

# **Représentation du transport direct et inverse dans les modèles globaux de climat et étude des couplages entre composition et dynamique atmosphérique sur Titan.**

Frédéric Hourdin

Mémoire présenté pour obtenir une Habilitation à Diriger des  
Recherches

soutenu le **6 avril 2005**

devant un jury composé de :

<b>M. Michel CABANE</b>	Président
<b>M. Pierre DROSSART</b>	Rapporteur
<b>M. Ray PIERREHUMBERT</b>	Rapporteur
<b>M. Patrick MASCART</b>	Rapporteur
<b>M. Alain HAUCHECORNE</b>	Examineur
<b>M. Daniel GAUTIER</b>	Examineur
<b>M. Olivier TALAGRAND</b>	Examineur

Travaux réalisés :  
au Laboratoire de Météorologie Dynamique du  
CNRS  
Institut Pierre Simon Laplace  
NOLOGO

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
1.1	Avant propos . . . . .	9
1.2	Couplages entre composition et transport atmosphérique . . . . .	9
1.3	Modélisation du climat . . . . .	10
1.4	Représentation du transport dans les modèles globaux . . . . .	11
1.5	Calculs de dispersion et surveillance de l'environnement . . . . .	12
1.6	Couplages entre composition et dynamique sur Titan . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Représentation du transport des espèces traces</b>	<b>17</b>
2.1	Le modèle LMDZ . . . . .	19
2.1.1	Description générale . . . . .	19
2.1.2	Discretisation des équations primitives . . . . .	20
2.1.3	Les paramétrisations physiques du modèle de climat terrestre . . . . .	23
2.1.4	Organisation informatique - version unidimensionnelle - mode guidé . . . . .	28
2.2	L'équation de transport : séparation d'échelles . . . . .	29
2.2.1	Séparation des processus . . . . .	29
2.2.2	Séparation d'échelles . . . . .	30
2.3	Le transport grande échelle . . . . .	31
2.3.1	Les différentes approches . . . . .	31
2.3.2	Les schémas en volumes finis . . . . .	32
2.3.3	Description des schémas en dimension un . . . . .	33
2.3.4	Le schéma de Godunov . . . . .	35
2.3.5	Schémas du second ordre . . . . .	36
2.3.6	Limiteurs de pentes . . . . .	37
2.3.7	Schémas du troisième ordre . . . . .	39
2.3.8	Introduction des schémas dans LMDZ . . . . .	39
2.3.9	Tests bidimensionnels . . . . .	43
2.3.10	Remarques pour conclure . . . . .	47
2.4	Le transport sous-maille . . . . .	47
2.4.1	Turbulence de couche limite . . . . .	47
2.4.2	Convection nuageuse . . . . .	48
2.5	Architecture . . . . .	50
2.6	Eléments de validation de la composante traceurs de LMDZ . . . . .	52

2.6.1	Simulations Radon . . . . .	52
2.6.2	Evaluation sur la campagne ETEX . . . . .	55
2.6.3	Discussion . . . . .	56
2.7	Applications et perspectives . . . . .	60
2.7.1	Applications "traceurs" avec le modèle LMDZ . . . . .	60
2.7.2	Inclusion de la composante traceurs dans le modèle de convection d'Emanuel . . . . .	61
2.7.3	Transport des variables actives . . . . .	63
<b>3</b>	<b>Le "modèle du thermique"</b>	<b>69</b>
3.1	Bases physiques des paramétrisations en diffusion . . . . .	71
3.1.1	La longueur de mélange . . . . .	71
3.1.2	Les fermetures basées sur une équation pronostique de l'énergie cinétique turbulente . . . . .	73
3.1.3	Les fermetures basées sur un équilibre de l'énergie cinétique turbulente .	78
3.1.4	Les paramétrisations basées sur des relations de similitude . . . . .	78
3.2	Spécificités de la couche limite convective . . . . .	81
3.2.1	Organisation à meso-échelle . . . . .	82
3.2.2	Le cycle diurne de la couche limite continentale . . . . .	87
3.2.3	Caractérisation des grandeurs turbulentes dans la couche limite convective	90
3.2.4	Analyse d'échelle de la couche limite convective . . . . .	94
3.3	Les fermetures non locales et la couche limite convective . . . . .	97
3.3.1	Contre-gradient et modèles non locaux . . . . .	97
3.3.2	Matrices de transilience . . . . .	98
3.3.3	Les modèles en flux de masse . . . . .	99
3.4	Le modèle du thermique . . . . .	102
3.4.1	Idéalisation d'une cellule thermique . . . . .	102
3.4.2	Déentraînement et environnement du thermique . . . . .	104
3.4.3	Les équations du modèle . . . . .	105
3.4.4	Fermeture locale . . . . .	107
3.5	Comparaison avec les simulations des grands tourbillons . . . . .	107
3.5.1	Description des simulations des grands tourbillons . . . . .	108
3.5.2	Les simulations uni-colonnes . . . . .	109
3.5.3	Résultats numériques . . . . .	110
3.5.4	Sensibilité aux paramètres . . . . .	115
3.5.5	Dans le thermique . . . . .	118
3.5.6	Moments du second ordre . . . . .	118
3.5.7	Transport de quantité de mouvement . . . . .	121
3.6	Simulations uni-colonnes de la POI 2 d'ESQUIF . . . . .	122
3.6.1	La POI 2 d'ESQUIF . . . . .	122
3.6.2	Les simulations unidimensionnelles . . . . .	123
3.6.3	Résultats . . . . .	124
3.7	Transport des traceurs dans la couche limite . . . . .	126



3.8	Conclusions . . . . .	134
3.8.1	Résumé des principaux résultats . . . . .	134
3.8.2	Les nuages . . . . .	135
3.8.3	Utilisation du modèle zoomé et guidé . . . . .	137
<b>4</b>	<b>Inversion du transport atmosphérique</b>	<b>141</b>
4.1	Contexte . . . . .	141
4.2	Rétro-transport et transport adjoint . . . . .	145
4.2.1	Symétrie temporelle du transport atmosphérique . . . . .	146
4.2.2	Extension à des sources et puits linéaires . . . . .	147
4.2.3	Dérivation adjointe . . . . .	149
4.2.4	Lien entre symétrie et conservation . . . . .	151
4.3	Symétrie des paramétrisations de la turbulence . . . . .	152
4.3.1	Séparation d'échelle . . . . .	152
4.3.2	Diffusion turbulente et émissions de surface . . . . .	152
4.3.3	Paramétrisations en flux de masse du transport convectif . . . . .	155
4.3.4	Matrices d'échange . . . . .	158
4.4	Symétrie des modèles numériques . . . . .	158
4.4.1	Mise en œuvre dans LMDZ . . . . .	158
4.4.2	Illustration numérique . . . . .	159
4.4.3	Modèle adjoint . . . . .	161
4.4.4	Vérification de la symétrie temporelle des algorithmes . . . . .	162
4.4.5	Symétrie du schéma d'advection . . . . .	163
4.4.6	Diffusion turbulente . . . . .	165
4.4.7	Modèles de convection en flux de masse . . . . .	165
4.4.8	Puits linéaires . . . . .	167
4.4.9	Symétrie du modèle complet . . . . .	167
4.5	Le cas des algorithmes ne respectant pas la symétrie . . . . .	167
4.5.1	Calculs de sensibilité . . . . .	167
4.5.2	Expériences de minimisation . . . . .	171
4.6	Illustrations et applications . . . . .	174
4.6.1	Evaluation des capacités de détection du réseau TICE . . . . .	174
4.6.2	Inversion des paramètres de la source . . . . .	177
4.6.3	Inversion de sources continues . . . . .	178
4.6.4	Quelques remarques d'ordre général pour les applications . . . . .	178
4.7	Conclusion . . . . .	179
<b>5</b>	<b>Dynamique et composition de la stratosphère de Titan</b>	<b>181</b>
5.1	Changement de décor . . . . .	181
5.2	Modélisation tridimensionnelle de la circulation . . . . .	185
5.2.1	Mise en évidence de la superrotation . . . . .	185
5.2.2	Modélisation numérique . . . . .	188
5.2.3	Le processus de Gierasch-Rossow . . . . .	189

5.2.4	Superrotation : le cas de Titan . . . . .	192
5.2.5	Mise en évidence des couplages entre dynamique et composition . . . . .	194
5.3	Modélisation couplée dynamique/microphysique/chimie . . . . .	199
5.3.1	Le modèle bidimensionnel . . . . .	199
5.3.2	Transport latitudinal par les ondes dans un modèle en eau peu profonde .	200
5.3.3	Paramétrisation en longueur de mélange du transport latitudinal des espèces traces . . . . .	204
5.3.4	Paramétrisation du transport latitudinal du moment cinétique . . . . .	205
5.3.5	Modélisation de la brume . . . . .	207
5.3.6	Modélisation de la chimie . . . . .	208
5.3.7	Grille et spécifications diverses . . . . .	209
5.4	Couplages entre dynamique et composition . . . . .	210
5.4.1	Origine de la brume détachée . . . . .	210
5.4.2	Rétroaction de la composition sur la dynamique . . . . .	213
5.4.3	L'asymétrie Nord/Sud . . . . .	213
5.5	Composition, vents et condensation . . . . .	216
5.5.1	Composition du vortex polaire . . . . .	218
5.5.2	Amplitude de l'enrichissement polaire . . . . .	222
5.5.3	Contraintes sur les vents . . . . .	225
5.5.4	Variations saisonnières . . . . .	229
5.5.5	Que va observer Cassini ? . . . . .	232
5.6	Quelques remarques pour finir . . . . .	235
<b>6</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>239</b>
6.1	Quelques enseignements . . . . .	239
6.1.1	Décomposition et paramétrisation du transport . . . . .	239
6.1.2	Des traceurs du transport atmosphérique . . . . .	241
6.2	Et après . . . . .	242
6.2.1	Couplage couche limite, convection, nuages . . . . .	242
6.2.2	Planètes et climats . . . . .	246
<b>A</b>	<b>Lexique (jargon et acronymes)</b>	<b>249</b>

---

### *Merci ...*

*Un grand merci d'abord aux étudiants que j'ai eu le plaisir d'encadrer ces dernières années et qui ont contribué à des titres divers à l'avancée des travaux présentés ici. Plutôt que de les nommer dans ce préambule, je les ai mentionnés au fil des chapitres. Beaucoup de ces étudiants ont depuis trouvé leur place, dans la recherche ou ailleurs, mais quelques uns sont venus malheureusement grossir durablement les bataillons de la précarité que nous avons laissé prospérer autour de nos instituts de recherche.*

*Merci ensuite aux collègues qui gravitent autour du noyau dur du "LMD-Jussieu" et avec qui nous avons construit au fil des ans un environnement de travail sérieux et néanmoins fort sympathique sans lequel ce travail n'aurait pas été possible. Quand je pense à cet environnement, me vient souvent l'image d'une niche écologique où compétences (depuis la physique fondamentale jusqu'au secrétariat), intelligence et originalité s'additionnent dans la bonne humeur, à l'abri du carriérisme et de la surenchère programmatique et technocratique qui semblent le lot quotidien de la recherche "moderne" ; où l'on sait encore qu'avant d'aller jouer les moulins à vent de mitings en projets européens, il faut avoir du grain à moudre et donc commencer par labourer, semer, moissonner. Alors, à vous tous qui vous reconnaitrez, un immense merci.*

*Je veux enfin remercier ceux des responsables qui m'ont épaulé à un moment ou un autre au cours de ces travaux. Comme ils auront peut-être plus de difficulté à se reconnaître, je citerai en particulier Olivier Talagrand, Jean-Paul Huot, Gérard Mégie, Sylvie Joussaume, Hervé Le Treut et Claude Basdevant. Merci enfin aux voyageurs, proches ou lointains, qui ont accepté de participer au jury.*



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Avant propos

Deux objectifs, en partie contradictoires, m'ont guidé dans la rédaction de ce document. Le premier est d'ordre statutaire : pour soutenir une Habilitation à Diriger des Recherches, il faut rédiger une synthèse de ses travaux antérieurs, souvent déjà publiés en anglais dans des revues à comité de lecture. Le second objectif que je me suis fixé est de profiter de cet exercice imposé pour essayer d'écrire un texte qui puisse servir plus ou moins directement de support de travail pour des collègues, voir de support pédagogique sur différents sujets auxquels je me suis intéressé au cours des dix dernières années. Faute d'avoir pu y consacrer suffisamment de temps, ces objectifs ne sont certainement que partiellement atteints. Les rapporteurs et examinateurs ne manqueront pas de trouver le document trop long. Les collègues ou étudiants voulant se renseigner sur un des sujets abordés le trouveront incomplet ou elliptique ; déséquilibré entre des parties trop techniques et d'autres trop vagues. J'espère que l'exercice restera malgré tout utile. Parmi les efforts pour accroître la lisibilité, j'ai essayé de réduire au maximum le nombre des acronymes utilisés et de répertorier en fin de document ceux qui sont utilisés.

Le texte est composé de quatre parties plus ou moins indépendantes, avec à chaque fois une introduction assez complète et des conclusions et perspectives. L'introduction et la conclusion du document sont donc plutôt là pour broser le cadre général du travail pour l'une et tracer des perspectives générales pour l'autre. Le fil conducteur de ces différentes parties est le transport atmosphérique et la modélisation de ce transport dans les modèles globaux de climat.

### 1.2 Couplages entre composition et transport atmosphérique

Les couplages entre composition et transport atmosphérique occupent une place grandissante dans l'étude des atmosphères planétaires.

Ces couplages sont tout d'abord au centre d'une partie des questions relatives au changement climatique. En effet, une part des incertitudes relatives au réchauffement global du climat terrestre provient des incertitudes sur l'évolution de la composition même de l'atmosphère (CO<sub>2</sub>, méthane, ozone troposphérique, aérosols). Or l'évolution de cette composition est étroitement

liée au transport atmosphérique et au climat. Pour le  $\text{CO}_2$ , l'augmentation des concentrations atmosphériques sous l'effet des émissions anthropiques conduit à une augmentation du stockage dans les océans et les écosystèmes. Le puits biosphérique est lui-même sensible à l'évolution du climat. Les estimations actuelles prévoient une réduction du puits biosphérique consécutive au changement climatique qui pourrait correspondre à une rétroaction positive de 15% sur la teneur en  $\text{CO}_2$  de l'atmosphère (Dufresne et al., 2002). La modification de l'ozone troposphérique est également étroitement couplée à l'évolution de la température et de l'humidité. Les changements des vents en surface peuvent également modifier le soulèvement des poussières désertiques ou les émissions de DMS (précurseurs des aérosols soufrés) par les océans (Bopp et al., 2004).

Au-delà des modifications de la composition, la sensibilité du climat à un changement de concentration imposé est également souvent conditionnée par des processus de transport. La fameuse rétroaction vapeur d'eau (l'atmosphère plus chaude se charge en vapeur d'eau, ce qui augmente en retour l'effet de serre) peut par exemple être fortement modulée par les processus de transport. Si on suppose par exemple que le réchauffement résulte également en une augmentation de l'altitude de la pénétration de la convection (convection nuageuse ou grands systèmes de Hadley-Walker), l'air subsident autour de ces zones convectives sera au contraire plus sec. Même si les processus de transport sont plus complexes (cf. par exemple Pierrehumbert et Roca, 1998), il n'en reste pas moins que l'accroissement d'humidité lors d'un réchauffement climatique peut être modulé par les changements d'advection. Les effets indirects des aérosols (une augmentation du nombre de noyaux de condensation résultant en des nuages formés de plus petites gouttes, donc plus brillants et moins précipitants) sont également une source importante d'incertitude sur l'amplitude du changement climatique, étroitement liée au transport et à la microphysique.

Concernant les couplages entre composition et dynamique atmosphérique sur les autres planètes, on mentionnera d'abord le cas des poussières sur Mars. En dehors des bandes d'absorption du  $\text{CO}_2$ , constituant majoritaire de la fine atmosphère martienne, la poussière est le principal constituant actif radiativement. Cette poussière est en permanence soulevée du sol du grand désert martien par des rafales de vent, des tornades ou de petites tempêtes locales. Régulièrement, des tempêtes plus importantes se déclenchent, soulevant la poussière sur des milliers de kilomètres. A certaines périodes de l'année, ces tempêtes peuvent finalement dégénérer en événements globaux spectaculaires, au cours desquels la surface de Mars est entièrement voilée pour l'œil d'un observateur extérieur. La circulation est alors profondément modifiée (Hourdin et al., 1993). Notons enfin les couplages entre la photochimie, la microphysique des brumes et la circulation stratosphérique sur Titan qui ont largement retenu notre attention au cours des années passées et qui font l'objet d'un chapitre du présent document.

### 1.3 Modélisation du climat

La modélisation numérique globale est devenue un outil de base pour aborder ces systèmes complexes. Les modèles de circulation générale atmosphérique, développés au début des années 70 pour les besoins de la prévision météorologique, se sont petit à petit enrichis tant sur le plan physique (représentation des nuages, modèles thermodynamiques du sol, paramétrisation

de la convection) que par la prise en compte du couplage avec les autres composantes du système climatique. On pense en particulier pour la Terre au couplage avec l'océan, la végétation, la chimie ou les aérosols. Ces développements ont abouti dans les années récentes au concept de "modèles intégrés du climat" (les soi-disant "Earth system models") utilisés notamment pour essayer de prévoir les évolutions futures du climat. Un modèle de ce type est actuellement développé et utilisé à l'IPSL. Il comprend, couplé au modèle de circulation générale atmosphérique LMDZ, le modèle de circulation générale océanique ORCALIM, le modèle des surfaces continentales ORCHIDEE et le module aérosols-chimie INCA. Ce modèle est actuellement impliqué dans la réalisation de "scénarios climatiques" pour le prochain rapport du GIEC.

Une des originalités de la recherche menée au LMD est d'étudier de front et avec le même outil, LMDZ, le climat de la Terre et celui d'autres planètes du système solaire, en particulier Mars et Titan. En parallèle du développement du modèle intégré terrestre, et souvent même avant, les versions planétaires ont connu des évolutions similaires. Sur Mars, ce sont les couplages avec le cycle du carbone (un quart de l'atmosphère de  $\text{CO}_2$  se condense saisonnièrement dans les calottes polaires), des poussières (on en a parlé plus haut) et de l'eau (avec l'enjeu de déterminer les réservoirs d'eau sous la surface et de comprendre les évolutions passées du climat de la planète rouge) qui ont été inclus dans les modèles de circulation existants (Hourdin et al., 1993, 1995a; Forget et al., 1998; Montmessin et al., 2004). Pour Titan, les couplages avec la photochimie et la brume (Rannou et al., 2002; Lebonnois et al., 2003b; Hourdin et al., 2004) ou le méthane (Tokano et al., 2001) ont également été inclus dans les modèles existants.

## **1.4 Représentation du transport des traceurs dans les modèles globaux**

Pour la modélisation des couplages entre composition et climat, une étape essentielle du travail de développement consiste à introduire, dans le modèle de circulation générale atmosphérique, les algorithmes permettant de représenter le transport des espèces traces. Il faut traiter à la fois le transport par l'écoulement explicitement représenté dans le modèle de circulation (c'est à dire pour des échelles supérieures à quelques centaines ou dizaines de kilomètres) et le transport par les écoulements non résolus, turbulents ou convectifs. C'est en fait l'introduction, dans le modèle LMDZ, de schémas permettant de représenter le transport à grande échelle qui a donné le coup d'envoi à l'ensemble des études présentées ici. Nous avons plus particulièrement mis en œuvre dans le modèle LMDZ des schémas en volumes finis développés à l'origine par Van Leer (1977). Les versions terrestre et planétaires étant développées de front, ce travail d'introduction du transport a été effectué de fait à la fois pour la Terre, Mars et Titan. Cette version avec transport des traceurs du modèle LMDZ est à l'origine d'un grand nombre de développements et applications concernant ces trois planètes. Ce travail préliminaire est décrit dans le Chapitre 2.

