - (\hat{f} + \check{f})\, c \tag{40}$$

Afin d'assurer la stabilité numérique de ce schéma, les différents termes de transport (de la forme fc) sont traités avec un schéma amont du premier ordre. [7] La diffusion numérique n'est pas un problème ici puisque le processus physique lui-même est très diffusif. Les erreurs numériques associées sont certainement plus faibles que les incertitudes sur l'intensité et la description des échanges d'air dans la colonne convective.

Diffusion latérale

Les termes turbulents associés à du mélange vertical sont souvent nettement plus important que les termes horizontaux. Par exemple dans la basse troposphère, la combinaison d'un cisaillement de vent et d'un mélange vertical turbulent produit une dispersion horizontale des espèces traces extrêmement efficace. Tant que les mailles horizontales sont assez grossières, il est probable de plus que la diffusion numérique soit supérieure à la diffusion latérale réelle de l'atmosphère. Enfin, il faut noter que la théorie physique qui permet d'estimer la diffusivité latérale effective est loin d'être établie.

Cependant, il est probable que, notamment pour une grille zoomée très fine, il commence à être nécessaire d'inclure une paramétrisation de cette diffusion latérale. Ici, cette diffusion est plutôt introduite pour des tests de sensibilité et on retiendra une approche simple en longueur de mélange : comme pour la super-viscosité verticale, le flux horizontal de traceur est relié au

[7] Pour la formulation discrète, on introduit, par exemple pour l'ascendance, les quantités $\hat{E}_i \simeq \hat{e}\delta z\delta t$ et $\hat{D}_i \simeq \hat{d}\delta z\delta t$ (entraînement et détraînement vers et depuis l'ascendance pour la couche i durant le pas de temps δt) et $\hat{F}_{i+1/2} \simeq \hat{f}\delta t$ (transfert de masse entre les couches i et $i+1$). Les équations du modèle, discrétisées avec des schémas amont et en supposant que la concentration dans l'ascendance et dans la subsidence est en régime stationnaire, s'écrivent

$$\begin{aligned}
\hat{E}_i + \hat{F}_{i-1/2} &= \hat{D}_i + \hat{F}_{i+1/2} && (41)\\
\check{E}_i + \check{F}_{i+1/2} &= \check{D}_i + \check{F}_{i-1/2} && (42)\\
\hat{E}_i c_i + F_{i-1/2}\hat{c}_{i-1} &= \hat{c}_i \left(\hat{D}_i + \hat{F}_{i+1/2}\right) && (43)\\
\check{E}_i c_i + F_{i+1/2}\check{c}_{i+1} &= \check{c}_i \left(\check{D}_i + \check{F}_{i-1/2}\right) && (44)
\end{aligned}$$

où c_i, $\hat{c}_i$ et $\check{c}_i$ sont les concentrations de traceur respectivement dans l'environnement (assimilée à la concentration moyenne dans la maille), l'ascendance et la subsidence. Si on note m_i la masse de la maille i et ${c^*}_i$ la concentration de traceur dans la maille i au pas de temps $t + \delta t$, on a

$$\begin{aligned}
{m_i c^*}_i - m_i c_i &= \hat{F}_{i-1/2}\hat{c}_{i-1} - \hat{F}_{i+1/2}\hat{c}_i + \hat{F}_{i+1/2}c_{i+1} - \hat{F}_{i-1/2}c_i && (45)\\
&+ \check{F}_{i+1/2}\check{c}_{i+1} - \check{F}_{i-1/2}\check{c}_i + \check{F}_{i-1/2}c_{i-1} - \hat{F}_{i+1/2}c_i && (46)\\
&= \hat{D}_i\hat{c}_i - \hat{E}_i c_i + \hat{F}_{i+1/2}c_{i+1} - \hat{F}_{i-1/2}c_i && (47)\\
&+ \check{D}_i\check{c}_i - \check{E}_i c_i + \check{F}_{i-1/2}c_{i-1} - \hat{F}_{i+1/2}c_i && (48)
\end{aligned}$$

gradient local de la quantité. L'effet de cette diffusion latérale sur le transport des traceurs s'écrit alors sous la forme d'un laplacien

$$\delta_t c = \frac{\delta x^2}{\nu} \Delta c \tag{49}$$

0.4 Bases physiques des paramétrisations en diffusion

Comme on l'a dit plus haut, les paramétrisations en diffusion turbulente sont construites par analogie avec la diffusion moléculaire. Cette approche s'est révélée particulièrement fructueuse pour expliquer certaines caractéristiques de la couche limite atmosphérique et dériver des paramétrisations pour les modèles de circulation atmosphérique. Avant de parler de mise en défaut de cette théorie dans le cas des couches limites convectives, on retrace les grandes lignes des différentes approches en diffusion turbulente. Cette section permet également de décrire des paramétrisations qui sont par la suite comparées, sur des cas académiques ou réalistes de couches limites convectives, au modèle du thermique. On introduit les différentes formulations sous des hypothèses classiques de couche limite qui supposent que les quantités moyennes varient moins vite horizontalement que verticalement ($|\partial \tilde{X}/\partial x| \ll |\partial \tilde{X}/\partial z|$ et $|\partial^2 \tilde{X}/\partial x^2| \ll |\partial^2 \tilde{X}/\partial z^2|$ où $\tilde{X}$ est la moyenne d'ensemble de X pondérée par l'air définie dans la Section 0.1).

0.4.1 La longueur de mélange

Dans le chapitre précédent, on a introduit rapidement l'utilisation de la diffusion turbulente pour paramétriser le transport turbulent d'une quantité c dans la couche limite

$$\overline{\rho w' c'} = -\rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \tag{50}$$

Une façon physique d'introduire cette formulation et d'estimer le coefficient K_z est l'approche de la longueur de mélange introduite à l'origine par Prandtl en 1925. L'image physique sous-tendue est l'existence de petites structures turbulentes avec une taille caractéristique, ou longueur de mélange, l.

En se plaçant pour fixer les idées dans une configuration où la concentration moyenne du traceur croît verticalement ($\partial \overline{c}/\partial z > 0$), un mouvement descendant sera associé en moyenne à une fluctuation positive de c. La fluctuation c' associée à ce mouvement turbulent sera d'autant plus grande que les contrastes verticaux de c sont grands. En supposant que la particule qui descend a conservé les propriétés qu'avait l'air à une distance l au-dessus, et en supposant l petit devant la hauteur caractéristique des variations de $\overline{c}$ (c'est cette dernière hypothèse qui n'est pas valide dans les cas de couches limites convectives) on peut écrire

$$c' = l \frac{\partial c}{\partial z} \tag{51}$$

De même, les mouvement turbulents ascendants seront associés en moyenne à une fluctuation négative de c de sorte qu'il y a dans les deux cas une corrélation négative entre w' et c'. On peut

finalement écrire

$$\overline{w'c'} = -l\overline{|w'|}\frac{\partial c}{\partial z} \tag{52}$$

Cette équation peut être prise comme définition de la longueur de mélange l.

Dans ce cadre, le coefficient K_z est simplement $l|w'|$.

Si on suppose que la turbulence est isotrope (par exemple en atmosphère neutre et loin du sol), on peut aller un cran plus loin en remarquant qu'on a

$$|w'| \simeq |u'| \simeq l\frac{\partial u}{\partial z} \tag{53}$$

ce qui conduit à choisir

$$K_z = l^2||\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}|| \tag{54}$$

La théorie de la diffusion turbulente a remporté un de ses plus francs succès dans l'explication de la structure de la couche limite de surface.

Près de la surface, on suppose que la longueur caractéristique des échanges turbulents est proportionnelle à la distance à la surface, $l = \kappa z$. En choisissant un repère local tel que $\overline{u}$ soit dans la direction du vent moyen près de la surface, et en remarquant que $\overline{u}$ (noté u ci-après) et son gradient en z sont du même signe près de la surface – puisque $\overline{u}$ doit s'annuler en $z = 0$ –, il vient

$$\overline{w'u'} = -K_z\frac{\partial u}{\partial z} = -(\kappa z)^2\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 \tag{55}$$

Si on définit la couche de surface comme la partie de la couche limite dans laquelle les flux turbulents ne diffèrent pas trop (par moins de 10% par exemple) du flux en surface – c'est à dire qu'on peut écrire $\overline{w'u'} \simeq \overline{u'v'}_0 = -\tau/\rho$ où τ est le module de la tension de vent en surface – on obtient

$$u_* = \kappa z\frac{\partial u}{\partial z} \tag{56}$$

où $u_*^2 = \tau/\rho$ est la vitesse de friction. A noter que les dérivations ci-dessus aboutissent également à $|w'| \simeq u_*$ dans la couche de surface.

Les mesures expérimentales de la constante de Von Karman, κ, supposée universelle, donnent des valeurs comprises entre 0,35 et 0,43.

Sous ces hypothèse, près de la surface, le vent varie de façon logarithmique avec la verticale. La singularité en surface est résolue en supposant que le vent s'annule non pas en $z = 0$ mais à une altitude $z = z_0$, appelée longueur de rugosité, telle que

$$\overline{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa}\ln\frac{z}{z_0} \tag{57}$$

Physiquement, les dérivations précédentes ne sont plus valables très près de la surface, région dans laquelle l'atmosphère échange de la quantité de mouvement au travers de couples de pression sur les obstacles. La longueur de rugosité est typiquement de l'ordre de la fraction de mm sur mer, de quelques centimètres sur les prairies ou les déserts caillouteux, jusqu'à quelques mètres dans les régions boisées ou urbaines.

De la même façon, à partir du flux de chaleur sensible en surface $C_p\rho\overline{w'\theta'}_0$, on peut introduire une échelle des fluctuations turbulentes de température potentielle, $\theta^* = \overline{w'\theta'}_0/u^*$, reliée au gradient de température potentielle par

$$\theta^* = \kappa' z \frac{\partial \theta}{\partial z} \tag{58}$$

ce qui aboutit également à une forme logarithmique

$$\theta - \theta_S = \frac{\theta^*}{\kappa'} \ln \frac{z}{z_0} \tag{59}$$

où θ_S est la température de surface. Le rapport $R = \kappa/\kappa'$ est le nombre de Prandtl turbulent, rapport entre les diffusivités de la quantité de mouvement et de la température. Ce nombre est de l'ordre de 1 pour les gaz. Une valeur de 0,7 est couramment utilisée pour l'air. Les mesures dans la couche limite de surface dans les grandes plaines américaines (Businger et al., 1971) suggèrent $R = 0,74$ en conditions neutres ou stables (Deardorff, 1972a). La hauteur z_0 peut également être différente pour la quantité de mouvement et la température. Dans ce dernier cas, z_0 correspond plutôt à la hauteur à partir de laquelle on passe d'un transport conductif à un transport turbulent.

0.4.2 Les fermetures basées sur une équation pronostique de l'énergie cinétique turbulente

La décomposition de Reynolds, qui a permis de faire apparaître des termes croisés du type $\overline{w'u'}$ dans les équations des variables moyennes (Section 0.1), peut bien sûr être poussée plus loin. On écrit alors des équations d'évolution pour les quantités turbulentes u', w', θ' en soustrayant la moyenne d'ensemble à l'équation complète. On peut ainsi obtenir des équations d'évolution temporelle des termes croisés $\overline{w'u'}$, $\overline{w'^2}$, $\overline{\theta'^2}$, ... On peut donc imaginer des fermetures où, au lieu de spécifier directement $\overline{w'u'}$ en fonction des grandeurs moyennes (de type diffusion turbulente), on considère le flux turbulent lui-même comme une variable indépendante du modèle suivant sa propre évolution. Mais ces nouvelles équations font elles-mêmes apparaître des termes du troisième ordre.

Une littérature très savante a été consacrée à ces fermetures à des ordres plus élevés. Cette histoire, qui semble avoir commencé dans les années 50, a produit les premiers modèles utilisables comme fermetures turbulentes au début des années 70. C'est le cas notamment du travail de Mellor et Yamada (1974). Dans cette approche, la fermeture (dite d'ordre 2) s'effectue au niveau des termes du troisième ordre, en introduisant notamment une mesure de l'anisotropie de la turbulence. De façon générale, on peut calculer les termes croisés à partir d'équations pronostiques qui font apparaître trois types de termes : des termes de transport, des corrélations pression-vitesse et des termes de dissipation. On aboutit typiquement alors à une dizaine d'équations pour prédire les différents termes croisés.

Les fermetures utilisées en pratique dans les modèles atmosphériques, comme celle de Mellor et Yamada (1974) ou les fermetures dites $K - \epsilon$, sont des versions simplifiées des fermetures

d'ordre 2 où on se focalise sur l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente

$$e = \frac{1}{2}\left[\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right] \tag{60}$$

cette énergie étant ensuite utilisée pour le calcul du coefficient de mélange K_z.

En effet, si on revient à la présentation de la longueur de mélange faite précédemment, il est naturel de prendre $\sqrt{e}$ comme amplitude des mouvements turbulents verticaux $\overline{|w'|}$ dans le cas d'une turbulence isotrope en atmosphère neutre. Dans le cas d'une atmosphère stable, où l'on s'attend à des mouvements anisotropes plutôt horizontaux, $\sqrt{e}$ fournira plutôt une surestimation de $\overline{|w'|}$ (respectivement une sous-estimation pour une atmosphère instable).

Sous les hypothèses de couche limite mentionnées plus haut, on peut montrer (voir e. g. Stull, 1988) que l'évolution de l'énergie cinétique turbulente s'écrit sous la forme

$$\frac{\partial e}{\partial t} = P - D - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'e}}{\partial z} - \epsilon \tag{61}$$

Le terme

$$P = -\overline{w'u'}\frac{\partial u}{\partial z} - \overline{w'v'}\frac{\partial v}{\partial z} \tag{62}$$

est généralement positif (en particulier si $\overline{w'u'} = -K_z \partial u/\partial z$) et correspond à la production mécanique de turbulence. Le terme

$$D = -\frac{g}{\theta}\overline{w'\theta'} \tag{63}$$

est en général positif dans une atmosphère stable. Il correspond alors à l'inhibition (ou destruction) de la turbulence par les effets de stratification. Il peut devenir un terme de production dans les atmosphères instables. Les termes suivants sont un terme de pression, le transport vertical turbulent d'énergie cinétique turbulente (le transport par la grande échelle est négligé car w est supposé petit), et ϵ est le terme de dissipation mécanique de la turbulence. Physiquement, l'énergie contenue principalement dans les plus grosses structures turbulentes "cascade" vers les échelles moléculaires où elle est dissipée.

Mellor et Yamada, à partir d'une paramétrisation des termes du troisième ordre (à la base il s'agit donc d'une fermeture à l'ordre 2) proposent une série de simplifications, avec une hiérarchie de schémas. Nous présentons ici le schéma de niveau 2.5 (qui malgré cette nomenclature originale n'est qu'une approximation relativement grossière d'un schéma d'ordre 2), le plus largement testé dans des applications météorologiques, et dont certains résultats sont présentés plus loin. Dans le modèle 2.5, les termes croisés s'écrivent formellement, comme pour la diffusion turbulente,

$$\overline{w'\phi'} = -K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \tag{64}$$

On écrit la diffusivité turbulente $K_\phi = lqS_\phi$ en fonction d'une longueur de mélange, l, d'une vitesse typique $q = \sqrt{2e}$ et d'une fonction de stabilité, qui peut prendre des valeurs différentes pour les traceurs (S_ϕ), la température (S_h) ou la quantité de mouvement (S_m).

Un des tours de force de ce travail est de faire sortir directement de simplifications successives d'une fermeture du second ordre une formulation analytique pour les fonctions S_m et S_h. Ces

grandeurs sont fonctions du seul **nombre de Richardson de flux**, $Ri_f = D/P$, mesure de l'importance relative du forçage mécanique de la turbulence et de l'inhibition par stratification. On retient ici les valeurs numériques données par Yamada (1983). Cette version a été utilisée dans une étude d'intercomparaison de fermetures turbulentes par Ayotte et al. (1996). Elle est également utilisée plus loin dans des tests numériques. Pour la quantité de mouvement, on obtient :

$$S_m = 1,96\frac{(0,1912 - Ri_f)\,(0,2341 - Ri_f)}{(1 - Ri_f)\,(0,2231 - Ri_f)}, Ri_f < 0,16 \tag{65}$$

et

$$S_m = 0,085, Ri_f \geq 0,16 \tag{66}$$

Pour la température, on obtient pour l'inverse du nombre de Prandtl turbulent $\omega = K_h/K_m = S_h/S_m$, l'expression

$$\omega = 1,1318\frac{0,2231 - Ri_f}{0,2341 - Ri_f}, Ri_f < 0,16 \tag{67}$$

$$\omega = 1,12, Ri_f \geq 0,16 \tag{68}$$

En remarquant que $Ri_f = \omega Ri$, où

$$Ri = \frac{g}{\theta}\frac{\frac{\partial\theta}{\partial z}}{\left|\left|\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}\right|\right|^2} \tag{69}$$

est le nombre de Richardson gradient, on obtient finalement

$$Ri_f = 0,6588[\ Ri + 0,1776 - \sqrt{Ri^2 - 0,3221Ri + 0,03156}\ ], Ri < Ri_c \tag{70}$$

$$Ri_f = Ri_{fc}, Ri \geq Ri_c \tag{71}$$

où $Ri_{fc} = 0,191$ et $Ri_c = 0,195$ sont des nombres de Richardson critiques. On obtient ainsi des expressions explicites de S_m et ω en fonction des seules variables de grande échelle.

Dans le modèle 2.5, le terme de pression est négligé et le transport vertical est traité comme une diffusion turbulente de sorte que l'évolution de l'énergie cinétique turbulente ou de q s'écrit finalement

$$\frac{1}{2}\frac{\partial q^2}{\partial t} = qlS_m\left|\left|\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}\right|\right|^2 [1 - \omega Ri] - \frac{q^3}{lB_1} + \frac{\partial}{\partial z}\left[lqS_q\frac{\partial q^2/2}{\partial z}\right] \tag{72}$$

avec $B_1 = 16,6$. Yamada (1983) utilise $S_q = 0,2$ à la fois pour l'eau et pour les traceurs passifs.

La paramétrisation de Mellor et Yamada, même dans ses versions plus sophistiquées, laisse en fait une grosse zone d'ombre sur la spécification de la longueur de mélange l. Dans certains articles, les auteurs ont suggéré une équation pour q^2l analogue à l'équation pour q^2 mais cette équation est beaucoup moins fondée que sa grande sœur (selon les auteurs eux-mêmes). Le plus souvent, la longueur de mélange est spécifiée, par exemple en utilisant la formule de Blackadar (1962)

$$l = l_0\frac{\kappa z}{\kappa z + l_0} \tag{73}$$

asymptotique à κz près de la surface et à une longueur l_0 au-dessus de la couche de surface. La longueur l_0 peut elle-même être fixée à une constante (de l'ordre de 100-200 m la plupart du

temps) ou être calculée en fonction d'autres quantités. Yamada (1983) utilise par exemple pour l_0 une altitude moyenne pondérée par l'intensitée de la turbulence

$$l_0 = 0,2\ \frac{\int_0^\infty zqdz}{\int_0^\infty qdz} \tag{74}$$

C'est cette formulation qui est retenue pour la version introduite dans le modèle LMDZ et dont on montre certains résultats plus loin. [8]

Avant de la tester couplée au modèle du thermique dans la version terrestre de LMDZ (comme on l'explique plus loin), nous avons avec Richard Fournier introduit la fermeture 2.5 de de Mellor et Yamada dans la version martienne du modèle (Forget et al., 1999). Avec sa fine atmosphère de CO_2, l'immense désert martien connaît des cycles diurnes très marqués. Dans les tropiques, ou l'été dans les moyennes latitudes, la température de surface peut varier de plusieurs dizaines de degrés entre la nuit et le jour. On montre sur la Fig. 7 un exemple de comparaison de résultats de simulations numériques avec des observations par les sondes Viking. On voit sur cette figure un cas typique de jet nocturne comme il en existe dans les déserts terrestres. Le mélange vertical intense pendant la journée s'éteint subitement en fin d'après-midi (voir la brusque chute de q sur les figures **c**). Le vent qui était dans l'après-midi en équilibre entre un gradient de pression et ce terme de mélange se trouve subitement en déséquilibre et entre en oscillation inertielle. Dans les premières couches du modèle, le vent diminue rapidement sous l'effet du frottement turbulent

[8] A noter que l'intégration numérique du modèle de Mellor et Yamada s'avère souvent délicate. Une intégration naïve de l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente avec un schéma temporel explicite (on calcule les termes sources et puits du membre de droite au temps t qu'on ajoute à l'énergie cinétique au temps t pour obtenir la nouvelle valeur à $t + \delta t$) contraint à prendre des pas de temps de quelques secondes, même avec les discrétisations grossières utilisées dans le modèle de circulation générale. Dans la version développée pour LMDZ, on contourne en partie cette difficulté en récrivant formellement l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente (sans diffusion) sous la forme

$$\frac{1}{2}\frac{\partial q^2}{\partial t} = q^3\chi \tag{75}$$

ou encore

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{q}\right) = -\chi \tag{76}$$

avec

$$\chi = \frac{lS_m}{q^2}M^2\left(1 - Ri_f\right) - \frac{1}{lB_1} \tag{77}$$

Si on suppose que χ ne varie pas au court d'un pas de temps, la solution de l'Eq. 76 est

$$q^{(t+\delta t)} = \frac{q^{(t)}}{1 - \chi^{(t)}q^{(t)}\delta t} \tag{78}$$

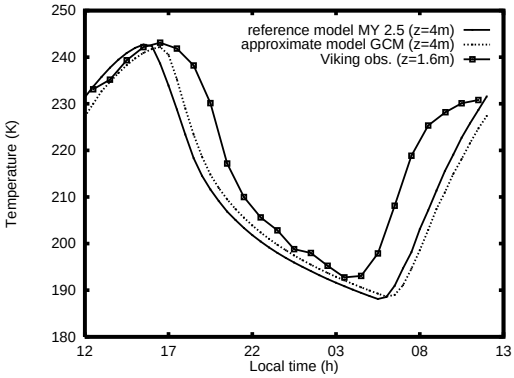
On retient directement cette solution quand $\chi \leq 0$. En revanche, quand $\chi > 0$, on utilise une forme approchée

$$q^{(t+\delta t)} = q^{(t)}\left(1 + \chi^{(t)}q^{(t)}\delta t\right) \tag{79}$$

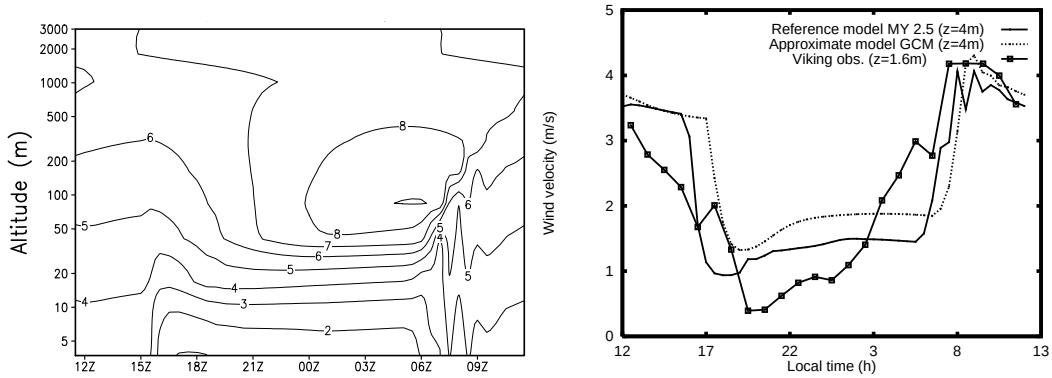
Cette formulation numérique produit des résultats numériques presque indiscernables de l'intégration temporelle explicite de l'équation d'origine mais avec des pas de temps de typiquement quelques minutes à dizaines de minutes pour les configurations classiques du modèle de circulation.

