Développement d'un modèle physico-numérique de la couche limite convective

Cours M2 de modélisation numérique, Frédéric Hourdin
hourdin@lmd.ens.fr

23 janvier 2013

1 Introduction

On va s'intéresser ici au développement d'un modèle physico-numerique de la couche limite convective, en s'appuyant sur le Cas ARM de cycle dirune de couche limite convective avec cumulus l'après-midi.

On commencera par analyser rapidement les résultats de la simulation de ce cas réalisée avec la version de référence du modèle du LMD. On réalisera en plus une simulation sans eau (flux d'évaporation nul à la surface et humidité initiale nulle dans l'atmosphère).

Cette simulation servira de référence pour des paramétrisations développées dans le cadre du mini-projet.

2 Diffusion turbulente

On calculera la diffusion turbulente avec plusieurs version du calcul de la diffusivité K_z.

$$F_q(z) = \rho \overline{w'q'} = -\rho K_z \frac{\partial q}{\partial z} \tag{1}$$

En surface, on supposera que le flux de température potentielle θ est imposé, $F_\theta(0) = H/(\rho C_p)$.

La diffusion turbulente s'écrit

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial q}{\partial z} \tag{2}$$

On comencera par coder ce schéma sur la base de différences finies centrées en z et d'un schéma explicite temporel.

On testera notamment un schéma dans lequel le coefficient de diffusion turbulente dépend du cisaillement de vent, d'une longueur de mélange

$$l_{\text{mix}} = \frac{l_0 z}{l_0 + z} \tag{3}$$

et du nombre de Richardson

$$Ri = \frac{N^2}{M^2} \tag{4}$$

avec

$$N^2 = \frac{g}{\theta}\frac{\partial \theta}{\partial z} \tag{5}$$

et

$$M^2 = ||\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z}||^2 \tag{6}$$

$$K_z = l_{\text{mix}} \sqrt{\max\left[l_{\text{mix}} M^2 (1 - Ri/Ri_c), e_{\text{min}}\right]} \tag{7}$$

Convention d'indexage pour le codage Dans la maquette préétablie pour ce mini projet, on considère *klev* couches au milieu desquelles on détermine les variables d'état du système. Ces variables peuvent en fait être considérées comme la moyenne de la variable sur la couche en question. Les flux ou les gradients verticaux des variables sont calculés aux interfaces entre deux couches. On supposera que la surface (interface au bas de la première couche) correspond à l'indice 0. Les interfaces en bas et en haut de la couche k sont donc indexées par k et $k+1$.

Tester le schéma avec des pas de temps de 1 à 100 s pour voir la limite de stabilité. Relier cette limite aux valeurs de K_z explorées pendant la simulation.

2.1 Diffusion turbulente schéma implicite en temps

On montrera que ce schéma se ramène à une matrice tridiagonale. On utilisera cette propriété pour développer une version implicite en temps de ce schéma.

On peut pour ce faire déterminer les coefficients de la matrice et utiliser ou coder une méthode classique d'inversion.

On peut aussi inverser cette matrice avec une méthode particulière, utilisée en pratique dans les modèles de climat car elle permet un couplage avec par exemple un modèle de surface.

Dans ce second cas on commencera par introduire les coefficents A_k et B_k tels que $q_k = A_k q_{k-1} + B_k$ et on établiera à partir de l'équation de la diffusion une relation récurrente permettant de calculer (A_k, B_k) à partir de (A_{k+1}, B_{k+1}). La condition de flux turbulent nul au sommet permet de déterminer les coefficients pour $klev$.

On calucle ensuite tous les coefficients par un schéma récursif descendant pour calculer finalement les flux au sol.

En imposant le flux en surface, on peut ensuite déterminer la valeur de la grandeur au pas de temps $t + \delta t$ dans la couche 1 puis remonter sur la colonne atmosphérique pour calculer les variables d'état à partir des coefficients A_k et B_k.

A partir de simulations avec différents pas de temps, tester la stabilité et la précision du schéma.

3 Développement d'un modèle de panache thermique

On va développer ici un schéma en flux de masse des structures convectives de la couche limite. Pour ce faire, on va séparer la maille horizontalement en deux sous-partie, l'une associée aux "ascendances thermiques" et l'autre aux subsidences. On supposera pour simplifier le modèle que la partie ascendante couvre une fraction imposée $\alpha = 0.1$ de la maille.

La partie ascendante sera caractériée par une vitesse verticale w et un flux de masse $f = \alpha \rho w$.

Le flux de masse échange de l'air avec l'extérieur au travers d'un entrainement latéral e et d'un détraimenent d, de sorte que le panache, supposé stationaire obéit à l'équation de continuité pour l'air

$$\frac{\partial f}{\partial z} = e - d \tag{8}$$

On pourra avec cette équation calculer la concentration d'une variable q dans l'ascendance q_{th}, en écrivant l'équation de continuité pour le traceur :

$$\frac{\partial f q_{\mathrm{th}}}{\partial z} = eq - dq_{\mathrm{th}} \tag{9}$$

où on suppose que l'air entrainé dans le panache à comme concentration la concentration moyenne dans la maille, q.

Sur la base de cette équation, on pourra calculer en particulier la température potentielle dans le panache ascendant, θ_{th}, qui permettra de calculer la flotabilité du panache par rapport à l'environnement

$$\gamma = g \frac{\theta_{\mathrm{th}} - \theta}{\theta} \tag{10}$$

et d'en déduire la vitesse verticale au travers de l'équation de conservation du moment sur la verticale

$$\frac{\partial f w}{\partial z} = -dw + \rho\gamma \tag{11}$$

Qu'on simplifiera en supposant $\rho\alpha = cste$ et $d = 0$. On écrira les équations de conservation avec des schémas amont pour le calcul des termes de transport sur la verticale.

Pour calculer la flotabilité dans la première couche, on supposera que l'air dans la partie montante de la maille a comme température potentielle une extrapolation linéaire au sol de la température potentielle des deux premières couches.

Commencer par écrire le schéma sur le papier. Il faudra intégrer dans un premier temps depuis la première couche vers le sommet de l'atmosphère le calcul de w, de γ et de θ_{th}. On déterminera indirectement e et d à partir de l'équation Eq. 8 comme

$$e = \max\left(\frac{\partial f}{\partial z}, 0\right) + \epsilon \tag{12}$$

$$d = \max\left(-\frac{\partial f}{\partial z}, 0\right) + \epsilon \tag{13}$$

Une fois les propriétés du thermique calculées, la contribution aux flux s'écrira sous la forme

$$F_q = f(q_{\mathrm{th}} - q) \tag{14}$$

où la valeur de q_{th} dans l'ascendance aura été calculée au travers de l'Eq. 9.