Je me suis ensuite plus particulièrement intéressé au transport vertical par les structures méso-échelles de la couche limite convective. Ces structures (rouleaux, cellules thermiques),

bien connues des amateurs de vol libre (deltaplanes, planeurs, parapentes), ne sont en général pas considérées de façon spécifique dans les modèles de circulation globaux, qui privilégient, à un bout, une vision en diffusion du transport turbulent dans la couche limite et, à l'autre bout, des schémas de convection profonde, contrôlés pour une bonne part par les changements de phase de l'eau. Les modèles doivent du coup inclure des traitements adhoc ("contre-gradients", "ajustement convectif") pour pallier l'absence de paramétrisation des structures convectives de couche limite ; ces structures convectives qui, sur des régions désertiques ou sur une planète-désert comme Mars, peuvent dominer le transport vertical jusqu'à plusieurs kilomètres au-dessus de la surface. Cette nouvelle paramétrisation, le "modèle du thermique", basée sur une formulation dite "en flux de masse", est décrite en détail dans le Chapitre 3. Y sont également présentées différentes validations par rapport à des simulations numériques des grands tourbillons ou à des observations.

## 1.5 Calculs de dispersion et surveillance de l'environnement

En marge des questions relevant directement des couplages entre composition et climat, les outils développés pour le transport des espèces traces peuvent être utilisés pour étudier la dispersion de polluants atmosphériques à écoulement atmosphérique connu. On présente dans les chapitres 2 et 3 de tels calculs de dispersion, réalisés ici à des fins de validation des algorithmes de transport. Dans ces simulations numériques, on force le modèle de circulation atmosphérique à suivre au plus près la situation synoptique afin de comparer, au jour le jour, les concentrations observées de certains constituants avec des données de terrain. La technique employée est baptisée "nudging" en Anglais ce qu'on traduira ici par "guidage". Cette technique consiste à relaxer en permanence les champs météorologiques du modèle vers des données d'"analyses" ou "réanalyses" produites par les grands centres de prévisions météorologiques. Dans ce cas, le modèle de circulation joue le rôle d'une espèce d'interpolateur physique sur le maillage choisi et permet de recalculer un jeu cohérent de grandeurs physiques nécessaires à la représentation du transport grande échelle et sous-maille. Les grandeurs nécessaires pour les algorithmes de transport des traceurs peuvent être soit passées directement aux algorithmes concernés, soit stockées dans des fichiers puis relues pour le seul calcul du transport des espèces traces. On parlera de modes "branché" et "débranché".

Il s'avère que le modèle guidé et débranché, développé à l'origine pour des besoins de validation dans le cadre des études couplées chimie-climat, est un modèle global de dispersion atmosphérique parfaitement adapté à certaines questions relatives à la surveillance de l'environnement. Un travail spécifique a été entrepris dans ce domaine suite à une demande du CEA relative à la surveillance des essais nucléaires à partir de la mesure de la concentration en éléments radioactifs. Il s'agit d'un cas classique de problème inverse dans lequel on veut obtenir des contraintes sur les sources à partir de mesures de concentration. Avec Robert Sadourny, nous sommes convaincus, à l'époque de la demande, qu'il était légitime, pour répondre à cette question, d'inverser la direction du temps dans le modèle de transport Eulérien (débranché). En émettant un traceur au niveau des détecteurs, le modèle calcule alors la distribution d'origine de l'air échantillonné à la station.



L'utilisation du transport inverse et de "modèles de détecteurs" pour aborder ce type de question n'est pas nouvelle. Mais le fait qu'on puisse utiliser directement les codes Eulériens à rebours dans le temps (ce que nous appellerons le "rétro-transport Eulérien") ne semblait pas vraiment acquis. Ce travail sur la détection des essais nucléaires a donc été l'occasion de clarifier la théorie sous-jacente. Le rétro-transport Eulérien peut être présenté d'un point de vue physique comme une formulation Eulérienne de l'approche des rétro-trajectoires Lagrangiennes, largement utilisée dans la communauté des chimistes de l'atmosphère pour interpréter des mesures de composition ponctuelles. Le rétro-transport Eulérien peut également être présenté d'un point de vue mathématique comme l'adjoint du transport direct pour un produit scalaire particulier, pondéré par la masse de l'air sous-tendant le transport. Les visions à la base des rétro-trajectoires et de l'approche adjointe sont cependant suffisamment différentes pour que les outils développés le soient aussi, avec des conséquences importantes sur l'efficacité des algorithmes d'inversion. Le Chapitre 4 présente de façon détaillée à la fois les aspects théoriques, des illustrations numériques et des exemples d'application pour la surveillance des essais nucléaires. Les outils développés à cette occasion sont en cours d'intégration dans une chaîne opérationnelle au CEA.

## 1.6 Couplages entre composition et dynamique sur Titan

La dernière partie de ce document concerne Titan, le plus gros satellite de Saturne. Titan fait partie de ces objets fascinants du système solaire révélés par l'épopée Voyager. En 1981, les responsables des missions Voyager choisissent de privilégier pour la sonde Voyager 1 un survol de Titan plutôt que de poursuivre la course vers Uranus et Neptune (périple magistralement réussi ensuite par Voyager 2). On sait en effet à l'époque que Titan est, avec la Terre, le seul corps tellurique du système solaire entouré d'une atmosphère dense d'azote (1,5 bar à la surface). Les photos renvoyées vers la Terre sont très décevantes. Une épaisse couche de brume orangée voile entièrement la surface. Tout juste peut-on distinguer un léger contraste entre les deux hémisphères, signe probable d'un effet saisonnier. Les mesures spectroscopiques permettent en revanche d'identifier un grand nombre de composés chimiques, hydrocarbures et nitriles. Ces espèces chimiques, créées dans la très haute atmosphère à partir de la photo-dissociation de l'azote moléculaire et du méthane (second constituant atmosphérique) sont ensuite transportées vers le bas dans la stratosphère où on pense qu'elles polymérisent pour donner naissance à la brume orange. L'analyse des contrastes latitudinaux de température dans la stratosphère suggère également que l'atmosphère tourne beaucoup plus vite que le satellite, lui-même en phase bloquée autour de Saturne, avec une durée du jour de 16 jours terrestres environ. Si la direction de la rotation de l'atmosphère ne peut être obtenue à partir des observations de la température, l'analogie avec Vénus et des arguments théoriques suggèrent que l'atmosphère est en régime de "superrotation", l'atmosphère vers 200 km tournant une dizaine de fois plus vite que la surface et dans la même direction.

Suite au passage des sondes Voyager, une mission est programmée vers le système de Titan, sous l'impulsion de Toby Owen et Daniel Gautier. La sonde américaine Cassini se consacrera au système de Saturne et emmènera à son bord la sonde européenne Huygens qui plongera dans

l'atmosphère de Titan. Mission parfaitement remplie. Le 14 janvier 2005, après 7 années de voyage dans le système solaire, la sonde Huygens a dévoilé sous l'épaisse couche de brume des paysages familiers où chacun reconnaît qui sa Côte d'Azur, qui son lac de montagne ; en tout cas des images qui évoquent un rivage.

Au début des années 90s, sous l'impulsion de Daniel Gautier (LESIA) et Christopher P. McKay (NASA/Ames), différents travaux de modélisation sont entrepris pour interpréter les résultats des missions Voyager et préparer la mission Cassini-Huygens. Le modèle de circulation du LMD est adapté aux conditions de Titan (Hourdin et al., 1995b) et prédit effectivement une forte superrotation sur Titan, superrotation confirmée depuis par des mesures Doppler. En parallèle, des modèles unidimensionnels sont développés pour la photochimie (Toublanc et al., 1995) et la microphysique des brumes (Cabane et al., 1992; Rannou et al., 1995). Il apparaît cependant rapidement que les différentes composantes de ce système sont fortement couplées. Les brumes sont formées par la polymérisation des constituants chimiques et peuvent servir également de noyaux de condensation à ces dernières au niveau de la troposphère glaciale de Titan (70 K environ). Brumes et espèces chimiques sont évidemment transportées par les vents. En retour, les contrastes latitudinaux de la composition jouent les premiers rôles dans le forçage de la circulation. Vers 1995, nous décidons, avec Michel Cabane et Dominique Toublanc, de réunir les différents efforts de modélisation pour s'attaquer à ce système climatique complet.

En 1998, lors du colloque quadriénel du Programme National de Planétologie, le programme est déjà clair (Hourdin et al., 1998) : *“L'arrivée sur Titan de la mission Cassini-Huygens est sans doute une des dernières occasions avant des décennies d'explorer un système physique analogue à la Terre mais encore très mal connu. Pour l'atmosphère et le climat en particulier, c'est une occasion unique avant longtemps de mettre à l'épreuve pour une planète tellurique les théories et modèles développés dans le contexte terrestre. Cette perspective ainsi que la préparation de la mission (étude en amont et préparation de l'analyse des résultats) ont motivé le développement d'un modèle de circulation générale de l'atmosphère de Titan au Laboratoire de Météorologie Dynamique du CNRS, sous l'impulsion de Daniel Gautier et en collaboration avec Christopher P. McKay (NASA/Ames) et Régis Courtin (LESIA/Obs. Paris Meudon). [...] Pour Titan, le modèle prédit une stratosphère tournant environ 10 fois plus vite que la planète solide avec des vents zonaux (d'ouest) de l'ordre de  $100 \text{ m s}^{-1}$ . En plus de ce phénomène dynamique spectaculaire, les résultats du modèle ont contribué à mettre en évidence l'importance des couplages entre dynamique atmosphérique, microphysique des aérosols, et photochimie. Ceci nous a conduit à bâtir et à proposer au PNP pour les années à venir, un projet de modélisation du climat de Titan intégrant ces différentes composantes. L'enjeu est d'importance et la tâche ardue quand on connaît les problèmes rencontrés dans la modélisation de ces problèmes sur Terre. Mais la perspective de la confrontation du modèle aux observations de la mission Cassini-Huygens en 2005 en font [un objectif] scientifique de tout premier plan.”*

Après une mise en route souvent ardue, le modèle couplé a bien été développé. Il a permis de mettre en évidence le couplage très fort entre la brume et les vents (Rannou et al., 2004). Le modèle a également permis d'expliquer les contrastes latitudinaux observés dans la composition chimique (Lebonnois et al., 2001; Hourdin et al., 2004). Sur la base de simulations numériques effectuées avec cet outil, une base de données a été constituée et mise à disposition de la communauté sur la toile avant l'arrivée de la mission (Rannou et al., 2005). Les données sont

là. Les premières photos ont réservé leur lot de surprises. Que nous réservent les dépouillements en cours des enregistrements des spectromètres et "imageurs spectraux" ou des mesures in-situ de la composition par Huygens ?

C'est cette histoire qui clôt ce document (Chapitre 5) avant quelques conclusions générales.



## Chapitre 2

# Représentation du transport des espèces traces dans un modèle de climat global

Le présent chapitre est consacré à la représentation du transport atmosphérique d'espèces traces dans les modèles de circulation atmosphérique de grande échelle ainsi qu'à la présentation d'un outil particulier : la version "traceurs" du modèle de circulation générale LMDZ.

Le LMD développe et exploite depuis le début des années 70 un modèle de circulation générale atmosphérique. Comme beaucoup d'autres, ce modèle s'est petit à petit enrichi pour devenir un véritable modèle climatique, avec par exemple la prise en compte des couverts végétaux pour prédire le comportement thermodynamique des surfaces continentales ou le couplage avec l'océan. Le transport d'espèces traces est pour sa part introduit une première fois par Sylvie Joussaume (1990) dans une version précédente du modèle de climat du LMD pour étudier le cycle des poussières désertiques. Christophe Genthon introduit ensuite le Radon ( $^{222}\text{Rn}$ ) et le plomb ( $^{210}\text{Pb}$ ) dans le modèle en utilisant, pour représenter l'advection, le schéma des Pentes du NASA/GISS (Genthon et Armengaud, 1995; Preiss et Genthon, 1997).

Au milieu des années 80, Robert Sadourny et Phu LeVan entreprennent la réécriture du noyau hydrodynamique du modèle, afin de le rendre plus modulaire, lisible et efficace (l'ancien modèle avait été écrit sur cartes perforées par Phu LeVan pour des machines ne pouvant pas contenir un champ entier en mémoire) et de généraliser l'idée de grille étirable qui avait été une première fois testée pour étudier un cyclone en baie du Benghal. C'est cette possibilité de raffinement de la grille qui donnera plus tard le "Z" (pour zoom) de LMDZ. Du fait de l'inertie inhérente à la modélisation du climat terrestre (on regarde des choses très précises avec un modèle robuste dont on connaît bien le fonctionnement et dont on a "réglé" la climatologie), ce nouveau noyau dynamique est dans un premier temps utilisé sur Mars (Hourdin et al., 1993, 1995a) et Titan (Hourdin, 1992; Hourdin et al., 1995b). Pour ces deux planètes, un des prolongements possibles des études développées au LMD consistait à s'intéresser au cycle d'espèces transportées : les poussières sur Mars, avec les spectaculaires tempêtes globales qui peuvent voiler la surface de la planète pendant plusieurs dizaines de jours, et les brumes et espèces chimiques sur Titan, dont on montre dans le dernier chapitre de ce document qu'elles sont fortement couplées à la circulation atmosphérique.

Les traceurs sont introduits dans LMDZ en 1996, en utilisant, pour l'advection de grande

échelle, des schémas en volumes finis<sup>1</sup>. Les schémas en volumes finis sont basés sur une partition du domaine considéré en volumes de contrôle, aux frontières desquels on évalue les flux entrants ou sortants de traceurs. Ce sont des schémas basés sur une formulation intégrale de l'équation de transport. Nous avons plus précisément codé et testé une série de schémas en volumes finis proposés à l'origine par Van Leer (1977). Ces schémas conduisent facilement à une mise en œuvre tridimensionnelle et satisfont des propriétés physiques fondamentales du transport : localité, conservation, monotonie, positivité (plus généralement pas de création d'extrema numériques) et invariance par addition d'une constante au champ de traceur. Van Leer (1977) avait en fait proposé une hiérarchie de schémas dont les plus sophistiqués ont été introduits ultérieurement et indépendamment dans la communauté météorologique par Russell et Lerner (1981) (schéma des pentes du NASA/GISS) et Prather (1986). Avec Alexandre Armengaud alors en thèse au LGGE sous la direction de Christophe Genthon, nous avons testé dans LMDZ plusieurs de ces schémas (Hourdin et Armengaud, 1999). Nous avons pu montrer que leurs performances étaient en fait assez semblables dès lors qu'on les comparait non pas à résolution spatiale fixée mais à coût numérique équivalent (un schéma plus précis mais plus coûteux se comporte comme un schéma moins précis mais utilisé sur une grille plus fine). Nous avons retenu pour le modèle du LMD le schéma le plus simple (le schéma I dans l'article original de Van Leer souvent appelé MUSCL ou MINMOD).

Ce travail a donné naissance à la version traceurs du modèle, baptisée un moment LMDZT. En parallèle des schémas d'advection, il a fallu inclure, dans le modèle, le transport associé aux paramétrisations des mouvements non résolus, turbulents ou convectifs. Cette composante est souvent essentielle pour contrôler le transport vertical des espèces. Pour ces schémas, on suit généralement ce qui est fait pour transporter l'humidité ou la température potentielle dans les paramétrisations d'origine. L'introduction des traceurs dans les paramétrisations de la turbulence de couche limite et de la convection nuageuse a été initialement réalisée par Olivier Boucher et Alexandre Armengaud. Cette composante traceurs fait depuis partie intégrante du modèle LMDZ qui permet de transporter un nombre arbitraire de traceurs. De nombreuses applications ont été développées à partir de cette version, à la fois pour la Terre, Mars ou Titan, en lui adjoignant des modules de chimie ou de microphysique des aérosols.

LMDZT a été conçu de façon très modulaire de façon à pouvoir y rajouter facilement des codes de chimie ou des modules d'aérosols. Il est utilisable soit en mode "branché" (on-line en anglais), soit en mode débranché, en relisant des fichiers météorologiques issus d'une simulation numérique précédente. Les simulations météorologiques elles-mêmes peuvent être effectuées soit en mode climatique, en laissant le modèle évoluer librement à partir d'une condition initiale unique, soit en le "guidant" par des analyses météorologiques. Marie-Angèle Filiberti et Abderrahmane Idelkadi ont largement contribué à fiabiliser et valider l'ensemble des outils développés et présentés ici.

Ce chapitre relativement technique revient à la fois sur la présentation des schémas de transport et sur la description de LMDZT. Nous présentons à la fin quelques exemples de

---

<sup>1</sup>C'est à la suite d'un séminaire donné par Sandrine Edouard en thèse avec Bernard Legras sur l'advection d'ozone à la frontière du vortex polaire (Edouard et al., 1996; Edouard, 1997) que j'ai eu le bonheur de découvrir l'article de Van Leer (1977) sur les volumes finis et que je me suis retrouvé embarqué dans l'introduction des traceurs dans le modèle LMDZ et tout ce qui s'en suit...

validations ou utilisations du modèle.

## 2.1 Le modèle LMDZ

Avant d'introduire la composante traceurs, on présente rapidement le modèle LMDZ et notamment la discrétisation des équations de grande échelle sur laquelle s'appuie le transport des traceurs. On en profite pour donner un bref aperçu du contenu des paramétrisations physiques du modèle et des évolutions apportées récemment.<sup>2</sup>

LMDZ correspond à la seconde génération d'un modèle de climat développé depuis une trentaine d'années au LMD et décrit initialement par Sadourny et Laval (1984). Ce modèle est plus modulaire et flexible<sup>3</sup> que son prédécesseur. Le "Z" de son nom se réfère à la capacité de raffinement de la grille (Zoom) obtenue grâce à une écriture généralisée de la formulation numérique avec un maillage dont les facteurs d'élongation dans les deux directions horizontales peuvent être choisis arbitrairement.

### 2.1.1 Description générale

Comme la plupart des modèles de climat, le modèle LMDZ intègre sur la sphère et dans le temps les "équations primitives de la météorologie". Ces équations sont une version des équations de Navier Stokes simplifiées en supposant que l'atmosphère est à tout moment en équilibre hydrostatique sur la verticale et en négligeant les variations verticales de la géométrie horizontale (hypothèse de couche mince). Le moment cinétique par rapport à l'axe des pôles est par exemple calculé en utilisant comme distance à l'axe  $a \cos \phi$  – où  $a$  est le rayon de la planète et  $\phi$  la latitude – plutôt que  $(a + z) \cos \phi$ , qui tiendrait compte de l'altitude  $z$  d'une particule d'air au dessus de la surface.

Le modèle du LMD est bâti sur une discrétisation en différences finies de ces équations avec certaines propriétés intéressantes du schéma numérique comme la conservation de la masse, la conservation du moment cinétique par la composante axi-symétrique de l'écoulement et de la vorticité barotrope. On revient sur ces aspects en toute fin de chapitre.

Ces équations ne peuvent pas être intégrées jusqu'à l'échelle visqueuse. En pratique, dans les modèles globaux, on utilise des mailles de quelques dizaines à quelques centaines de kilomètres suivant les applications. L'impact des échelles sous-mailles sur la grande échelle doit donc être représenté au travers de paramétrisations. Il faut également représenter des processus fondamentaux comme le transfert de rayonnement visible et infrarouge dans l'atmosphère, les processus nuageux ou les interactions avec la surface. Dans le jargon des modélisateurs, ces paramétrisations sont regroupées dans la "physique" du modèle, par opposition avec le code représentant la "dynamique" de grande échelle. Dans le cas de l'utilisation du modèle de circulation pour d'autres planètes, c'est cette partie physique qui doit être largement modifiée, et notamment le calcul du transfert radiatif.