La diffusion verticale de l'énergie cinétique turbulente est calculée a posteriori.

a) cycle diurne de la température



b) cycle diurne du vent



c) cycle diurne de l'énergie cinétique turbulente

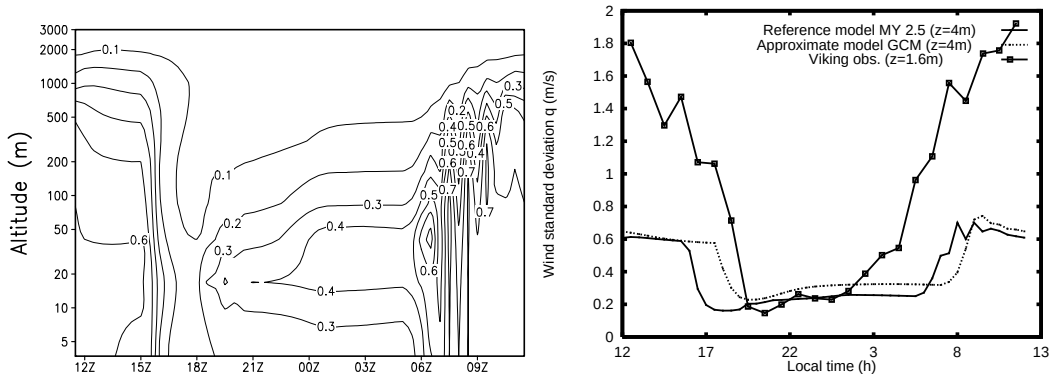


FIG. 7 – Cycle diurne de la couche limite sur Mars. Comparaison d'observations par les sondes Viking (qui ont fonctionné plusieurs années à la surface de Mars dans les années 70) et les résultats de simulations numériques effectuées avec une version unidimensionnelle du modèle de circulation générale martien du LMD. **a :** Cycle diurne de la température de l'air mesurée au bout du bras Viking (à 1,6 m au-dessus du sol) et simulée dans la première couche du modèle (altitude de 4 m). **b :** Module du vent horizontal (m s^{-1}). **c :** Fluctuations turbulentes du vent (m s^{-1}). Pour b) et c), on montre, **à gauche,** les résultats du modèle en fonction de l'heure locale et de l'altitude et, **à droite,** les évolutions comparées des mêmes grandeurs près de la surface pour le modèle et les observations Viking. Les axes horizontaux correspondent aux heures locales. Pour les fluctuations turbulentes (**c**), les données sont calculées à partir de mesures haute fréquence du vent et les valeurs simulées sont estimées à partir de l'énergie cinétique turbulente prédite par la paramétrisation de Mellor et Yamada.

sur la surface tandis que les couches supérieures, découplées de la surface, accélèrent. On obtient alors en sommet de couche limite une couche fortement cisaillée qui génère à nouveau de la turbulence. Les comparaisons aux données sont bonnes en générale pour les quantités moyennes ainsi que pour l'énergie cinétique turbulente la nuit. On note cependant une très forte sous-estimation des fluctuations turbulentes du vent le jour, dues sans doute à la non prise en compte des mouvement convectifs (comme on l'explique plus loin).

0.4.3 Les fermetures basées sur un équilibre de l'énergie cinétique turbulente

On peut aller un cran plus loin dans les simplifications en supposant que les termes de production ou destruction d'énergie turbulente et la dissipation sont constamment à l'équilibre $P - D = \epsilon$, d'où l'on tire

$$q^2 = l^2 \left|\left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right|\right|^2 S_m B_1 \left(1 - \omega Ri\right) \tag{80}$$

et donc

$$K_m = l^2 \left|\left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right|\right| \sqrt{{S_m}^3 B_1 \left(1 - \omega Ri\right)} \tag{81}$$

On voit qu'on retombe exactement sur l'approche de Prandtl avec un terme correctif ($\sqrt{{S_m}^3 B_1 \left(1 - \omega Ri\right)}$) rendant compte des effets de la stratification.

La formulation utilisée dans le modèle original du LMD (Laval et al., 1981) est également basée sur un modèle stationnaire de l'énergie cinétique turbulente. Seuls les coefficients diffèrent. Le coefficient de mélange s'écrit simplement sous la forme

$$K_m = l \; Max \left[l \left|\left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right|\right| \sqrt{1 - Ri/Ri_c}, \sqrt{e_{min}} \right] \tag{82}$$

où Ri_c est un nombre de Richardson critique. De façon un brin arbitraire, la longueur de mélange utilisée dans la version standard du modèle décroît quand on s'éloigne de la surface comme $l = l_0 (p/p_s)^2$ avec $l = l_0$ =35 m.

Dans le monde des sciences de l'ingénieur, les fermetures dites $K - \epsilon$ sont davantage utilisées que le modèle de Mellor et Yamada. Ces fermetures font intervenir deux équations pronostiques, l'une pour l'énergie turbulente K et l'autre pour la dissipation ϵ.

0.4.4 Les paramétrisations basées sur des relations de similitude

Les méthodes de similitude ont remporté un grand succès dans l'explication des observations des grandeurs turbulentes dans la couche limite de surface. Dans cette approche, on s'intéresse à une couche limite en régime stationnaire, on adimensionalise les équations et on dérive des relations ou modèles à partir des seuls paramètres dont dépendent les équations. La couche logarithmique, présentée plus haut à partir de la longueur de mélange, peut déjà être présentée à

partir des relations de similitude si on remarque que le gradient vertical du vent près de la surface dans une atmosphère neutre ne peut dépendre que de u^* et z.

Monin et Obukov ont introduit les effets de la stratification dans cette description de la turbulence mécanique. L'hypothèse de base de leur théorie est de supposer que le cisaillement adimensionnel, $\kappa u_* \partial u/\partial z$, égal à 1 pour une atmosphère neutre, ne dépend que d'une mesure de l'importance relative des flux de moment et de chaleur, le nombre de Richardson de flux Ri_f introduit plus haut. Dans la couche de surface, ce nombre s'écrit

$$Ri_f = \frac{g}{\theta} \frac{\overline{w'\theta'}}{\overline{w'u'}\frac{\partial u}{\partial z}} \simeq \frac{gz\overline{w'\theta'}_0}{\kappa {u_*}^3 \theta} = \frac{z}{L} \tag{83}$$

où

$$L = \frac{\kappa {u_*}^3 \theta}{g\overline{w'\theta'}_0} \tag{84}$$

est la longueur d'Obukov.

On suppose donc, dans la couche de surface, que le gradient de vent peut s'écrire sous la forme

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \phi_m \left(\frac{z}{L}\right) \tag{85}$$

où ϕ_m est une fonction universelle, dite fonction de stabilité, qui vaut 1 dans les conditions neutres ou quand $z \to 0$, c'est à dire quand la turbulence est dominée par les effets mécaniques. Cette équation peut s'intégrer verticalement pour fournir directement le vent à un niveau donné dans la couche de surface :

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \psi_m \left(\frac{z}{L}\right)\right] \tag{86}$$

où

$$\psi_m(\xi) = \int_{z_0/L}^{\xi} \left[1 - \phi_m(\xi)\right] \frac{d\xi}{\xi} \simeq \int_0^{\xi} \left[1 - \phi_m(\xi)\right] \frac{d\xi}{\xi} \tag{87}$$

La seconde forme de ψ_m permet en général des calculs analytiques relativement simples et suffisamment précis.

Comme pour la quantité de mouvement, on suppose que le gradient de température adimensionnel est relié au gradient neutre par une fonction de z/L

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{R\theta_*}{\kappa z} \phi_h \left(\frac{z}{L}\right) \tag{88}$$

avec $\theta_* = \overline{w'\theta'}_0/u_*$ qui conduit comme pour le vent à

$$\theta - \theta_s = \frac{R\theta_*}{\kappa} \left[\ln\left(\frac{z}{z_0}\right) - \psi_h \left(\frac{z}{L}\right)\right] \tag{89}$$

où θ_s est la température potentielle associée à la température du sol. L'introduction du nombre de Prandtl $R \simeq 0,7$ dans la formule suit la présentation par Deardorff (1972b) et permet de choisir la fonction ϕ_h égale à l'unité pour les conditions neutres ou dominées par la turbulence mécanique.

	instable $L < 0$	stable $L \geq 0$
$\phi_m(\xi)$	$(1-\gamma_1\xi)^{-\frac{1}{4}}$	$1+\gamma_3\xi$
$\psi_m(\xi)$	$\ln\left[\left(\frac{1+x^2}{2}\right)\left(\frac{1+x}{2}\right)^2\right] - 2\tan^{-1}x + \frac{\pi}{2}$ avec $x = 1/\phi_m$	$-\gamma_3\xi$
$\phi_h(\xi)$	$(1-\gamma_2\xi)^{\frac{1}{2}}$	$1+\gamma_3\xi/R$
$\psi_h(\xi)$	$2\ln\left(\frac{1+x}{2}\right)$ avec $x = 1/\phi_h$	$-\gamma_3\xi/R$

TAB. 1 – Fonctions de Businger Dyer telles qu'elles sont utilisées dans les simulations présentées plus loin.

Des campagnes de mesures ont été dédiées à la mesure de ces fonctions. Les formules proposées par Businger et al. (1971) et ajustées sur les résultats d'une campagne dans le Kansas sont encore largement utilisées. Ces formules sont données dans la Table 1. De nombreuses versions modifiées ont été proposées depuis, utilisant parfois des données plus récentes (cf. par exemple Högström, 1988).

Notons que Mellor (1973) a appliqué son modèle de fermeture à la couche limite de surface, en supposant des flux constants, et réussi à interpréter les mesures de Businger et al. (1971) avec des jeux de coefficients compatibles avec des mesures de souffleries en conditions neutres.

Certains auteurs ont essayé d'extrapoler les approches en similitude à la couche mélangée. Il faut alors introduire au moins un paramètre supplémentaire : la hauteur de la couche limite h. Nous testons par exemple plus loin une formulation analytique du coefficient de diffusion turbulente en fonction de l'altitude proposée à l'origine par Brost et Wyngaard (1978)

$$K_m = u_*\kappa z\phi_m^{-1}\left[1-\frac{z}{h}\right]^p \tag{90}$$

Cette formulation est choisie de façon a être asymptotique à la prédiction de Monin-Obukov dans la couche limite de surface et à s'annuler en $z = h$. Brost et Wyngaard (1978) retiennent un exposant $p = 1,5$.

Pour appliquer cette formule, il faut commencer par estimer la hauteur de la couche limite h. Une approche maintenant classique et relativement robuste consiste à utiliser un nombre de Richardson non local :

$$R_{ib}(z) = \frac{g\,(z-z_1)}{\theta(z)}\frac{(\theta(z)-\theta(z_1))}{u(z)^2+v(z)^2} \tag{91}$$

où z_1 est une altitude de référence proche de la surface. On définit la hauteur de la couche limite comme l'altitude à laquelle ce nombre dépasse une valeur seuil, typiquement de l'ordre de 0,2-0,25. Cette approche est par exemple retenue dans les travaux de Troen et Mahrt (1986).

0.5 Spécificités de la couche limite convective

A la base, les formulations – plus ou moins sophistiquées – en diffusion turbulente font l'hypothèse que la longueur caractéristique des mouvements turbulents est petite devant les échelles spatiales typiques, et notamment devant la hauteur de la couche limite.

Les limites de cette approche sont reconnues depuis longtemps, en particulier dans le cas des couches limites convectives, où les ascendances thermiques, résultant de l'accumulation de chaleur près de la surface, s'organisent sous forme de panaches ou de rouleaux à des échelles comparables aux échelles de la couche limite. Dans la suite, on appellera *meso-échelle* cette échelle des structures convectives de couche limite. Dans la couche limite convective, le flux de chaleur, dirigé vers le haut pour évacuer l'énergie accumulée à la surface, est souvent associé à un profil neutre ou même marginalement stable de température potentielle, c'est à dire que le flux d'énergie remonte le gradient, du froid vers le chaud, ce qui est incompatible avec une approche en diffusion.

Les couches limites convectives se caractérisent plus précisément en trois régions :
– une couche de surface instable chauffée directement par le sol,
– une couche mélangée épaisse typiquement de 1 à 2 km dans les régions tempérées mais qui peut atteindre 3 km aux jours les plus chauds de l'été même en région parisienne et plus de 5 km sur les déserts ou sur la planète Mars.
– une couche d'inversion très stable, épaisse de quelques dizaines à quelques centaines de mètres. La hauteur de cette inversion z_i est souvent utilisée comme hauteur de couche limite. [9]

Ce sont les particules d'air de la couche de surface, particules plus chaudes donc plus légères que celles de la couche mélangée, qui s'élèvent dans la couche mélangée pour s'organiser en ascendances thermiques sous forme de rouleaux, de cellules ou de panaches isolés. L'accélération d'une particule P de la couche de surface dans l'environnement e est donnée par

$$\gamma = g\frac{\theta_{vP} - \theta_{ve}}{\theta_{ve}} \tag{92}$$

où

$$\theta_v = \theta(1 + 0,061q) \tag{93}$$

est la température potentielle virtuelle et q est l'humidité spécifique. Cette température potentielle tient compte, pour le calcul de la flottabilité, des changements de masse molaire de l'air dus aux changements de contenu en vapeur d'eau.

[9] Même quand le sommet de la couche limite ne correspond pas à une inversion de température à proprement parler (T croissant avec l'altitude), on parle de hauteur d'inversion z_i pour désigner la hauteur à laquelle on trouve une brusque augmentation de la température potentielle, caractérisant le sommet de la couche limite convective. Cette définition de z_i est conservée ici.

Avant de présenter quelques approches pour paramétriser la couche limite dans ces conditions particulières, et de décrire en détail le “modèle du thermique”, on présente dans cette section une analyse d’échelle de la couche limite convective ainsi que les grandes lignes des connaissances sur le sujet, que ce soit au travers d’observations ou de simulations dites des grands tourbillons (ou Large Eddy Simulation en anglais).

Parce que les développements proposés ici concernent essentiellement la couche limite convective en ciel clair, on ne parlera pratiquement pas de nuages, même s’il est clair que la capacité de la nouvelle paramétrisation à prédire les caractéristiques statistiques des nuages (couverture nuageuse, contenu en eau des nuages) sera un élément essentiel de sa possible adoption comme paramétrisation de base d’un modèle de climat.

0.5.1 Organisation à meso-échelle

L’existence de structures organisées dans la couche limite convective est bien connue des amateurs de vol libre qui utilisent les “pompes” thermiques pour gagner de l’altitude. Les vitesses verticales rapportées par ces amateurs sont typiquement de 1 à 4 m s^{-1} en plaine et plutôt de 5 à 10 m s^{-1} en montagne.

Ces structures peuvent prendre la forme de panaches isolés ou s’organiser en forme de cellules ou de rouleaux. Un travail d’investigation systématique de ces structures, notamment à partir de vols avions, a été entrepris depuis une trentaine d’années, à partir des travaux pionniers de LeMone (1973). Les mesures in-situ à bord d’avions, les photos satellites à haute résolution, les instruments de détections active (radar et lidar) ainsi que les simulations numériques dites “des grands tourbillons” (Large Eddy Simulations en anglais) ont permis de mieux comprendre et caractériser les structures organisées de la couche limite. On se contente ici de montrer quelques illustrations issues de ces études.

Les rues de nuages constituent une des réalisations les plus spectaculaire de l’organisation de la convection de couche limite. Les structures de rues s’observent à toutes les latitudes et en toutes saisons, mais les arrivées sur la mer d’air très froid ayant séjourné un moment sur des glaciers ou des banquises offrent souvent des photos spectaculaires comme celle montrée sur la Fig. 8. L’air froid et sec, en arrivant sur la mer plus chaude (ici le vent souffle du nord au milieu de la mer de Bering) donne naissance à une couche limite convective. Au début, l’air est encore clair. Il se charge petit à petit en humidité et des cumulus se mettent à bourgeonner en sommet de la partie ascendante de grands rouleaux convectifs, créant ces grandes rues de nuages alignées le long du vent dominant. L’image faisant un millier de kilomètres de large environ, on voit que les rues de nuages sont typiquement espacées de 5 km dans la partie nord et jusqu’à une vingtaine dans le sud.

Au sud de la zone, la structure en rouleaux disparaît au profit d’une organisation en cellules. Mais, dans un cas comme dans l’autre, on distingue nettement une organisation à une échelle de quelques kilomètres à quelques dizaines de kilomètres.

A noter également, dans le sud-ouest de la photo, au sud (en aval) des Aléoutiennes, des structures transversales associées très vraisemblablement à des ondes de gravité piégées dans le sillage des reliefs que constituent les îles.

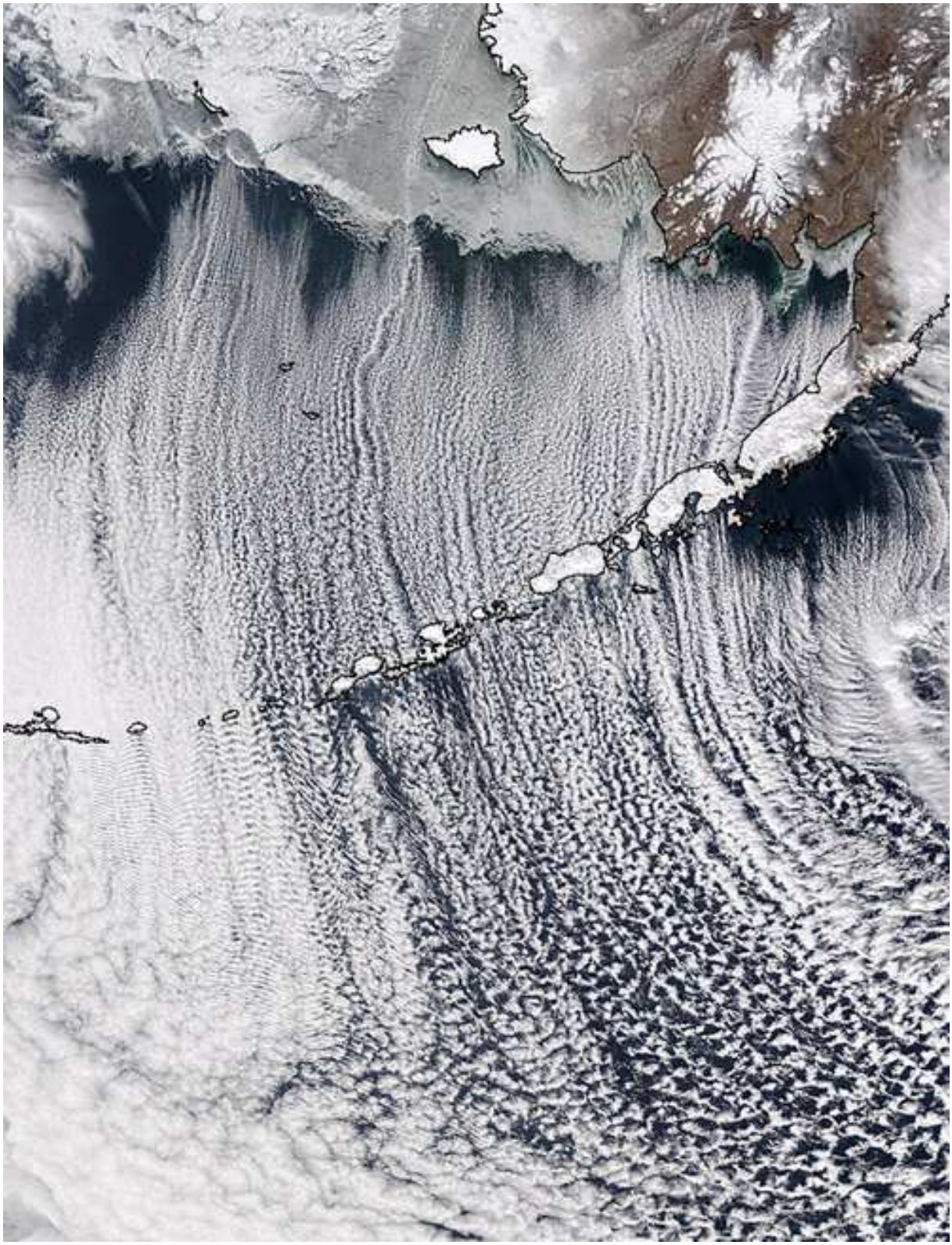


FIG. 8 – Rues de nuages observées dans la mer de Bering.

