

Les paramétrisations des modèles de climat

I. Modélisation du transport non résolu

Frédéric Hourdin

Laboratoire de Météorologie Dynamique / IPSL / UPMC

Responsable du développement du modèle global atmosphérique LMDZ

<https://www.lmd.jussieu.fr/~hourdin/COURS/ModnumOA/2025>

frederic.hourdin@lmd.ipsl.fr

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente
2. Couche limite convective
3. Convection profonde

Pour 2 : <http://www.lmd.jussieu.fr/~hourdin/PEDAGO/cours.pdf>, chapitre 3

<http://www.lmd.jussieu.fr/~hourdin/these.pdf>, section 3.3

Pour 3 : <http://www.lmd.jussieu.fr/~hourdin/HDR/habil.pdf>, sec 2.2.2 et ch 3

Les paramétrisations des modèles de climat

I. Modélisation du transport non résolu

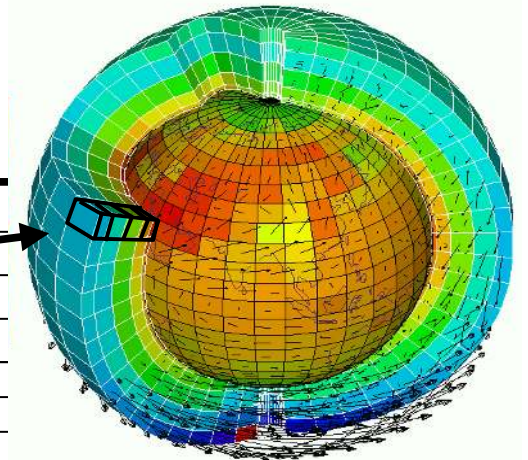
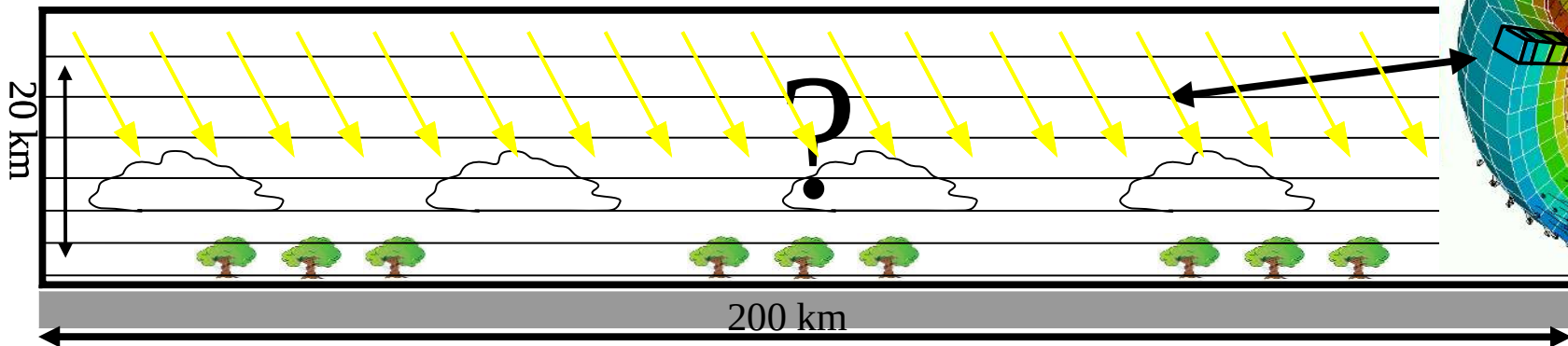
1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente
2. Couche limite convective
3. Convection profonde

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente

Dynamique des fluides : équations de bases discrétisées sur la sphère

- Conservation de la masse
$$D\rho/Dt + \rho \operatorname{div}\underline{U} = 0$$
- Conservation de la température potentielle
$$D\theta/Dt = Q/C_p (p_0/p)^\kappa$$
- Conservation de la quantité de mouvement
$$D\underline{U}/Dt + (1/\rho) \operatorname{grad} p - g + 2 \underline{\Omega} \wedge \underline{U} = \underline{F}$$
- Conservation des composants secondaires
$$Dq/Dt = Sq$$

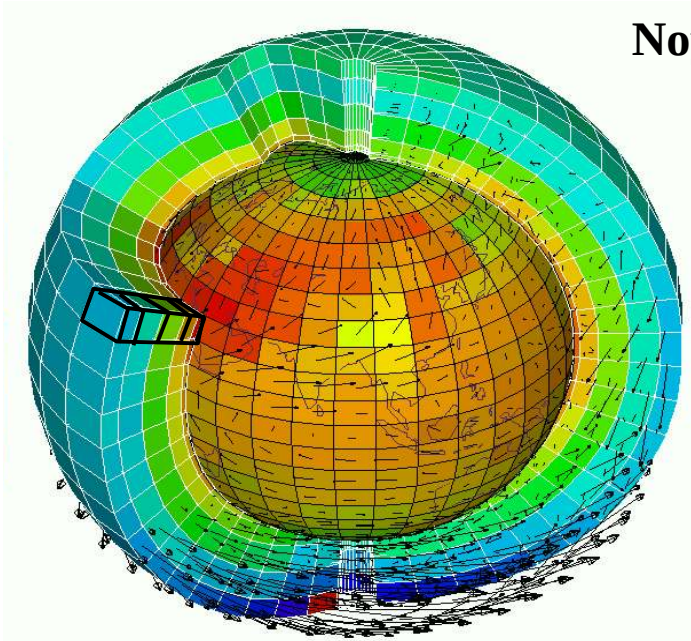
Dans une colonne du modèle ...



Objet des paramétrisations : rendre compte de l'effet des processus non résolus par ces équations

→ Termes « sources » additionnels dans les équations.