---

<sup>2</sup>Cette section, relativement technique, ne permettra pas à un non initié de se familiariser avec le monde des modèles de circulation générale.

<sup>3</sup>La flexibilité est ici une notion positive !



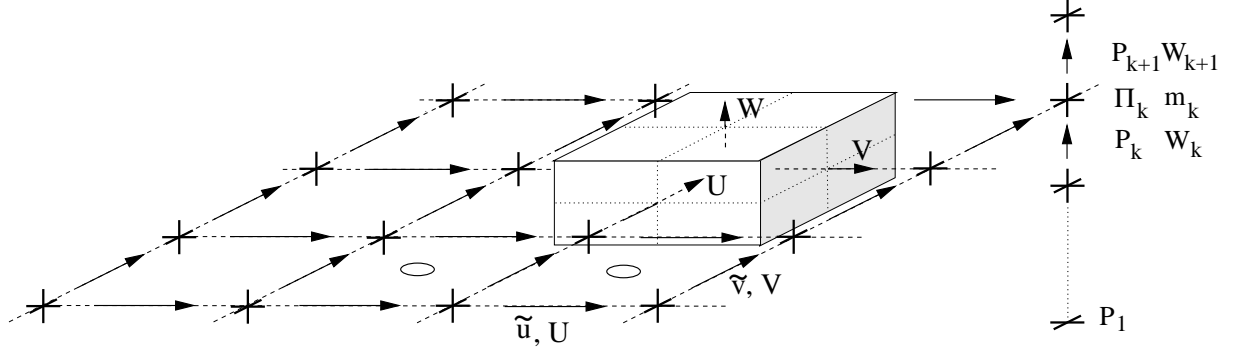


FIG. 2.1 – Disposition des variables pour la grille du modèle LMDZ.

### 2.1.2 Discrétisation des équations primitives

Dans le modèle LMDZ, les équations primitives sont discrétisées horizontalement sur une grille-C dans la classification d'Arakawa (cf. e. g. Kasahara, 1977). On note  $X$  et  $Y$  les coordonnées horizontales :  $X$  (resp.  $Y$ ) est une fonction biunivoque de la longitude  $\lambda$  (resp. de la latitude  $\phi$ ). Les variables scalaires (la température potentielle  $\theta$ , le géopotiel  $\Phi$  et la pression de surface  $p_s$ ) sont évaluées aux points correspondant à des couples de valeurs entières  $(X, Y) = (i, j)$ . Le vent zonal est calculé aux points  $(X, Y) = (i + 1/2, j)$  et le vent méridien aux points  $(X, Y) = (i, j + 1/2)$ . La disposition des variables sur la grille est illustrée sur la Fig. 2.1. De façon à pouvoir modifier la distribution des longitudes et latitudes de la grille, on utilise en fait les composantes covariantes ( $\tilde{u}$  et  $\tilde{v}$ ) et contravariantes ( $\tilde{u}$  et  $\tilde{v}$ ) du vent définies par

$$\begin{aligned} \tilde{u} &= c_u u \quad \text{et} \quad \tilde{u} = u/c_u \quad \text{avec} \quad c_u = a \cos \phi (d\lambda/dX) \\ \tilde{v} &= c_v v \quad \text{et} \quad \tilde{v} = v/c_v \quad \text{avec} \quad c_v = a (d\phi/dY) \end{aligned} \quad (2.1)$$

où  $u$  et  $v$  sont les composantes physiques du vecteur vent horizontal.

Comme beaucoup de modèles globaux, le modèle du LMD avait initialement été codé avec une coordonnée verticale de type  $\sigma$ . La coordonnée  $\sigma = p/p_s$  (où  $p$  est la pression et  $p_s$  la pression à la surface au point considéré) est pratique parce qu'elle varie de 1 à la surface à 0 au sommet de l'atmosphère quelque soit le relief sous-jacent. Cette coordonnée devient cependant problématique plus haut dans l'atmosphère où on préfère travailler sur des isobares ou, mieux, sur des isentropes. Suivant là aussi beaucoup de modèles de climat, nous avons avec Phu Le Van réécrit le modèle en coordonnée hybride  $\sigma - p$ . La coordonnée hybride est définie de façon implicite comme donnant la pression dans la couche  $l$  du modèle sous la forme

$$p_l = A_l + B_l p_s \quad (2.2)$$

On choisit près de la surface  $A \sim 0$  et  $B \sim 1$ . Vers le haut du modèle, on a  $A \sim 0$  et  $B \sim 0$  avec  $A \gg B p_s$ . On retrouve ainsi la coordonnée  $\sigma$  près de la surface et des coordonnées pression plus haut dans l'atmosphère.

Les niveaux de pression définis par la relation 2.2 correspondent aux interfaces entre les couches du modèle avec  $p_1 = p_s$  et  $p_{N+1} = 0$ ,  $N$  étant le nombre de couches dans le modèle.



La masse d'air contenue dans une maille du modèle comprise entre les niveaux  $p_k$  et  $p_{k+1}$  est donnée par

$$m_k = \mathcal{A} \frac{p_k - p_{k+1}}{g} \quad (2.3)$$

( $\mathcal{A} = c_u c_v$  est l'aire de la maille) ou encore

$$m_k = \frac{\mathcal{A}}{g} [A_k - A_{k+1} + (B_k - B_{k+1}) p_s] \quad (2.4)$$

On introduit alors les trois composantes du flux de masse :

$$U = \overline{m}^X \tilde{u}, \quad V = \overline{m}^Y \tilde{v} \text{ et } W \quad (2.5)$$

où la notation  $\overline{a}^X$  signifie qu'on prend la moyenne arithmétique de la quantité  $a$  suivant la direction  $X$  et où le flux de masse vertical  $W$  est défini à partir de l'équation de continuité

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \delta_x U + \delta_y V + \delta_z W = 0 \quad (2.6)$$

la notation  $\delta_X$  correspondant à la différence entre deux points consécutifs suivant la direction  $X$ .<sup>4</sup>

On ne présente pas ici la discrétisation des équations du mouvements qui n'a pas changé par rapport à la version  $\sigma$  du modèle et dont on discute en toute fin de chapitre. En revanche, l'introduction de la coordonnée hybride à entraîné la modification du schéma de calcul de la fonction d'Exner  $\Pi = p^\kappa$ .<sup>5</sup> L'équilibre hydrostatique est intégré verticalement suivant le schéma :

$$\delta_z \Phi = -\overline{\theta}^z \delta_z \Pi \quad (2.11)$$

---

<sup>4</sup>Pour résoudre cette équation, on commence par calculer la convergence de masse  $\Omega_k$  cumulée depuis le sommet de l'atmosphère jusqu'au niveau  $k$  :

$$\Omega_k = \sum_{l=k}^N (\delta_x U + \delta_y V) \quad (2.7)$$

La convergence au sol  $\Omega_1$  donne accès à l'évolution de la pression de surface

$$\frac{\mathcal{A}}{g} \frac{\partial p_s}{\partial t} = \Omega_1 \quad (2.8)$$

Finalement, en remarquant que

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\frac{\mathcal{A}}{g} \delta_z B \frac{\partial p_s}{\partial t} = -\delta_z B \Omega_1 \quad (2.9)$$

on obtient le flux de masse vertical  $W$  par intégration depuis le haut de l'atmosphère

$$-\delta_z B \Omega_1 - \delta_z \Omega + \delta_z W = 0 \quad (2.10)$$

<sup>5</sup> $\kappa = R/C_p$  où  $R$  et  $C_p$  sont les constantes thermodynamiques de l'air sec.

où  $\Phi$  est le géopotentiel, avec  $\bar{\theta}_1^z = \theta_1$  et  $\delta_z \Pi_1 = p_s^\kappa - \Pi_1$ . Au lieu de calculer  $\Pi_k$  au milieu de la couche  $k$  à partir d'une moyenne arithmétique des pressions  $p_k$  et  $p_{k+1}$  (ce qui est entre autres coûteux numériquement), on utilise une relation numérique différente entre  $p$  et  $\Pi$  :

$$\frac{\mathcal{A}}{g} \overline{p \delta_z \Pi}^z = -\kappa \Pi m \quad (2.12)$$

Cette relation garantit un équivalent numérique de la relation

$$\int_0^\infty \Phi \rho dz = \int_0^\infty RT \rho dz \quad (2.13)$$

entre énergie potentielle et énergie interne, à savoir <sup>6</sup>

$$\sum_{l=1}^N \Phi_l m_l - \Phi_s = \sum_{l=1}^N RT_l m_l = \sum_{l=1}^N \kappa \theta_l \Pi_l m_l \quad (2.21)$$

---

<sup>6</sup>A partir de l'équation hydrostatique 2.11, on peut écrire

$$\Phi_l = \Phi_s - \sum_{k=1}^l \left[ \bar{\theta}^z \delta_z \Pi \right]_k \quad (2.14)$$

avec la convention (utilisée dans le modèle)  $\left[ \bar{\theta}^z \right]_1 = \theta_1$ . L'énergie potentielle de gravité totale de la colonne s'écrit donc

$$\sum_{l=1}^N \Phi_l m - \Phi_s = - \sum_{l=1}^N m_l \sum_{1 \leq k \leq l} \left[ \bar{\theta}^z \delta_z \Pi \right]_k \quad (2.15)$$

$$= - \sum_{k=1}^N \sum_{k \leq l \leq N} \left[ \bar{\theta}^z \delta_z \Pi \right]_k m_l \quad (2.16)$$

$$= - \sum_{k=1}^N \left[ \bar{\theta}^z \delta_z \Pi \right]_k \times \frac{\mathcal{A}}{g} p_k \quad (2.17)$$

$$= - \frac{\mathcal{A}}{g} \sum_{k=1}^N \theta_k \left[ \overline{p \delta_z \Pi}^z \right]_k \quad (2.18)$$

La dernière transformation, qui consiste à faire glisser la moyenne d'une demi maille sur la verticale, est valable si on choisit pour les conditions aux limites inférieure et supérieure :

$$\left[ \overline{p \delta_z \Pi}^z \right]_1 = \frac{p_2 (\delta_z \Pi)_2}{2} + p_s (\delta_z \Pi)_1 \quad (2.19)$$

et

$$\left[ \overline{p \delta_z \Pi}^z \right]_N = \frac{p_{N-1} (\delta_z \Pi)_{N-1}}{2} \quad (2.20)$$

On voit alors que l'équation 2.21 peut être satisfaite simplement si on choisit les niveaux  $\Pi$  suivant la relation 2.12, cqfd.

### 2.1.3 Les paramétrisations physiques du modèle de climat terrestre

La première utilisation de ce nouveau code hydrodynamique est martienne. Le modèle du LMD est le premier à simuler un cycle saisonnier entier sur la planète rouge (Hourdin et al., 1993). Pendant ce temps le modèle climatique terrestre du LMD poursuit une vie trépidante. La version 4ter, qui donnait des résultats excellents sur la Mousson Indienne (présentez une simulation du modèle à un chercheur authentique du LMD, il commencera par regarder la “précip” de juillet sur l’Inde), est progressivement remplacée par les versions 5 et 6. Ces versions sont notamment couplées à SECHIBA pour la végétation et à ORCALIM pour l’océan.

C’est lors d’un séminaire interne du LMD, tenu en la royale abbaye de Fontevraud en 1990, qu’est prise collectivement la décision de faire de ce nouveau code dynamique l’ossature du futur modèle de climat du LMD. Ce choix est motivé par la volonté de disposer d’un outil souple et modulaire, permettant facilement l’échange et le test de modules et de procédures. Cette décision s’inscrit dans l’idée de modélisation communautaire alors dans l’air du temps.

Il faut donc adjoindre au code dynamique un jeu de paramétrisations physiques. Dans un premier temps, la décision est prise de partir de la physique du Centre Européen pour les Prévisions Météorologiques à Moyen Terme. Ce modèle contient en effet le code radiatif Fouquart/Morcrette, développé à l’origine pour le modèle du LMD, et les schémas de nuages d’Hervé LeTreut. Cette décision ne sera finalement pas tenue. Si Laurent Li s’est bien battu pour effectuer les portages nécessaires, le groupe décidera quelques années plus tard de privilégier la continuité avec les versions précédentes.<sup>7</sup> C’est la combinaison de ce nouveau code dynamique et de la réécriture des paramétrisations physiques qui donnera naissance au modèle LMDZ d’aujourd’hui.

On décrit ci-dessous dans ses grandes lignes la version du modèle LMDZ3.3 qui a été utilisée pour les applications “traceurs” décrites dans ce document ainsi que les évolutions apportées au court de la mise au point du modèle couplé IPSLCM4 et qui définissent la version LMDZ4 (Hourdin et al., 2006).

L’effet de la turbulence de petite échelle dans la couche limite est pris en compte au moyen d’une fermeture en super-viscosité avec un flux turbulent proportionnel au gradient vertical de la quantité transportée. La viscosité turbulente dépend du cisaillement vertical du vent et du nombre de Richardson, selon les formules présentées par Laval et al. (1981). Un “contre-gradient” est introduit sur la température potentielle pour permettre un transport de chaleur “en remontant le gradient” dans les couches limites marginalement stables. On revient très largement sur ces aspects relatifs à la couche limite dans le Chapitre 3.

Le code radiatif est celui du modèle du Centre Européen pour les Prévisions Météorologiques à Moyen Terme (Morcrette, 1991). La partie concernant l’absorption et la diffusion du rayonnement solaire est une version raffinée du modèle de Fouquart et Bonnel (1980). La partie infrarouge thermique a été développée par Morcrette et al. (1986). La condensation est paramétrée de façon différente pour la convection profonde et pour les autres nuages. Pour la convection nuageuse, on utilise la paramétrisation développée par Tiedtke (1989).

---

<sup>7</sup>Un lourd exercice de “convergence” LMDZ/LMD-5ter sera mené à bien en 1996. Michèle Forichon y laissera pas mal d’énergie. Plus généralement, les acteurs de l’époque, qui tentent de mener à bien les décisions de Fontevraud, s’useront entre décisions, attaques et contre-décisions.

Cette paramétrisation est basée sur une représentation en flux de masse d'une colonne convective nuageuse idéalisée. La colonne atmosphérique est divisée en trois sous-colonnes : une ascendance concentrée, une subsidence rapide associée à la pluie et enfin l'environnement, généralement en subsidence lente. Pour la partie non convective des nuages, on diagnostique une fraction nuageuse et un contenu en eau des nuages en se donnant a priori une fonction de distribution sous-maille de l'eau (Le Treut et Li, 1991). Les nuages ainsi diagnostiqués sont utilisés à la fois pour le calcul radiatif et pour calculer un taux de chauffage et un taux de précipitation. La pluie calculée ainsi peut se réévaporer dans les couches inférieures du modèle. L'eau vapeur et l'eau condensée sont ensuite advectées indépendamment dans la partie dynamique<sup>8</sup>. Le transport de grande échelle de la vapeur d'eau et de l'eau liquide, traité à l'origine avec un schéma amont très diffusif sur l'horizontale et un schéma centré non positif sur la verticale, est maintenant calculé avec les schémas en volumes finis décrits un peu plus loin.

Dans les expériences présentées dans ce document, la température de surface de la mer est imposée. La conduction thermique dans les sols continentaux est quant à elle calculée au moyen d'un schéma multi-couches d'un sol homogène développé à l'origine pour la version martienne du modèle (Hourdin et al., 1993). Si on note  $\xi$  la conduction thermique du sol et  $C$  la capacité thermique volumique, on peut montrer facilement que le flux conductif à la surface peut s'écrire sous la forme  $F_c = -I \partial T / \partial z'$  et la conduction dans le sol  $\partial T / \partial t = \partial^2 T / \partial z'^2$ .  $I = \sqrt{\xi C}$  est appelé inertie thermique et  $z'$  est une pseudo profondeur définie par  $z' = z \sqrt{C / \xi}$ .

Suivant Laval et al. (1981), l'évaporation à la surface est calculée comme  $E = 1,35 \beta \rho u_*^2 [q_s(T_s) - q]$  où  $u_*$  est la tension de vent en surface,  $q$  est l'humidité spécifique de la première couche du modèle atmosphérique et  $q_s(T_s)$  est l'humidité spécifique à saturation pour la température de surface  $T_s$ . Le coefficient d'aridité  $\beta$  peut être soit imposé soit dépendre directement d'un contenu en eau du sol, calculé au fil du temps en fonction du bilan entre précipitation et évaporation,  $dq_s/dt = P - E$ . Le modèle utilisé par défaut, dit modèle du saut d'eau (bucket en anglais), fait l'hypothèse que  $q_s$  peut croître jusqu'à une valeur de 150 mm d'eau. Entre 75 et 150 mm, le coefficient d'aridité  $\beta$  est égal à 1 et l'évaporation est égale à l'évaporation potentielle. Ce coefficient varie linéairement entre 0 et 1 pour des contenus en eau du sol variant de 0 à 75 mm.

La partie physique du modèle est en fait en évolution constante. La description qui en est faite ci-dessus correspond à une vue instantanée de la version qui a servi à développer les aspects liés au transport des traceurs. Sauf mention explicite, c'est cette version de LMDZ3 qui est utilisée dans les simulations présentées dans ce document.

Depuis, notamment en vue du développement du modèle couplé IPSLCM4, la physique du modèle a évolué de façon significative. Les améliorations principales concernent :

1. le remplacement du schéma de convection nuageuse de Tiedtke par le schéma d'Emanuel (1993). Comme celui de Tiedtke, le schéma d'Emanuel est basé sur une séparation de la colonne atmosphérique en trois compartiments. Les différences entre les deux schémas

---

<sup>8</sup>Cette séparation entre eau vapeur et liquide est en partie fictive car, juste après l'advection, en entrée des paramétrisations physiques, l'eau liquide est rééaporée pour travailler en eau totale. La séparation entre eau vapeur et eau liquide pour l'advection est donc uniquement numérique.