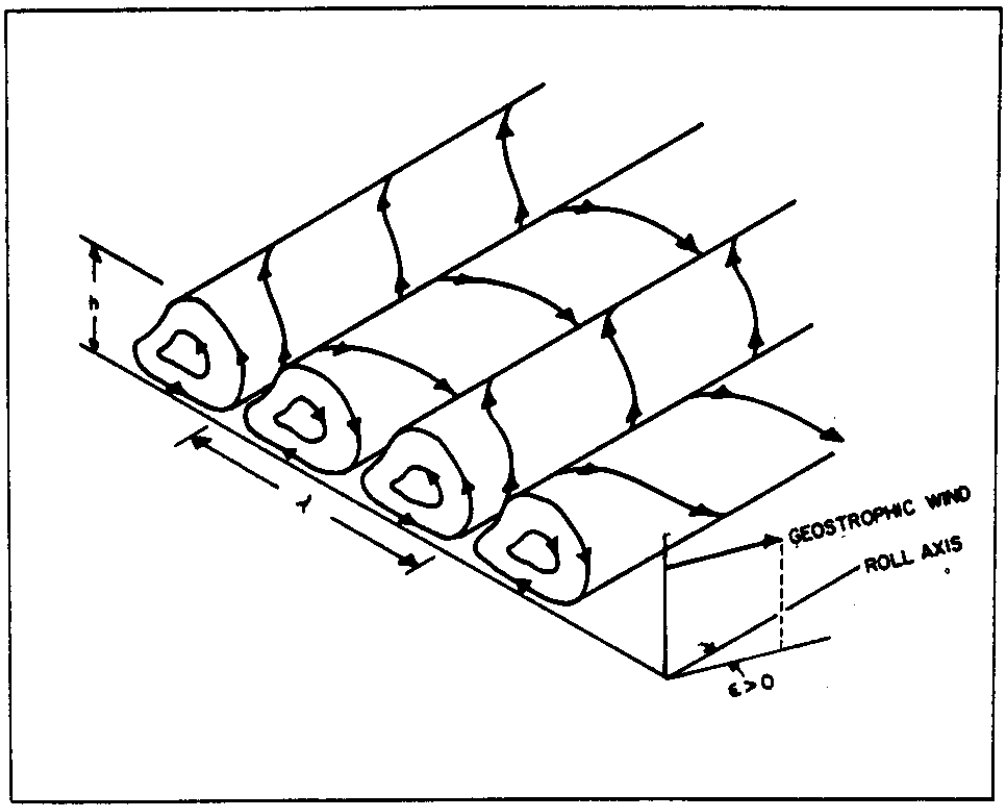


FIG. 9 – Vue schématique de l'organisation de la convection de couche limite en rouleaux, le long de l'axe du vent. D'après Brown (1980).

De nombreux travaux théoriques et numériques ont été consacrés à l'étude de ces structures convectives de la couche limite.

Une étude théorique des instabilité de la couche d'Eckman a permis de prédire l'orientation des rouleaux par rapport aux vents dominants (Brown, 1972). Les rouleaux sont alignés à 30^o à gauche du vent pour des couches stables, 18^o pour des couches limites neutres et essentiellement alignées avec le vent pour des couches instables. Le modèle de la couche d'Eckman n'est pas vraiment applicable à la couche limite instable mais la prédiction est cependant relativement proche de l'observation (LeMone, 1973) même si les rouleaux sont plutôt orientés également à $10\text{-}20^o$ du vent dans la couche convective. On montre sur la Fig. 9 une vision schématique de cette organisation en rouleaux.

Après le travail pionnier de Sommeria et LeMone (1978), de nombreuses simulations des grands tourbillons ont été consacrées à l'organisation de la couche limite convective. Dans les simulations des grands tourbillons, on résout explicitement des équations dynamiques non-hydrostatiques (différentes approximations sont cependant utilisées pour filtrer les modes acoustiques les plus rapides) jusqu'à une échelle typique de 20 à 100 m suivant les cas. On suppose à cette échelle que la turbulence est bien représentée par des idées de cascades vers les

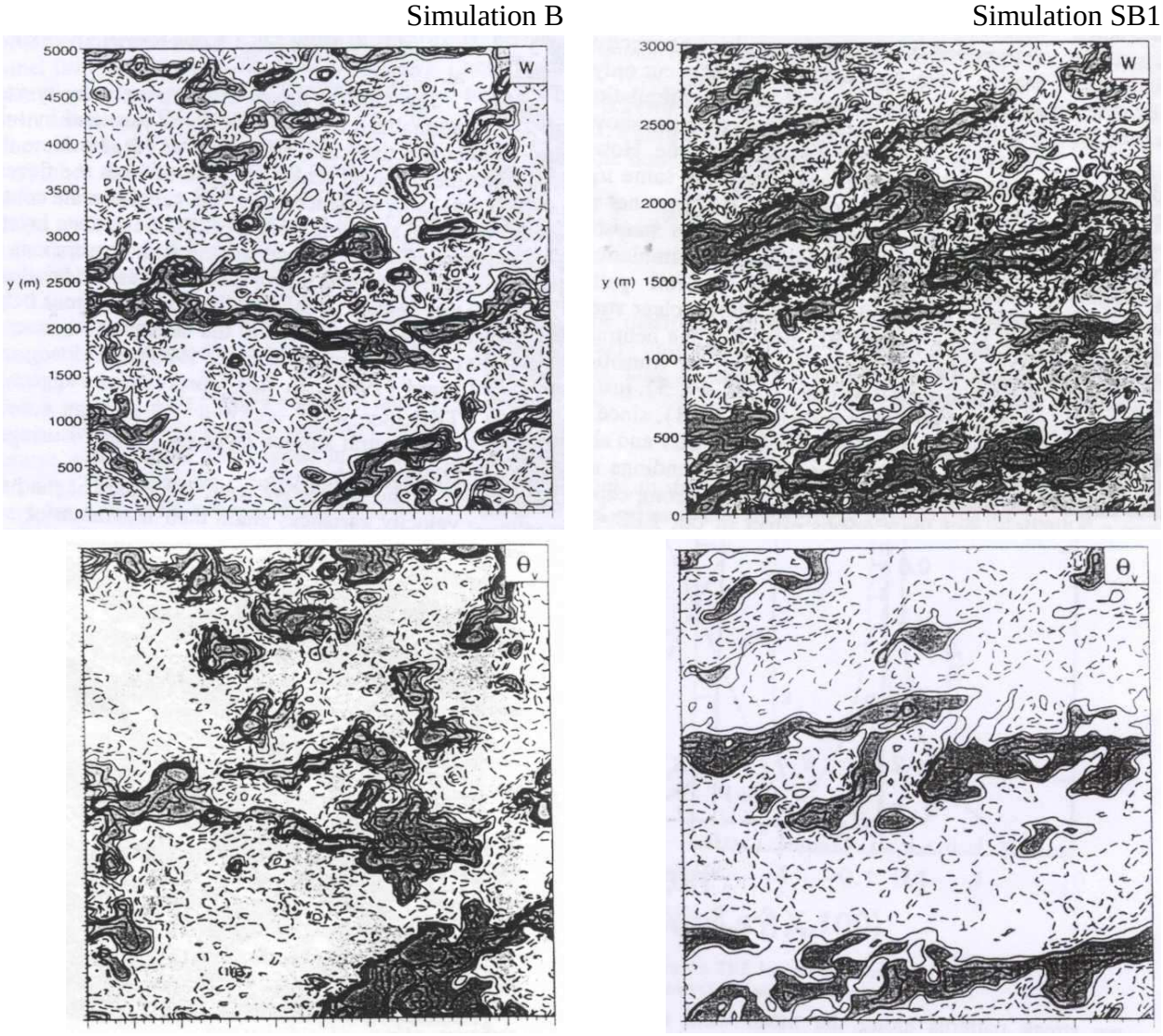


FIG. 10 – Simulations des grands tourbillons de la couche limite convective d'après Moeng et Sullivan (1994). Coupes horizontales instantanées à $0,2z_i$ pour deux simulations (B à gauche et SB1 à droite). On montre, en haut, le vent vertical w (m s^{-1}) et, en bas, les perturbations de température potentielle virtuelle θ_v (K).
Caractéristiques et valeurs des iso-contours pour les deux simulations.
B : domaine de 3×3 km^2, $\overline{w'\theta'_0}$=0,24 m s^{-1} K, U_g=10 m s^{-1}
w : (-2 ;-1,5 ;-1 ;-0,5 ;0,5 ;1 ;1,5 ;2 ;2,5 ;3), gris [sombre/clair] pour $[w > 1/w < -1]$
θ'_v : (-0,3 ;-0,2 ;-0,1 ;0,1 ;0,2 ;0,3 ;0,4 ;0,5), $[\theta'_v > 0,1/\theta'_v < -0,1]$
SB1 : domaine de 5×5 km^2, $\overline{w'\theta'_0}$=0,05 m s^{-1} K, U_g=15 m s^{-1}
w : (-1,8 ;-1,5 ;-1,2 ;-0,9 ;-0,6 ;-0,3 ;-0,1 ;0,1 ;0,3 ;0,6 ;0,9 ;1,2 ;1,8), $[w > 0,3/w < -0,3]$
θ'_v : (-0,2 ;-0,1 ;-0,05 ;0,05 ;0,1 ;0,2), $[\theta'_v > 0,1/\theta'_v < -0,1]$

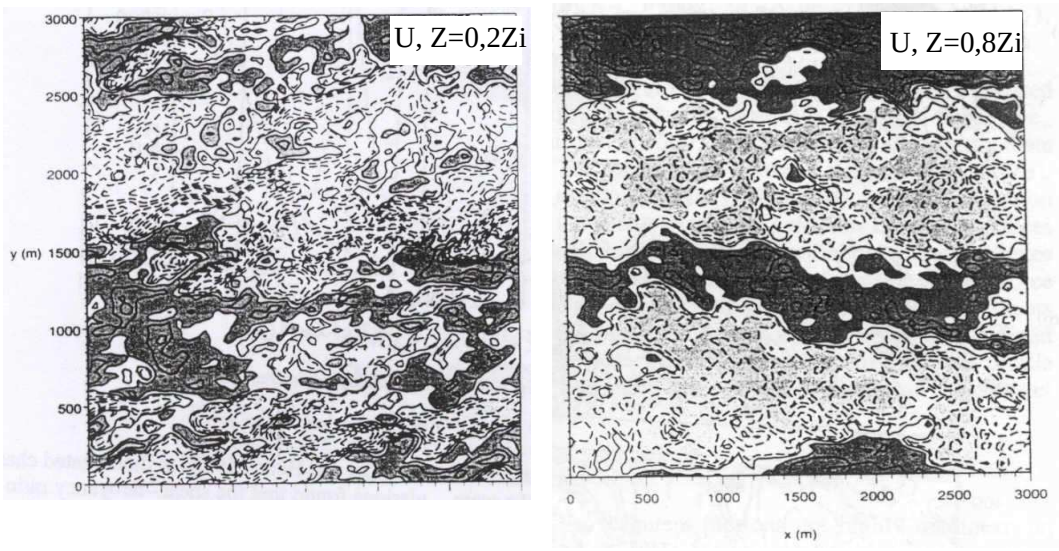


FIG. 11 – Perturbation du vent zonal à deux altitudes dans la simulation SB1 de Moeng et Sullivan (1994).
Valeur des iso-contours : (-3 ;-2,5 ;-2 ;-1,5 ;-1 ;-0,5 ;-0,1 ;0,1 ;0,5 ;1 ;1,5 ;3), gris [sombre/clair] pour $[u' > 0,5 / u' < -0,5]$

petites échelles et par des fermetures locales de type $K-\epsilon$ ou Mellor et Yamada. A partir de telles simulations, Moeng et Sullivan (1994) et d'autres ont par exemple montré que la sélection entre les différents modes d'organisation était en grande partie contrôlée par l'importance relative des forçages thermiques (par le chauffage en surface) et mécanique (par le cisaillement de vent) de la turbulence.

Les simulations de Moeng et Sullivan (1994) sont relativement académiques, avec une turbulence de couche limite forcée par un flux de chaleur imposé en surface et un forçage géostrophique engendrant des cisaillements de vent et donc de la turbulence mécanique près de la surface. Il s'agit de couches limites non nuageuses. Le calcul est effectué sur un domaine carré de 3 ou 5 km avec une maille d'une cinquantaine de mètres dans les trois directions d'espace et des conditions aux limites périodiques horizontalement. En faisant varier indépendamment l'intensité du forçage thermique $\overline{w'\theta'}_0$ en surface et l'intensité du vent géostrophique U_g, on trouve dans les simulations deux modes d'organisation : une organisation en rouleaux quand le cisaillement est important et des panaches isolés sans organisation apparente quand le flux de chaleur domine. Sur la Fig. 10, on montre des coupes instantanées à l'altitude $z = 0,2z_i$, où z_i est la hauteur de l'inversion, des perturbations de la vitesse verticale (en haut) et de la température potentielle virtuelle (en bas) pour deux simulations. Dans la première – appelée B pour "buoyant" par les auteurs – le flux en surface vaut $\overline{w'\theta'}_0 = 0,24$ m K s^{-1} avec un vent géostrophique U_g de 10 m s^{-1}. Dans la seconde simulation, le forçage mécanique est plus important avec $\overline{w'\theta'}_0 = 0,05$ m K s^{-1} et U_g=15 m s^{-1}. Cette simulation avec cisaillement et flottabilité (shear and buoyancy) est appelée SB1 par les auteurs.

Pour les deux simulations, on voit clairement les structures thermiques, avec de l'air chaud associé à des vitesses ascendantes. Ces structures thermiques couvrent dans les deux cas une fraction relativement faible de la surface. La simulation B ne présente pas de structure bien marquée et on a plutôt l'impression de voir des panaches isolés. La simulation SB1, avec un forçage mécanique important, présente une organisation en rouleaux. La relative faible étendue du domaine fait qu'on ne simule que deux rouleaux. Des simulations plus récentes, utilisant des domaines plus grands par rapport aux structures représentées, confirment ces résultats (cf. par exemple Weckwerth et al., 1997).

Les subsidences amènent vers la surface de l'air provenant du haut du domaine et associé de ce fait à un excès de quantité de mouvement (le vent géostrophique U_g est positif dans la direction x) comme on le voit sur la Fig. 11 pour la simulation SB1. En $z = 0,2z_i$, sur la gauche de la figure, les structures organisées sont encore perturbées par les organisations à plus petite échelle dans la couche limite de surface. Un peu plus haut dans l'atmosphère et à droite sur la même figure, en $z = 0,8z_i$, la structure en rouleaux domine encore davantage l'écoulement.

Dans ces simulations, le rapport d'aspect – rapport entre la séparation des rouleaux et la hauteur de la couche limite – est compris entre 2 et 3.

L'importance de l'organisation en cellules ou en rouleaux de la couche limite convective, même en l'absence de nuages, a été confirmée avec l'utilisation de plus en plus systématique de la télédétection active, lidar ou radar, pour observer l'atmosphère. Les échos lidar ou radar sont en effet souvent capables de distinguer, dans la couche limite, l'air montant depuis la couche de surface de son environnement. Pour les lidars, c'est la présence d'aérosols dans les panaches qui permet en général de les visualiser alors que, pour les radars, on pense qu'on voit souvent des insectes.

On montre sur la Fig. 12 deux exemples d'observations radar issus d'une étude de Weckwerth et al. (1997) montrant à gauche une organisation en rouleaux et, à droite, une organisation en cellules. Cette étude assez systématique d'observation de la couche limite convective en Floride a permis de confirmer certains résultats obtenus avec les simulations des grands tourbillons, comme l'apparition systématique de rouleaux dans certaines gammes de cisaillement et de flux de chaleur ou l'estimation du rapport d'aspect des rouleaux.

0.5.2 Le cycle diurne de la couche limite continentale

Des couches limites convectives particulièrement développées sont observées l'après-midi sur les continents, notamment par beau temps. Sur les déserts, elles peuvent atteindre plus de 5 km d'altitude. On montre sur la Fig. 13 un exemple d'observations de couches limites convectives sur trois jours consécutifs au SIRTA, le site instrumenté atmosphérique de l'IPSL. Les figures de droite montrent l'écho lidar (le lidar LNA[10]) observé au cours du temps à la verticale de l'école Polytechnique, à Palaiseau. Sur ces figures, la couche limite est matérialisée grossièrement comme la zone gris clair, correspondant à une réflexion sur des aérosols. La couche limite nocturne très fine (quelques centaines de mètres) se développe dans la matinée, entre 9 heures et midi. Dans cette phase de croissance, on voit très clairement des panaches

[10]http ://sirta.lmd.polytechnique.fr/LNA.htm

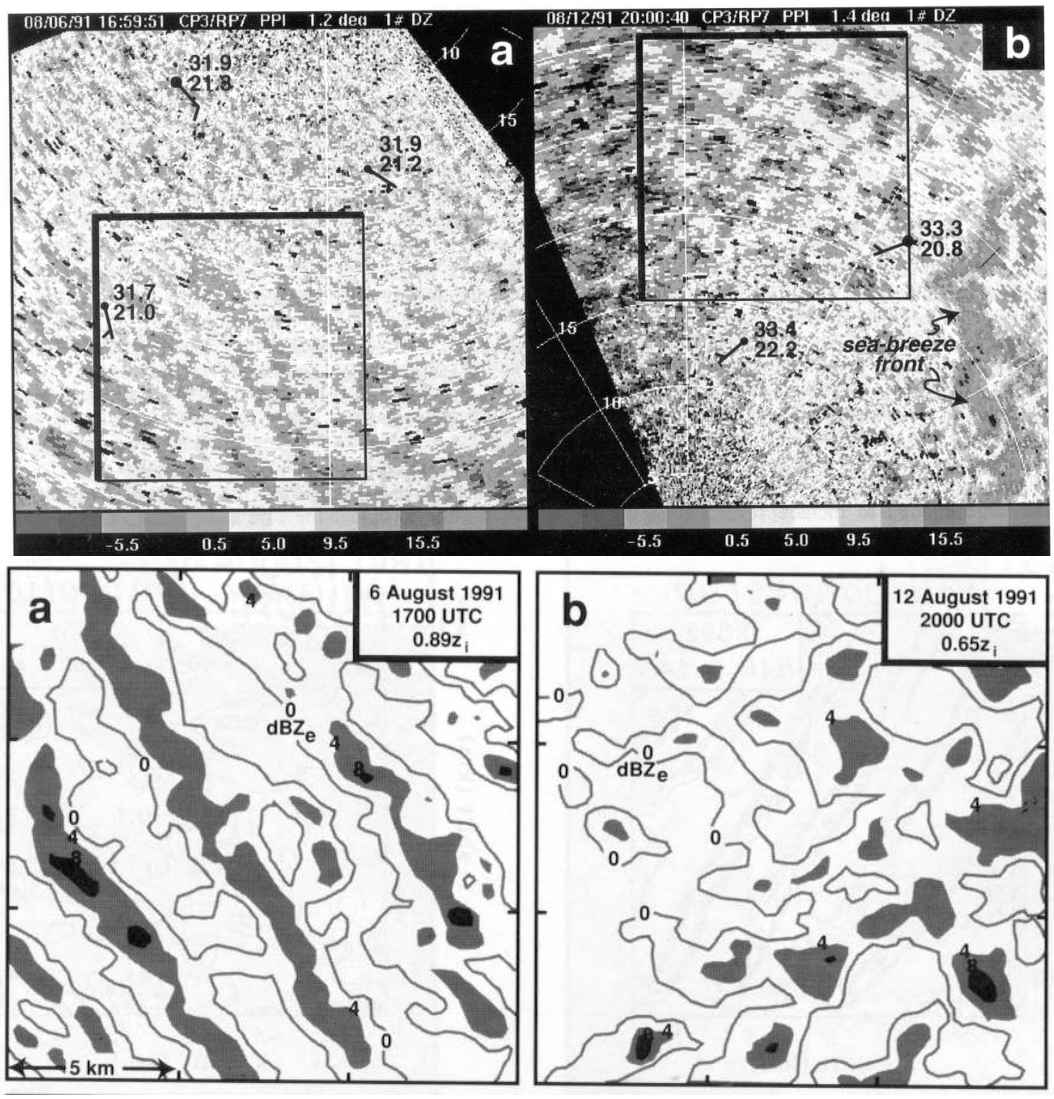


FIG. 12 – En haut, champs de réflectivité radar pour 2 situations particulières observées en Floride (**a)** le 6 août 1991 à 1700 UTC et (**b)** le 12 août 1991 à 2000 UTC. La température (nombre du haut) et le point de rosée (nombre du bas) ainsi que le vent sont superposés pour certaines stations d'observation. La figure de gauche montre une couche limite régulièrement organisée en rouleaux. La figure de droite montre un front de brise de mer sur la droite et des cellules en haut. Les figures du dessous correspondent à un lissage des échos radar pour le sous-domaine repéré par un carré dans les figures du haut, avec des contours tous les 4 dBZ_e à partir de 0. Les valeurs plus grandes que 4 et 8 dBZ_e sont grisées respectivement en gris clair et gris foncé. D'après Weckwerth et al. (1997).