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente



Noyau dynamique : équations de bases discrétisées sur la sphère

- Conservation de la masse
$$D\rho/Dt + \rho \operatorname{div}\underline{U} = 0$$
- Conservation de la température potentielle
$$D\theta / Dt = Q / C_p (p_0/p)^\kappa$$
- Conservation de la quantité de mouvement
$$D\underline{U}/Dt + (1/\rho) \operatorname{grad} p - g + 2 \underline{\Omega} \wedge \underline{U} = \underline{F}$$
- Conservation des composants secondaires
$$Dq/Dt = Sq$$

Objet des paramétrisations : rendre compte de l'effet des processus non résolus par ces équations

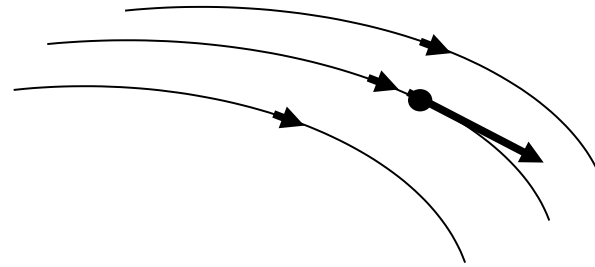
→ **Termes « sources » additionnels dans les équations.**

- **Q** : Chauffage par échanges radiatifs, conduction (négligée), condensation, sublimation, **mouvements sous maille (turbulence, convection, interaction ondes/écoulement)**
- **F** : Viscosité moléculaire (négligée), **mouvements sous-maille (turbulence, convection, ondes/écoulement)**
- **Sq** : condensation/sublimation (q= vapeur d'eau ou eau condensée), congélation/évaporation/pluie pour le sel dans l'océan, réactions chimiques, photo-dissociation (ozone, espèces chimiques), biogéochimie, microphysiques et lessivage (aérosols de pollution, poussières, ...), **mouvements sous maille (turbulence, convection, ondes écoulement)**

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente

Pour le calcul du transport, on considère les espèces chimiques ou aérosols comme des traceurs de l'écoulement, c'est à dire qu'on suppose que la concentration massique "c" est conservée le long des trajectoires d'air (vision Lagrangienne) :

$$\frac{dc}{dt}=0 \quad (\text{ou } S_c)$$

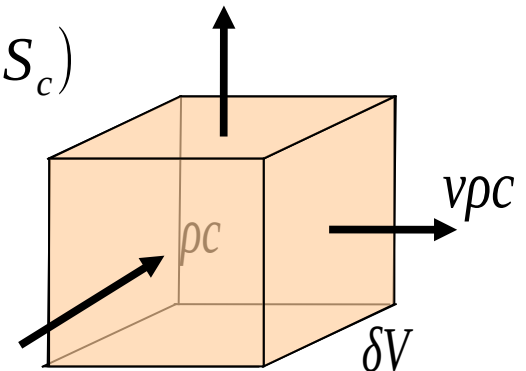


Description Eulérienne du transport

Forme advective $\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c = 0 \quad (\text{ou } S_c)$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

Forme flux ou conservative $\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v} c) = 0 \quad (\text{ou } \rho S_c)$



Diffusive or local formulations for the PBL

Reynolds decomposition

\tilde{X} : "average" or "large scale" variable

$\bar{X} = \tilde{\rho} \tilde{\mathbf{v}} / \tilde{\rho}$: air mass weighted "average"

$X = \tilde{X} + X'$: X' , turbulent fluctuation

$$\begin{aligned} \Rightarrow \rho \tilde{\mathbf{v}} c &= \rho (\bar{\mathbf{v}} + \widetilde{\mathbf{v}'}) (\bar{c} + c') \\ &= \tilde{\rho} \bar{\mathbf{v}} \bar{c} + \tilde{\rho} \overline{\mathbf{v}' c'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho c}{\partial t} + \widetilde{\text{div}(\rho \mathbf{v} c)} &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \tilde{\rho} \bar{c}}{\partial t} + \text{div}(\tilde{\rho} \bar{\mathbf{v}} \bar{c}) + \text{div}(\tilde{\rho} \overline{\mathbf{v}' c'}) = 0 \\ \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c &= -\frac{1}{\rho} \text{div}(\rho \overline{\mathbf{v}' c'}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{\rho w' c'}}{\partial z} \end{aligned}$$

Boundary layer approximation (horizontal homogeneity)
+ eddy diffusion

$$\overline{w' c'} = -K_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

- Analogy with molecular viscosity (Brownian motion \leftrightarrow turbulence)
- Down-gradient fluxes.
- Turbulence acts as a "mixing"

Turbulent diffusivity K_z

- Prandtl (1925) mixing length : $K_z = l \overline{|w'|}$ or $K_z = l^2 \frac{\partial ||\mathbf{v}||}{\partial z}$
- Accounting for static stability (Ex. Louis 1979)

$$K_z = f(Ri) l^2 \left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right|, \quad \text{with } Ri = \frac{g}{\theta} \frac{\frac{\partial \theta}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2} \quad (1)$$

- Turbulent kinetic energy $\overline{w'^2} \simeq e = \frac{1}{2} \left[\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right]$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\overline{w'u'} \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{w'v'} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'e}}{\partial z} - \epsilon$$

Spécificités des formulations diffuses dans les différents modèles

Mellor et Yamada 2.5 : $\overline{w'\phi'} = -K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z}$ with $K_\phi = l\sqrt{e}S_\phi(Ri)$

$\epsilon = e^{l(3/2)} / \Lambda$, équation (mal établie) pour la longueur de mélange.

$$\frac{\partial e}{\partial t} = K_m \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2 - K_\theta \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + K_e \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial e}{\partial z} \right) - \epsilon$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = l\sqrt{e}S_m \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2 - l\sqrt{e}S_\theta \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} - e^{3/2} / (l\Lambda)$$

Yamada 1983 dans LMDZ, Cuxart 2000 dans dans ARPEGE/AROME/MesoNH

MY 2.0 : $\frac{\partial e}{\partial t} = 0$

$$l^2 S_m \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2 - l^2 S_\theta \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = e / \Lambda$$

$\implies K_m = lS_m\sqrt{e} = f(Ri)l^2 \left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right|$, dans Arpege AR5 et LMDZ5A

Modèles K- ϵ : $\frac{\partial e}{\partial t} = \dots$ et $\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \dots$, Utilisé dans MAR (Duynderque 1988)

Les différents types de modèles et les fermetures turbulentes.