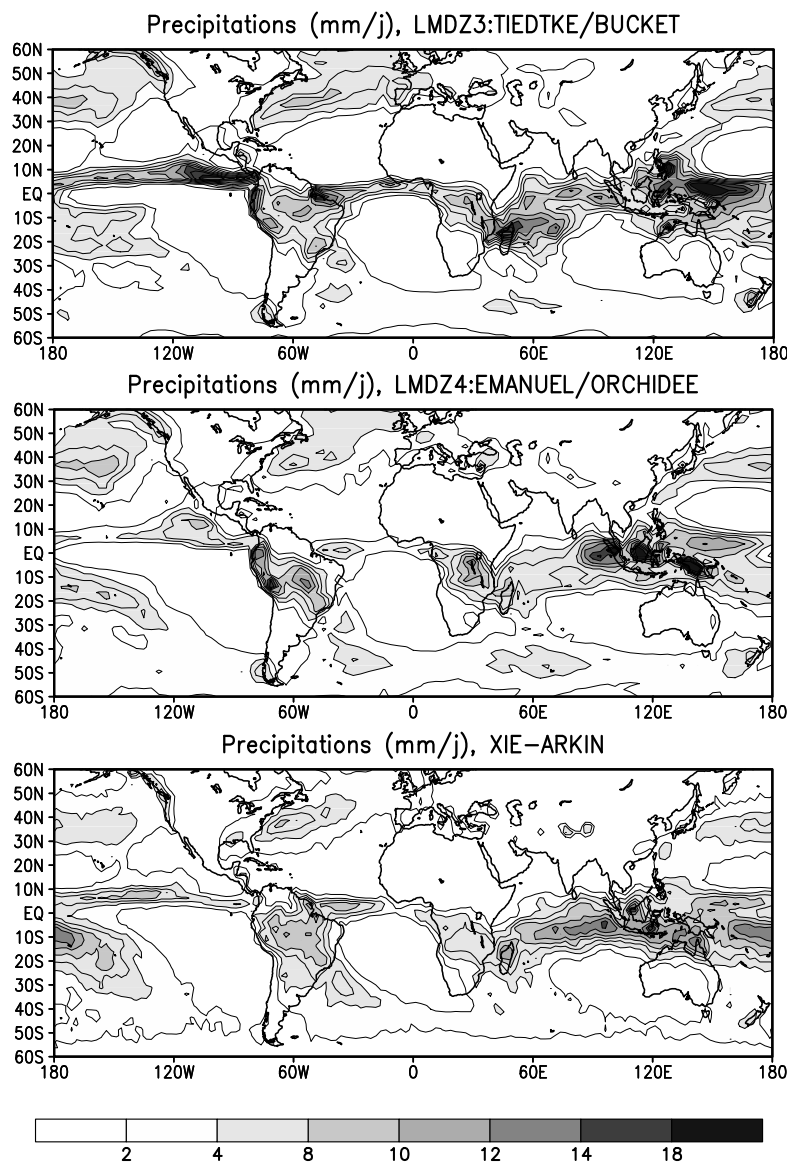


FIG. 2.2 – Climatologie des précipitations en janvier dans deux versions du modèle LMDZ. En haut : la version LMDZ3 avec le schéma de convection de Tiedtke et le modèle de seau d'eau en surface. Cette version a été beaucoup utilisée pour le développement des aspects chimie et traceurs. Au milieu : le modèle LMDZ4 avec le schéma de convection d'Emanuel, des nuages couplés à la convection et le schéma de surface SECHIBA du modèle ORCHIDEE. C'est la version utilisée pour le modèle couplé de l'IPSL. En bas : Observations (Climatologie de Xie-Arkin). Les simulations sont effectuées en prescrivant les températures de surface de l'océan et les cartes montrent des moyennes sur 5 années consécutives.

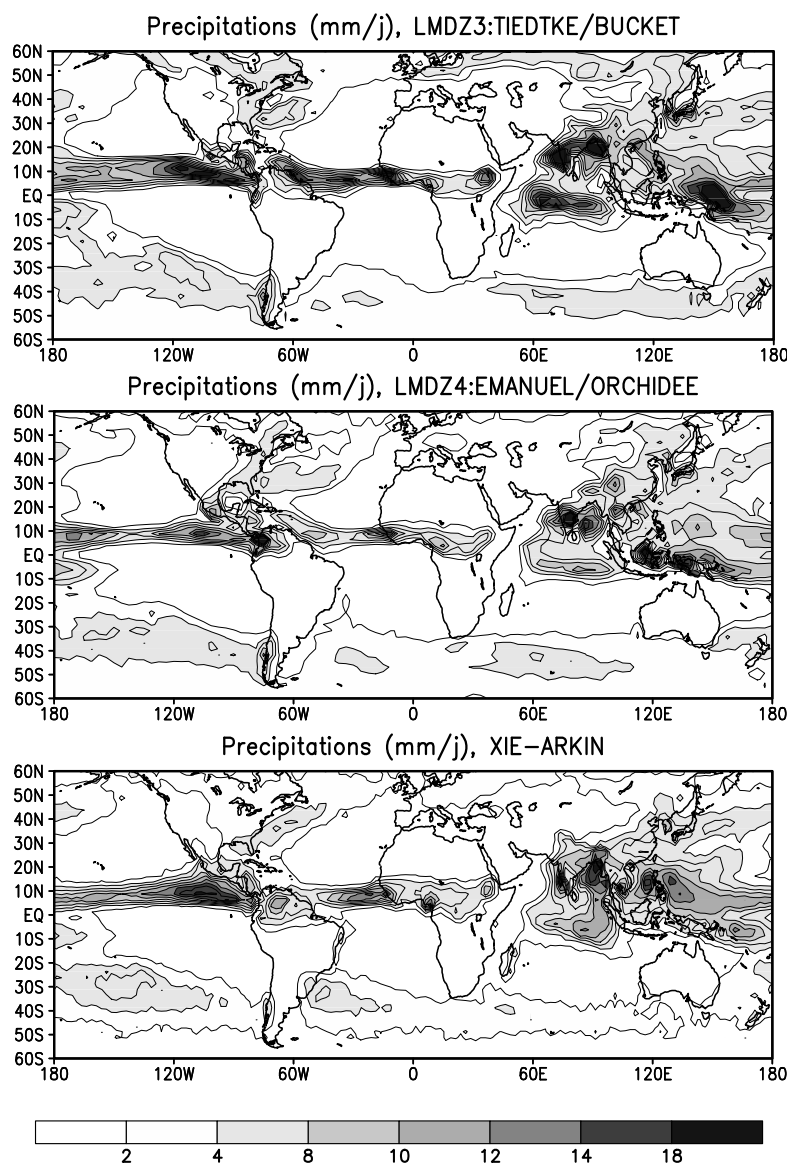


FIG. 2.3 – Climatologie des précipitations en juillet dans deux versions du modèle LMDZ. En haut : la version LMDZ3 avec le schéma de convection de Tiedtke et le modèle de seau d'eau en surface. Cette version a été beaucoup utilisée pour le développement des aspects chimie et traceurs. Au milieu : le modèle LMDZ4 avec le schéma de convection d'Emanuel, des nuages couplés à la convection et le schéma de surface SECHIBA du modèle ORCHIDEE. C'est la version utilisée pour le modèle couplé de l'IPSL. En bas : Observations (Climatologie de Xie-Arkin). Les simulations sont effectuées en prescrivant les températures de surface de l'océan et les cartes montrent des moyennes sur 5 années consécutives.



concernent principalement la fermeture (paramétrisation donnant par exemple le flux de masse à la base de l'ascendance adiabatique), l'échange d'air entre l'ascendance et l'environnement (décrit de façon plus sophistiquée dans le schéma d'Emanuel) ainsi que les descentes précipitantes (beaucoup plus actives dans le schéma d'Emanuel, cf. Guichard et al., 2004; Hourdin et al., 2006). Un travail important est réalisé au LMD sur cette paramétrisation d'Emanuel (Grandpeix et al., 2004).

2. le schéma statistique de nuages qui a été couplé à la paramétrisation de la convection suivant l'approche de Bony et Emanuel (2001). Un effort important a été consacré au réglage de la composante nuageuse.
3. le modèle ORCHIDEE qui est maintenant utilisé pour représenter la thermodynamique des surfaces continentales (de Rosnay et al., 2002; Krinner et al., 2005). Ce modèle distingue pour l'eau du sol un réservoir de surface et un réservoir profond. Les paramètres thermodynamiques de la surface sont prescrits en fonction de 10 types de végétation. Le routage de l'eau par les grands bassins fluviaux, depuis les zones de ruissellement jusqu'aux océans, est représenté. Différents degrés de complexité peuvent ensuite être activés, afin d'introduire par exemple une représentation explicite de la croissance des feuilles voir, à terme, un calcul évolutif de la végétation.
4. la prise en compte de 4 sous-surfaces avec des mailles fractionnaires pour les terres, les glaciers, les océans et la banquise. Ces 4 sous-surfaces sont en fait couplées à 4 sous-colonnes d'atmosphère sur lesquelles on effectue indépendamment 4 calculs de diffusion turbulente dans la couche limite.

Le modèle ainsi modifié – version LMDZ4 – couplé au modèle global d'océan et de banquise ORCALIM, est utilisé notamment pour effectuer des prévisions du changement climatique.

On ne s'appesantit pas dans ce document sur la climatologie du modèle d'atmosphère. On montre cependant une comparaison de la version précédente LMDZ3 du modèle et du nouveau modèle LMDZ4 en ce qui concerne la précipitation (Fig. 2.2 et Fig. 2.3). Les différences principales entre les deux versions proviennent en fait du changement de schéma de convection. L'ancien modèle avait tendance à exagérer l'intensité des précipitations tropicales dans les zones de convergences, notamment à l'Est de Madagascar ainsi que sur l'océan Pacifique. Ce biais est nettement diminué dans le nouveau modèle. La diminution (amélioration) des précipitations sur les continents nord en été (Sibérie, Canada), est elle davantage due au schéma de surface. La détérioration la plus notable avec le nouveau modèle est sans doute la distribution des précipitations de mousson autour de l'Inde en juillet. Lorsqu'on interprète des résultats relatifs à la simulation des concentrations atmosphériques d'aérosols ou d'espèces chimiques, il faut bien sûr garder à l'esprit ces différences quant à la capacité du modèle à simuler correctement le climat.

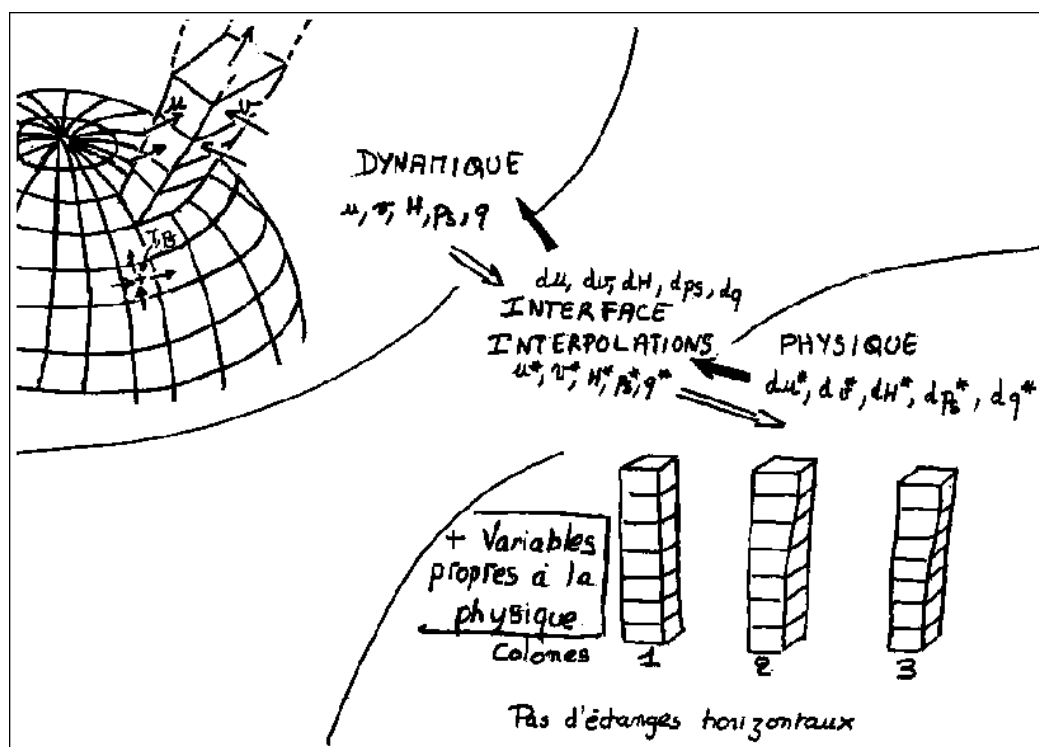


FIG. 2.4 – Séparation entre les parties dynamique 3D et physique 1D du code LMDZ.

### 2.1.4 Organisation informatique - version unidimensionnelle - mode guidé

#### Modularité

L'organisation du modèle LMDZ est très étroitement calquée sur cette distinction entre partie "dynamique" – la seule partie où soient pris en compte des échanges horizontaux entre des mailles du modèle – et la partie "physique" qui peut être vue comme une juxtaposition de "colonnes" d'atmosphère.

Cette spécificité de la partie physique est exploitée en ce sens que le codage de toutes les paramétrisations est fait avec un indice interne muet qui représente la grille horizontale. Cette organisation est illustrée sur la Fig. 2.4. Chacune des parties, physique et dynamique, a ses propres fichiers de conditions initiales et de sorties.

Cette écriture se prête à la fois à la vectorisation et à la parallélisation des codes. Cette approche permet également de disposer de façon transparente d'une version unidimensionnelle du modèle de circulation. Pour disposer d'un modèle unidimensionnel, il suffit d'écrire un programme dans lequel on initialise des profils météorologiques sur un point particulier du globe et dans lequel on appelle ensuite en boucle le moniteur physique.

Autre atout important, cette conception modulaire permet de gérer en parallèle des "physiques" différentes interfacées avec le même code dynamique. Ce point est essentiel pour les études menées au LMD sur Mars et sur Titan. Enfin, on peut noter qu'il existe aussi une version bidimensionnelle, latitude-altitude, du noyau dynamique du modèle qui a été abondamment



utilisée sur Titan comme on le voit à la fin de ce document.

### Mode climatique et mode guidé

Le modèle LMDZ est avant tout développé pour des études climatiques. On effectue alors des intégrations longues, dans lesquelles l'état initial est vite "oublié" et les résultats ne s'interprètent qu'en termes statistiques. Cependant, notamment pour des aspects de validation, il peut s'avérer utile de contraindre le modèle à suivre une situation météorologique observée. Dans ce mode "guidé" (on parle souvent de "nudging" en anglais), les champs du modèle sont rappelés avec un terme linéaire vers les champs des analyses ou des réanalyses

$$\frac{\partial X}{\partial t} = M(X) + \frac{X_a - X}{\tau} \quad (2.22)$$

où  $X$  est une variable météorologique ( $u, v, \theta, p_s$ ) et  $X_a$  est la variable correspondante issue des analyses et interpolée sur la grille spatio-temporelle du modèle.  $M$  représente le calcul des dérivées temporelles par le modèle. Les temps de relaxation  $\tau$  peuvent être différents pour les différentes variables ou dépendre de la région considérée. Cette approche peut être vue comme une alternative légère à l'assimilation directe de données météorologiques dans le modèle telle qu'elle est mise en œuvre dans les centres de prévision opérationnelle (Jeuken et al., 1996).

Une approche intermédiaire a été mise en œuvre dans LMDZ (Bonazzola, 2001). Elle consiste à minimiser une fonction mesurant la distance entre l'état du modèle et les analyses. Cette approche, qui s'apparente encore davantage à l'assimilation météorologique opérationnelle, permet d'introduire, en plus des analyses, des observations supplémentaires ou des contraintes comme des pénalités sur les modes de gravité excités par la procédure d'assimilation. Cette dernière méthode n'est pas utilisée ici.

## 2.2 L'équation de transport : séparation d'échelles

### 2.2.1 Séparation des processus

Dans les modèles de chimie-climat comme dans les modèles débranchés transport-chimie, les processus comme la microphysique des aérosols ou les réactions chimiques d'une part et le transport de l'autre sont généralement traités alternativement et séquentiellement. On parle en anglais d'"operator splitting". La partie transport proprement dite peut alors être traitée de façon systématique, indépendamment de l'espèce trace considérée, en assimilant cette espèce à un traceur conservé<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup>A noter que cette séparation, très pratique pour le développement des modèles, peut cependant conduire à des problèmes numériques importants. On peut illustrer ce point sur un cas simple : la sédimentation des aérosols sous l'effet de leur poids est souvent traitée, comme les processus chimiques ou microphysiques, séparément de l'advection. Prenons le cas particulier où le traceur est pris dans une ascendance avec une vitesse égale à la vitesse de sédimentation par rapport à l'air, de sorte que la vitesse réelle des aérosols est nulle. Dans ce cas, si on utilise pour l'advection un schéma en volumes finis comme ceux présentés plus loin, le traceur sera diffusé sur la verticale dans la succession des mouvements vers le haut et vers le bas alors que l'application du même schéma avec une vitesse verticale nulle aurait évité ce problème.

Dans cette partie, on s'intéresse donc à la modélisation du transport d'un traceur conservatif (une espèce trace suivant exactement l'air) et passif (n'affectant pas en retour la météorologie). L'équation du transport pour un traceur de ce type est simplement

$$\frac{dc}{dt} = 0 \quad (2.23)$$

ou

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{vgrad}c = 0 \quad (2.24)$$

Dans la présentation qui suit, on suppose le champ de vent  $\mathbf{v}$  connu.

Dans les applications atmosphériques classiques, l'équation du transport ne peut être résolue jusqu'à l'échelle de la diffusion moléculaire. Cette constatation s'applique d'ailleurs aussi bien à l'observation qu'à la modélisation. Dans les deux cas, on travaille explicitement jusqu'à une échelle donnée mais on traite la petite échelle de façon statistique. Dans le cas d'un modèle numérique, la grande échelle est définie en pratique par le maillage (ou par la troncature pour les modèles spectraux). L'effet des grandeurs sous-maillages sur les variables de grande échelle ne peut être représenté que de façon statistique, au travers de paramétrisations.

### 2.2.2 Séparation d'échelles

Pour séparer échelle explicite et échelle turbulente, on introduit la notion de moyenne d'ensemble. La turbulence est considérée comme un processus aléatoire. Un élément du processus correspond à une réalisation complète de l'écoulement atmosphérique. La moyenne d'ensemble d'une grandeur  $X$ , qu'on notera  $\bar{X}$ , est simplement l'espérance mathématique de cette variable.<sup>10</sup>

Pour introduire proprement le découpage pour un fluide compressible, il faut introduire en plus une moyenne pondérée par l'air  $\tilde{X} = \bar{\rho X} / \bar{\rho}$ . La fluctuation turbulente par rapport à cette moyenne  $X' = X - \tilde{X}$  obéit à l'identité  $\overline{\rho X'} = \tilde{X}' \bar{\rho} = 0$ .

Si on note  $\mathbf{v}$  le champ de vent et  $c$  la concentration massique d'un traceur conservatif ( $dc/dt = 0$ ), l'équation de transport non visqueux peut s'écrire soit

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{vgrad}c = 0 \quad (2.25)$$

sous sa forme advective, soit, en introduisant l'équation de continuité pour le fluide atmosphérique,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (2.26)$$

sous sa forme conservative ou flux

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v} c) = 0 \quad (2.27)$$

---

<sup>10</sup>On fait souvent la confusion entre moyenne d'ensemble et moyenne spatiale ou temporelle. C'est par exemple le glissement qui s'opère ici quand on appuie le développement d'une paramétrisation sous-maille sur un raisonnement en moyenne d'ensemble. En toute rigueur, seule cette dernière peut permuter avec les dérivations spatiales et temporelles, condition indispensable pour les développements présentés ici.

En prenant la moyenne d'ensemble de la forme conservative et en remarquant que

$$\overline{\rho \mathbf{v} c} = \bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}} \tilde{c} + \overline{\rho \mathbf{v}' c'}, \quad (2.28)$$

on obtient l'équation

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{c}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}} \tilde{c}) + \text{div}(\overline{\rho \mathbf{v}' c'}) = 0 \quad (2.29)$$

En remarquant que l'équation de continuité pour l'air est inchangée par la prise de moyenne, on peut repasser à la forme advective. En adoptant les notations  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$  et  $c$  pour les variables grande échelle, on obtient finalement

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c + \frac{1}{\rho} \text{div}(\overline{\rho \mathbf{v}' c'}) = 0 \quad (2.30)$$

On voit donc qu'on retrouve, pour les moyennes pondérées par l'air, les équations initiales avec des termes supplémentaires liés aux corrélations entre les fluctuations turbulentes de  $\mathbf{v}$  et de  $c$ .

Ci-dessous, on présente en détail les schémas introduits pour traiter du transport de grande échelle ainsi que les paramétrisations des termes turbulents calquées sur les paramétrisations d'origine du code LMDZ. Dans le chapitre suivant, on présente en détail un travail spécifique mené sur le transport turbulent dans la couche limite convective.