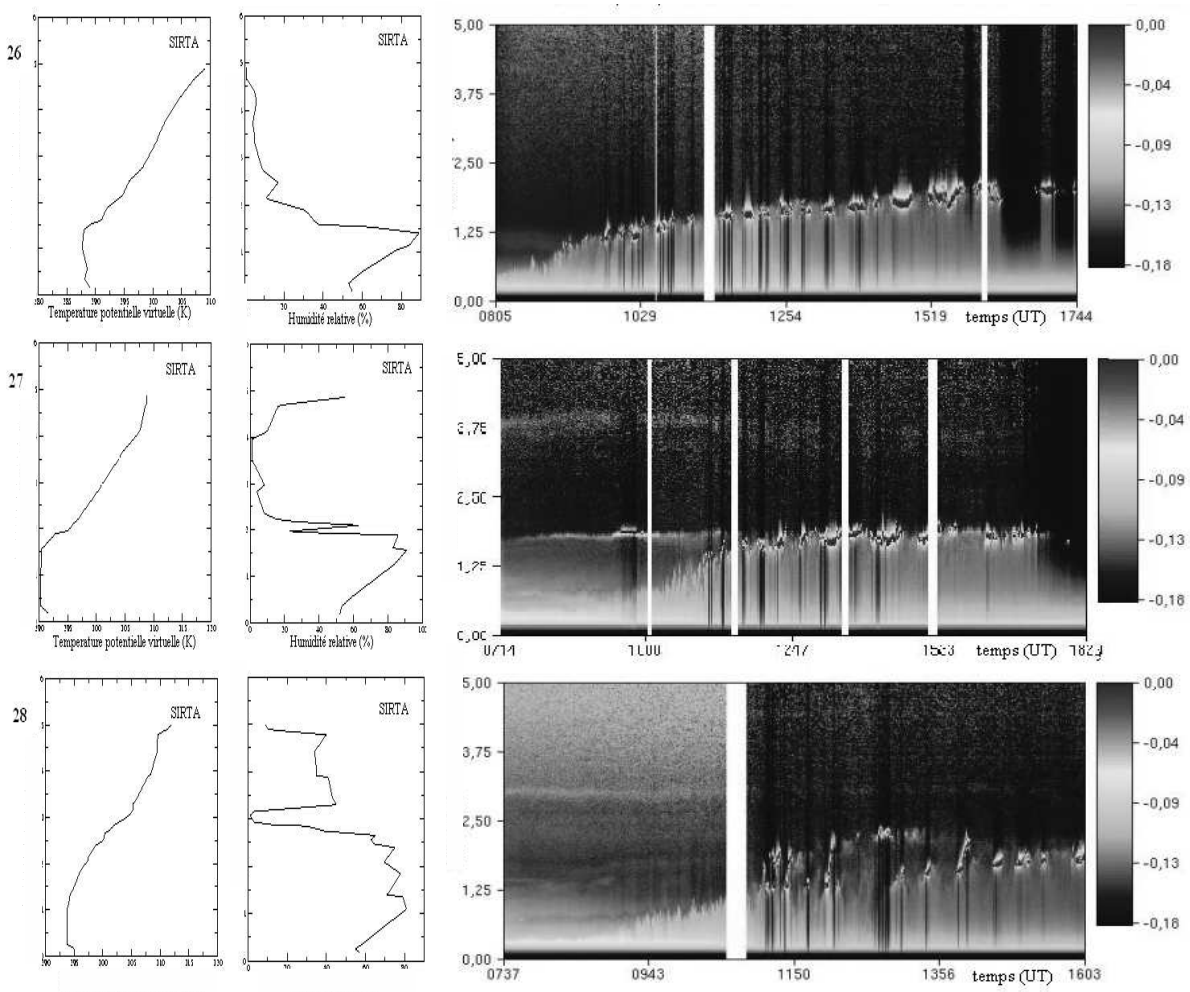


FIG. 13 – Cycle diurne de la couche limite continentale.
Profils verticaux de température potentielle et d'humidité relative enregistrés par les radiosondages de Trappes à midi pour trois jours successifs, les 26, 27 et 28 mai 2003, et les échos enregistrés au cours de la journée par le lidar aérosol LNA du SIRTA.

ascendants, plus clairs que l'air environnant. En début d'après-midi, la couche limite convective est bien développée et on voit se former, au sommet des thermiques, des cumulus qui réfléchissent totalement le signal.

Les profils de température potentielle associés, observés à Trappes par radiosondage à midi, montrent tous les trois une légère instabilité dans la couche de surface et un profil très bien mélangé sur 1 à 1,5 km suivant les jours. Dans cette région, l'humidité spécifique est relativement bien mélangée également. Ceci correspond à une humidité relative qui croît avec l'altitude, pour approcher les 100% en sommet de couche limite, là où les nuages sont observés.

Cette pulsation de la couche limite entre couche limite nocturne stable et couche limite

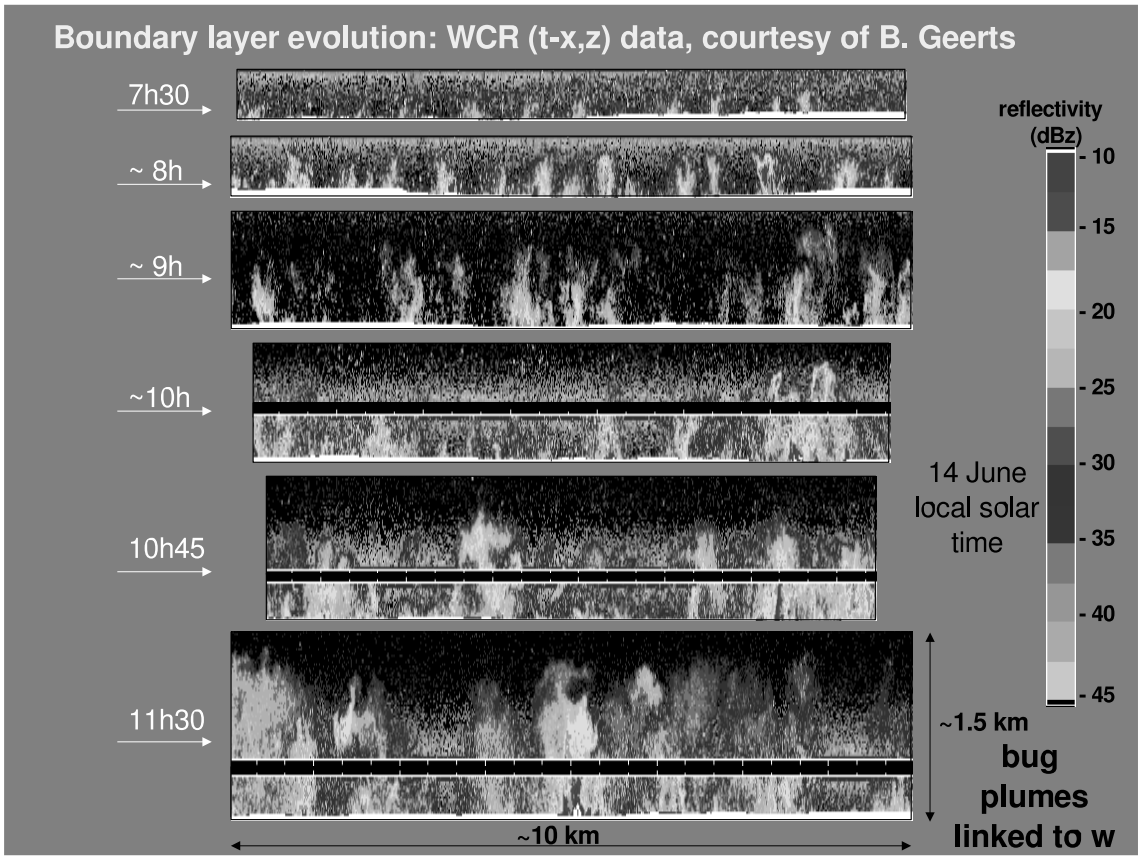


FIG. 14 – Observations de la couche limite en Oklaoma le 14 juin 2002 pendant la campagne IHOP. Transects avions à différentes heures de la journées avec des mesures radar en dessous et au-dessus de l'avion. On voit bien la croissance des thermiques qui atteignent, en milieu de journée, environ 1,5 km.

convective développée dans l'après-midi conditionne au premier chef les concentrations observées pour les espèces émises en surface.

On montre également sur la Fig. 14 des mesures radar aéroportées obtenues pendant la campagne IHOP qui s'est déroulée pendant l'été 2002 dans l'Oklaoma. Là encore, on voit se développer les thermiques en cours de matinée. On voit également que les petits thermiques du matin s'organisent peu à peu en ascendances plus importantes et plus espacées.

0.5.3 Caractérisation des grandeurs turbulentes dans la couche limite convective

Depuis les travaux de LeMone (1973), de nombreux travaux ont porté sur la caractérisation des ascendances thermiques à partir des mesures avions.

Pour quantifier les fluctuations turbulentes, on effectue des vols en avion aussi stables que possible en altitude avec un échantillonnage rapide, et on analyse les fluctuations de vent,

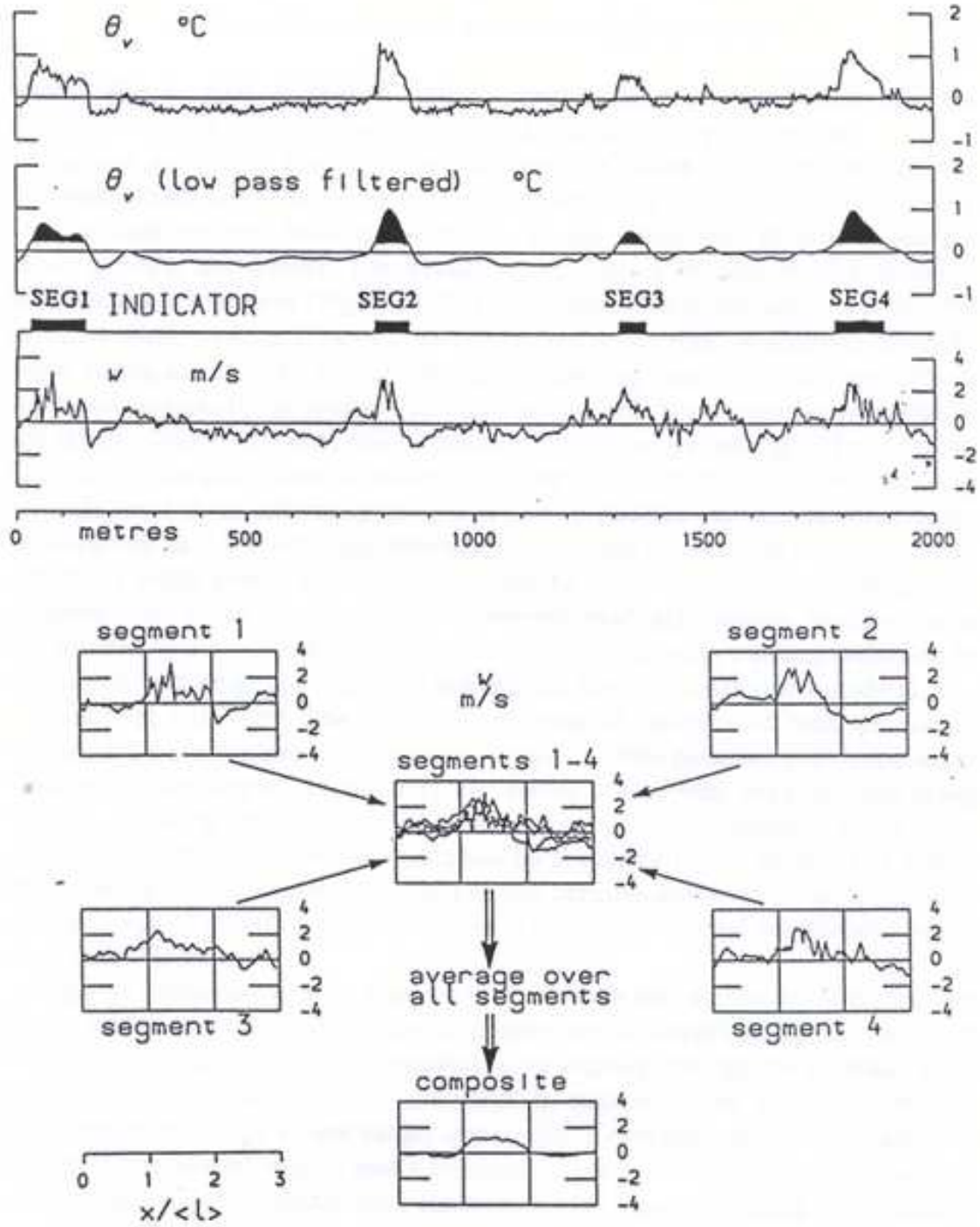


FIG. 15 – Principe d'une analyse en composites d'évènements chauds de mesures avions de la turbulence de couche limite. La partie du haut montre une séquence de mesures de la température potentielle et du vent vertical. Une courbe lissée des températures potentielles est utilisée pour identifier les évènements chauds. Chaque évènement est associé à un segment qui est ensuite étiré dans l'espace pour ramener tous les segments à une longueur identique. Pour chaque variable, on peut alors construire des moyennes ou des écart-types pour un thermique moyen. La figure et l'approche sont issues d'une très jolie étude de de Williams et Hacker (1992).

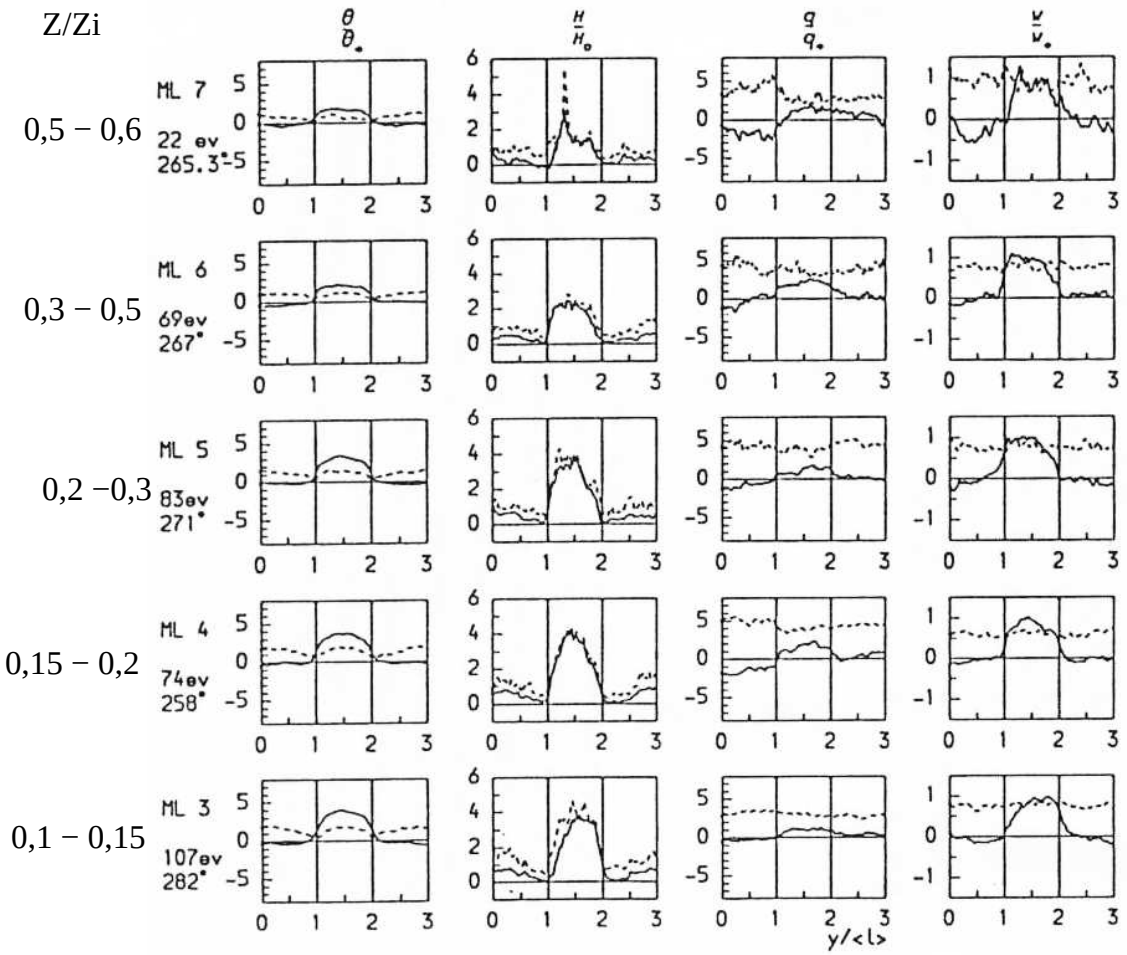


FIG. 16 – Analyse en composites d'évènements chauds d'une série de vols avion effectués dans la couche limite convective en Australie. Les rangées correspondent à différentes gammes de valeurs de z/z_i. Les deux rangées du haut correspondent au milieu de la couche mélangée. De gauche à droite sont représentés, la température potentielle θ, le flux de chaleur $H = \rho C_p \overline{w'\theta'}$, l'humidité spécifique q et la vitesse verticale w, normalisées par les échelles θ^*, $H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'}_0$, q^* et w^*. Les courbes pleines correspondent aux moyennes des grandeurs et les courbes pointillées aux écart-types associés. Le nombre d'évènements associés à chaque mesure est donné à gauche (22ev par exemple veut dire qu'on a fait des statistiques avec 22 segments). D'après Williams et Hacker (1992).

température et humidité. Un exemple de séquence de mesure de la température potentielle et de la vitesse verticale est donné en haut de la Fig. 15. Pour cet exemple, issu du travail de Williams et Hacker (1992), la fréquence d'acquisition était de 13 Hz ce qui correspond, pour un avion qui volait en moyenne à 40 m s^{-1}, à un pas d'échantillonnage d'environ 3 m.

On voit clairement apparaître sur ce cas particulier des évènements chauds, d'une longueur d'une centaine de mètres, associés à une vitesse verticale plutôt positive mais très bruitée.

La façon la plus classique d'analyser de telles observations consiste à calculer les flux par corrélation entre fluctuations de vent et de température ($\overline{w'\theta'}$). Cette approche permet effectivement d'estimer les flux mais en perdant toute l'information sur les structures organisées. Il est en plus délicat de restituer la géométrie des structures méso-échelles traversées à partir des vols avions. En effet, les variations verticales ne peuvent être reconstituées qu'au travers de vols horizontaux successifs et qui n'explorent donc pas les mêmes panaches thermiques.

Williams et Hacker (1992) ont proposé une approche très éclairante sur la nature du transport dans la couche limite convective à partir de la construction d'un thermique moyen, défini comme un composite des évènements chauds. Les thermiques sont en général beaucoup plus facilement identifiables sur les mesures de θ, qui montrent une grande asymétrie entre un fond un peu froid et des évènements chauds intenses et relativement bien isolés, que sur celles du vent. Pour caractériser ces thermiques, Williams et Hacker (1992) commencent donc par identifier les segments chauds sur les mesures de θ – après un lissage – comme les portions où θ' dépasse 1σ où σ est l'écart-type des fluctuations. Tous les segments sont ensuite ramenés par homothétie sur un segment de longueur unité. On peut alors, à partir de tout ces segments, calculer des moyennes ou écart-types de toutes les grandeurs mesurées pour construire une image d'un thermique moyen. Cette méthode est illustrée sur la Fig. 15.

Sur la Fig. 16, on montre les résultats obtenus par Williams et Hacker (1992) à différents niveaux dans la couche limite convective. Les différentes variables sont normalisées par des échelles caractéristiques. Pour le vent vertical, l'échelle utilisée est l'échelle convective (proposée à l'origine par Deardorff, 1970) construite à partir du flux de chaleur au sol et de la hauteur de la couche limite z_i :

$$w_* = \left[\frac{g}{\theta} z_i \overline{w'\theta'}_0\right]^{\frac{1}{3}} \tag{94}$$

On revient un peu plus loin sur le sens de cette échelle. L'échelle de température est

$$\theta_* = \frac{\overline{w'\theta'}_0}{w_*} = \left[\frac{g}{\overline{\theta} z_i}\right]^{-\frac{1}{3}} \overline{w'\theta'}_0{}^{\frac{2}{3}} \tag{95}$$

On retrouve sur ces composites des caractéristiques déjà suggérées par l'observation directe des séquences avions. Les thermiques, sélectionnés à partir d'un excès de température, sont aussi associés à un vent vertical positif en moyenne. La valeur du vent ascendant au milieu du thermique est très proche de l'échelle de vitesse w_* alors que l'écart type (en pointillé) est de l'ordre de grandeur du vent moyen dans et à proximité du thermique pour la vitesse ascendante. Ceci suggère que le thermique et ses abords immédiats sont le siège d'une turbulence de petite échelle importante, le thermique n'expliquant à lui seul que la moitié environ de $\overline{w'^2}$. En regard, l'écart-type est deux à trois fois plus faible que la moyenne pour la température.

Le flux de chaleur dans l'ascendance est 4 fois supérieur au chauffage par la surface en bas et encore 2 à 3 fois supérieur au milieu de la couche mélangée alors qu'il est beaucoup plus faible autour. Les thermiques qui occupent typiquement 20% de la surface dans les observations, semblent donc, à eux seuls, capables d'expliquer l'essentiel du transport de chaleur.

Dans le cas considéré, la vapeur d'eau est légèrement plus abondante dans le panache, mais avec une grande dispersion.

A noter qu'en regard de cette analyse en composites particulièrement éclairante, il existe une littérature relativement abondante dans laquelle les thermiques sont caractérisés sur la base de seuils sur les vitesses verticales. Ces études suggèrent qu'une fraction seulement (typiquement une bonne moitié) du flux de chaleur est contenu dans les plus grandes structures. On citera en particulier pour ces questions le travail de Schumann et Moeng (1991) qui compare des tris en vitesse verticale à la fois dans des simulations des grands tourbillons et dans des observations et le travail de Wang et Stevens (1996) qui étudient l'influence du choix du seuil sur la caractérisation des structures organisées. Le tri sur les vitesses verticales est en fait particulièrement peu sélectif des thermiques car les variations turbulentes du vent sont dues aussi bien aux structures méso-échelles qu'à la turbulence de petite échelle, active dans toute la couche limite. Les fluctuations de petite échelle, en mélangeant un air déjà bien mélangé, n'affectent que peu les fluctuations turbulentes de la température. Les excès de température sont donc davantage caractéristiques de l'origine de l'air.