DNS : Direct Numerical Simulation. Ecoulement résolu jusqu'à l'échelle visqueuse. Pas de fermeture turbulente.

LES : Large Eddy simulations. Mailles de quelques dizaines de mètres dans l'atmosphère et quelques mètres (?) dans l'océan. Fermeture turbulente tri-dimensionnelle. Non hydrostatique.

CRM : Cloud Resolving Model. Mailles 1-2 km. Non hydrostatiques. Turbulence 1 ou 3D.

Grande échelle : Climat/météo. Mailles plus grandes que quelques km. Diffusion turbulente sur la verticale uniquement. Hydrostatiques. Ajout d'une dissipation horizontale, basée sur des images de turbulence bi-dimensionnelle de l'écoulement à grande échelle.

Schémas numériques et conditions aux limites

Intégration numérique

- Implicite en temps car constantes de temps très rapides.
- Centré en espace. Schéma naturel, esprit volumes finis.
- Intégration des équations de TKE très tatillonne.

Condition à la limite inférieure :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_c(z)}{\partial z} \quad (2)$$

$$F_c(z > 0) = -K_z \rho \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3)$$

A la surface :

$$F_c(z = 0) \text{ imposé ou} \quad (4)$$

$$F_c(z = 0) = \rho C_d ||V|| (c_s - c_1) \quad (5)$$

où c_1 et c_s sont des valeurs de c dans la première couche du modèle et à la surface.

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente

Quelques idées à retenir

→ La paramétrisation des mouvements convectifs et turbulents repose sur la décomposition de Reynolds.

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v} c) = -\text{div}(\overline{\rho \mathbf{v}' c'}) \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c = -\frac{1}{\rho} \text{div}(\overline{\rho \mathbf{v}' c'})$$

→ Cette décomposition ne nécessite pas d'hypothèses incompressible ou Boussinesq

→ Dans les modèles « grande échelle » seuls les termes verticaux sont considérés alors que la

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{\rho w' c'}}{\partial z}$$

diffusion 3D est importante dans les simulations LES (mailles de quelques dizaines de m).

→ Les développements aux perturbations des équations permettent de repousser la « fermeture » à des ordres plus loin.

→ Les fermetures en diffusion turbulente utilisant la TKE pour pronostiquer l'intensité de la turbulence sont largement utilisées dans les modèles d'océan et d'atmosphère.

$$\overline{\rho w' c'} = -\rho l \sqrt{e} \frac{\partial c}{\partial z}$$

→ Les fermetures sont rarement poussées à un ordre supérieur dans les modèles de climat mais l'ordre 3 permet une asymétrie dans les distributions et un transport remontant le gradient.

→ **Le couplage entre les « milieux » se passe au niveau des couches limites.**

→ Utilisation systématique de schémas implicites.

→ Le découpage entre systèmes nécessite de penser spécifiquement leur raccordement.

Les paramétrisations des modèles de climat

I. Modélisation du transport non résolu

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente
2. Couche limite convective
3. Convection profonde

Limitations of turbulent diffusion

Assumption leading to the diffusive approach :

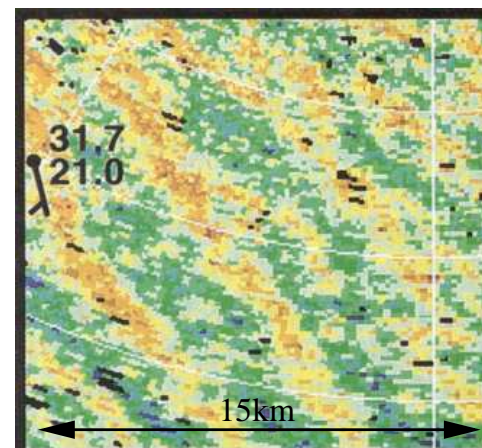
- Turbulence as a random process
- Small scale turbulence, i.e. of size $l \ll h$ with $h = \left[\frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial z} \right]^{-1}$

In the planetary boundary layer

- Long range vertical transport (from the bottom to PBL top)
- Organized structures



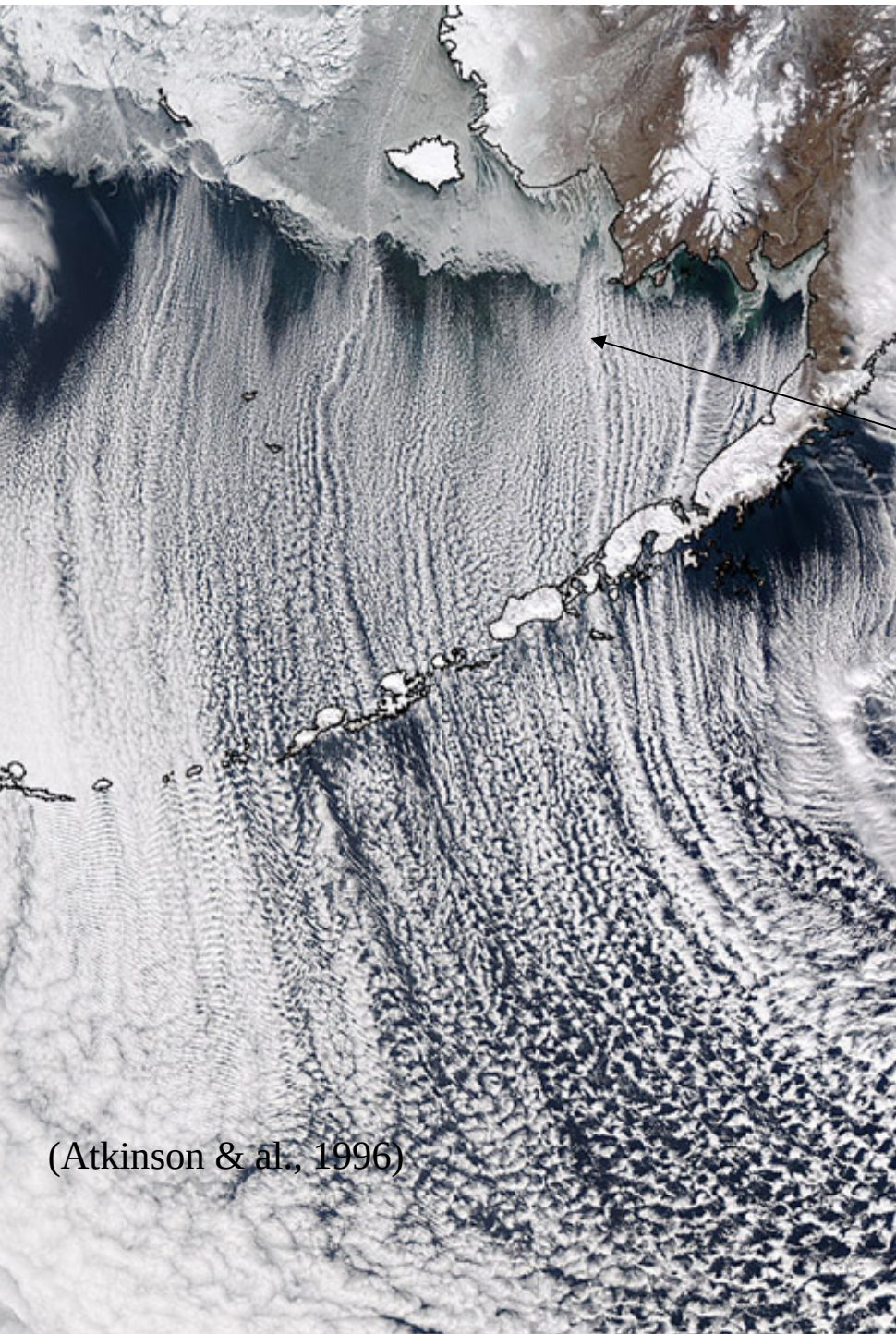
Cloud streets on North of France (March 2009, MSG)