## 2.3 Le transport grande échelle

### 2.3.1 Les différentes approches

De nombreuses méthodes ont été développées au cours des dernières décennies pour représenter l'advection, c'est à dire les parties non turbulentes des Eqs 2.30 ou 2.29 formellement équivalentes aux Eqs 2.25 et 2.27.

On distingue notamment :

- **Les méthodes lagrangiennes** : elles consistent à “ensemencer” le domaine d'étude (où la région source) avec des particules et à les suivre individuellement. Ces méthodes peuvent être très précises mais il faut généralement utiliser un grand nombre de particules, notamment pour éviter que des trous se créent dans la distribution spatiale de ces particules.
- **Les méthodes semi-Lagrangiennes** : (ou méthodes des caractéristiques dans le monde des sciences de l'ingénieur) on suppose qu'à un pas de temps  $t$  donné,  $q$  est connu sur une grille. On prédit la valeur sur le même maillage au temps  $t + \delta t$  en remontant à  $t$  “le long du vent” :  $q(\mathbf{x}, t + \delta t) = q(\mathbf{x} - \delta t \mathbf{v}, t)$ . Le problème est que, si le point  $\mathbf{x}$  se trouve sur le maillage, le point  $\mathbf{x} - \delta t \mathbf{v}$  a peu de chances de s'y trouver. On interpole donc cette valeur à partir des valeurs sur le maillage au temps  $t$ . Cette méthode évite le problème principal des méthodes lagrangiennes. Sa précision est déterminée par la précision des routines d'interpolation. Les méthodes semi-Lagrangiennes ont été très largement utilisées dans la communauté atmosphérique. Elles présentent un défaut important : il est difficile de garantir la conservation de la quantité totale de traceur.

- **L’advection des contours** : elle consiste à advecter des particules uniquement sur des “iso-niveaux” du champs considéré. Cette dernière méthode, potentiellement très précise, se couple difficilement à d’autres processus (il faut alors calculer l’effet des autres processus sur la topologie des “iso-niveaux”).
- **Les différences finies** : il existe également tout un tas de méthodes en différences finies (cf. par exemple Rood, 1987). Les différences finies permettent de dériver des schémas à des ordres élevés mais ne garantissent pas a priori la conservation du traceur ou la positivité.
- **Les volumes finis** : ils sont de plus en plus utilisés dans la communauté. Basés sur l’écriture de bilans sur des volumes de contrôle, ils sont a priori appropriés pour la modélisation de processus physiques couplés et complexes pour laquelle le respect des lois de conservation s’avère souvent essentiel. C’est cette approche qui a été suivie pour introduire les traceurs dans LMDZ.
- **Les éléments finis** : basés sur une décomposition sur des fonctions de bases analytiques, ils sont encore relativement peu utilisés dans la communauté.

### 2.3.2 Les schémas en volumes finis

<sup>11</sup> L’intégration de l’équation de transport (2.27) et de l’équation de conservation de la masse (2.26) sur un polyèdre (volume de contrôle) à  $N$  faces conduit aux formulations :

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \sum_{n=1}^N \mathcal{U}_n \quad (2.31)$$

et

$$\frac{\partial cm}{\partial t} = \sum_{n=1}^N \mathcal{F}_n \quad (2.32)$$

où  $m$  est la masse totale d’air dans le polyèdre,  $c$  est la concentration massique moyenne du traceur dans le volume,  $\mathcal{U}_n$  et  $\mathcal{F}_n$  sont les flux de masse et flux de traceur vers l’intérieur du polyèdre pour la face  $n$ .

Les formulations en “volumes finis” présentent l’avantage très important d’être conservatives par nature, dès lors que le même flux est utilisé pour les volumes en amont et en aval de l’interface considérée.

Pour le plus connu de ces schémas, introduit par Godunov (1959),  $\mathcal{F}$  est simplement estimé comme le produit de  $\mathcal{U}$  par la valeur de  $c$  dans le volume amont (dans la maille d’où l’air provient). Ce schéma simple, souvent appelé schéma amont, garantit

1. la conservation de la quantité totale de traceur,
2. la positivité (un traceur positif partout reste positif),
3. la monotonie (pour l’advection en dimension 1, une distribution monotone reste monotone),

---

<sup>11</sup>Ceux qui rechercheraient une présentation plus systématique et mathématique peuvent se reporter à Roux (2002).

4. la “décroissance de la variation totale” du champ de traceur, c’est à dire la décroissance de la somme des écarts absolus entre deux concentrations successives. Cette propriété garantit la stabilité numérique du schéma.
5. l’invariance par addition d’une constante au champ de traceur (le modèle de Godunov est en fait linéaire par rapport au champ de traceurs, ce qui garantit en plus la symétrie temporelle du transport comme on l’explique au Chapitre 4).

Cependant, ces propriétés physiques fondamentales ne sont obtenues dans le schéma amont qu’au prix d’une très grande diffusion numérique.

Van Leer (1977) a proposé d’utiliser, pour la valeur amont de  $c$ , non pas la valeur moyenne dans la maille amont mais une valeur extrapolée à la frontière de celle-ci, en utilisant une approximation polynomiale de la distribution sous-maille du traceur dans la maille amont. Deux des schémas proposés par Van Leer en 1977 ont été introduits apparemment indépendamment dans la littérature météorologique par Russell et Lerner (1981) – le schéma III dans la classification de Van Leer – et Prather (1986) – le schéma VI –. Alors que dans son article original, Van Leer conclut que la complexité du schéma VI est trop grande par rapport au gain en précision, ce schéma est devenu une référence dans la communauté météorologique.

Les principes de dérivation de ces différents schémas sont exposés ci-dessous.

### 2.3.3 Description des schémas en dimension un

En dimension 1 et après intégration sur un pas de temps, les Eq. 2.31 et 2.32 s’écrivent simplement

$$\delta_t(m)_i = U_{i-1/2} - U_{i+1/2} \quad (2.33)$$

et

$$\delta_t(cm)_i = F_{i-1/2} - F_{i+1/2} \quad (2.34)$$

où les indices correspondent à la position sur l’axe des  $x$ ,  $\delta_t$  représente la différence finie en temps et  $U_{i+1/2}$  et  $F_{i+1/2}$  sont les transferts de masse d’air et de traceur à travers l’interface  $i + 1/2$  durant un pas de temps.

Si on connaît complètement la distribution spatio-temporelle du vent, de la densité de l’air et de la concentration de traceur, on a

$$m_i = \int_{\Delta x} \rho(x, t) dx \quad (2.35)$$

$$c_i = \int_{\Delta x} c\rho(x, t) dx / \int_{\Delta x} \rho(x, t) dx \quad (2.36)$$

$$U_{i+1/2} = \int_t^{t+\Delta t} \rho(x_{i+1/2}, t) u(x_{i+1/2}, t) dt \quad (2.37)$$

et

$$F_{i+1/2} = \int_t^{t+\Delta t} \rho(x_{i+1/2}, t) c(x_{i+1/2}, t) u(x_{i+1/2}, t) dt \quad (2.38)$$

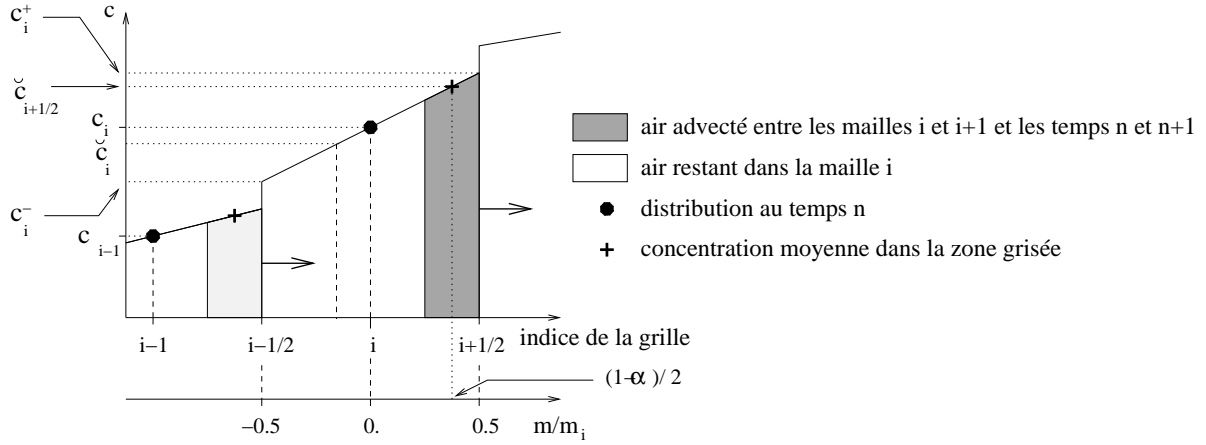


FIG. 2.5 – Principe du schéma de Van Leer et notations. On montre le cas où la distribution sous-maille est représentée au moyen d'un polynôme du premier degré. L'axe vertical correspond à la concentration massique du traceur. Les deux axes horizontaux correspondent à l'indication des variables et à la masse d'air comptée à partir du centre de la maille  $i$  et normalisée par la masse totale de cette même maille,  $m_i$ . La surface grisée correspond à la quantité de traceur qui est transféré au travers de l'interface durant un pas de temps.

Dans la présentation faite ici, on considère que les transferts de masse  $U_{i+1/2}$  sont connus à chaque instant et sur tout le maillage. L'évolution temporelle de la masse d'air  $m_i$  est donc également complètement déterminée. La seule chose qui reste à estimer est le flux de traceur.

De façon générale, ce flux  $F_{i+1/2}$  peut être écrit comme le produit du transfert de masse  $U_{i+1/2}$  par la valeur moyenne de la concentration du traceur  $\check{c}_{i+1/2}$  dans l'air qui traverse l'interface au cours du pas de temps.

La méthode proposée par Van Leer consiste à approximer la distribution sous-maille par un polynôme pour lequel le calcul de  $\check{c}_{i+1/2}$  – et donc du transfert de traceur – peut être fait exactement. Le principe et les notations sont illustrées sur la Fig. 2.5 pour le cas d'un polynôme du premier degré. Avec ces notations, les valeurs moyennes de  $c$  et  $m$  après un pas de temps d'advection s'écrivent simplement

$$c_i^* = (c_i m_i + U_{i-1/2} \check{c}_{i-1/2} - U_{i+1/2} \check{c}_{i+1/2}) / m_i^* \quad (2.39)$$

et

$$m_i^* = m_i + U_{i-1/2} - U_{i+1/2} \quad (2.40)$$

Pour des valeurs positives de  $U_{i-1/2}$  et  $U_{i+1/2}$ , l'Eq. 2.39 peut se récrire

$$c_i^* = [U_{i-1/2} \check{c}_{i-1/2} + (m_i - U_{i+1/2}) \check{c}_i] / m_i^* \quad (2.41)$$

où  $\check{c}_i$  est la concentration massique moyenne dans l'air qui reste dans le volume  $i$  pendant le pas de temps (cf. Fig. 2.5). Avec ces notations, le schéma de Van Leer peut être décrit comme la séquence d'opérations suivante : on commence tout d'abord par définir une nouvelle distribution  $\check{c}$  (les croix sur la Fig. 2.5) à partir de la distribution initiale  $c$  (les points) en utilisant une

approximation polynomiale : on advecte ensuite cette nouvelle distribution approchée à travers les mailles.

Un des points essentiels de l'article original de Van Leer (1977) est de remarquer qu'on peut garantir la monotonie du schéma d'advection – en dimension 1, une distribution monotone reste monotone après advection – en imposant que  $\check{c}$  **prenne une valeur intermédiaire entre les deux valeurs voisines de  $c$  dans les régions où  $c$  est monotone.**

Supposons pour fixer les idées que  $c_{i-1} \leq c_i \leq c_{i+1}$  et  $U \geq 0$ . La condition ci-dessus s'écrit simplement

$$c_j \leq \check{c}_{j+1/2} \leq c_{j+1} \text{ pour } j = i - 1 \text{ et } j = i \quad (2.42)$$

et

$$c_{i-1} \leq \check{c}_i \leq c_i. \quad (2.43)$$

En introduisant la condition 2.42 dans l'Eq. 2.39, on assure que  $c_i^* \leq c_i$  tandis que l'Eq. 2.41 et les conditions 2.42 et 2.43 garantissent que  $c_{i-1} \leq c_i^*$ . On voit finalement que la condition suffisante énoncée ci-dessus garantit que  $c_i^*$  **est compris entre  $c_{i-1}$  et  $c_i$  (resp.  $c_i$  et  $c_{i+1}$ ) pour  $U > 0$  (resp.  $U < 0$ ).** Or, comme le remarque Van Leer (1977), cette proposition implique la monotonie.

Si on rajoute en plus la condition que  $\check{c}_i = c_i$  (distribution sous-maille constante) quand  $c_i$  est un extremum, on interdit la croissance des extrema. Ceci implique de fait la **positivité** du schéma et interdit la création d'oscillations provenant du caractère dispersif du schéma numérique (provenant de l'advection avec des vitesses différentes des différentes composantes de Fourier de la distribution, cf. e. g. Rood, 1987).

Noter aussi qu'avec les définitions ci-dessus, une distribution uniforme de traceur sera inchangée par l'advection, même avec des champs de vents divergents (on s'en convainc en remplaçant  $\check{c}_{i-1/2}$  et  $\check{c}_{i+1/2}$  par une valeur constante dans l'Eq. 2.39).

Dans les dérivations ci-dessus, on a supposé implicitement que le pas de temps était suffisamment petit pour éviter de transférer plus que la maille d'une cellule en un pas de temps (nombre de Courant  $U/m$  inférieur à 1). Si le flux de masse est exactement égal à la masse d'air dans le volume amont, on calculera la distribution de traceur exactement, quelque soit l'approximation choisie pour la distribution sous-maille.

### 2.3.4 Le schéma de Godunov

La première approximation consiste à supposer que le traceur est constant dans chaque maille (polynôme de degré zéro).  $\check{c}$  est alors simplement la valeur de  $c$  dans la maille amont ( $\check{c}_{i+1/2} = c_i$  si  $U_{i+1/2} > 0$  et  $c_{i+1}$  sinon). Ce schéma proposé à l'origine par Godunov (1959) est bon marché, positif et monotone mais au prix d'une diffusion numérique très forte. La diffusivité du schéma peut d'ailleurs être quantifiée. Dans le cas d'un champ de vent non divergent ( $u = U\delta x/(m\delta t) = \text{cste}$  à une dimension), le schéma 2.39 s'écrit

$$c_i^* = c_i + \frac{U}{m}c_{i-1} - \frac{U}{m}c_i \quad (2.44)$$



et peut se récrire

$$\frac{c_i^* - c_i}{\delta t} = u \frac{c_{i-1} - c_i}{\delta x} \quad (2.45)$$

$$= u \frac{c_{i-1} - c_{i+1}}{2\delta x} + \frac{u\delta x}{2} \frac{c_{i-1} - 2c_i + c_{i+1}}{\delta x^2} \quad (2.46)$$

comme la somme d'un schéma numérique centré d'ordre 2 et d'un terme de diffusion numérique avec une diffusivité  $u\delta x/2$ .<sup>12</sup>

### 2.3.5 Schémas du second ordre

Pour passer à un ordre supérieur, on suppose que la distribution sous-maille est linéaire avec une pente  $(\delta c)_i$  donnant les valeurs aux bords gauche et droit de la maille  $i$  comme  $c_i^\pm = c_i \pm (\delta c)_i/2$  (voir l'illustration de la Fig. 2.5).

Dans ce cas,  $\check{c}_{i+1/2}$  est donné par

$$\check{c}_{i+1/2} = c_i + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{U_{i+1/2}}{m_i} \right) (\delta c)_i \text{ si } U_{i+1/2} > 0 \quad (2.47)$$

$$= c_{i+1} - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{U_{i+1/2}}{m_{i+1}} \right) (\delta c)_{i+1}, \text{ sinon.} \quad (2.48)$$

Différents schémas ont été proposés (Van Leer, 1977, 1979) correspondant à différentes estimations de  $(\delta c)$ , dont deux schémas particulièrement intéressants, l'un pour son faible coût et l'autre pour sa précision.

Dans le schéma I de Van Leer, la pente est simplement estimée à chaque pas de temps par différences finies  $(\delta c_i = (c_{i+1} - c_{i-1})/2)$  comme l'illustre le graphique **a** de la Fig. 2.6. Ce schéma peut être considéré comme une version volumes-finis du schéma de From (1968).

Dans le second schéma, la pente au pas de temps  $t + \delta t$  dans une maille donnée est calculée à partir de la distribution en ligne brisée résultant de l'advection au temps  $t$  (illustration sur le graphique **b** de la Fig. 2.6). La nouvelle distribution sous-maille minimise la distance quadratique par rapport à cette distribution. Ce second schéma (le schéma III dans l'article original de Van Leer) a en fait été redécouvert quelques années plus tard par Russell et Lerner (1981)<sup>13</sup> dans un contexte météorologique tridimensionnel. Ce schéma a été popularisé dans le modèle de circulation générale du NASA/GISS. On l'appelle souvent schéma des pentes ("slopes scheme" en anglais). On retiendra ce nom dans ce qui suit.

On présente, sur le graphique **c** de la Fig. 2.6, un exemple typique de calcul d'advection unidimensionnel avec le schéma de Godunov, Van Leer I et le schéma des pentes. Le schéma des pentes est bien sûr le plus précis mais la différence principale se situe entre le schéma de Godunov, extrêmement diffusif, et les deux autres. On voit également apparaître pour les deux schémas d'ordre 2 des oscillations provenant de la non monotonie du schéma et la création de valeurs négatives.

<sup>12</sup>Le dernier terme de l'équation est une approximation numérique de  $u\delta x/2 \partial^2 c / \partial x^2$ .

<sup>13</sup>La mise à jour de la pente, Eq. (11) de Van Leer (1977), est la restriction exacte au cas unidimensionnel et non divergent de l'Eq (23) de Russell et Lerner (1981).



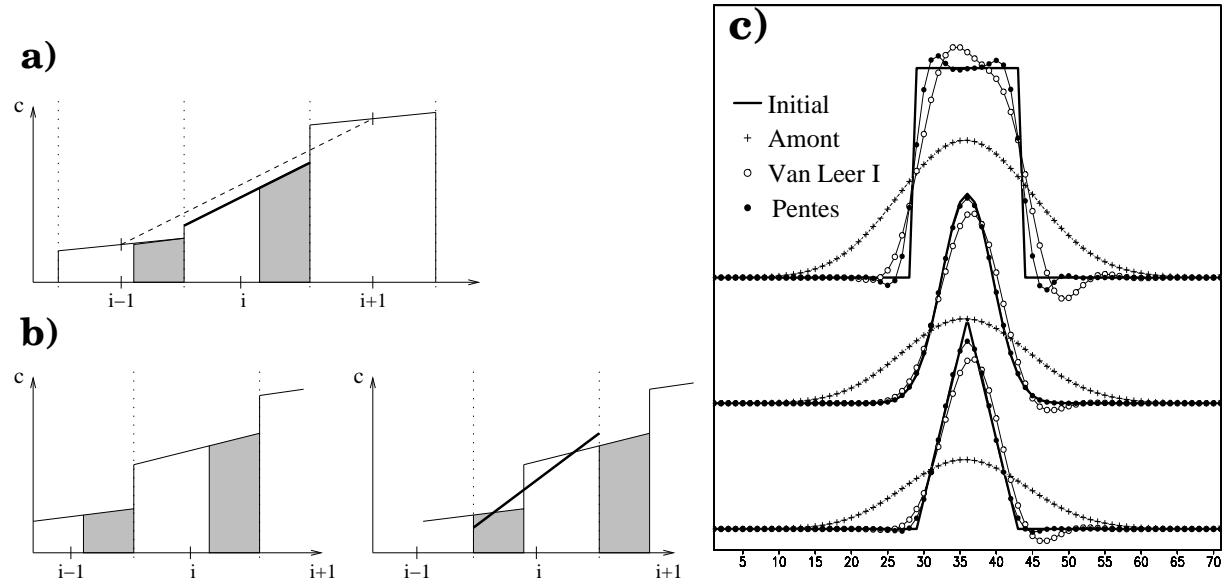


FIG. 2.6 – Schémas du 2nd ordre. Illustration de l'estimation de la pente par différences finies pour le schéma I de Van Leer (a) et par calcul par moindres carrés à partir de la distribution en ligne brisée résultant de l'advection au pas précédent (b). Cette seconde estimation correspond au schéma des pentes de Russell et Lerner (1981) ou au schéma III de Van Leer (se reporter au texte pour plus de détails). c : Exemples de calculs d'advection unidimensionnelle sur un domaine périodique de 70 points (axe horizontal), avec une vitesse constante  $u$  et trois distributions initiales. Les concentrations de traceur ( $c$ , unité arbitraire) sont montrées après une révolution complète, au pas de temps 350 pour un nombre de Courant  $U/m = 0,2$ .