On voit donc que les structures thermiques sont associées à des distributions de fluctuations turbulentes de w ou θ fortement asymétrique. Ces distributions peuvent être calculées dans les simulations des grands tourbillons. On montre pour illustration sur la Fig. 17, les distributions de w' et θ'_v obtenues avec le modèle Meso-NH pour une simulation d'un jour particulier de la campagne IHOP (Couvreux et al., 2005), correspondant aux mesures radar aéroportées de la Fig. 14. La distribution croisée de θ' et w' montre un maximum important pour des températures basses et des vitesses verticales légèrement négatives et des températures plus chaudes associées à des vitesses verticales positives et plus importantes, les thermiques. Les distributions individuelles des deux variables montrent une forte asymétrie avec une queue de distribution du côté des vitesses positives et des températures chaudes. Pour w, la forme de la distribution est en très bon accord avec celle déduite de vols avions (non montrées).

0.5.4 Analyse d'échelle de la couche limite convective

Dans la couche mélangée, le transport de chaleur est donc effectué principalement par les structures de grande échelle avec des ascendances, associées à de l'air plus chaud provenant de la couche limite de surface, compensées par des subsidences plus froides. Si on idéalise l'ascendance thermique en supposant qu'elle est associée à un excès constant, ${\theta'}_a$, de température potentielle virtuelle[11] et une vitesse verticale w_a (=w'_a) et si on suppose que les particules d'air dans le thermique montent sous l'effet de leur flottabilité, on a, avec l'approximation classique

[11] A plusieurs endroits on oublie volontairement l'indice $_v$ pour le côté virtuel de la température afin d'alléger les notations.

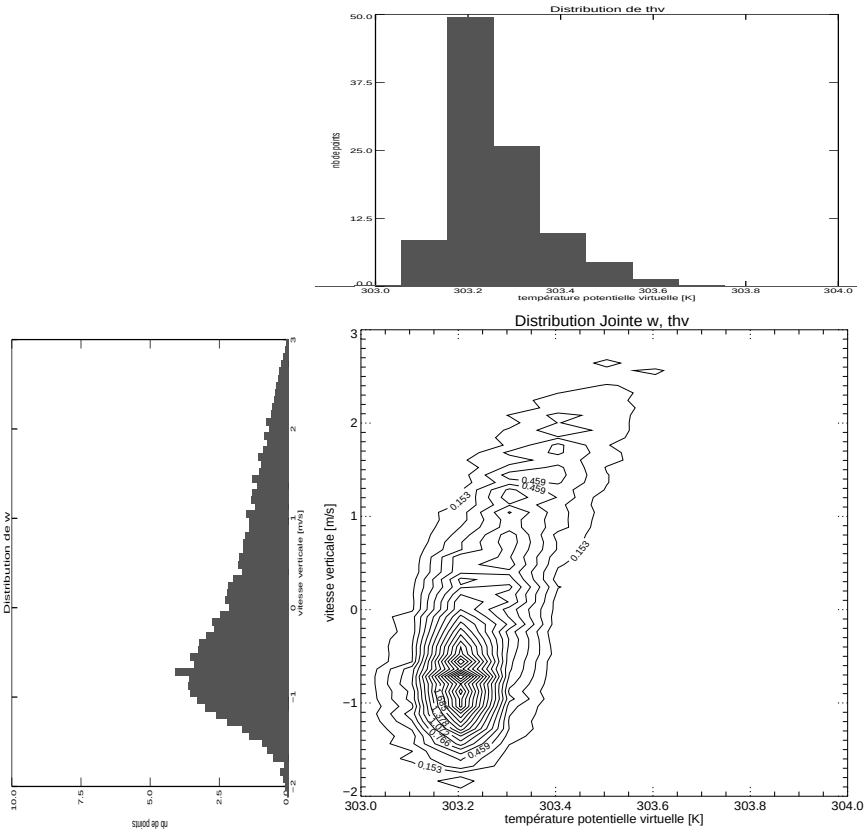


FIG. 17 – Distributions et distributions croisées des vitesses verticales et des fluctuations de la température potentielle virtuelle dans des simulations des grands tourbillons effectuées avec le modèle mésoNH pour un cas de couche limite convective observé dans les grandes plaines américaines pendant la campagne IHOP le 14 juin 2002. Des observations radar de ce cas particulier sont présentées sur la Fig. 14.

$p'/p \ll \theta'/\theta$,

$$\frac{dw_a}{dt} = g\frac{\theta'_a}{\overline{\theta}} \tag{96}$$

On obtient, pour une ascendance stationnaire,

$$w_a\frac{\partial w_a}{\partial z} = g\frac{\theta'_a}{\overline{\theta}} \tag{97}$$

qui s'intègre, en supposant que θ'_a ne dépend pas de z, en

$$w_a^2 = 2g\frac{\theta'_a}{\overline{\theta}}z \tag{98}$$

Si on suppose que les ascendances couvrent une fraction α de la surface et qu'elles sont compensées par une subsidence de vitesse moyenne w_d, associée à un déficit moyen de

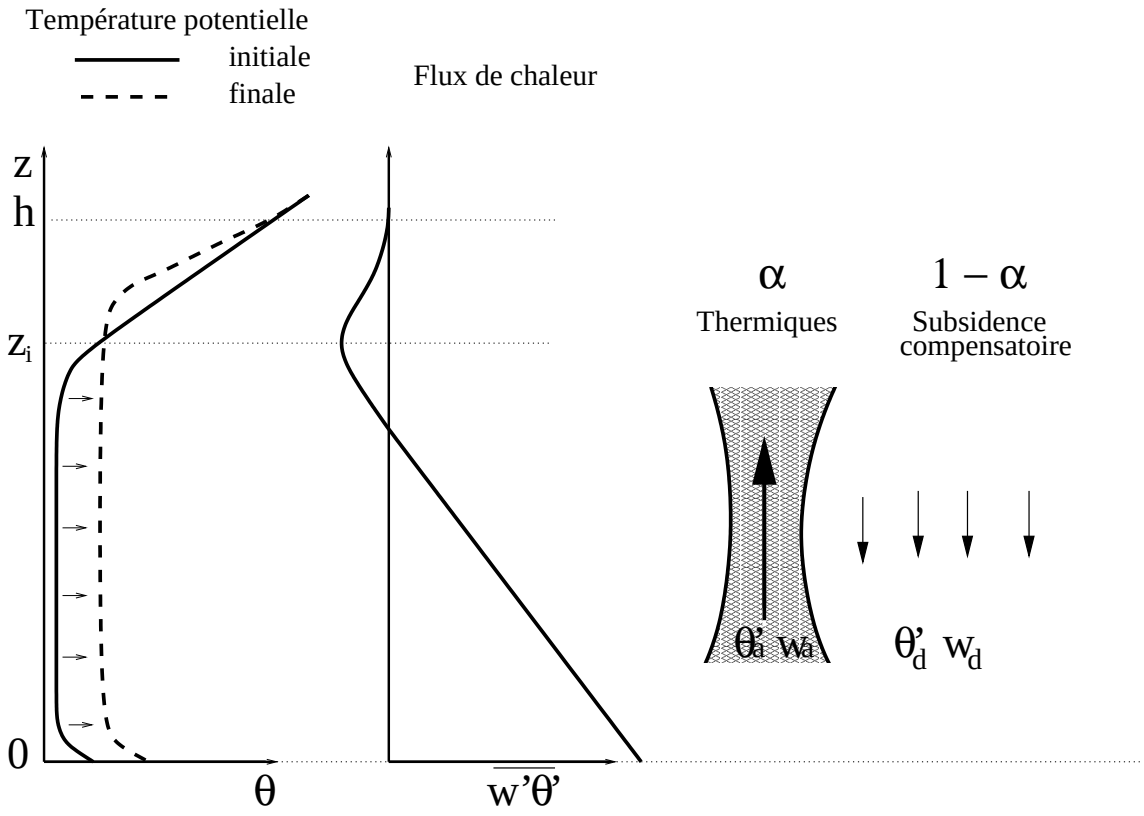


FIG. 18 – Représentation schématique de la couche limite convective

température potentielle $\theta'_d < 0$ avec :

$$\alpha w_a + (1-\alpha) w_d = 0 \tag{99}$$

et

$$\alpha \theta'_a + (1-\alpha) \theta'_d = 0 \tag{100}$$

on voit que le flux de chaleur total s'écrit

$$\overline{w'\theta'} = \alpha w_a \theta'_a + (1-\alpha) w_d \theta'_d = \frac{\alpha}{1-\alpha} w_a \theta'_a \tag{101}$$

On obtient donc (en utilisant l'Eq. 98) une relation entre le flux de chaleur et la vitesse dans les ascendances

$$\overline{w'\theta'} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\overline{\theta} {w_a}^3}{2gz} \tag{102}$$

La couche limite convective est par nature très brassée et elle se caractérise donc par un profil de température potentielle très homogène. De ce fait un excès de température en surface se répartit très rapidement dans l'ensemble de la couche mélangée. Le flux de chaleur fourni par la surface produit donc un réchauffement quasi uniforme de la couche limite, jusqu'à la couche

d'inversion. En conséquence aussi, la divergence du flux de chaleur doit être nulle dans la couche mélangée, c'est à dire que le flux doit décroître linéairement depuis la surface.

Cette idée est illustrée sur la Fig. 18. La courbe noire à gauche montre un profil typique de température potentielle dans la couche limite convective, avec une couche de surface instable, une couche mélangée neutre et une inversion en sommet de couche limite. Le flux de chaleur en surface brasse la couche mélangée provoquant un chauffage homogène de la couche mélangée et un léger refroidissement au niveau de l'inversion. Le schéma du milieu montre le flux moyen de chaleur associé à cette évolution de la température potentielle. La dérivée du flux de chaleur s'annule à l'altitude où la température n'évolue pas.

Pour l'analyse d'échelle, on voit donc que le flux de chaleur décroît linéairement pour s'annuler à une altitude légèrement inférieure à z_i. Si on se place au milieu de la couche limite en $z = z_i/2$, le flux calculé par l'Eq. 102 doit être proche de $\overline{w'\theta'_0}/2$ d'où

$$\frac{\overline{w'\theta'_0}}{2} \simeq \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{\overline{\theta}{w_a}^3}{gz_i} \tag{103}$$

d'où l'on déduit

$$w_a \simeq w_* \left[\frac{1-\alpha}{2\alpha}\right]^{\frac{1}{3}} \tag{104}$$

où w_* est l'échelle de vitesse convective définie plus haut (Eq. 94). Cette formule est relativement peu sensible à la fraction α avec $w_a \simeq w_*$ pour $\alpha = 30\%$ ou $w_a \simeq 2w_*$ pour $\alpha = 5\%$.

0.6 Les fermetures non locales et la couche limite convective

Avant de présenter le modèle du thermique, on donne ci-dessous un aperçu des différentes approches qui ont été proposées ou utilisées pour pallier les déficiences de la diffusion turbulente dans les cas de couches limites convectives.

0.6.1 Contre-gradient et modèles non locaux

Une première approche simple pour pallier le problème du transport de chaleur en remontant le gradient dans la couche limite, consiste à calculer la diffusion, non pas par rapport à un profil neutre de température potentielle mais par rapport à un profil légèrement stable.

Cette approche a été proposée par Deardorff (1966) et consiste à prescrire le flux de chaleur sous la forme

$$\overline{w'\theta'} = -K_z\left(\frac{\partial\theta}{\partial z} - \gamma_c\right) \tag{105}$$

avec un contre-gradient γ_c positif.

Plusieurs études (notamment par Deardorff lui-même) ont tenté de donner une expression physique de ce contre-gradient mais les modèles de circulation utilisent souvent une valeur constante de l'ordre de 0,5 K/km. La prescription d'un tel contre-gradient est encore de mise dans le modèle du LMD.

Plus récemment, Holtslag et Boville (1993) ont introduit, dans le modèle du NCAR, un schéma de couche limite non local qui inclut un terme de contre-gradient relié directement aux caractéristiques de la couche limite, en suivant une approche développée à l'origine par Troen et Mahrt (1986). Dans cette approche, le coefficient de mélange est prescrit en suivant un profil à la Brost et Wyngaard (1978)

$$K_h = \kappa w_h z \left[1 - \frac{z}{h}\right]^{1,5} \tag{106}$$

en utilisant comme vitesse caractéristique pour la couche mélangée une combinaison de la vitesse caractéristique de la couche de surface et de la vitesse convective

$$w_m^3 = u_*^3 + c_1 w_*^3 \tag{107}$$

avec $c_1 = 0,6$. Le contre-gradient est calculé de façon à avoir le bon flux convectif au milieu de la couche limite, là où le gradient de température est quasiment nul :

$$\frac{\overline{w'\theta'}_0}{2} = \kappa w_h \frac{h}{2} 0,5^{1,5} \gamma_c \tag{108}$$

D'où l'on tire

$$\gamma_c = C \frac{\overline{w'\theta'}_0}{h w_h} \tag{109}$$

La hauteur de couche limite h elle même est estimée avec une formule en Richardson non local (Eq. 91) en rajoutant un excès de température à la température de l'air près de la surface ($\theta(z_1)$). Cet excès de température dépend lui-même du flux de chaleur en surface.

La paramétrisation de Holtslag et Boville (1993) permet d'étendre le transport non local aux traceurs.

Bougeault et Lacarrere (1989) ont également développé une paramétrisation en partie non locale en utilisant une longueur de mélange reliée à la distance qu'une particule d'air, issue du niveau considéré, peut parcourir après qu'on lui a donné au départ une impulsion correspondant à l'énergie cinétique turbulente moyenne dans la couche en question. Notons que cette approche est non locale mais qu'elle ne permet pas le transport en remontant le gradient.

Abdella et McFarlane (1997) ont pour leur part proposé de modifier la fermeture du second ordre de Mellor et Yamada (1974) en paramétrisant les moments du second ordre en utilisant des images en flux de masses comme celles qui sont développées plus loin dans le modèle du thermique. Comme dans le travail de Troen et Mahrt (1986), on aboutit alors à une expression physique d'un terme de contre-gradient.

Toutes ces approches ont en commun qu'elles essaient d'introduire des aspects non locaux dans un formalisme hérité des formulations locales en diffusion turbulente ou dans des développements à des ordre successifs d'équations locales de la turbulence.

0.6.2 Matrices de transilience

Depuis les années 1980, Stull insiste, parfois lourdement, sur la nécessité de rompre radicalement avec la diffusion turbulente. Stull a introduit le concept de matrice de "transilience",

matrice contenant les taux d'échange d'air entre les différentes mailles d'une colonne atmosphérique. Le coefficient $C_{i,j}$ de la matrice est par exemple la concentration massique dans la maille j au temps $t+\delta t$ d'un traceur passif injecté uniformément dans la maille i au temps t en quantité unitaire. Plus que d'une paramétrisation, il s'agit en fait d'un cadre formel dans lequel développer une paramétrisation. Dans ce formalisme, la diffusion turbulente sera représentée par une matrice d'échange tridiagonale (en un pas de temps, une maille n'échange qu'avec les mailles immédiatement au-dessus et au-dessous).

Stull et ses collaborateurs ont analysé les résultats de simulations des grands tourbillons en termes de matrices de transilience. Les résultats montrés sur la Fig. 19 ont été obtenus pour une simulation des grands tourbillons d'un cas académique de couche limite convective similaire aux simulations de Moeng et Sullivan (1994) décrites plus haut. Dans ce cas particulier, le temps caractéristique d'advection par les thermiques, $T = z_i/w^*$, est de l'ordre de 18 minutes. Pour calculer les matrices, on commence par intégrer le modèle sans traceurs jusqu'à atteindre un état de régime de la turbulence. On introduit alors un traceur uniformément dans chaque couche du modèle. Après un certain temps, on peut tracer le profil vertical moyen de la concentration de ce traceur. Les matrices de transilience associées, avec en abcisse la couche d'origine et en ordonnée la couche d'arrivée du traceur, sont montrées sur la Fig. 19, ainsi que l'interprétation physique de la forme de la matrice, en haut à gauche. Au-dessus de 1,2 z_i, l'air est très peu affecté par la turbulence. Seuls les termes diagonaux sont donc non nuls. Au bout d'un temps $t = T$, l'air de la partie haute de la couche limite est descendu lentement ce qui donne de grands termes juste en dessous de la diagonale. A l'opposé, on voit sur la gauche de la matrice que l'air provenant de la couche de surface se répartit rapidement dans la couche mélangée. A $t = 2T$, l'air de la couche de surface se retrouve principalement en haut de la couche mélangée. A la fois à $t = T$ et $t = 2T$, la matrice de transilience est fortement asymétrique. A $t = 4T$, l'air a eu le temps de bien se mélanger et la matrice prend alors une forme plus symétrique, avec des coefficients relativement uniformes dans la couche limite : de l'air originaire de la couche limite se retrouve à peu près équi-réparti dans la couche limite au bout de $4T$.

La seule fermeture à proprement parler qui semble avoir été proposée dans le cadre des matrices de transilience est le modèle asymétrique de Pleim et Chang (1992). Dans ce modèle, une forme particulière est imposée à la matrice pour rendre compte de l'opposition entre les ascendances thermiques plus concentrées et les subsidences plus lentes. La première couche au-dessus de la surface échange de l'air avec toutes les mailles situées au-dessus tandis que toutes les autres mailles transfèrent de l'air à la maille immédiatement en dessous. On illustre le principe de cette paramétrisation sur la Fig. 20. Cette paramétrisation permet d'obtenir un transport de chaleur remontant le gradient de température potentielle, sans autre traitement, dés lors que la première couche du modèle est plus chaude (en température potentielle) que les couches au-dessus.

0.6.3 Les modèles en flux de masse

La dernière catégorie d'approches, celle à laquelle se rattache le modèle du thermique présenté ci-après, est la catégorie des modèles en flux de masse.

Les approches en flux de masse remontent aux travaux de Lilly (1968) et Arakawa et Schubert

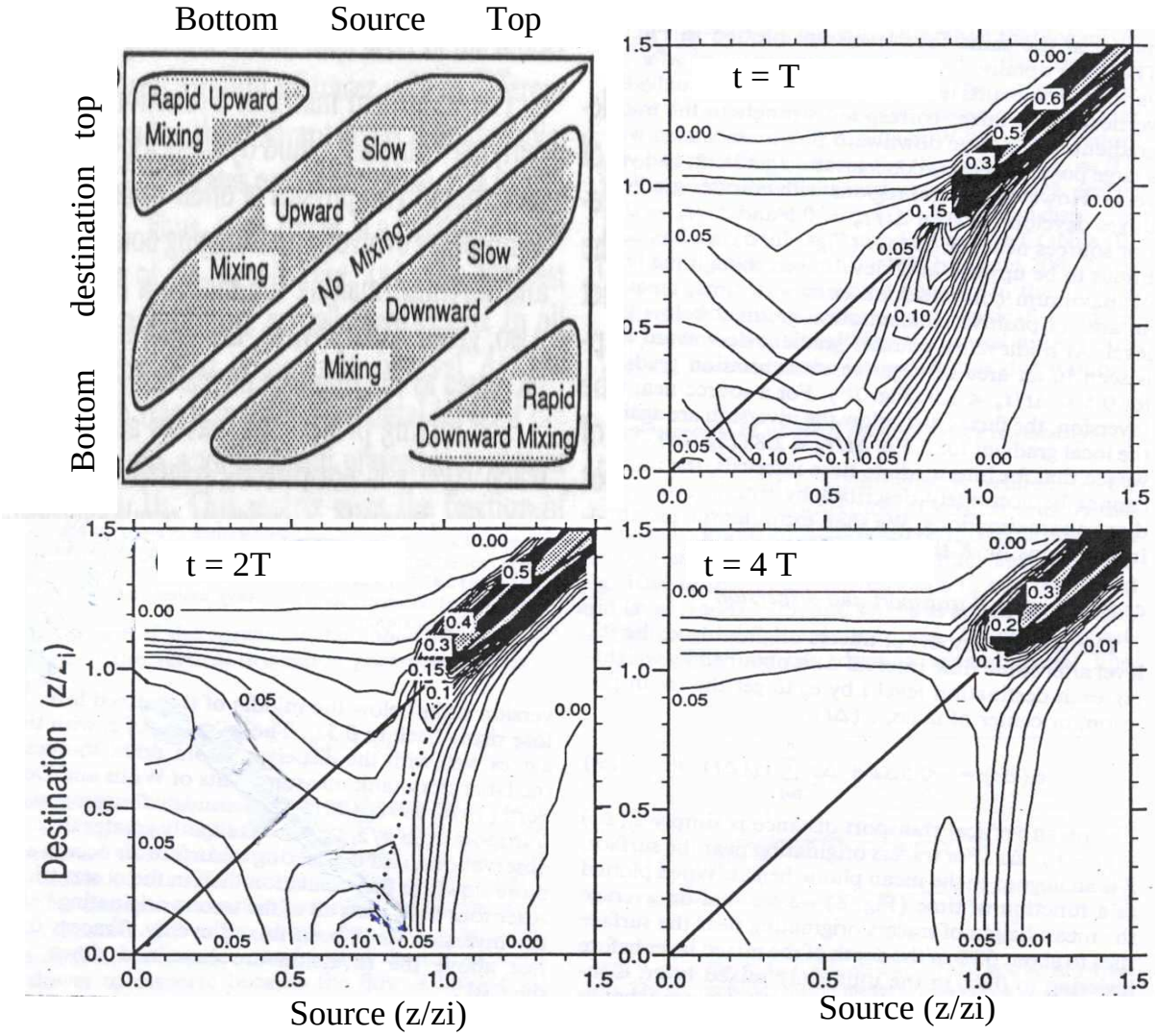


FIG. 19 – Calcul et interprétation d'une matrice de transilience à partir d'une simulation des grands tourbillons dans une couche limite convective. D'après Ebert et al. (1989).
L'axe horizontal correspond à l'origine du traceur et l'axe vertical à la destination. Les isocontours montrent la distribution des traceurs au temps t (compté à partir de l'instant auquel les traceurs sont introduits dans la simulation). Le temps caractéristique $T = z_i/w^*$ est de l'ordre de 18 minutes dans cette simulation.