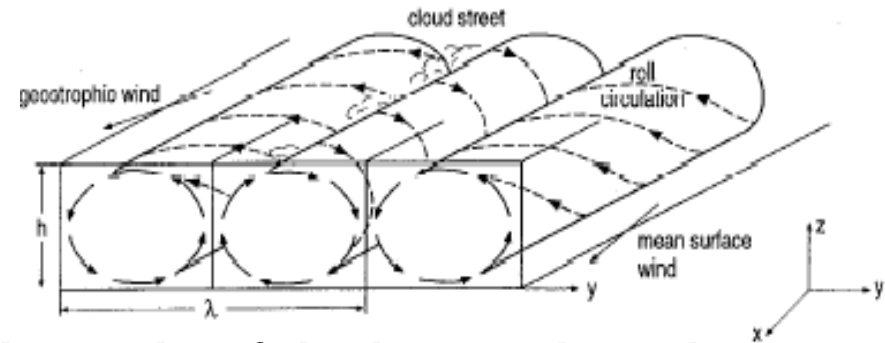
Radar echoes
dry convective
boundary layer
Florida, Hiop
Campaign

Weckwerth et al., 1997

2. Couche limite convective

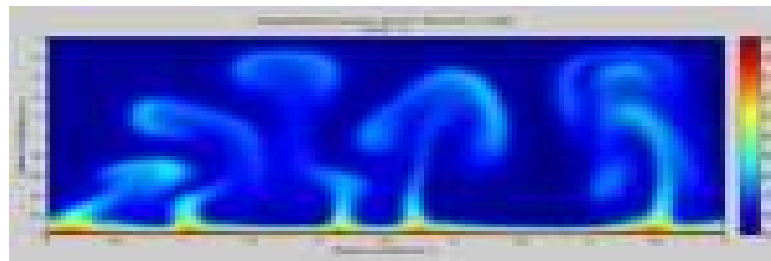
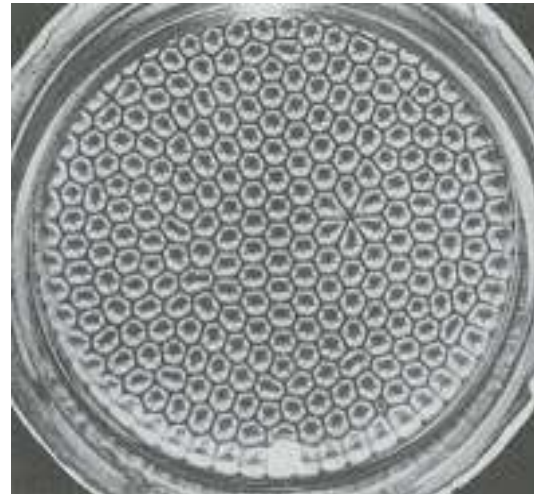


(Atkinson & al., 1996)