### 2.3.6 Limiteurs de pentes

L'un des intérêts principaux du travail de Van Leer (1977) réside dans la possibilité qu'il offre d'assurer facilement la monotonie des schémas. Une première façon consiste à appliquer directement la contrainte explicitée à la fin de la Section 2.3.3.

Pour les schémas du second ordre, Van Leer (1977) propose aussi une condition suffisante à la fois plus brutale et plus simple. Il suffit, pour que le schéma soit monotone, d'imposer que la distribution dans une maille  $i$  soit entièrement comprise entre les valeurs moyennes des deux mailles adjacentes et que la pente soit du même signe que dans ces deux mailles (à noter que ce dernier critère est automatiquement satisfait par le schéma I). Cette condition suffisante peut s'exprimer facilement comme un limiteur de pente. Pour le schéma I, la formulation complète du calcul de la pente avec limiteur s'écrit simplement

$$(\delta c)_i = \text{sign}(c_{i+1} - c_i) \times \min \left( \frac{|c_{i+1} - c_{i-1}|}{2}, 2|c_{i+1} - c_i|, 2|c_i - c_{i-1}| \right) \quad (2.49)$$

si  $c_i$  est compris entre  $c_{i-1}$  et  $c_{i+1}$  et 0 sinon.

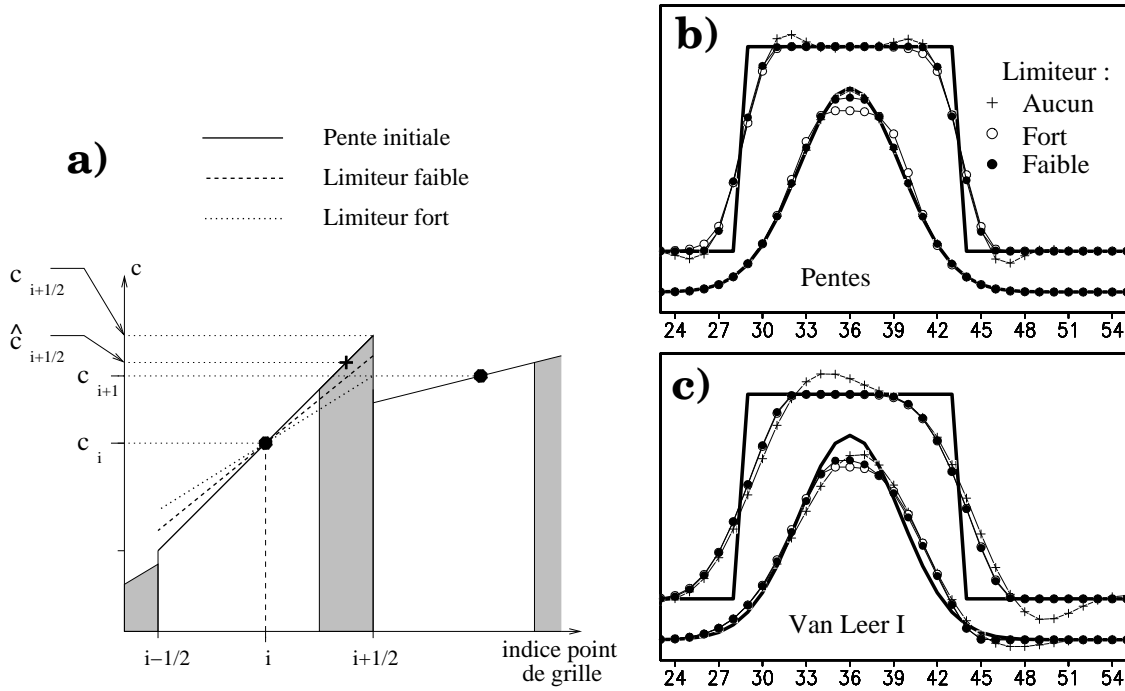


FIG. 2.7 – **a)** Illustration de l'application d'un limiteur de pente. A droite, impact des limiteurs de pentes sur le schéma des pentes (**b**) et sur le schéma I de Van Leer (**c**). Les cas sans limiteurs (les mêmes que sur la Fig. 2.6) et les limiteurs faibles et forts (se reporter au texte pour plus de détails) sont montrés pour les distributions carrée et gaussienne.

L'effet de l'application d'un limiteur fort (décrit ici) ou d'un limiteur faible (application directe des Eq. 2.42 et Eq. 2.43), qui correspondent respectivement aux Eq. (66) et (74) données par Van Leer (1977) est illustré sur la Fig. 2.7a. Un test numérique de l'impact de ces limiteurs est montré sur les Fig. 2.7c et d. Le limiteur fort dégrade de façon significative la précision du schéma des pentes tandis que le limiteur faible corrige ce schéma de façon sélective au niveau des oscillations, sans émousser par exemple le sommet de la gaussienne. Pour le schéma I, la différence entre les deux limiteurs est nettement plus marginale.

Il existe une alternative élégante à l'Eq. 2.49 qui consiste à utiliser la moyenne géométrique des deux pentes voisines

$$(\delta c)_i = \frac{2(c_{i+1} - c_i)(c_i - c_{i-1})}{c_{i+1} - c_{i-1}} \quad (2.50)$$

quand  $(c_{i+1} - c_i)(c_i - c_{i-1}) > 0$  et 0 sinon. Cette formulation satisfait automatiquement la limitation forte. Ce schéma est seulement légèrement plus diffusif que le schéma I mais le gain en temps est également relativement faible, le calcul de la pente ne représentant qu'une partie du coût du schéma.

### 2.3.7 Schémas du troisième ordre

La description de la distribution sous-maille du traceur peut être encore améliorée en utilisant un polynôme du second ordre. L'équivalent du schéma I de Van Leer (le schéma IV dans l'article original) consiste à évaluer les coefficients de ce polynôme par différences finies à partir des valeurs moyennes dans les mailles. Van Leer a attaché peu d'importance à ce schéma qui présente par exemple comme défaut de n'être pas plus précis que le schéma I pour un nombre de Courant de 0,5. Cependant, pour des valeurs plus petites, il peut devenir nettement plus précis. Comme le schéma I, ce schéma présente l'intérêt de n'utiliser qu'un traceur par point de grille. Woodward et Colella (1981) ont développé une alternative au schéma IV en utilisant un filtre non-linéaire assez élaboré permettant de renforcer les pentes en cas de choc (se reporter également à Woodward et Colella, 1984; Colella et Woodward, 1984). La méthode qui en résulte a été baptisée Piecewise Parabolic Method. Elle a été utilisée pour les applications atmosphériques par exemple par Carpenter et al. (1990), Lin et Rood (1996) ou Vautard et al. (2001). Dans ce manuscrit on ne présente pas les résultats avec PPM. Mais des tests ont été réalisés récemment avec ce schéma qui se comporte de façon assez similaire au schéma des pentes pour un coût numérique intermédiaire entre les schémas I et III (pentes) en termes de temps de calcul. Le coût en stockage est le même que pour le schéma I.

L'équivalent à l'ordre 3 du schéma III de Van Leer est le schéma VI connu dans la littérature météorologique sous le nom de schéma de Prather (1986). Le schéma de Prather est évidemment beaucoup plus précis que tous les schémas présentés jusque là comme le montrent les illustrations de la section suivante. Cependant, il nécessite la conservation de 10 traceurs indépendants : la moyenne, les 3 pentes dans les 3 directions d'espace  $c_x$ ,  $c_y$ ,  $c_z$  et les 6 moments du second ordre  $c_{xx}$ ,  $c_{yy}$ ,  $c_{zz}$ ,  $c_{xy}$ ,  $c_{yz}$  et  $c_{xz}$ . Il est également nécessaire de lui adjoindre des algorithmes du type limiteurs de pente pour éviter complètement les oscillations numériques ou les valeurs négatives.

### 2.3.8 Introduction des schémas dans LMDZ

L'introduction des schémas en volumes finis est relativement facile dans le modèle de circulation générale LMDZ car les flux de masse sont déjà définis sur une grille décalée. Ces flux de masse sont ceux utilisés dans la partie météorologique pour intégrer l'équation de continuité pour l'air, à savoir l'Eq. 2.33 ou l'Eq. 2.88 donnée plus loin.

#### Flux alternés

Les présentations ci-dessus ont été faites avec une seule dimension d'espace. Une solution naturelle pour passer en 3 dimensions consiste à calculer d'abord les flux dans chaque dimension puis à calculer la divergence des flux.

Une alternative classique consiste à faire trois calculs d'advection, successivement dans les trois directions. On parlera de flux alternés ou de directions alternées.

Cette seconde méthode est curieusement plus précise dans le cas d'une advection en diagonale par rapport au maillage. Ceci est illustré sur la Fig. 2.8 pour une configuration bidimensionnelle. Si on considère un pas de temps d'advection, le calcul direct ne tient pas

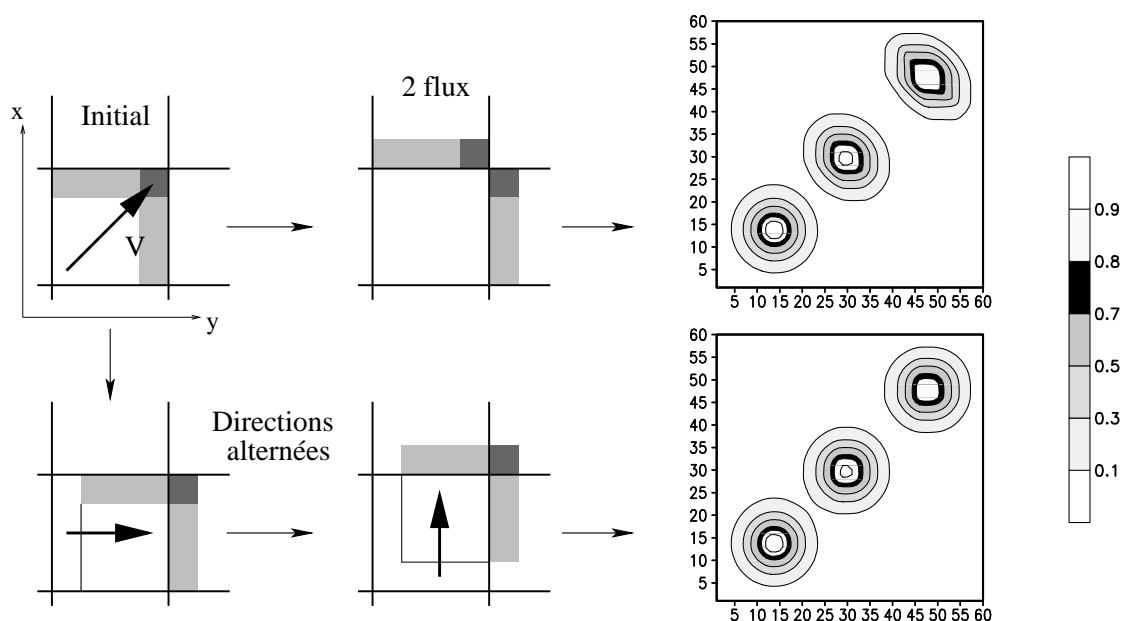


FIG. 2.8 – Advection uniforme d'un pic gaussien de concentration le long de la diagonale d'un maillage bidimensionnel régulier. En haut, le calcul de la divergence des flux est effectué à partir de flux estimés indépendamment en  $x$  et en  $y$ . La ligne du bas montre un calcul alterné avec d'abord une advection en  $x$  puis une advection en  $y$ . Ces illustrations numériques ont été réalisées avec le schéma I de Van Leer, sur un maillage de 60 points dans chaque direction horizontale.

compte de l'air passant directement dans la maille située en diagonale par rapport à la maille du milieu (le petit carré sombre sur les figures). En revanche, cet air est compté deux fois, une fois dans l'advection en  $x$  et une fois dans l'advection en  $y$ . Ceci produit une très forte diffusion latérale en réduisant la propagation dans la direction du mouvement. En partant d'un panache gaussien, la distribution obtenue s'étire dans la direction transverse à l'écoulement (en haut à droite sur la figure).

Au contraire, pour l'advection en flux alternés, le carré sombre commence par passer dans la maille située à droite de la maille d'origine puis en haut et arrive bien finalement dans la maille située en diagonale par rapport à la maille d'origine. Si on pouvait à chaque instant connaître exactement la distribution sous-maille du traceur, on aurait donc un calcul exact.

Dans la méthode des flux alternés, on intègre successivement non seulement l'équation d'advection du traceur (Eq. 2.39) mais aussi l'advection de transport de l'air (Eq. 2.40)<sup>14</sup>. Avec cette approche, une distribution uniforme de traceur est inchangée par l'advection indépendamment du caractère divergent ou non du champ de vent (Lin et Rood, 1996, montrent

<sup>14</sup>Une certaine confusion sur ce point est entretenue dans la littérature (cf. e. g. Carpenter et al., 1990) dans laquelle on présente souvent les flux alternés en ne découplant que l'équation de transport des traceurs puis en introduisant comme des astuces numériques les corrections nécessaires qui, si elle sont bien choisies, consistent simplement à découper simultanément l'équation de conservation pour l'air.

que ce n'est pas garanti par toutes les formulations en flux alternés).

Cette approche en flux alternés est utilisée assez systématiquement dans les calculs d'advection en volumes finis (Van Leer, 1979; Allen et al., 1991; Russell et Lerner, 1981; Prather, 1986).

On utilise ici la séquence proposée par Russell et Lerner (1981) :

Direction	pas de temps
X	$\delta t/2$
Y	$\delta t/2$
Z	$\delta t$
Y	$\delta t/2$
X	$\delta t/2$

### Sauter des mailles

Si on veut ne travailler qu'avec des nombres de Courant ( $\delta t u / \delta x$  ou  $U/m$ ) inférieurs à 1, le raffinement de la discrétisation près des pôles, inhérent aux grilles globales longitudes-latitudes, nécessite l'utilisation de pas de temps extrêmement petits dans la direction longitudinale. Une possibilité pour résoudre ce problème consiste à découper encore davantage le pas de temps pour l'advection longitudinale.

Il existe une alternative utilisant le fait que le calcul est exact pour un nombre de courant de 1. Dans ce cas en effet, le flux est simplement le produit du flux de masse par la concentration moyenne du traceur dans la maille amont. Si le nombre de courant est plus grand que 1, (pour fixer les idées, si on prend  $U_{i+1/2} > 0$  et  $m_i < U_{i+1/2} < m_i + m_{i-1}$ ) on peut calculer le transfert de traceur comme la somme de la quantité de traceur dans la maille amont ( $m_i c_i$ ) et de la quantité de traceur transférée depuis la maille  $i - 1$  avec un flux de masse  $U_{i+1/2} - m_i$ .

De façon générale, pour

$$\sum_{j=i-n+1}^i m_j < U_{i+1/2} \leq \sum_{j=i-n}^i m_j \quad (2.51)$$

on prend

$$F_{i+1/2} = \sum_{j=i-n+1}^i m_j c_j + \left( U_{i+1/2} - \sum_{j=i-n+1}^i m_j \right) \check{c}_{i-n+1/2} \quad (2.52)$$

avec

$$\check{c}_{i-n+1/2} = c_{i-n} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{U_{i+1/2} - \sum_{j=i-n+1}^i m_j}{m_{i-n}} \right) (\delta c)_i \quad (2.53)$$

Cette façon de voir les schémas en volumes finis présente de fortes analogies avec les approches semi-Lagrangiennes pour lesquelles on prédit la valeur ponctuelle en un point du maillage en remontant en amont la trajectoire de la particule. Cette analogie a conduit Lin et Rood (1996) à introduire la notion de flux-form Semi-Lagrangian method. A noter qu'en parallèle, les adeptes des schémas semi-Lagrangiens classiques modifient leurs formulations pour garantir la conservation et les font ressembler de plus en plus à des schémas en volumes finis (e. g. Yabe et al., 2001).

On pourrait de façon générale et pour un pas de temps aussi grand qu'on veut, estimer les contours du maillage transportés à rebours sur un pas de temps. A partir d'une estimation polynomiale des distributions sous mailles, comme celles proposées par Van Leer, on pourrait calculer alors la distribution de traceur sur ce maillage déformé par le transport à rebours. Mais on paie vite en complexité du schéma et en coût informatique (introduction de branchements supplémentaires et gestion de la mémoire, particulièrement pénalisant sur des ordinateurs vectoriels ou parallèles) ce qu'on gagne avec l'utilisation d'un pas de temps plus long. De plus, on ne tient pas forcément à utiliser des pas de temps plus longs que les constantes caractéristiques des autres processus (transport turbulent dans la couche limite, chimie, etc...). On restreint donc ici le traitement des nombres de Courant plus grands que 1 à la direction longitudinale pour traiter spécifiquement le problème de raffinement du maillage en longitude à l'approche des pôles. Pour une résolution typique du modèle LMDZT, avec une grille d'environ 100 000 points et un pas de temps de 15 minutes, la condition  $U/m > 1$  n'est rencontrée typiquement que quelques dizaines de fois par pas de temps ce qui rend le coût marginal raisonnable.

### Le point du pôle

Dans le modèle du LMD, les pôles correspondent à des centres de mailles triangulaires. La dimension de ces mailles est 2 fois plus petite dans la direction méridienne que celle des mailles normales. Toutes ces mailles ne sont en fait pas indépendantes et on impose que les valeurs scalaires (pression de surface, température, concentration de traceurs) soient toutes identiques. L'évolution de la masse d'air ou de la quantité d'un traceur au pôle est estimée à partir de la convergence totale des flux méridiens. En fait, on peut considérer le pôle comme un volume de contrôle consistant en un polygone avec autant d'arêtes que le nombre de points longitudinaux de la grille.

Il semble impossible de garantir strictement la monotonie du schéma en conservant des pentes non nulles pour ces mailles polaires. On retient donc aux pôles un schéma de Godunov.

### Advection transpolaire

La Fig. 2.9 montre un exemple d'advection transpolaire d'une distribution sinusoïdale avec un écoulement en rotation solide le long du méridien de Greenwich. Les figures du bas montrent le résultat de l'advection après une révolution complète (la solution exacte, à gauche, est identique à la distribution initiale). La distribution obtenue avec le schéma I (cas a) est allongée dans la direction méridienne à cause de la diffusion numérique, dans la direction de l'écoulement. Pour la même résolution, le schéma de Prather est beaucoup moins diffusif. La forme des iso-lignes est cependant légèrement altérée par le passage au pôle. Pour ces calculs, on s'est arrangé pour que le nombre de Courant soit toujours inférieur à 1. Le dernier exemple sur la droite (cas b) correspond à un calcul avec le schéma I utilisant un pas de temps beaucoup plus grand, avec un nombre de Courant qui atteint 8 dans la direction longitudinale près du pôle. On remarque que les résultats sont plutôt meilleurs que ceux du cas a à cause du plus petit nombre de pas de temps nécessaire (160 au lieu de 16000).