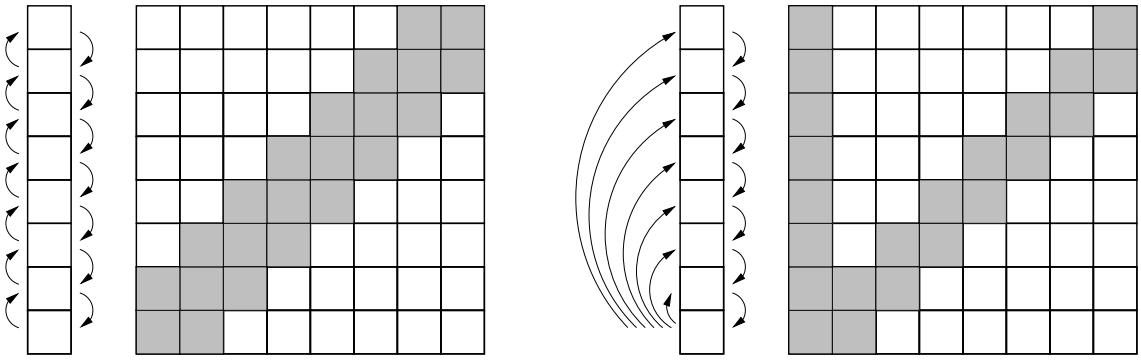


FIG. 20 – Forme prise par les matrices de transilience (ou d'échange) dans le cas d'une formule en diffusion turbulente à gauche et dans le cas du modèle de convection asymétrique de Pleim et Chang (1992) à droite. On montre par des flèches sur des colonnes verticales les échanges mis en jeu dans ces paramétrisations et en grisé les éléments non nuls de la matrice associée.

(1974) et étaient principalement motivées à leur origine par la paramétrisation des mouvements dans les cumulus.

On entend de façon générale par "flux de masse" une approche qui tend à expliciter le transport vertical par des mouvement (ou flux de masse) dans des sous colonnes de la colonne atmosphérique.

Les schémas de Tiedtke (1989) et Emanuel (1991) appartiennent tous les deux à cette catégorie des schémas en flux de masse.

Dans le schéma de Tiedtke, on isole par exemple trois sous colonnes, une pour les ascendances rapides (au cœur des nuages convectifs), une pour les descentes précipitantes (entretenues par l'évaporation des précipitations) et une pour l'environnement. Dans les panaches ascendants et descendants, on calcule explicitement la température, l'eau etc... à chaque niveau, sous des hypothèses de stationnarité, pour ensuite calculer le bilan total dans la colonne.

Dans le cadre de l'étude de la couche limite et de la convection peu profonde, le concept des flux de masse a été beaucoup utilisé d'une façon relativement différente, en développant en général des modélisations simple à fin d'analyse plutôt que de simulation proprement dite, en utilisant une idéalisation des profils verticaux. Ces approches remontent aux travaux de Betts (1973).

Dans ces approches, la couche limite convective est décrite en une ou quelques couches dans les quelles ont suppose que les quantités physiques sont bien mélangées, et des couches infiniment fines de transition au travers des quelles les différentes variables subissent des discontinuités.

Pour une couche limite sèche comme celle décrite plus haut, on aura typiquement une discontinuité de température en surface, une température potentielle unique sur toute la hauteur de la couche limite, une nouvelle discontinuité au niveau de l'inversion, pour se raccorder au profil de la troposphère libre.

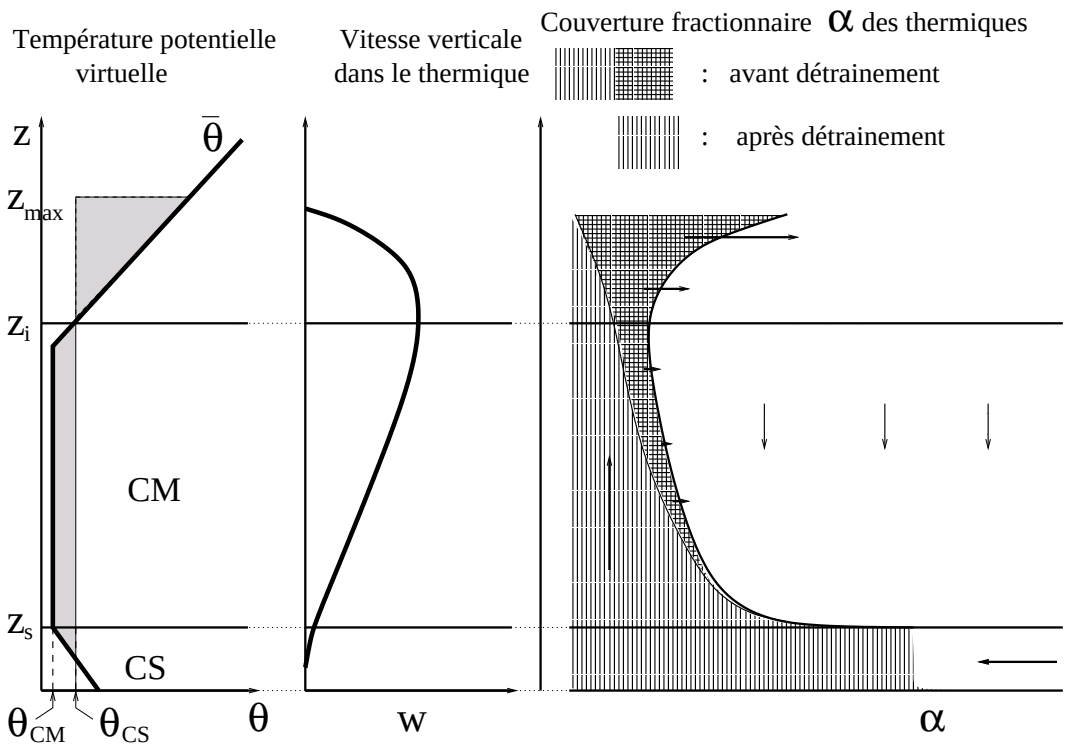


FIG. 21 – Vue transverse idéalisée d'un rouleau convectif à la base du modèle du thermique.

0.7 Le modèle du thermique

0.7.1 Idéalisation d'une cellule thermique

Le schéma développé ici s'appuie sur une vue idéalisée d'une cellule convective ou d'un thermique proche de celle présentée plus haut.

Considérons un profil de température potentielle typique de la couche limite convective avec une couche de surface (CS sur la Fig. 21) instable (typiquement de une à quelques centaines de mètres d'épaisseur), une couche mélangée (CM sur la Fig. 21) neutre, surmontée d'une zone stable (couche d'entraînement plus troposphère libre).

Dans cet environnement idéalisé, le thermique est vu comme un panache d'air chaud montant de la couche de surface sous l'effet de sa flottabilité. On suppose que l'air dans le thermique conserve sa température potentielle virtuelle qui est donc celle de la couche de surface, $\theta_{\rm CS}$.[12]

On suppose de plus que le mouvement dans le panache est stationnaire et sans friction, que la vapeur d'eau ne condense pas et que l'air monte sous le seul effet de sa flottabilité. Dans ce cas, l'accélération verticale de l'air, dans le thermique, s'écrit

$$\frac{dw}{dt} = w\frac{\partial w}{\partial z} = g\frac{\theta_{\rm CS} - \theta_{\rm CM}}{\theta_{\rm CM}} \tag{110}$$

[12]Comme dans les sections précédentes, et afin d'alléger les notations, on note θ la température potentielle virtuelle.

Dans ces conditions, l'air est accéléré de manière uniforme jusqu'au niveau où la température potentielle virtuelle dans l'environnement est supérieure à celle de la couche de surface. On retient ce niveau comme définition de $z_{\rm i}$. A ce niveau, le carré de la vitesse verticale $w_{\rm max}$ est égal à deux fois l'énergie potentielle disponible pour la convection ou CAPE (pour Convective Available Potential Energy)

$$\frac{1}{2}w_{\rm max}^2 = \text{CAPE} = \int_0^{z_{\rm i}} g\frac{\theta_{\rm CS} - \theta_{\rm CM}}{\theta_{\rm CM}}dz \tag{111}$$

Au dessus de ce niveau, la vitesse verticale est encore positive (on parle alors d'"overshoot") mais décroît pour finalement s'annuler au niveau $z_{\rm max}$ où

$$\int_0^{z_{\rm max}} g\frac{\theta_{\rm CS} - \bar{\theta}}{\bar{\theta}}dz = 0 \tag{112}$$

Cette intégrale est représentée par la zone grisée sur la gauche de la Fig. 21. Dans la logique de cette vision très théorique, les particules d'air qui atteignent le point où leur vitesse s'annule peuvent ensuite redescendre puisqu'elles sont alors plus lourdes que l'environnement. On négligera cette possibilité dans les développements qui suivent en supposant que cette zone d'overshoot est aussi une zone de mélange important. En réalité, il semble qu'on observe souvent des descentes d'air assez marquées sur les bords des panaches ascendants, sans doute alimentées en grande partie par l'air provenant de ces overshoots.

Pour calculer le transport convectif, il faut en fait calculer le flux de masse par unité de surface $f = \alpha\rho w$ où α est la fraction de la surface horizontale couverte par des panaches ascendants (on parlera de couverture fractionnaire). Dans un premier temps, on va supposer que le flux de masse f ne dépend pas de l'altitude (panache conservatif) et on va essayer de déterminer ce flux. Pour cela, il est nécessaire de rentrer un peu plus en détail dans la description de la géométrie du thermique.

On va considérer ici la configuration en rouleau, plus simple à analyser, c'est à dire une situation où on a une direction horizontale invariante, par exemple selon l'axe x. L'ascendance est alimentée par convergence horizontale dans la couche de surface. Si les effets de friction et de rotation sont négligés, et si on suppose que l'écoulement est stationnaire on a

$$v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_s}\frac{\partial p_s}{\partial y} \tag{113}$$

où p_s est la pression de surface. Si on intègre cette équation sur la largeur de la cellule, on obtient une estimation de la vitesse maximale

$$v_{\rm max}^2 \simeq \frac{2}{\rho_s}\Delta p_s \tag{114}$$

où la notation Δ indique la différence entre les conditions à la base de l'ascendance thermique et dans l'environnement. Si on suppose qu'au sommet de la couche limite, la pression est la même dans l'environnement et dans le panache, on obtient en surface

$$p_s = p(z_i) + \int_0^{z_{\rm i}} g\rho dz \tag{115}$$

et donc, au premier ordre,

$$v_{\max}^2 \simeq \frac{2}{\rho_s}\Delta\int_0^{z_\mathrm{i}} g\rho dz \tag{116}$$

$$\simeq 2\int_0^{z_\mathrm{i}} g\frac{\rho}{\rho_s}\frac{\theta_\mathrm{CS}-\theta_\mathrm{CM}}{\theta_\mathrm{CM}}dz \tag{117}$$

en supposant toujours que $\Delta\rho/\rho \simeq \Delta\theta/\theta$. Au coefficient ρ/ρ_s près, de l'ordre de 1 à 0,5 dans la couche limite, cette estimation est exactement celle de la vitesse verticale maximale w_max.

D'autre part, en géométrie bidimensionnelle, le flux vertical dans le thermique doit être égal à la convergence horizontale dans la couche de surface :

$$w_\mathrm{max} l(z_\mathrm{i})\rho(z_\mathrm{i}) = v_\mathrm{max} z_\mathrm{s}\rho(z_\mathrm{s}/2) \tag{118}$$

où $l(z)$ est la largeur du rouleau à la hauteur z. Avec cette approche simple, la largeur de l'ascendance à l'inversion est l'épaisseur de la couche de surface.

Le fait que les vitesses maximales horizontale et verticale soient du même ordre de grandeur implique en retour que la distance L entre la subsidence et l'ascendance est de l'ordre de 1. En effet, si la largeur de la cellule L était beaucoup plus grande que sa hauteur, une particule partant de la distance L atteindrait le sommet de la couche limite avant d'atteindre le panache ascendant et créerait ainsi une ascendance secondaire. Cette isotropie est effectivement observée dans les expériences de Rayleigh–Benard. Dans la paramétrisation, le rapport $r = L/z_\mathrm{max}$ est utilisé comme paramètre libre. La couverture fractionnaire est minimum au niveau z_i où elle vaut $\alpha(z_\mathrm{i}) = l(z_\mathrm{i})/(rz_\mathrm{max})$. On en tire une relation de fermeture pour le calcul du flux de masse dans l'ascendance :

$$f = \frac{lw_\mathrm{max}}{rz_\mathrm{max}} = \frac{\rho(z_\mathrm{s}/2)z_\mathrm{s}\sqrt{2\mathrm{CAPE}}}{rz_\mathrm{max}} \tag{119}$$

Les observations et les simulations des grands tourbillons suggèrent des rapports d'aspect compris entre 1 et 10 et le plus souvent de l'ordre de $2-3$ (LeMone, 1973; Moeng et Sullivan, 1994; Atkinson et Zhang, 1996) pour les rouleaux de la couche limite convective sèche. En fait, le rapport d'aspect en question est le rapport entre la distance séparant deux rouleaux et la hauteur de la couche limite. Ce rapport d'aspect est donc égal à $2r$. La valeur r =1 qui sort de l'analyse ci-dessus est donc compatible avec les résultats des simulations des grands tourbillons. Pour avoir méconnu ce facteur 2 dans un premier temps, nous avons retenu $r = 2$ comme valeur nominale pour la paramétrisation et pour la plupart des tests présentés plus loin. La paramétrisation est en fait relativement peu sensible à la valeur de ce paramètre (ce qui veut dire que l'instabilité dans la couche de surface s'ajuste pour obtenir le bon flux de masse dans l'ascendance).

0.7.2 Détraînement et environnement du thermique

On a supposé jusqu'ici que le flux de masse était constant dans le thermique. Cette hypothèse conduit à une couverture fractionnaire infinie au sommet de la couche limite, là où w est nul. En pratique, ceci signifie que le thermique ne peut pas rester à flux constant et qu'il doit restituer son air dans l'environnement. Pour la paramétrisation, on suppose que, au-dessus de l'inversion,

la largeur du thermique décroît pour s'annuler à z_{max} (en pratique on teste ci-dessous une décroissance linéaire et une décroissance quadratique).

En plus, on permet que l'air soit détraîné du thermique sous l'effet du mélange turbulent en dessous de l'inversion. Ce détraînement est pris en compte sous forme d'un épluchage du thermique. Une analyse d'échelle montre que l'épaisseur de la couche limite d'un jet pénétrant dans un environnement au repos se développe en $\sqrt{\lambda z}$ (voir par exemple Prandtl et Tietjens, 1934, Ch.IV). Dans notre cas, $\lambda = \nu_g/w$ où ν_g est la viscosité turbulente du gaz. Pour une vitesse typique de 1 m/s et une viscosité turbulente de 10 m^2 s^{-1}, $\lambda = 10$ m. On retient cette formulation pour réduire la section du thermique en dessous de z_{i}, en considérant λ comme un paramètre ajustable.

0.7.3 Les équations du modèle

La présentation précédente partait d'un profil de température idéalisé, avec notamment une température potentielle constante dans la couche mélangée. Dans la formulation complète, qui doit pouvoir être utilisée pour un profil de température quelconque, le thermique est encore caractérisé par sa vitesse verticale ($\hat{w}$), sa température potentielle ($\hat{\theta}$) et la couverture fractionnaire des thermiques ($\hat{\alpha}$). Le flux de masse dans les ascendances est $\hat{f} = \rho\hat{\alpha}\hat{w}$ (ρ est supposé identique à l'intérieur et à l'extérieur du thermique). Notons

$$\text{I}(z, z') = \int_z^{z'} g\frac{\theta(z) - \theta(z'')}{\theta(z'')}dz'' \tag{120}$$

Pour de l'air instable provenant de l'altitude z (si en z, $\partial\theta/\partial z < 0$), la CAPE est $I(z, hi(z))$ avec $hi(z) = \min\{z' \text{ t.q. } z' > z \text{ et } \theta(z) = \theta(z')\}$. On définit de même le sommet du thermique z_{max} comme la valeur maximum de $ht(z)$ avec $ht(z) = \min\{z' \text{ t. q. } z' > z \text{ et I}(z, z') = 0\}$.

Le flux de masse $\hat{f}$ est relié au flux d'air entrant $\hat{e}$ et au flux d'air détraîné $\hat{d}$ par :

$$\frac{\partial\hat{f}}{\partial z} = \hat{e} - \hat{d} \tag{121}$$

En suivant l'analyse précédente (et l'Eq. 119), on prescrit $\hat{e}$ suivant

$$\hat{e}(z) = \rho(z)\sqrt{2\text{CAPE}(z, h(z))}/\left(r z_{\text{max}}\right) \tag{122}$$

si $\partial\theta/\partial z < 0$ et 0 sinon. En dessous de z_i, le détraînement est calculé suivant

$$\hat{d}(z) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho\hat{w}\sqrt{\lambda z}/(r z_{\text{max}})\right) \tag{123}$$

Au dessus de z_i, on réduit la largeur du thermique suivant $[(z_{\text{max}} - z)/(z_{\text{max}} - z_{\text{i}})]^{\mu}$. Comme $\hat{e} = 0$ à cet endroit, le détraînement entre z_i et z_{max} s'écrit

$$\hat{d}(z) = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\rho\hat{w}\hat{\alpha}(z_i)\left(\frac{z_{\text{max}} - z}{z_{\text{max}} - z_{\text{i}}}\right)^{\mu}\right] \tag{124}$$

On utilise $\mu = 1$ et $\mu = 2$ dans la version standard.

Le niveau de l'inversion $z_{\rm i}$ est défini comme l'altitude où la température à l'intérieur du thermique $\hat{\theta}$ devient plus petite que celle de l'environnement (début de l'overshoot). On calcule alors les propriétés de l'air à l'intérieur du thermique suivant l'équation de conservation

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{\phi}}{\partial z} = \hat{e}\phi_e - \hat{d}\hat{\phi} \tag{125}$$

où ϕ est un scalaire (y compris la température potentielle) et l'indice $_e$ est relatif à l'environnement. ϕ_e est relié à $\hat{\phi}$ (dans le thermique) et à la valeur moyenne dans la maille $\overline{\phi}$ à un niveau donné

$$\overline{\phi} = \hat{\alpha}\hat{\phi} + (1 - \hat{\alpha})\phi_e \tag{126}$$

On recalcule la vitesse verticale moyenne dans le thermique, en tenant compte de sa flottabilité, à partir de l'équation

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{w}}{\partial z} = -\hat{d}\hat{w} + g\rho\frac{\hat{\theta} - \theta_e}{\theta_e} \tag{127}$$

L'entraînement n'a pas de contribution à l'Eq. 127 dans la mesure où on suppose que l'air entre dans le thermique avec une vitesse verticale nulle.

Pour le transport de la quantité de mouvement, l'idée la plus simple consiste à traiter les deux composantes horizontales u et v comme des scalaires. C'est cette approche qui est retenue dans la version standard. On teste aussi une version dans laquelle on inclut un échange de quantité de mouvement par les forces de pression exercées entre le thermique et l'environnement. Cet échange va tendre à incliner le thermique dont la vitesse horizontale va progressivement s'approcher de celle de l'environnement. Pour ce test, on utilise la géométrie tridimensionnelle et on applique la formule utilisée pour calculer par exemple la traînée d'un ballon dans l'atmosphère. Cette traînée s'exprime comme le produit du carré du vent apparent par la section apparente et un coefficient de traînée. Dans la géométrie tridimensionnelle, la section apparente du thermique est $L\sqrt{\alpha}$. Il faut diviser le terme de traînée par L^2 pour se ramener à une force par unité de surface horizontale de sorte qu'on obtient finalement

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{\mathbf{v}}}{\partial z} = \hat{e}\mathbf{v}_e - \hat{d}\hat{\mathbf{v}} + \gamma\rho\frac{\sqrt{\hat{\alpha}}}{L}||\mathbf{v}_e - \hat{\mathbf{v}}||(\mathbf{v}_e - \hat{\mathbf{v}}) \tag{128}$$

γ est utilisé comme paramètre ajustable. A noter qu'on peut s'attendre à un freinage moins efficace dans la configuration en rouleaux.

Le transport total d'une variable ϕ est finalement donné par la somme du transport vers le haut dans le thermique et du transport vers le bas dans l'environnement avec un flux compensatoire $-\hat{f}$

$$\rho\overline{w'\phi'} = \hat{f}\left(\hat{\phi} - \phi_e\right) \tag{129}$$

Une approximation supplémentaire est finalement introduite pour rendre le schéma plus robuste. En effet, si on intègre telle quelle l'Eq. 125, on peut aboutir à des valeurs aberrantes de ϕ_e. Considérons l'exemple d'un traceur initialement confiné dans la couche de surface dans une situation convective. L'Eq. 125 prédirait $\hat{\phi} > 0$ dans la couche mélangée alors qu'on a

$\overline{\phi} = 0$ de sorte qu'on aurait $\phi_e < 0$. Ce problème provient de l'hypothèse de stationnarité, hypothèse qu'on n'a pas envie de faire tomber, en particulier pour des raisons de simplicité. Une alternative consiste à assimiler l'environnement et les grandeurs moyennes ($\phi_e = \overline{\phi}$). Cette approximation qui est valide pour $\hat{\alpha} \ll 1$, est en général utilisée dans les schémas de convection profonde. Elle est moins évidente dans notre cas où la couverture fractionnaire des ascendances est typiquement comprise entre 5 et 30 $\%$. Cette nouvelle approximation est validée a posteriori par le bon comportement de la paramétrisation quand on la compare à des simulations des grands tourbillons.

Le schéma dépend finalement de 4 paramètres ajustables. Pour choisir la valeur du rapport d'aspect $r = 2$ on se base sur les observations dans les configurations en rouleaux. Le paramètre γ est fixé à 0 par soucis de simplicité. Finalement, les paramètres relatifs au détraînement sont ajustés pour obtenir un bon accord avec les résultats de simulations des grands tourbillons présentés dans la section suivante. Bien que différentes combinaisons soient possibles, nous retenons $\lambda = 20$ m et $\nu = 2$.

La discrétisation des équations est donnée par Hourdin et al. (2002).