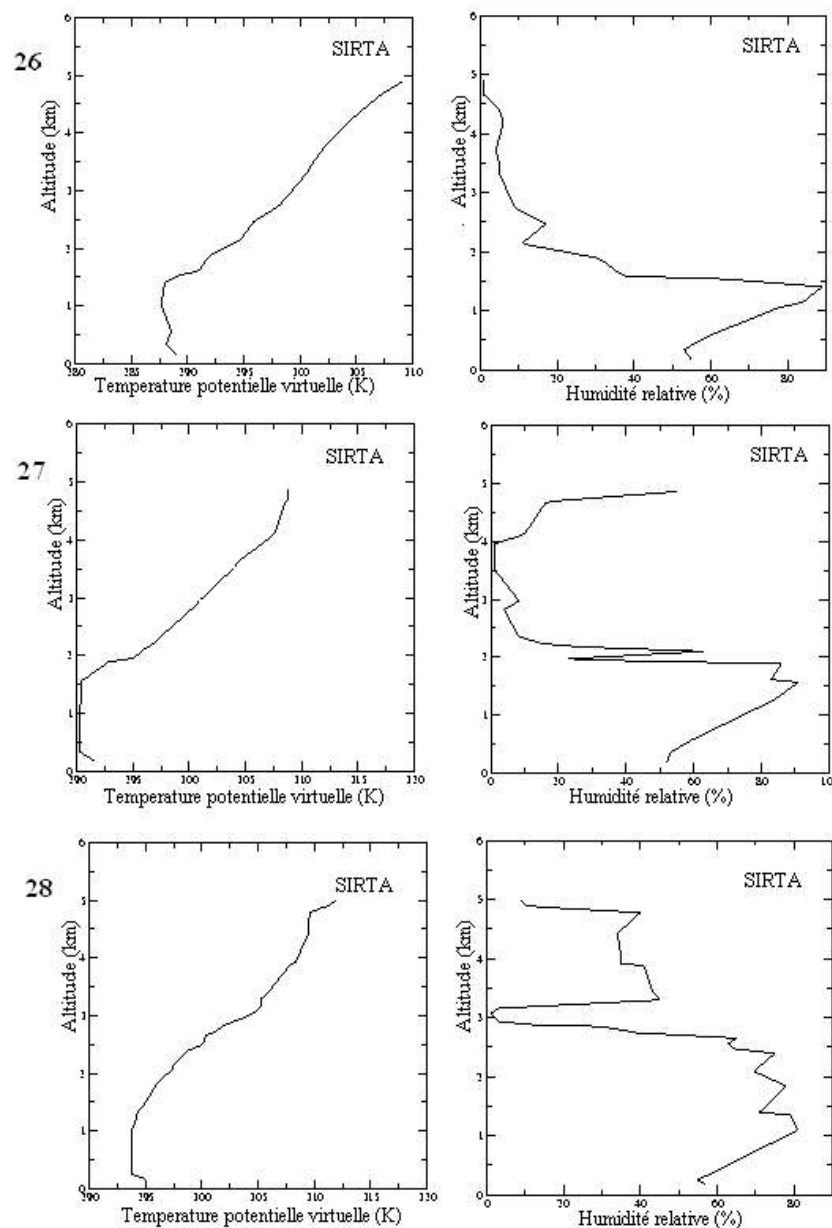
Classical examples of cloud streets obtained at the top of thermal rolls

- Polar air arriving on warm air masses
- Entry of maritime air on a warmer continent