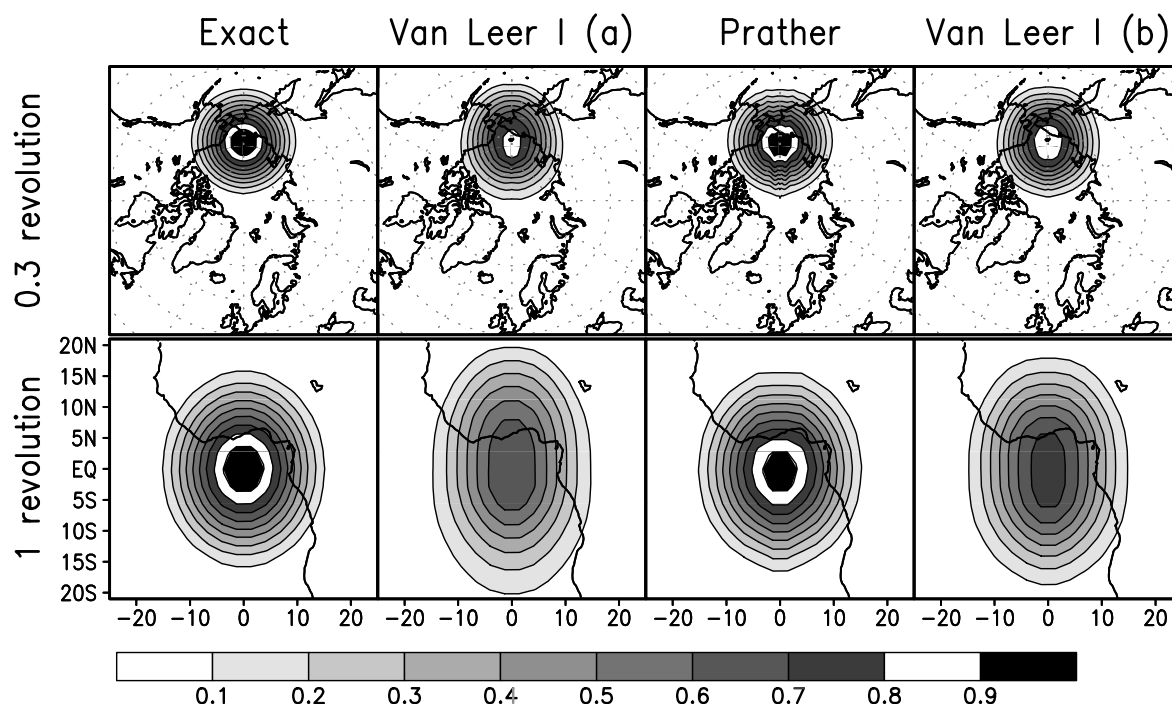


FIG. 2.9 – Test numérique d’advection transpolaire. Suivant Williamson et Rasch (1989) et Allen et al. (1991), la distribution initiale de traceur est donnée par  $c(\lambda, \phi) = (1 + \cos[\min(r[\lambda, \phi]/R, 1)])/2$  avec  $r = \arccos(\cos \lambda \cos \phi)$  et  $R = 7 \times (2\pi)/128$ . La grille utilisée comprend 128 points en longitude et 64 en latitude. On montre de gauche à droite, la solution exacte, un test du schéma I de Van Leer avec 16000 pas de temps (pour avoir un nombre de Courant plus petit que 1) pour une révolution complète, un test du schéma de Prather avec le même pas de temps et enfin une simulation avec le schéma I mais seulement 160 pas de temps. Les graphiques du haut montrent la distribution de traceur juste après le premier passage par un pôle. Les graphiques du bas montrent le résultat obtenu après une révolution complète autour du globe.

### 2.3.9 Tests bidimensionnels

Dans cette section, nous présentons des tests bidimensionnels des schémas d’advection tels qu’ils sont codés dans le modèle LMDZT. On teste le schéma de Godunov, le schéma I de Van Leer, le schéma des pentes et le schéma de Prather. Pour le schéma I, on utilise le limiteur fort. Pour les schémas de pentes et de Prather, on assure seulement la positivité en utilisant un limiteur de flux (suivant Prather, 1986, on se contente d’imposer de ne pas sortir plus de traceur d’une maille que ce qu’elle contient). Les schémas de Pentes et de Prather que nous utilisons ont été optimisés et interfacés avec le modèle ancien du LMD par Pascal Simon et Christophe Genthon.

On insiste dans les tests présentés ci-dessous sur le rapport entre précision et coût numérique. On montre en effet que l’arbitrage entre une résolution plus fine, qui rend tous les schémas plus précis, et l’utilisation d’un schéma intrinsèquement plus précis, comme Prather, n’est pas



évident et peut dépendre du type de machine utilisé ou d'autres considérations relatives à d'autres composantes du modèle.

### Coût numérique des différents schémas

De façon générale, on peut gagner en précision en utilisant une résolution spatiale plus fine, ce qui se fait évidemment au prix d'un coût numérique plus grand. Une question pratique importante en termes d'efficacité des schémas est de savoir ce qu'on gagne en changeant de schéma d'advection à coût numérique inchangé. Puisque notre but est l'advection tridimensionnelle dans un modèle de circulation générale, il faut d'abord se faire une idée du coût relatif des différents schémas dans une telle configuration.

La comparaison la plus facile est celle de l'occupation en mémoire. Les schémas de Godunov, Van Leer I et PPM ne nécessitent de conserver qu'une variable indépendante par maille et par champ de traceur.

Les schémas des pentes et de Prather sont nettement plus coûteux avec respectivement 4 et 10 variables d'état pour décrire un traceur physique.

La comparaison en termes de rapidité est moins évidente et peut dépendre du type de machine utilisé. Des tests sur machines scalaires (stations SUN) et vectorielles montrent qu'il y a typiquement un facteur 2 entre le schéma I et les pentes et entre les pentes et Prather.

Les machines vectorielles favorisent de façon générale l'utilisation de schémas plus grossiers sur des grilles plus fines. Pour les tests présentés ci-dessous, effectués sur un CRAY-90, les pentes ont exactement le même coût numérique pour une grille horizontale de 60 par 43 points que le schéma I de Van Leer pour une grille de 120 par 85 points.

On voit que le fait de doubler la résolution horizontale dans chaque direction rend le schéma I équivalent à celui des pentes à la fois en termes de stockage et en termes de rapidité sur une machine vectorielle. De même, les pentes en résolution double sont comparables à Prather sur une grille deux fois plus grossière.

De façon générale, les machines scalaires sont plus favorables aux schémas plus précis.

### Test avec solution exacte connue

Nous présentons ici des tests numériques bidimensionnels effectués avec un champ de vent analytique présentant une rotation différentielle et pour lequel l'advection peut être calculée exactement. Ce test est effectué sur la sphère en utilisant la discrétisation du modèle de circulation, pour permettre de valider directement les codes utilisés dans le modèle de circulation générale.

Pour un champ de vent horizontal non divergent dans le plan longitude-latitude  $(\lambda, \phi)$ , les composantes zonale ( $u$ ) et méridienne ( $v$ ) du vent satisfont la relation suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial v \cos \phi}{\partial \phi} = 0 \quad (2.54)$$

Le champ de vent que nous utilisons dérive du potentiel suivant :

$$\Psi = aU_0 \cos^2 \frac{\lambda}{2} \cos^2 \phi \quad (2.55)$$



(où  $U_0$  est une vitesse caractéristique et  $a$  est le rayon planétaire) de sorte qu'on a

$$u = \frac{1}{a} \frac{\partial \Psi}{\partial \phi} = -2U_0 \cos \phi \sin \phi \cos^2 \frac{\lambda}{2} \quad (2.56)$$

$$v = \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} = -U_0 \cos \phi \cos \frac{\lambda}{2} \sin \frac{\lambda}{2} \quad (2.57)$$

En suivant une trajectoire (valeur constante de  $\Psi$ ), la vitesse méridienne  $v = a d\phi/dt$  peut être réécrite en combinant les équations 2.55 et 2.57 :

$$a d\phi/dt = -\sqrt{\Psi U_0/a} \operatorname{sign} \lambda \sqrt{1 - \cos^2(\lambda/2)} \quad (2.58)$$

Si on introduit  $\alpha = \sqrt{\Psi U_0/a^3}$  et qu'on remplace  $\cos^2(\lambda/2)$  selon l'Eq. 2.55, cette équation devient

$$-\alpha \int \operatorname{sign} \lambda dt = \int \frac{\cos \phi d\phi}{\sqrt{\cos^2 \phi - \Psi/(aU_0)}} = \left[ \arcsin \left( \frac{\sin \phi}{\sqrt{1 - \Psi/(aU_0)}} \right) \right] \quad (2.59)$$

Les trajectoires, iso-valeurs de  $\Psi$ , sont parcourues avec la loi horaire donnée ci-dessus. Le temps mis par une particule pour revenir à sa position de départ est donc  $2\pi/\alpha = 2\pi a/(U_0 \cos \phi \cos \lambda/2)$ . Ce temps est plus court au centre du domaine et infini sur les bords.

### Résultats numériques

Sur le graphique en haut à gauche de la Fig. 2.10, on montre à la fois la distribution initiale du traceur, une gaussienne ne dépendant que de la longitude, et le champ de vent (dans une unité arbitraire). Toujours en haut, les figures à droite montrent l'évolution exacte du traceur sous l'effet de l'advection. La rotation est plus rapide au centre qu'aux bords du domaine, ce qui produit cette forme en spirale et une filamentation.

Pour les tests numériques on utilise trois résolutions :  $120 \times 60$  (résolution pleine),  $60 \times 30$  (résolution 1/2) et  $40 \times 20$  (résolution 1/3). Le pas de temps est choisi suffisamment petit pour que le nombre de Courant reste toujours plus petit que 1 (le traitement spécial en longitude n'étant codé que pour le schéma I de Van Leer). L'état final montré sur les figures correspond à une révolution complète au centre du maillage ce qui nécessite un nombre de pas de temps de 4000, 6000 et 12000 pour les différentes résolutions horizontales testées.

La reconstruction très fine des filaments (avec des valeurs maximum dépassant 0,9 pour une valeur initiale de 1) avec le schéma de Prather en pleine résolution est très impressionnante. Cependant, le schéma des pentes fait plutôt mieux à cette résolution que Prather dans une résolution deux fois plus grossière dans chaque direction horizontale. On observe la même chose entre le schéma I de Van Leer et le schéma des pentes.

Donc, si on change la résolution dans seulement deux directions, le schéma I se comporte plutôt mieux que les pentes en terme de rapport qualité/coût.

Si on change de résolution dans les trois directions, la comparaison doit être faite entre la pleine résolution et la résolution intermédiaire avec un avantage significatif pour les schémas précis.

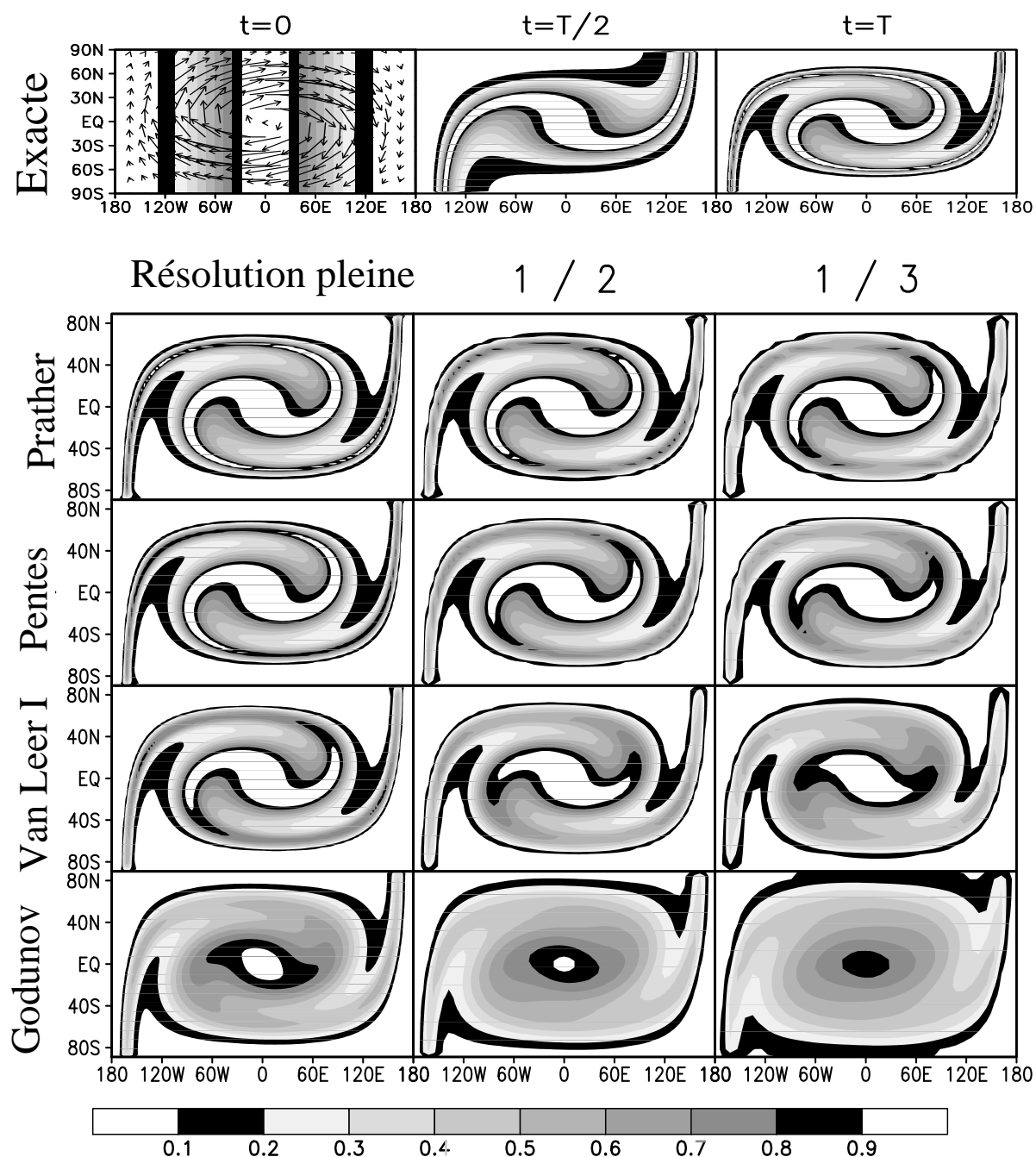


FIG. 2.10 – Tests d’advection bidimensionnelle avec un champ de vent analytique. La distribution initiale de traceur est une fonction gaussienne de la longitude. Les graphiques du haut montrent l’état initial (à gauche) et la solution exacte aux instants  $T/2$  et  $T$ . Le temps  $T$  correspond à une révolution complète au centre du domaine. En dessous, on montre les résultats numériques au temps  $T$  pour différents schémas d’advection et 3 résolutions : résolution pleine, 1/2 et 1/3, correspondant respectivement à des grilles longitude-latitude de  $120 \times 60$ ,  $60 \times 30$  et  $40 \times 20$  points.

Il est enfin intéressant de noter la différence flagrante de performances entre les schémas de Godunov et le schéma I en dépit d'un coût équivalent en termes de stockage.

### 2.3.10 Remarques pour conclure

Les schémas en volumes finis proposés par Van Leer (1977) conduisent facilement à des mises en œuvre tridimensionnelles qui satisfont des propriétés essentielles du transport comme

- la conservation de la quantité totale de traceur,
- la non modification d'une distribution constante de traceurs,
- l'invariance par addition d'une constante au champ de traceur,
- la monotonie,
- la non création d'extrema d'origine numérique (d'où la positivité),
- la décroissance de la variation totale (TVD en anglais) – somme des écarts absolus entre deux points consécutifs – au cours du temps qui assure la stabilité du schéma. On peut montrer que cette propriété (valable uniquement en dimension 1) est respectée à la fois par le schéma I de Van Leer et par le schéma PPM (cf. Roux, 2002).

En pratique, on constate que les schémas plus sophistiqués se comportent mieux, mais au prix d'un coût numérique additionnel du même ordre que celui qu'aurait entraîné l'utilisation d'une grille plus fine. A noter qu'il se peut que les schémas deviennent à partir d'un certain stade moins diffusifs que l'atmosphère elle-même. C'est particulièrement vrai pour la basse troposphère, dans laquelle la turbulence de couche limite induit une très forte diffusion verticale, qui, couplée à des cisaillements importants du vent horizontal, conduit aussi à une forte dispersion horizontale effective. Les tests présentés plus loin illustrent ce point.

Pour finir, il faut noter que nous avons présenté ici les schémas dérivés à l'origine par Van Leer. Le schéma PPM qui a également été testé dans LMDZ (résultats non présentés) semble supérieur à coût numérique égal (en tous cas en termes de stockage) à ces schémas d'origine.

L'ensemble des schémas décrits ci-dessus a été introduit dans le modèle LMDZ. Le schéma I de Van Leer a été retenu en standard pour sa robustesse et sa simplicité mais ce choix ne doit pas être considéré comme définitif et doit être reconsidéré en fonction du problème abordé.

## 2.4 Le transport sous-maille

Pour le terme turbulent  $\text{div} \left( \overline{\rho \mathbf{v}' c'} \right)$ , on distingue en fait trois contributions décrites ci-dessous.

### 2.4.1 Turbulence de couche limite

Dans la version standard de LMDZ, la turbulence de couche limite est traitée comme une super-viscosité ou viscosité turbulente. Dans ces formulations, comme pour la viscosité moléculaire, le flux d'une quantité transportée est proportionnel (avec un coefficient négatif) au gradient local de la quantité en question. Dans la couche limite planétaire, et si on s'intéresse

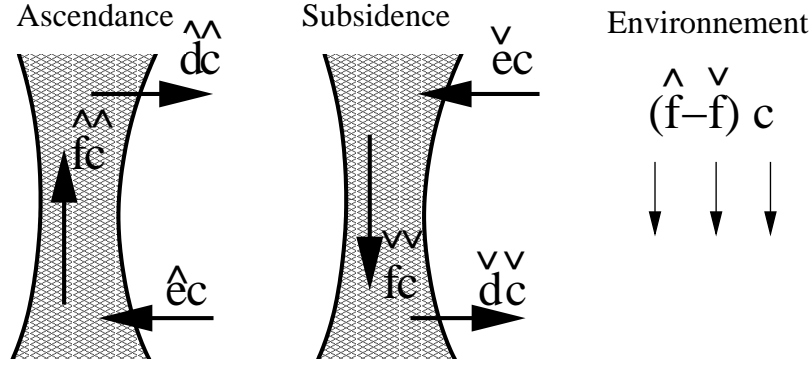


FIG. 2.11 – Notations pour le transport en flux de masse des traceurs par la convection.

à l'écoulement à grande échelle, le terme vertical domine de loin ce flux qui s'écrit alors

$$\overline{\rho w'c'} = -K_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad (2.60)$$

Dans la version standard du modèle LMDZ, ce coefficient  $K_z$  dépend du cisaillement vertical de vent et d'un nombre de Richardson. La formulation utilisée est donnée par Laval et al. (1981). Les limitations de cette paramétrisation ainsi que des approches alternatives sont discutées en détail dans le chapitre suivant.