0.7.4 Fermeture locale

La description ci-dessus ne traite que de la partie méso-échelle du transport de couche limite. Le mélange de petite échelle, important notamment dans la couche de surface, doit être traité avec une autre paramétrisation. Dans les tests montrés par la suite, on utilise pour ces échelles soit la paramétrisation d'origine du modèle du LMD soit celle de Mellor et Yamada. Comme on le verra par la suite, ces paramétrisations en diffusion turbulente, sensées à l'origine traiter l'ensemble de la turbulence de couche limite, voient leur rôle se cantonner naturellement à la couche de surface une fois la paramétrisation du thermique activée, cette dernière stabilisant le profil de température dans la couche mélangée.

Un traitement spécial doit également être appliqué pour les couches limites nocturnes. Les formulations classiques en énergie cinétique turbulente sont connues pour s'effondrer en conditions très stables. Les tests effectués plus loin pour des cas de fort cycle diurne continental confirment ce point. En l'absence de traitement spécifique, on observe la nuit un découplage de la surface et de la première couche d'atmosphère. Pour pallier ce problème, on adopte une formule citée dans un certain nombre de travaux et qui dit que la hauteur de la couche limite doit être au moins égale à $h_{\text{min}} = 0,07/f$ où f est le facteur de Coriolis en s^{-1}. Cette formule ayant la fâcheuse propriété d'être singulière à l'équateur, on prend arbitrairement $f = 10^{-4}$ s^{-1}. On en déduit une estimation d'un coefficient de diffusion turbulente minimum $K_{z\text{min}} = u^* \kappa z (1 - z/h_{\text{min}})^2$.

0.8 Eléments de validation de la composante traceurs de LMDZ

On montre ici deux exemples de validation du modèle LMDZT en version guidée. Dans la première application, on s'intéresse à l'isotope 222 du Radon, un radio-élément émis par les surface continentales. Ce traceur a été beaucoup utilisé pour valider et inter-comparer les codes de grande échelle. Le second exemple concerne un cas de dispersion d'une source ponctuelle, dans le cadre de la campagne européenne ETEX. On utilise une grille zoomée pour ce cas.

0.8.1 Simulations Radon

L'isotope 222 du Radon (^{222}Rn) est un gaz trace radioactif particulièrement adapté à la validation des modèles de transport aux échelles temporelles de quelques heures à quelques semaines (Jacob et Prather, 1990). Il est formé à partir de la décomposition radioactive de l'isotope 238 de l'uranium, présent dans les sols. Les sources océaniques sont de ce fait de deux à trois ordres de grandeur plus faibles que les sources continentales. On peut donc voir le ^{222}Rn comme un traceur de l'air continental. Le seul puits significatif du ^{222}Rn est sa décomposition en Polonium-218 avec une période de décroissance de 5,5 jours.

Le ^{222}Rn a été largement utilisé pour des validations et inter-comparaisons de modèles de transport en supposant une source uniforme sur les continents. Ici, on utilise une version un peu plus sophistiquée, développée par Christophe Genthon (LGGE) et Alexandre Armengaud (Genthon et Armengaud, 1995) dans laquelle le ^{222}Rn diffuse vers la surface à travers une couche de sol poreuse. C'est alors le flux en bas de cette couche qui est prescrit.

Nous présentons une simulation guidée du ^{222}Rn pour l'année 2000 avec une résolution horizontale de 2 degrés par 2 degrés. On compare les valeurs observées et simulées à deux stations d'observation : l'île d'Amsterdam dans l'océan indien austral (Fig. 22) et Mace Head à l'extrémité occidentale de l'Irlande (Fig. 23). Les deux jeux de données nous ont été aimablement communiqués par Michel Ramonet et Philippe Ciais (LSCE).

Ces deux stations sont sous forte influence océanique et font donc apparaître des contrastes marqués entre un fond relativement faible et des bouffées de Radon associées à des arrivées d'air continental, soit en situation de vent d'Est sur l'Europe pour Mace Head soit quand la circulation amène sur l'île d'Amsterdam des masses d'air en provenance d'Afrique du Sud.

On voit que le modèle reproduit assez bien à la fois les valeurs faibles dans les périodes sous influence océanique et une bonne partie des pics. Des simulations pour les années 1991 et 1992 (non montrées) ont été comparées aux résultats publiés par Mahowald et al. (1997). Cette comparaison montre que le modèle se comporte raisonnablement et qu'une partie des pics non simulés provient d'erreurs sur les champs de vents analysés. Noter que la forte dépendance de la source au contenu en eau des sols est négligée ici. Elle pourrait expliquer les surestimations systématiques observées à Mace Head du 15 mai au 10 juin ou fin septembre.

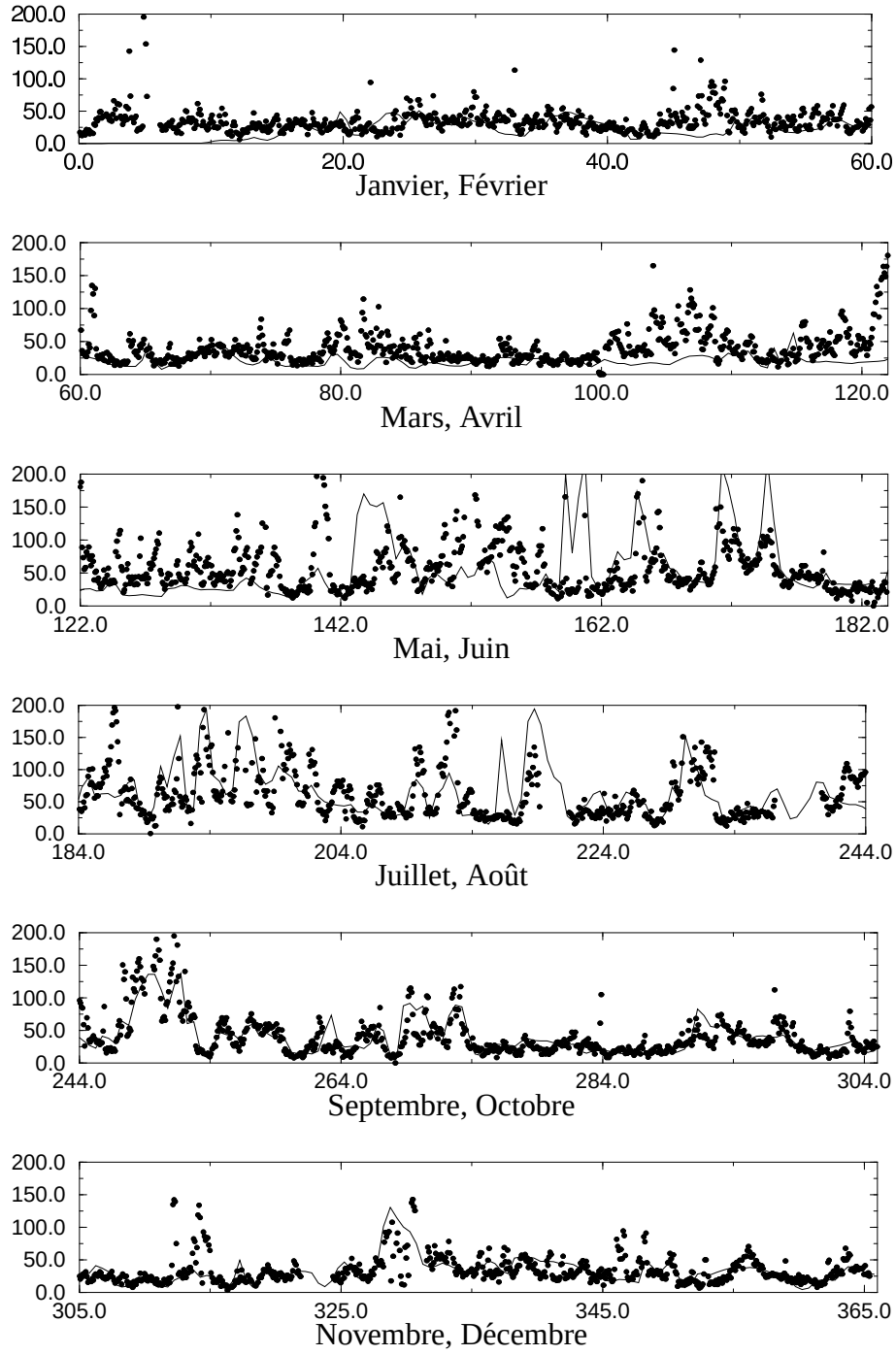


FIG. 22 – Mesure (points) et simulation (trait) du ^{222}Rn (mBq/m^3) à l'île d'Amsterdam pour l'année 2000. La simulation est réalisée avec le modèle LMDZT guidé par les analyses ECMWF en utilisant une grille régulière avec une résolution de $2^o \times 2^o$.

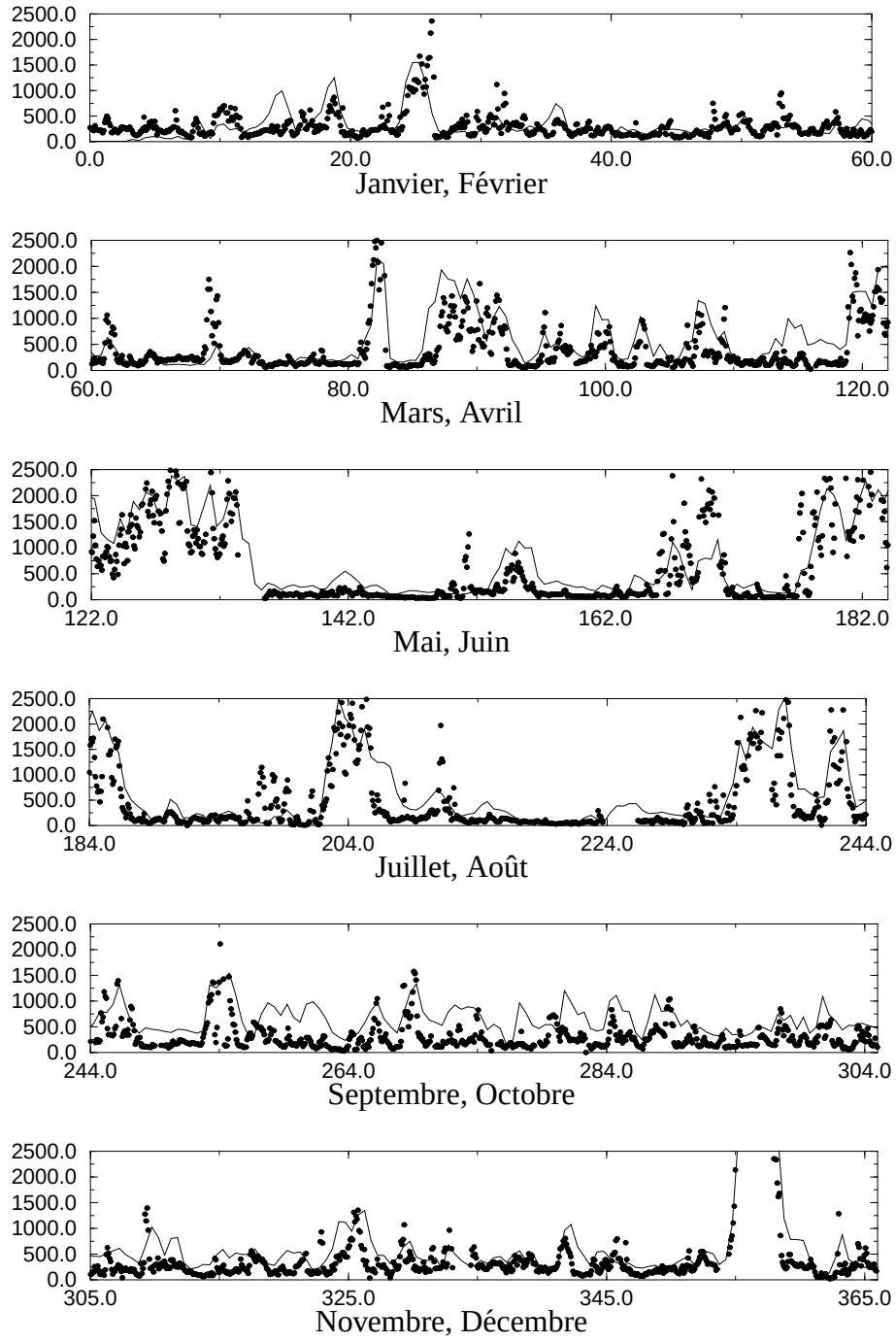


FIG. 23 – Mesure (points) et simulation (trait) du ^{222}Rn (mBq/m^3) à Mace Head pour l'année 2000. La simulation est réalisée avec le modèle LMDZT guidé par les analyses ECMWF en utilisant une grille régulière avec une résolution de $2^o \times 2^o$.

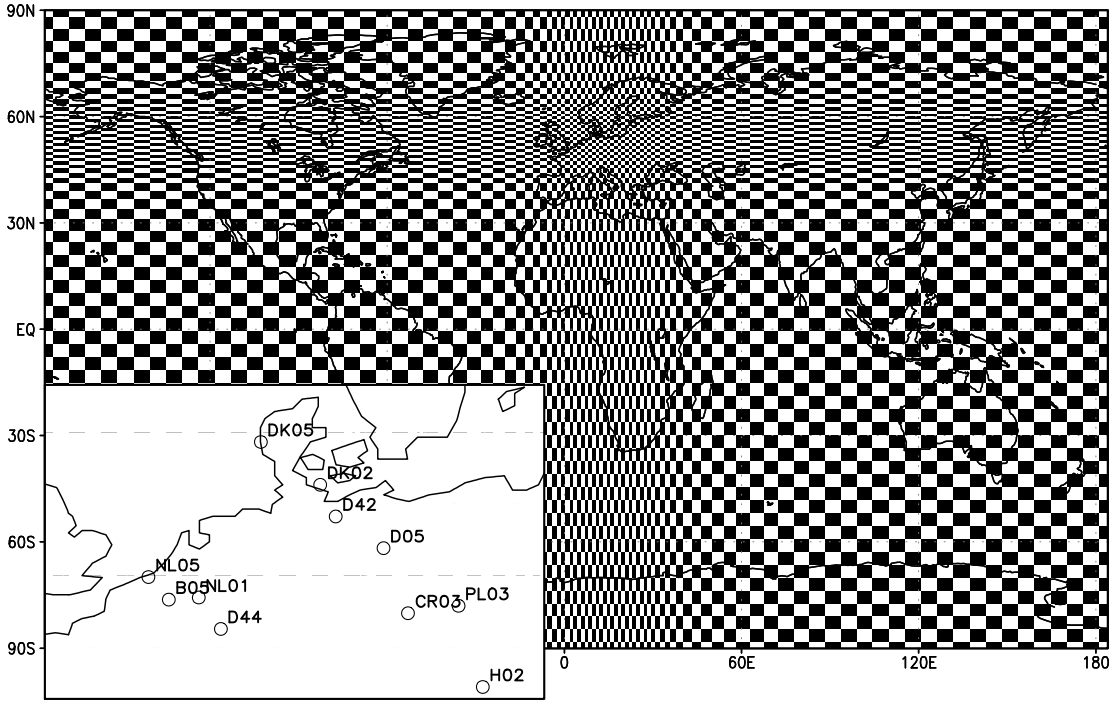


FIG. 24 – Grille retenue pour les simulations ETEX-1 et localisation des 11 stations retenues pour les diagnostics d'intercomparaison.

0.8.2 Evaluation sur la campagne ETEX

Nous présentons dans cette section quelques résultats d'un travail effectué par Abderrahmane Idelkadi durant sa thèse (Idelkadi, 2002) concernant l'évaluation du modèle LMDZT en se basant notamment sur la comparaison à une série de modèles de dispersion ayant participé à la campagne ETEX (Van Dop et Nodop, 1998). La comparaison est faite par rapport à des résultats publiés il y a quelques années de cela et il est donc possible que certains de ces modèles possèdent aujourd'hui des versions plus récentes et plus performantes.

Pour cette évaluation, nous utilisons les résultats de la campagne ETEX (European Tracer EXperiment) organisée en 1994 par l'organisation mondiale de la météorologie, la Commission Européenne et l'Agence Internationale de l'Energie Atomique. Une quantité totale de 340 kg d'un gaz insoluble, le PMCH (Perfluoro-Methyl-Cyclo-Hexane), a été émise le 23 octobre 1994, à partir de 16h00 UTC (T0) et durant 12 heures, à travers une cheminée de 8 m située à Monterfil près de Rennes. Les conditions météorologiques ont été choisies de manière à ce que le traceur soit vu par le plus grand nombre possible des 168 stations d'observation réparties sur l'Europe. L'expérience a duré trois jours et les mesures de concentration du polluant ont été effectuées toute les trois heures à chaque station.

La Fig. 24 montre la grille LMDZ choisie pour la simulation avec un zoom sur l'Europe. On montre aussi en incrustation l'emplacement de 11 stations privilégiées par les organisateurs pour

certains diagnostics lors des études d'intercomparaison.

La Fig. 25 montre les panaches observés et simulés à différents instants. On voit que le panache est globalement bien reproduit, à la fois en répartition spatiale et en intensité. Pour quantifier cet accord, on utilise l'un des critères statistiques retenus pour l'intercomparaison des modèles dans le cadre d'ETEX. Il s'agit du FMT pour Figure of Merit in Time. Le FMT se définit comme le rapport (traduit en pourcentage)

$$FMT_i = 100 \times \frac{\int_0^T MIN[c_i^{\text{obs}}(t), c_i^{\text{sim}}(t)]dt}{\int_0^T MAX[c_i^{\text{obs}}(t), c_i^{\text{sim}}(t)]dt} \tag{130}$$

où $MIN(x, y)$ (resp. $MAX(x, y)$) est le minimum (resp. maximum) de x et y ; $c_i^{\text{obs}}(t)$ et $c_i^{\text{sim}}(t)$ sont les concentrations observées et simulées à la station i à l'instant t. Le FMT vaut au maximum 100% quand observation et simulation coïncident. Il est sensible à la fois aux erreurs d'intensité et aux déphasages temporels.

La Fig. 26 montre les FMTs obtenus pour les 11 stations montrées sur la Fig. 24. Ces FMTs sont comparés à ceux obtenus avec une trentaine d'autres modèles. Les conclusions des intercomparaisons ETEX avaient identifié une poignée de modèles qui se plaçaient au dessus du lot. Les performances relatives des différents modèles semblaient d'ailleurs peu liées à leurs caractéristiques, que ce soit au type d'approche (lagrangienne ou eulérienne par exemple) ou aux résolutions spatiales retenues. Il est fort probable d'ailleurs que les meilleurs modèles étaient en grande partie limités par le caractère imparfait des analyses météorologiques. Le modèle LMDZT n'a rien d'exceptionnel mais fait partie de ces bons modèles.

Les cartes suggèrent que le modèle est un peu trop diffusif. Les panaches à 24 et 48 heures sont en particulier plus étendus que les panaches observés. Des tests de sensibilité à la résolution (Fig. 27) indiquent que, quand on raffine la grille d'un facteur 2 dans les deux directions horizontales, on diminue la diffusion horizontale, mais en réduisant plutôt l'accord avec les mesures. A partir d'une maille de quelques dizaines de kilomètres, le modèle semble donc sous-estimer la diffusion horizontale. Ces résultats sont présentés plus en détail par Idelkadi (2002).

0.8.3 Discussion

On voit que le code LMDZT peut être utilisé comme un code de dispersion atmosphérique. Mais LMDZT se distingue par de nombreux aspects des codes développés spécifiquement pour les calculs de dispersion.

D'abord, un certain nombre de ces codes sont bâtis sur des trajectoires particulaires ou Lagrangiennes. Cette approche semble relativement intuitive quand on a une source ponctuelle comme celle d'ETEX. Cependant, elle pose le problème que plus la dispersion devient importante, et plus le nombre de particules à injecter est grand si on veut pouvoir prédire les concentrations faibles observées loin des sources. Le traitement du transport turbulent est aussi une difficulté des codes particulaires. Certains font simplement l'impasse. D'autres utilisent des approches de type marche aléatoire. Par exemple, Vautard et al. (2001) commencent par estimer la hauteur de la couche limite puis déplacent aléatoirement les particules au sein de cette couche limite. On voit qu'il faut à nouveau ajouter un grand nombre de particule pour obtenir

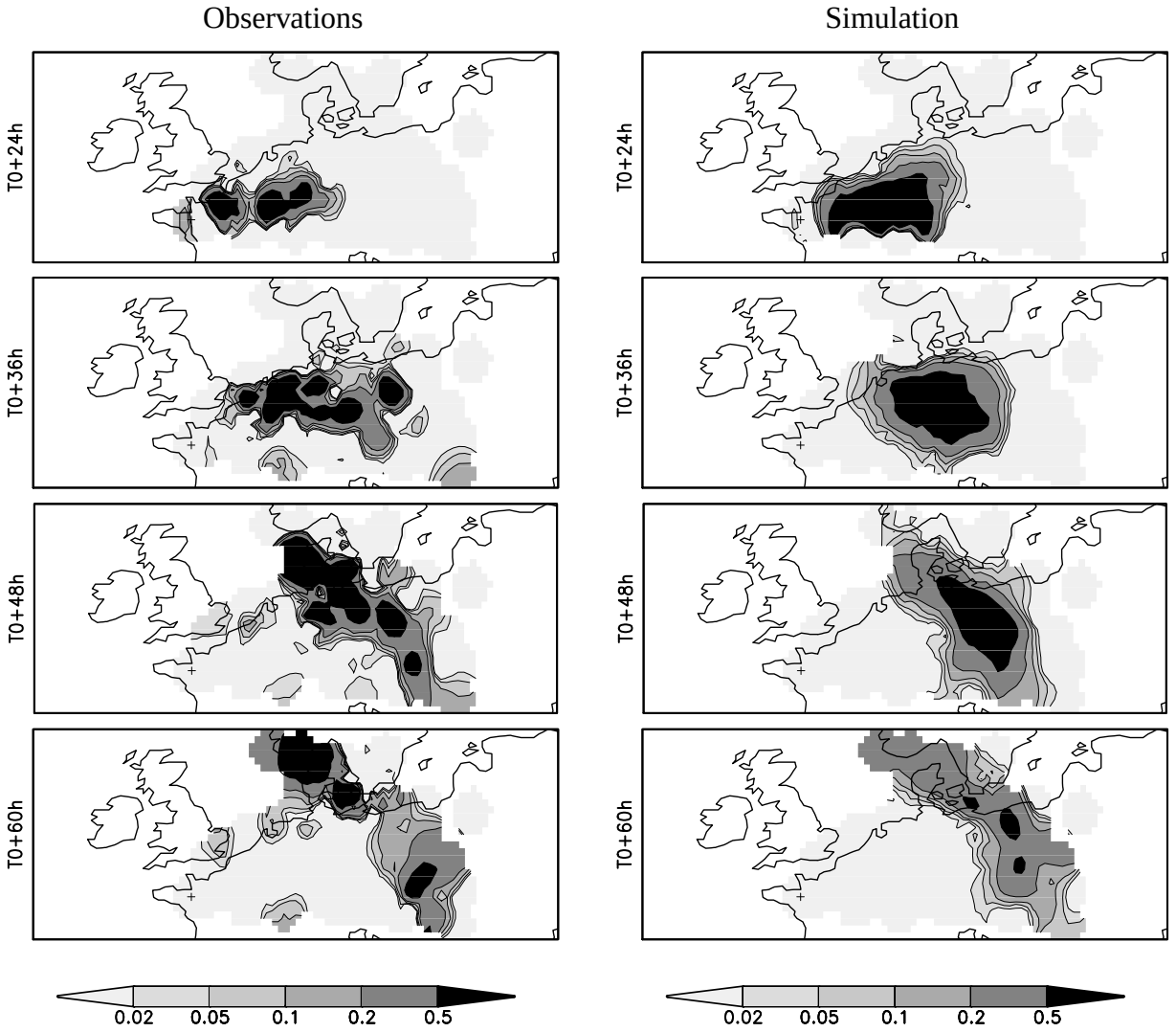


FIG. 25 – Panaches de PMCH (ng m^{-3}) observés et simulés pour la campagne ETEX. Le panache est reconstitué à partir des mesures aux stations en appliquant un filtre de Cressman (1959) utilisable depuis le logiciel graphique du domaine publique GrADS utilisé pour ces figures. Les concentrations sont en ng par kg d'air. Les heures sont comptées par rapport au temps T0 de relâchage du PMCH. Pour la simulation, plutôt que de tracer le panache directement, on commence par extraire pour chacune des 168 stations la séquence des concentrations simulées (en prenant la valeur au point de grille le plus proche) puis on reconstitue le panache avec la même méthode que pour les observations.