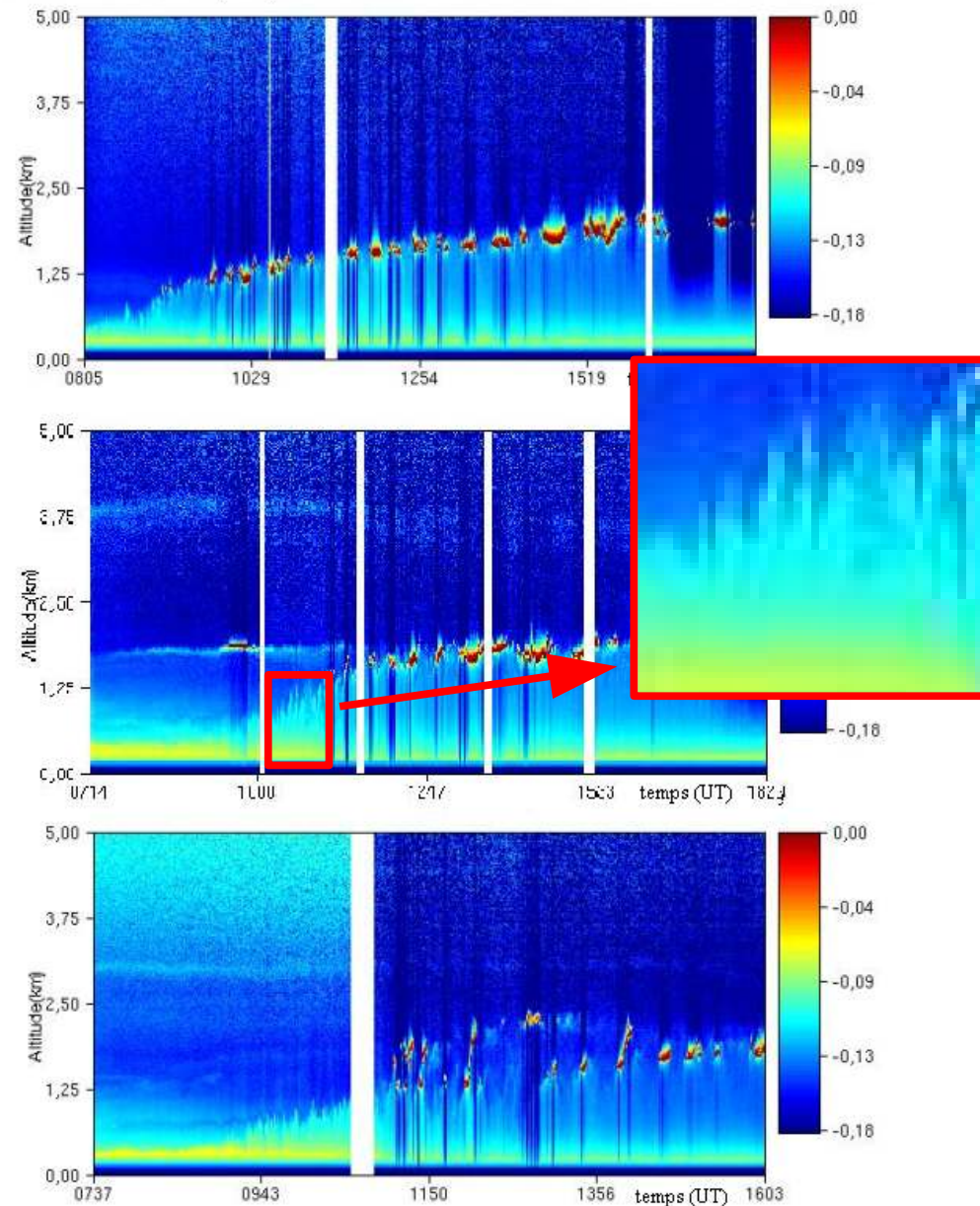


2. Couche limite convective

Z(km) ↑



T (K) RH (g/kg)
Sondages Trappes, 12:00
3 jours consécutifs

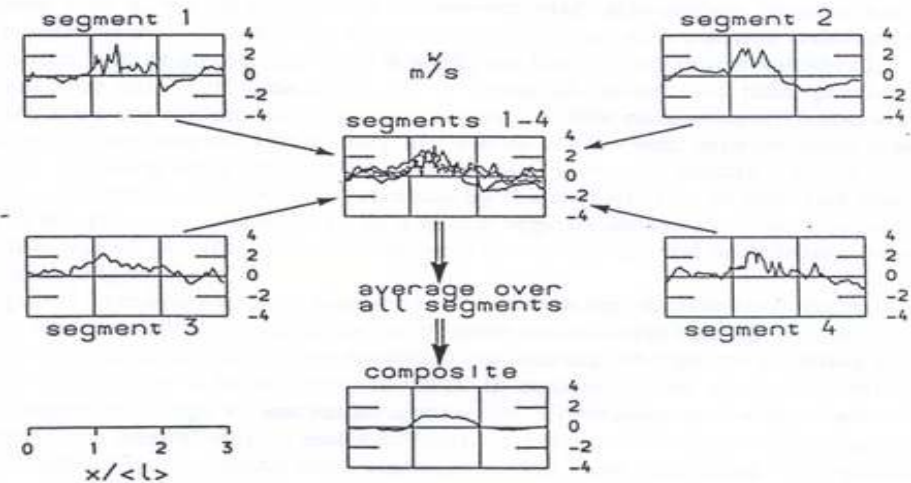
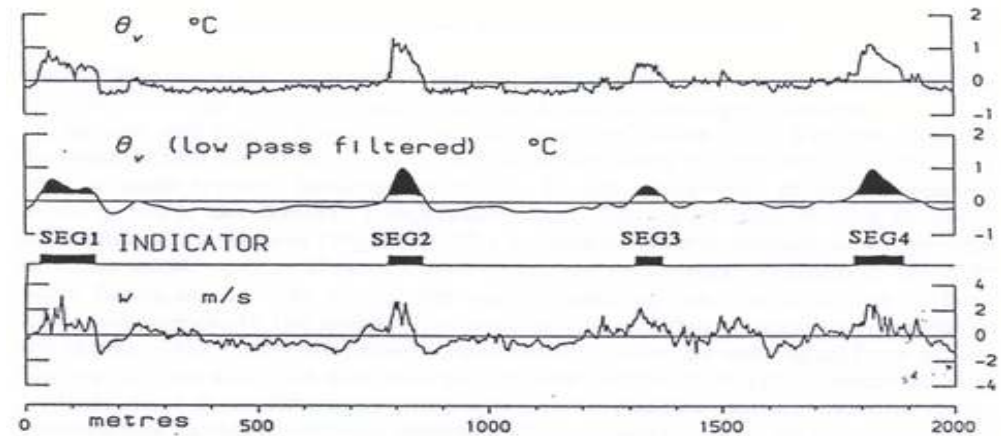


Echos Lidar, Sirta (site IPSL proches Trappes)

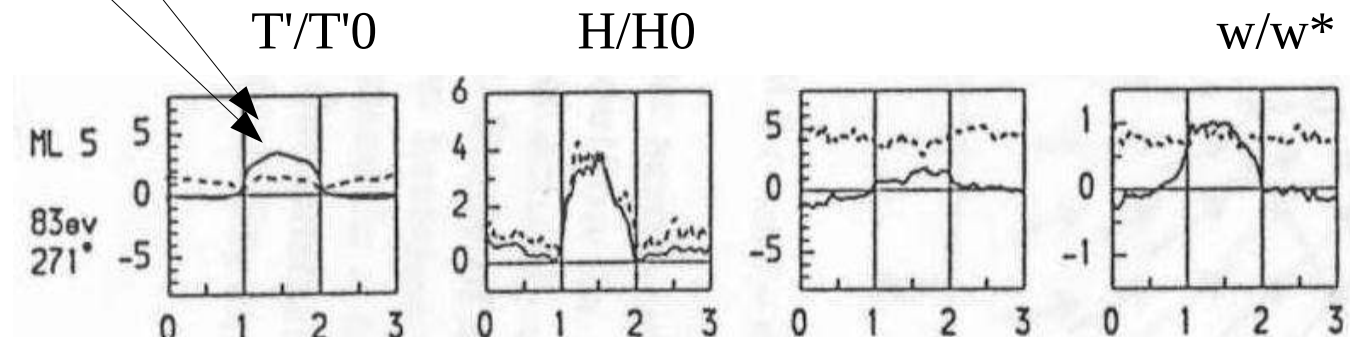
2. Couche limite convective

Reconstruction des thermiques par composite sur la température potentielle à Parir de vols avions.

Williams et Hacker 1992



Moyenne
Ecart-type



2. Couche limite convective

Convection organisée même pour les couches limites non nuageuses.

Mise en évidence dans des « Large Eddy Simulations » ou « Simulation des grands tourbillons », domaine de quelques km, mailles de qq 10m.