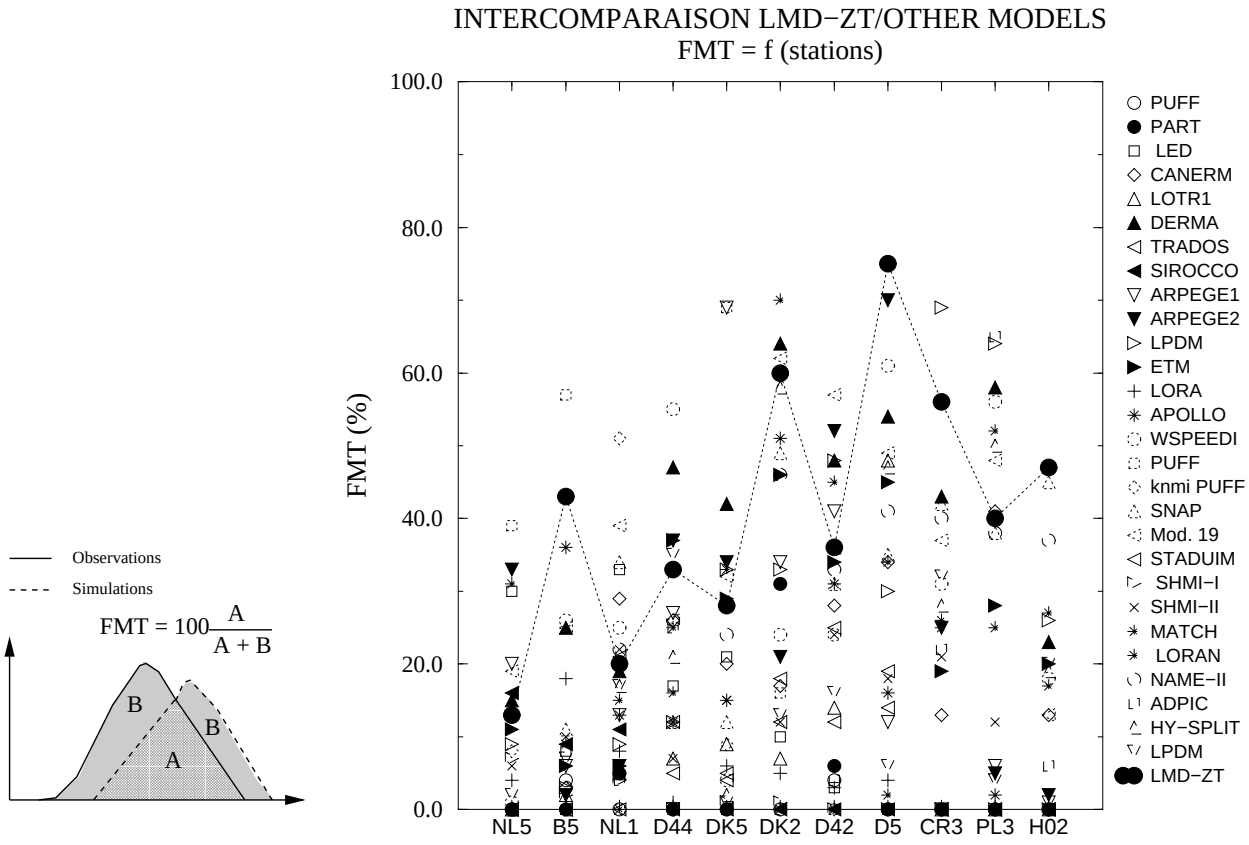


FIG. 26 – Schéma illustrant le critère FMT (à gauche) et FMTs calculés pour les 11 stations de la Fig. 24 et pour un grand nombre de modèles utilisés dans le cadre d'ETEX et pour LMDZT (à droite).

un traitement statistique correct de ce phénomène. Les codes eulériens bénéficient pour leur part des nombreux efforts de recherche développés dans les modèles météorologiques.

Le modèle LMDZT se distingue aussi des modèles de transport-chimie comme on l'a vu, en ce sens qu'il calcule sa propre météorologie. Pour la recherche climatique, les motivations pour cette approche sont claires. Le but ultime est de prendre en compte, de façon interactive, les rétroactions des espèces transportées sur la météorologie. Dans ce cadre, les versions guidées et débranchées du modèle ne sont qu'un mode particulier d'utilisation permettant la validation sur des campagnes d'observation. L'avantage potentiel pour simuler la dispersion dans un contexte de surveillance de l'environnement est plus subtile. Dans les modèles de transport classiques, des phénomènes physiques comme le mélange turbulent dans la couche limite ou le lessivage par les pluies doivent être calculés d'une façon ou d'une autre. Il faut alors essayer de diagnostiquer, à partir de champs météorologiques incomplets (disponibles toutes les 6 heures seulement par exemple), des coefficients de mélange turbulents ou des taux de précipitation dans l'atmosphère. Dans l'approche retenue ici, on effectue une simulation météorologique complète, dans laquelle ces différents aspects sont représentés, tout en guidant la simulation pour qu'elle colle au plus près aux champs de vents de grande échelle issus des analyses. A noter que pour répondre à la

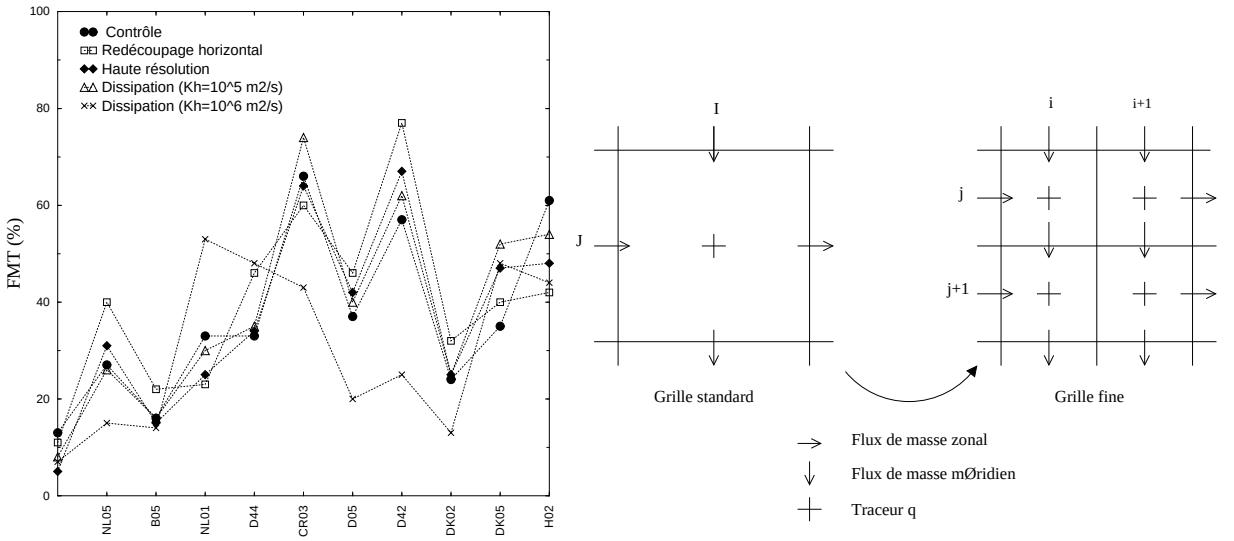


FIG. 27 – Sensibilité des simulations ETEX à la résolution horizontale et à la dissipation. La simulation de contrôle a une maille de 120 km de côté. On teste des grilles deux fois plus fines dans les deux directions. La simulation "Haute résolution" correspond à un cas où on recalcule la météorologie et le transport sur une grille plus fine. Dans la simulation avec "Redécoupage horizontal", on utilise les archives de la simulation de contrôle mais on redécoupe la maille horizontalement pour le transport suivant le schéma de droite. Cette solution permet de diminuer la diffusivité sans avoir à recalculer la météorologie. Ses résultats sont très proches de ceux de la simulation "Haute résolution". On teste également l'impact d'introduire une dissipation horizontale avec pour coefficient de dissipation K_h, 10^5 ou 10^6 m^2 s^{-1}.

même préoccupation, les centres qui produisent les analyses et réanalyses météorologiques se sont mis petit à petit à archiver pour les modèles de transport-chimie des variables internes des paramétrisations comme les coefficients de diffusion turbulente ou les flux de masse convectifs.

Enfin, le modèle LMDZT se distingue des modèles régionaux par l'utilisation d'une grille globale à maille variable. Pour des applications où on utilise des observations réparties uniformément sur le globe, comme dans le cas du TICE exposé dans le Chapitre **??**, le modèle global s'impose naturellement. Dans le cas d'évènements relativement localisés, les modèles à domaine limité présentent un meilleur rapport précision/coût. Cependant, même pour une source ponctuelle, le modèle global est intéressant en ce sens qu'on n'a pas à se poser à l'avance le problème du choix du domaine. Le zoom est effectué sur le point source. Tant que le panache est proche de la source, et donc relativement concentré, le calcul est très précis. Plus on s'éloigne de cette source et moins le calcul est précis. Mais cette perte de précision a aussi moins d'importance puisque le panache est de toutes façons beaucoup plus diffus.

Cette remarque s'applique de la même façon pour les rétro-simulations (cf. Chapitre **??**). Si on interprète une mesure à une station, par exemple la mesure d'une concentration élevée d'un polluant suggérant un accident industriel, une rétro-simulation à partir de la station avec un zoom aux abords de cette station permettra de bien décrire l'origine de l'air, à la fois finement près de la station mais également à l'autre bout du globe. Il ne sera donc pas nécessaire de faire des

hypothèses a priori sur l’origine de la pollution.

Bibliographie

Abdella, K., et N. McFarlane, 1997 : A new second-order turbulence closure scheme for the planetary boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, **54**, 1850–1867.

Allen, D. J., A. R. Douglass, R. B. Rood, et P. D. Guthrie, 1991 : Application of a monotonic upstream-biased transport scheme to three dimensional constituent transport calculations, *Mon. Wea. Rev.*, **119**, 2456–2464.

Arakawa, R. A., et W. H. Schubert, 1974 : Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large scale environment. part I, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 674–701.

Atkinson, B. W., et J. W. Zhang, 1996 : Mesoscale shallow convection in the atmosphere, *Reviews of Geophysics*, **34**, 403–431.

Ayotte, K. W., P. P. Sullivan, A. Andrén, S. C. Doney, A. A. Holtslag, W. G. Large, J. C. McWilliams, C.-N. Moeng, M. J. Otte, J. J. Tribbia, et J. C. Wyngaard, 1996 : An evaluation of neutral and convective planetary boundary-layer parameterizations relative to large eddy simulations, *Boundary-layer Meteorol.*, **79**, 131–175.

Betts, A. K., 1973 : Non-precipitating convection and its parameterization, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **99**, 178–196.

Blackadar, A. K., 1962 : The vertical distribution of wind and turbulent exchange in neutral atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **67**, 3095–3102.

Bougeault, P., et P. Lacarrere, 1989 : Parameterization of orography induced turbulence in a mesobeta-scale model, *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1872–1890.

Brost, R. A., et J. C. Wyngaard, 1978 : A model study of the stably stratified planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 1427–1440.

Brown, R. A., 1972 : On the Inflection Point Instability of a Stratified Ekman Boundary Layer., *J. Atmos. Sci.*, **29**, 850–859.

Brown, R. A., 1980 : Longitudinal instabilities and secondary flows in the planetary boundary layer : A review., *Rev. Geophys. Space Phys.*, **18**, 638–697.

Businger, J. A., J. C. Wyngaard, Y. Izumi, et E. F. Bradley, 1971 : Flux-pofiles relationships in the atmospheric surface layer, *J. Atmos. Sci.*, 181–189.

Carpenter, R. L., K. K. Droegemeier, P. R. Woodward, et C. E. Hane, 1990 : Application of the piecewise parabolic method (PPM) to meteorological modeling, *Mon. Wea. Rev.*, **118**, 586–612.

Colella, P., et P. R. Woodward, 1984 : The piecewise parabolic method (PPM) for gaz-dynamical simulations, *J. Computational Phys.*, **54**, 174–201.

Couvreux, F., F. Guichard, J. L. Redelsperger, C. Kiemle, V. Masson, J. P. Lafore, et C. Flamant, 2005 : Water-vapour variability within a convective boundary-layer assessed by large-eddy simulations and IHOP_2002 observations, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **131**, 2665–2693.

Cressman, G. P., 1959 : An operational objective analysis system, *Mon. Wea. Rev.*, **87**, 367–374.

Deardorff, J. W., 1966 : The counter-gradient heat-flux in the lower atmosphere and in the laboratory, *J. Atmos. Sci.*, **23**, 503–506.

Deardorff, J. W., 1970 : Convective velocity and temperature scales for the unstable planetary boundary layer and for Rayleigh convection, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 1211–1213.

Deardorff, J. W., 1972*a* : Parameterization of the boundary layer for use in general circulation models, *Mon. Wea. Rev.*, **77**, 93–106.

Deardorff, J. W., 1972*b* : Theoretical expression for the countergradient vertical heat flux, *J. Geophys. Res.*, **77**, 5900–5904.

Ebert, E. E., U. Schumann, et R. B. Stull, 1989 : Non local turbulent mixing in the convective boundary layer evaluated from Large-Eddy Simulation, *J. Atmos. Sci.*, **46**, 2178–2207.

Emanuel, K. A., 1991 : A scheme for representing cumulus convection in large-scale models, *J. Atmos. Sci.*, **48**, 2313–2335.

Forget, F., F. Hourdin, R. Fournier, C. Hourdin, O. Talagrand, M. Collins, S. R. Lewis, P. L. Read, et J.-P. Huot., 1999 : Improved general circulation models of the Martian atmosphere from the surface to above 80 km, *J. Geophys. Res.*, **104**, 24,155–24,176.

From, J. E., 1968 : A method for reducing dispersion in convective difference schemes, *J. Computational Phys.*, **3**, 176–189.

Genthon, C., et A. Armengaud, 1995 : Radon 222 as a comparative tracer of transport and mixing in two general circulation models of the atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **100**, 2849–2866.

Godunov, S. K., 1959 : Finite-difference methods for the numerical computations of equations of gas dynamics, *Math. Sb.*, **7**, 271–290.

Holtslag, A. A. M., et B. A. Boville, 1993 : Local versus non-local boundary-layer diffusion in a global climate model, *J. Climate*, **6**, 1825–1842.

Hourdin, F., F. Couvreux, et L. Menut, 2002 : Parameterisation of the dry convective boundary layer based on a mass flux representation of thermals, *J. Atmos. Sci.*, **59**, 1105–1123.

Högström, U., 1988 : Non-dimensional wind and temperature profiles in the atmospheric surface layer : a re-evaluation, *Boundary-layer Meteorol.*, 55–78.

Idelkadi, A., *Validation du transport atmosphérique direct et inverse des espèces traces aux échelles continentales dans un modèle de circulation générale atmosphérique à grille variable*, thèse, Université Paris-6, 2002.

Jacob, D., et M. Prather, 1990 : Radon 222 as a test of convective transport in a general circulation model, *Tellus*, **42**, 118–134.

Laval, K., R. Sadourny, et Y. Serafini, 1981 : Land surface processes in a simplified general circulation model, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **17**, 129–150.

LeMone, M. A., 1973 : The structure and dynamics of horizontal roll vorticies in the planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 1077–1091.

Lilly, D. K., 1968 : Models of cloud-topped mixed layers under a strong inversion, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **94**, 292–309.

Lin, S.-J., et R. B. Rood, 1996 : Multi-dimensional flux form semi-lagrangian transport schemes, *Mon. Wea. Rev.*, **124**, 2046–2070.

Mahowald, N. M., P. J. Rasch, B. E. Eaton, S. Whittlestone, et R. G. Prinn, 1997 : Transport of ^{222}radon to the remote troposphere using the Model of Atmospheric Transport and Chemistry and assimilated winds from ECMWF and the National Center for Environmental Prediction/NCAR, *J. Geophys. Res.*, **102**, 28,139–28,151.

Mellor, G. L., et T. Yamada, 1974 : A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1791–1806.

Mellor, G. L., 1973 : Analytical prediction of the properties of stratified planetary surface layers, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 1061–1069.

Moeng, C., et P. P. Sullivan, 1994 : A comparison of shear- and buoyancy-driven planetary boundary layer flows, *J. Atmos. Sci.*, **51**, 999–1022.

Pleim, J. E., et J. S. Chang, 1992 : A non-local closure model for vertical mixing in the convective boundary layer, *Atmosph. Environ.*, **26A**, 965–981.

Prandtl, L., et O. G. Tietjens, *Applied hydro- and aeromechanics*, Engineering Societies Monographs, Dover Publications, Inc., New-York, 1934.

Prather, M. J., 1986 : Numerical advection by conservation of second order moments, *J. Geophys. Res.*, **91**, 6671–6681.

Rood, R. B., 1987 : Numerical advection algorithms and their role in atmospheric transport and chemistry models, *Rev. Geophys.*, **25**, 71–100.

Roux, J., http ://gershwin.ens.fr/houches2002/Cours/Roux/leshouches.pdf, 2002.

Russell, G. L., et J. A. Lerner, 1981 : A new finite-differencing scheme for the tracer transport equation, *J. Appl. Met.*, **20**, 1483–1498.

Schumann, U., et C. Moeng, 1991 : Plume fluxes in clear and cloudy boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, **48**, 1746–1770.

Sommeria, G., et M. A. LeMone, 1978 : Direct testing of a three dimensional model of the planetary boundary layer against experimental data, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 25–39.

Stull, R. B., *An introduction to boundary layer meteorology*, Kluwer Academic Publishers, 1988.

Tiedtke, M., 1989 : A comprehensive mass flux scheme for cumulus parameterization in large-scale models, *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1179–1800.

Troen, I., et L. Mahrt, 1986 : A simple model of the atmospheric boundary layer : Sensitivity to surface evaporation, *Boundary-layer Meteorol.*, **37**, 129–148.

H. Van Dop et K. Nodop (Eds.), *ETEX, A european tracer experiment*, vol. 32 of *Atmos. Environn. special issue, pp. 4089–4378*, 1998.

Van Leer, B., 1977 : Towards the ultimate conservative difference scheme : IV. a new approach to numerical convection, *J. Computational Phys.*, **23**, 276–299.

Van Leer, B., 1979 : Towards the ultimate conservative difference scheme. V. a second-order sequel to Godunov's method, *J. Computational Phys.*, **32**, 101–136.

Vautard, R., M. Beekmann, J. Roux, et D. Gombert, 2001 : Validation of a hybrid forecasting system for the ozone concentrations over Paris area, *Atmosph. Environ.*, **35**, 2449–2461.

Wang, S., et B. Stevens, 1996 : Top-Hat Representation of Turbulence Statistics in Cloud-Topped Boundary Layers : A Large Eddy Simulation Study., *Nature*, **382**, 528–531.

Weckwerth, T. M., J. W. Wilson, R. M. Wakimoto, et N. A. Crook, 1997 : Horizontal convective rolls : determining the environmental conditions supporting their existence and characteristics, *Mon. Wea. Rev.*, **125**, 505–526.

Williams, A. G., et J. M. Hacker, 1992 : The composite shape and structure of coherent eddies in the convective boundary layer, *Boundary-layer Meteorol.*, **61**, 213–245.

Woodward, P. R., et P. Colella, 1981 : High resolution difference schemes for compressible gaz dynamics, *Lect. Notes Phys.*, **141**, 434–441.

Woodward, P. R., et P. Colella, 1984 : The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks, *J. Computational Phys.*, **54**, 115–173.

Yamada, T., 1983 : Simulations of nocturnal drainage flows by a q^2l turbulence closure model, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 91–106.