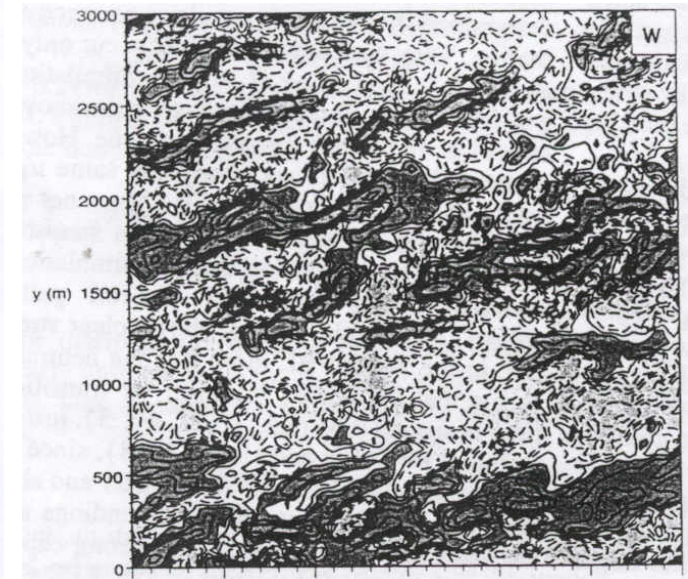
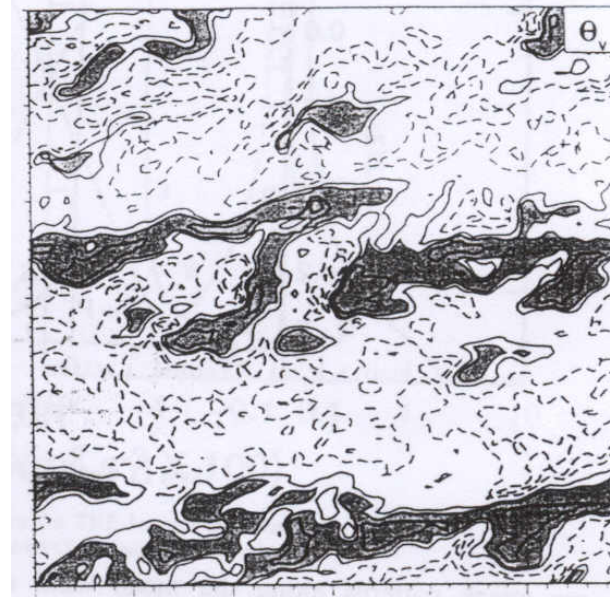
Forcé par un flux de chaleur venant de la surface

θ'

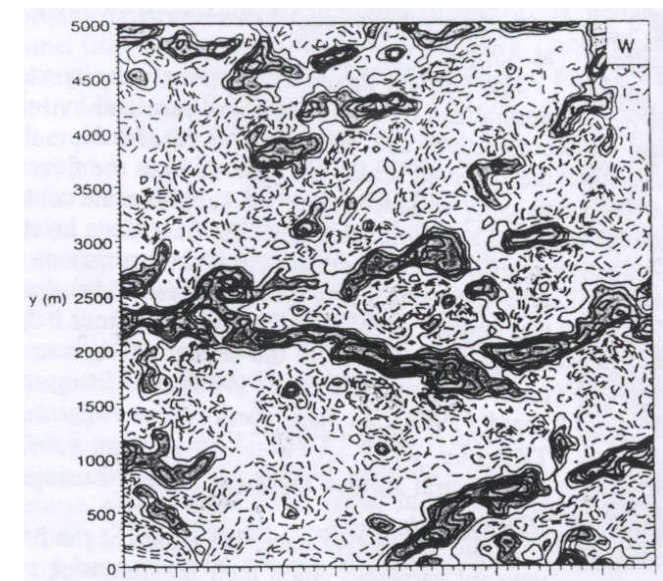
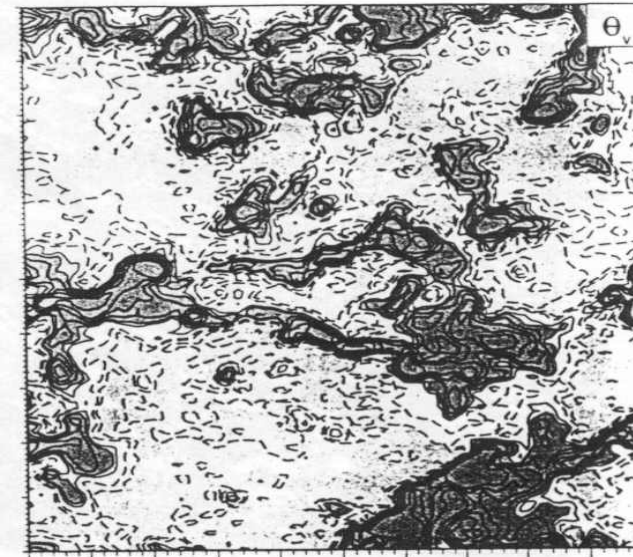
w'

Exemple de résultats de simulations LES. Coupes instantannées au niveau 0.2 Zi où Zi est la hauteur de la couche limite. Moeng et al, 1994

Simulation avec convection + cisaillement

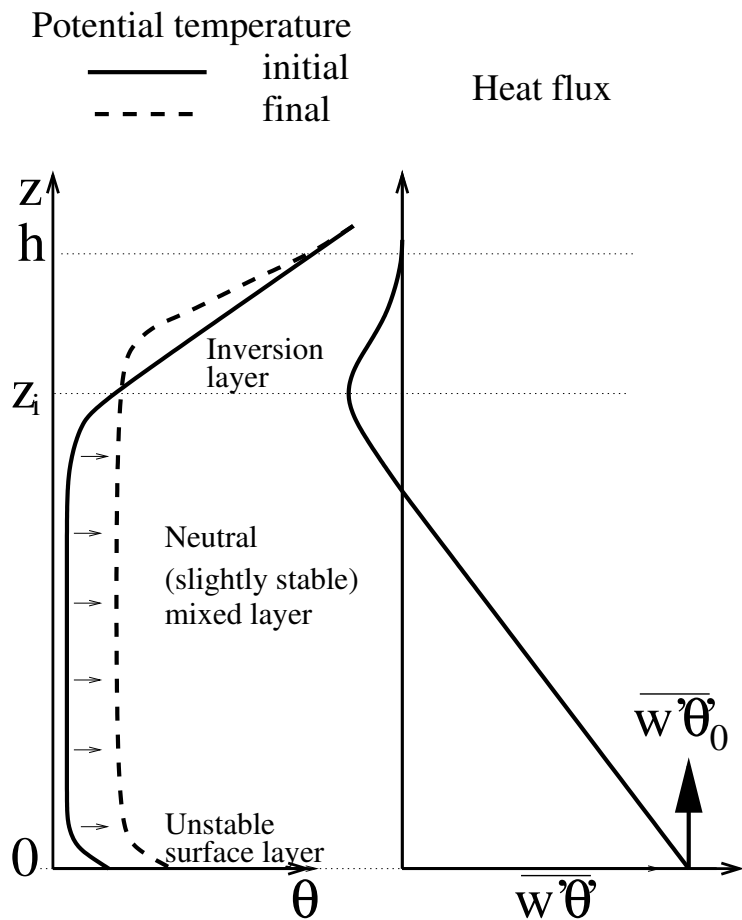


Simulation avec convection sans cisaillement (convection libre)



Limitations of turbulent diffusion

Idealized view of the dry convective boundary layer.



In the mixed layer

- Diffusive formulation

$$\overline{w'\theta'} = -K_z \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad \text{or slightly } < 0$$

- Uniform heating by the surface

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \simeq \frac{\overline{w'\theta'_0}}{z_i} \quad (\text{Cste} > 0)$$

$$\overline{w'\theta'} \simeq \frac{z - z_i}{z_i} \overline{w'\theta'_0} > 0$$

Extension of diffusive formulations

- **Introduction of a countergradient term**

$$\overline{w'\theta'} = K_z \left[\Gamma - \frac{\partial\theta}{\partial z} \right] = 0 \quad \text{with } \Gamma \simeq 1K/km \quad (6)$$

Imposed countergradient Deardorf, 1966

Revisited by Troen & Mart, 1986, Holtzlag & Boville, 1993, based on a similarity approach.

- **Non local mixing length** (Bougeault)

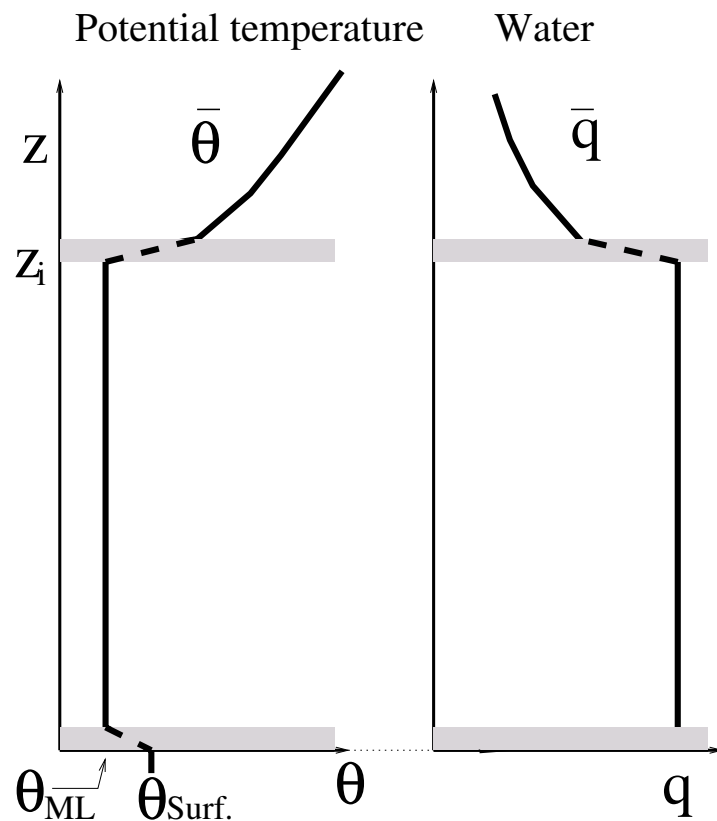
- **Higher order closures**

- Mellor & Yamada 1974, hierarchy at successive orders. Complex and still local.

- Abdella & Mc Farlane, 1997, Introduce a mass flux approach to compute the 3rd order moments in a Mellor and Yamada scheme.

"Bulk" models

Constant value (or prescribed profiles) c_{ML} with discontinuities Δc at boundaries.



$$z_i \frac{\partial c_{ML}}{\partial t} = \left[\overline{w'c'}_0 - \overline{w'c'}_{z_i} \right] \quad (7)$$

$$\text{with } \overline{w'c'}_{z_i} = -C\Delta c \quad (8)$$

Betts, Albrecht, Wang, Suarez et al 1983

Randall et al. 1992 and Lapen and Randall, 2002 : Combination of bulk models with higher order closures

Transilient matrices

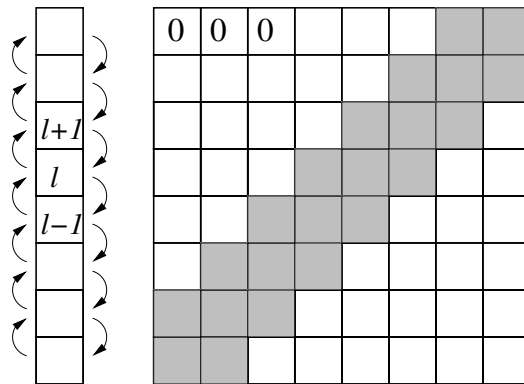
Numerical formalism (after Stull 1984)

C : Air mass exchange rate matrices between model layers

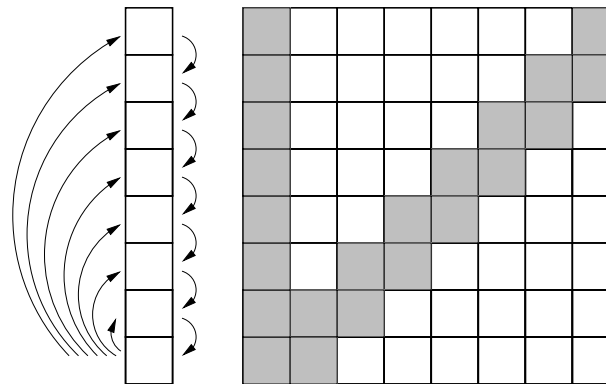
For turbulent diffusions

$$\frac{\partial c_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \simeq \frac{K_{l+1/2} (c_{l+1} - c_l) - K_{l-1/2} (c_l - c_{l-1})}{\delta z^2}$$

$$\Rightarrow C_{l,l+1} = K_{l+1/2} \frac{\delta t}{\delta z^2}, C_{l,l} = -(K_{l-1/2} + K_{l+1/2}) \frac{\delta t}{\delta z^2}, C_{l,m} = 0 \text{ for } |l - m| > 1$$



Turbulent diffusion



Assymetric Convective Model of Pleim and Chang 1992