### 2.4.2 Convection nuageuse

De nombreux développements ont été consacrés ces dernières décennies à la paramétrisation de la convection nuageuse (profonde ou peu profonde), notamment dans le cadre de la modélisation du climat. Les paramétrisations à la mode sont basées sur des approches dites en flux de masse (Arakawa et Schubert, 1974; Tiedtke, 1989; Emanuel, 1991). Elles ont en commun d'explicitement des ascendances concentrées, sensées représenter le cœur des nuages convectifs. Dans ces ascendances, l'air monte rapidement sous l'effet de sa propre flottabilité, renforcée dans le nuage par le dégagement de chaleur latente.

Certaines de ces paramétrisations considèrent un spectre complet de panaches ascendants. Dans les développements présentés ici, on utilise la paramétrisation de Tiedtke (1989) qui sépare la colonne atmosphérique en trois sous-colonnes : une pour les ascendances, une pour les descentes précipitantes et un troisième compartiment pour l'environnement dans lequel se produit une subsidence compensatoire plus lente.

L'ascendance est caractérisée par un flux de masse  $\hat{f}(z)$  qui échange de l'air avec l'environnement. Cet échange est prescrit au travers d'un entraînement  $\hat{e}$  et d'un déentraînement  $\hat{d}$ . Pour les descentes précipitantes, on définit de même un flux de masse  $\check{f}$ , un entraînement  $\check{e}$  et un déentraînement  $\check{d}$ .

La colonne convective est supposée stationnaire de sorte que la conservation de la masse d'air

entre les différents compartiments s'écrit

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial z} = \hat{e} - \hat{d} \quad (2.61)$$

et

$$-\frac{\partial \check{f}}{\partial z} = \check{e} - \check{d} \quad (2.62)$$

Le flux dans l'ascendance et les descentes précipitantes est compensé par un flux, en général plus lent, dans l'environnement,  $f_e = -\hat{f} - \check{f}$ .

Pour l'inclusion de la composante traceur, on fait les approximations suivantes en suivant la philosophie du schéma d'origine : on suppose que le traceur est dans un régime stationnaire à la fois dans l'ascendance et dans les descentes précipitantes. On suppose de plus que la fraction de la maille couverte par ces deux compartiments est suffisamment faible pour qu'on puisse confondre la concentration dans l'environnement  $c_e$  avec la concentration moyenne dans la maille ( $c_e = \bar{c}$  ou  $c$ ).

Sous ces hypothèses, la concentration dans l'ascendance  $\hat{c}$  est donnée par

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{c}}{\partial z} = \hat{e}c - \hat{d}\hat{c} \quad (2.63)$$

avec une équation similaire pour les descentes

$$-\frac{\partial \check{f}\check{c}}{\partial z} = \check{e}c - \check{d}\check{c} \quad (2.64)$$

(on pourra se reporter à la Fig. 2.11). Enfin, le flux de masse turbulent est donné par

$$\overline{\rho w'c'} = \hat{f}\hat{c} + \check{f}\check{c} - (\hat{f} + \check{f})c \quad (2.65)$$

Afin d'assurer la stabilité numérique de ce schéma, les différents termes de transport (de la forme  $fc$ ) sont traités avec un schéma amont du premier ordre.<sup>15</sup> La diffusion numérique n'est pas un problème ici puisque le processus physique lui-même est très diffusif. Les erreurs numériques associées sont certainement plus faibles que les incertitudes sur l'intensité et la description des échanges d'air dans la colonne convective.

<sup>15</sup>Pour la formulation discrète, on introduit, par exemple pour l'ascendance, les quantités  $\hat{E}_i \simeq \hat{e}\delta z\delta t$  et  $\hat{D}_i \simeq \hat{d}\delta z\delta t$  (entraînement et déentraînement vers et depuis l'ascendance pour la couche  $i$  durant le pas de temps  $\delta t$ ) et  $\hat{F}_{i+1/2} \simeq \hat{f}\delta t$  (transfert de masse entre les couches  $i$  et  $i+1$ ). Les équations du modèle, discrétisées avec des schémas amont et en supposant que la concentration dans l'ascendance et dans la subsidence est en régime stationnaire, s'écrivent

$$\hat{E}_i + \hat{F}_{i-1/2} = \hat{D}_i + \hat{F}_{i+1/2} \quad (2.66)$$

$$\check{E}_i + \check{F}_{i+1/2} = \check{D}_i + \check{F}_{i-1/2} \quad (2.67)$$

$$\hat{E}_i c_i + \hat{F}_{i-1/2} \hat{c}_{i-1} = \hat{c}_i (\hat{D}_i + \hat{F}_{i+1/2}) \quad (2.68)$$

$$\check{E}_i c_i + \check{F}_{i+1/2} \check{c}_{i+1} = \check{c}_i (\check{D}_i + \check{F}_{i-1/2}) \quad (2.69)$$

où  $c_i$ ,  $\hat{c}_i$  et  $\check{c}_i$  sont les concentrations de traceur respectivement dans l'environnement (assimilée à la concentration moyenne dans la maille), l'ascendance et la subsidence. Si on note  $m_i$  la masse de la maille  $i$  et  $c_i^*$  la concentration

### Diffusion latérale

Les termes turbulents associés à du mélange vertical sont souvent nettement plus important que les termes horizontaux. Par exemple dans la basse troposphère, la combinaison d'un cisaillement de vent et d'un mélange vertical turbulent produit une dispersion horizontale des espèces traces extrêmement efficace. Tant que les mailles horizontales sont assez grossières, il est probable de plus que la diffusion numérique soit supérieure à la diffusion latérale réelle de l'atmosphère. Enfin, il faut noter que la théorie physique qui permet d'estimer la diffusivité latérale effective est loin d'être établie.

Cependant, il est probable que, notamment pour une grille zoomée très fine, il commence à être nécessaire d'inclure une paramétrisation de cette diffusion latérale. Ici, cette diffusion est plutôt introduite pour des tests de sensibilité et on retiendra une approche simple en longueur de mélange : comme pour la super-viscosité verticale, le flux horizontal de traceur est relié au gradient local de la quantité. L'effet de cette diffusion latérale sur le transport des traceurs s'écrit alors sous la forme d'un laplacien

$$\delta_t c = \frac{\delta x^2}{\nu} \Delta c \quad (2.74)$$

## 2.5 Architecture

D'un point de vue informatique, l'introduction de la composante traceurs suit l'organisation du modèle LMDZ avec séparation entre dynamique et physique. Les schémas d'advection grande échelle sont interfacés avec le code dynamique. Les flux de masse aux bords des mailles sont en général cumulés dans le temps puisque les schémas d'advection admettent un pas de temps plus long que le code dynamique.

Les parties turbulentes et convectives sont gérées par un moniteur de la "physique traceurs" interfacé avec la "physique". Ici, on utilise en général le même pas de temps d'une demi-heure que pour la physique. C'est au niveau de ce moniteur que l'on branche les codes chimiques comme INCA développé par Hauglustaine et al. (2004).

L'organisation de cet outil est résumée sur la Fig. 2.12.

Ce modèle est destiné avant tout à des études climatiques couplées dans lesquelles les distributions d'espèces chimiques ou d'aérosols rétroagissent sur les variables météorologiques. Cependant, notamment pour le développement et la validation, il est intéressant de disposer de versions "débranchées" du modèle et de pouvoir forcer la situation météorologique à suivre au plus près les analyses.

de traceur dans la maille  $i$  au pas de temps  $t + \delta t$ , on a

$$m_i c_i^* - m_i c_i = \hat{F}_{i-1/2} \hat{c}_{i-1} - \hat{F}_{i+1/2} \hat{c}_i + \hat{F}_{i+1/2} c_{i+1} - \hat{F}_{i-1/2} c_i \quad (2.70)$$

$$+ \check{F}_{i+1/2} \check{c}_{i+1} - \check{F}_{i-1/2} \check{c}_i + \check{F}_{i-1/2} c_{i-1} - \hat{F}_{i+1/2} c_i \quad (2.71)$$

$$= \hat{D}_i \hat{c}_i - \hat{E}_i c_i + \hat{F}_{i+1/2} c_{i+1} - \hat{F}_{i-1/2} c_i \quad (2.72)$$

$$+ \check{D}_i \check{c}_i - \check{E}_i c_i + \check{F}_{i-1/2} c_{i-1} - \hat{F}_{i+1/2} c_i \quad (2.73)$$

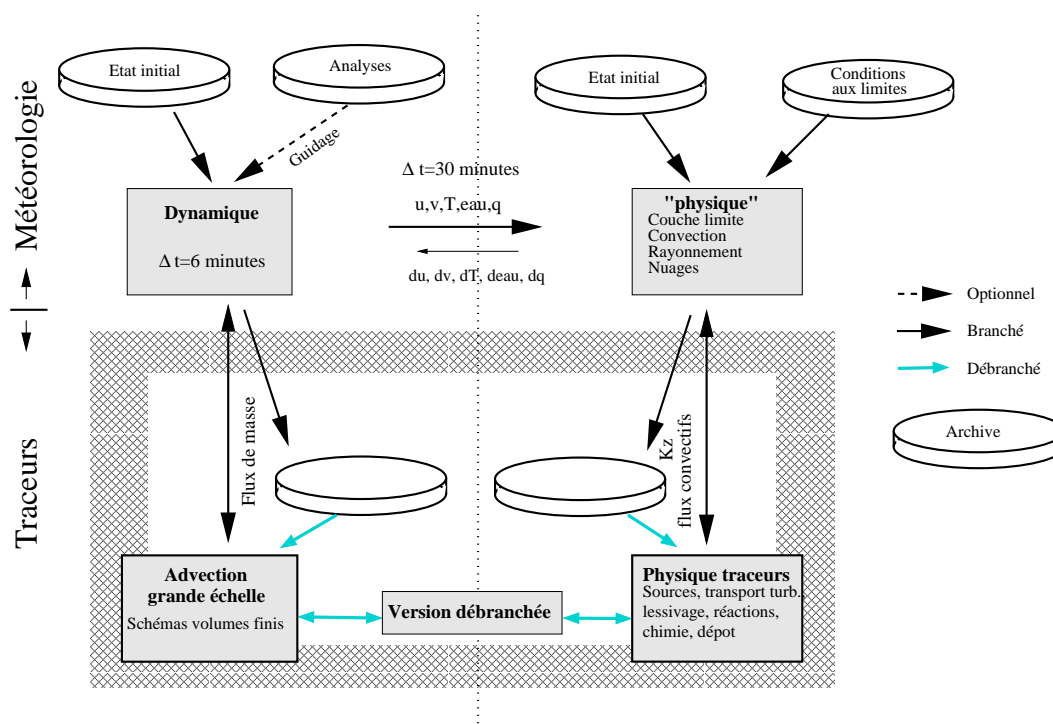


FIG. 2.12 – Organigramme du modèle LMDZT

Le modèle a donc été conçu de façon à pouvoir débrancher la météorologie. Les interfaces entre les parties météorologiques et traceurs ont été clairement identifiées. En mode "branché", on passe à chaque pas de temps les flux de masse pour le transport grande échelle ou les coefficients de mélange turbulent pour la partie physique. On peut également stocker ces variables d'interface sur des fichiers (en pratique, on est obligé de les cumuler sur quelques heures) qui peuvent alors être relus pour effectuer à moindre coût des simulations de transport débranchées.

Sous réserve de cumuler proprement les champs et d'effectuer un découpage propre dans les simulations débranchées, on peut utiliser des pas de temps de quelques heures pour le stockage. Ce point a été documenté en détail par Idelkadi (2002).

Le mode débranché permet de travailler de façon un peu plus souple quand on s'intéresse à des développements spécifiques à la chimie par exemple, ou de faire des tests de sensibilité en utilisant les mêmes champs météorologiques. Il devient surtout essentiel quand on intègre la dispersion à rebours dans le temps suivant l'approche détaillée dans le Chapitre 4.

LMDZT, en mode débranché et guidé par les analyses, s'apparente finalement à un modèle de type "transport-chimie" (Chemistry Transport Models en anglais). Mais, alors que dans les modèles de transport-chimie la météorologie est en général directement issue des réanalyses, on effectue ici une première simulation météorologique guidée. Cette approche offre l'avantage de pouvoir extraire des paramétrisations physiques du modèle tous les paramètres jugés nécessaires pour le transport des espèces traces.

Remarquons enfin que cette version débranchée permet éventuellement de calculer le



transport sur une grille plus fine que la grille météorologique. Cette approche est mise en œuvre dans LMDZT en redécoupant par exemple chaque maille en 4 sous-maillles horizontalement.

## 2.6 Eléments de validation de la composante traceurs de LMDZ

On montre ici deux exemples de validation du modèle LMDZT en version guidée. Dans la première application, on s'intéresse à l'isotope 222 du Radon, un radio-élément émis par les surface continentales. Ce traceur a été beaucoup utilisé pour valider et inter-comparer les codes de grande échelle. Le second exemple concerne un cas de dispersion d'une source ponctuelle, dans le cadre de la campagne européenne ETEX. On utilise une grille zoomée pour ce cas.

### 2.6.1 Simulations Radon

L'isotope 222 du Radon ( $^{222}\text{Rn}$ ) est un gaz trace radioactif particulièrement adapté à la validation des modèles de transport aux échelles temporelles de quelques heures à quelques semaines (Jacob et Prather, 1990). Il est formé à partir de la décomposition radioactive de l'isotope 238 de l'uranium, présent dans les sols. Les sources océaniques sont de ce fait de deux à trois ordres de grandeur plus faibles que les sources continentales. On peut donc voir le  $^{222}\text{Rn}$  comme un traceur de l'air continental. Le seul puits significatif du  $^{222}\text{Rn}$  est sa décomposition en Polonium-218 avec une période de décroissance de 5,5 jours.

Le  $^{222}\text{Rn}$  a été largement utilisé pour des validations et inter-comparaisons de modèles de transport en supposant une source uniforme sur les continents. Ici, on utilise une version un peu plus sophistiquée, développée par Christophe Genthon (LGGE) et Alexandre Armengaud (Genthon et Armengaud, 1995) dans laquelle le  $^{222}\text{Rn}$  diffuse vers la surface à travers une couche de sol poreuse. C'est alors le flux en bas de cette couche qui est prescrit.

Nous présentons une simulation guidée du  $^{222}\text{Rn}$  pour l'année 2000 avec une résolution horizontale de 2 degrés par 2 degrés. On compare les valeurs observées et simulées à deux stations d'observation : l'île d'Amsterdam dans l'océan indien austral (Fig. 2.13) et Mace Head à l'extrémité occidentale de l'Irlande (Fig. 2.14). Les deux jeux de données nous ont été aimablement communiqués par Michel Ramonet et Philippe Ciais (LSCE).

Ces deux stations sont sous forte influence océanique et font donc apparaître des contrastes marqués entre un fond relativement faible et des bouffées de Radon associées à des arrivées d'air continental, soit en situation de vent d'Est sur l'Europe pour Mace Head soit quand la circulation amène sur l'île d'Amsterdam des masses d'air en provenance d'Afrique du Sud.

On voit que le modèle reproduit assez bien à la fois les valeurs faibles dans les périodes sous influence océanique et une bonne partie des pics. Des simulations pour les années 1991 et 1992 (non montrées) ont été comparées aux résultats publiés par Mahowald et al. (1997). Cette comparaison montre que le modèle se comporte raisonnablement et qu'une partie des pics non simulés provient d'erreurs sur les champs de vents analysés. Noter que la forte dépendance de la source au contenu en eau des sols est négligée ici. Elle pourrait expliquer les surestimations



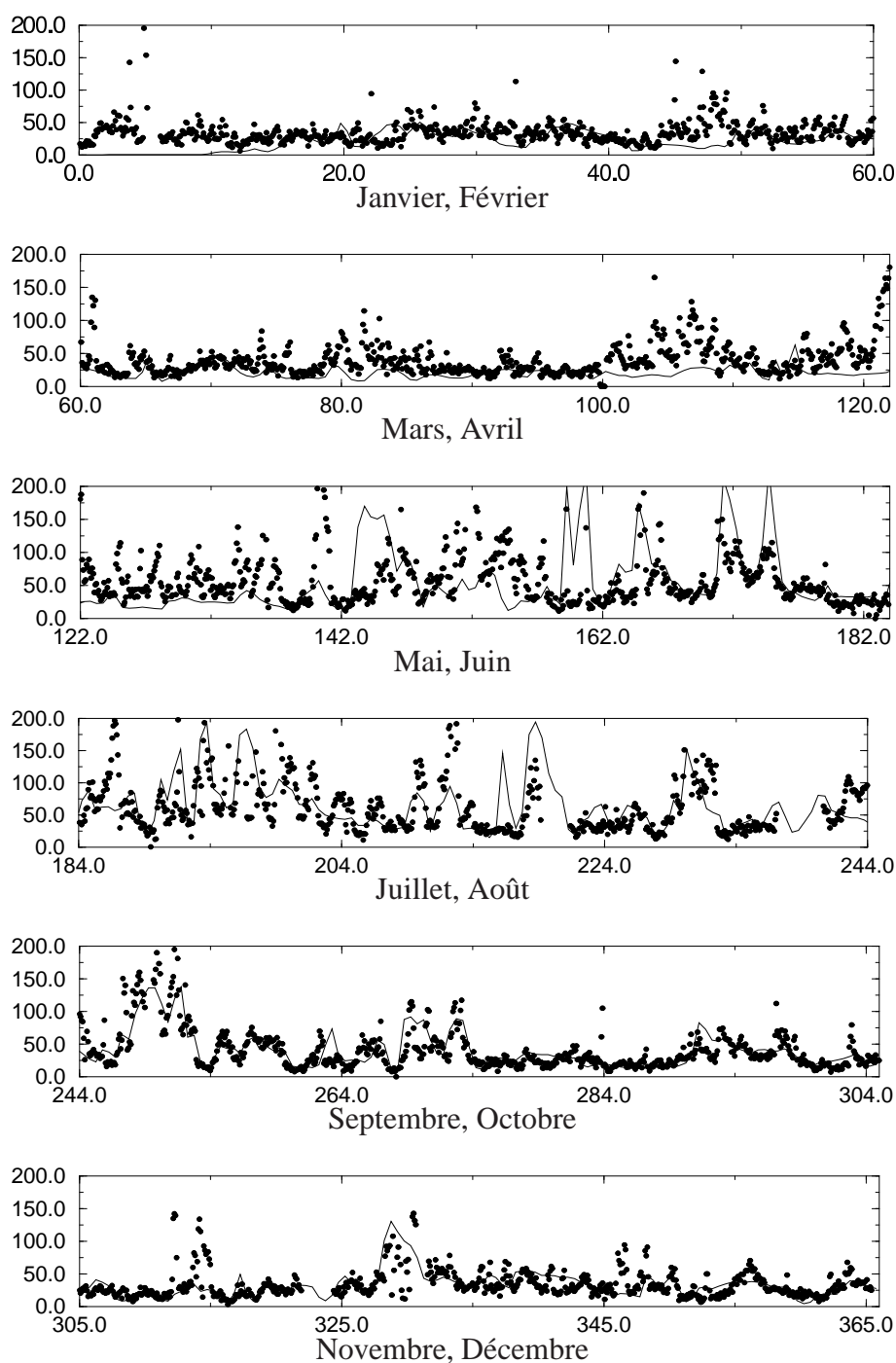


FIG. 2.13 – Mesure (points) et simulation (trait) du  $^{222}\text{Rn}$  ( $\text{mBq/m}^3$ ) à l'île d'Amsterdam pour l'année 2000. La simulation est réalisée avec le modèle LMDZT guidé par les analyses ECMWF en utilisant une grille régulière avec une résolution de  $2^\circ \times 2^\circ$ .

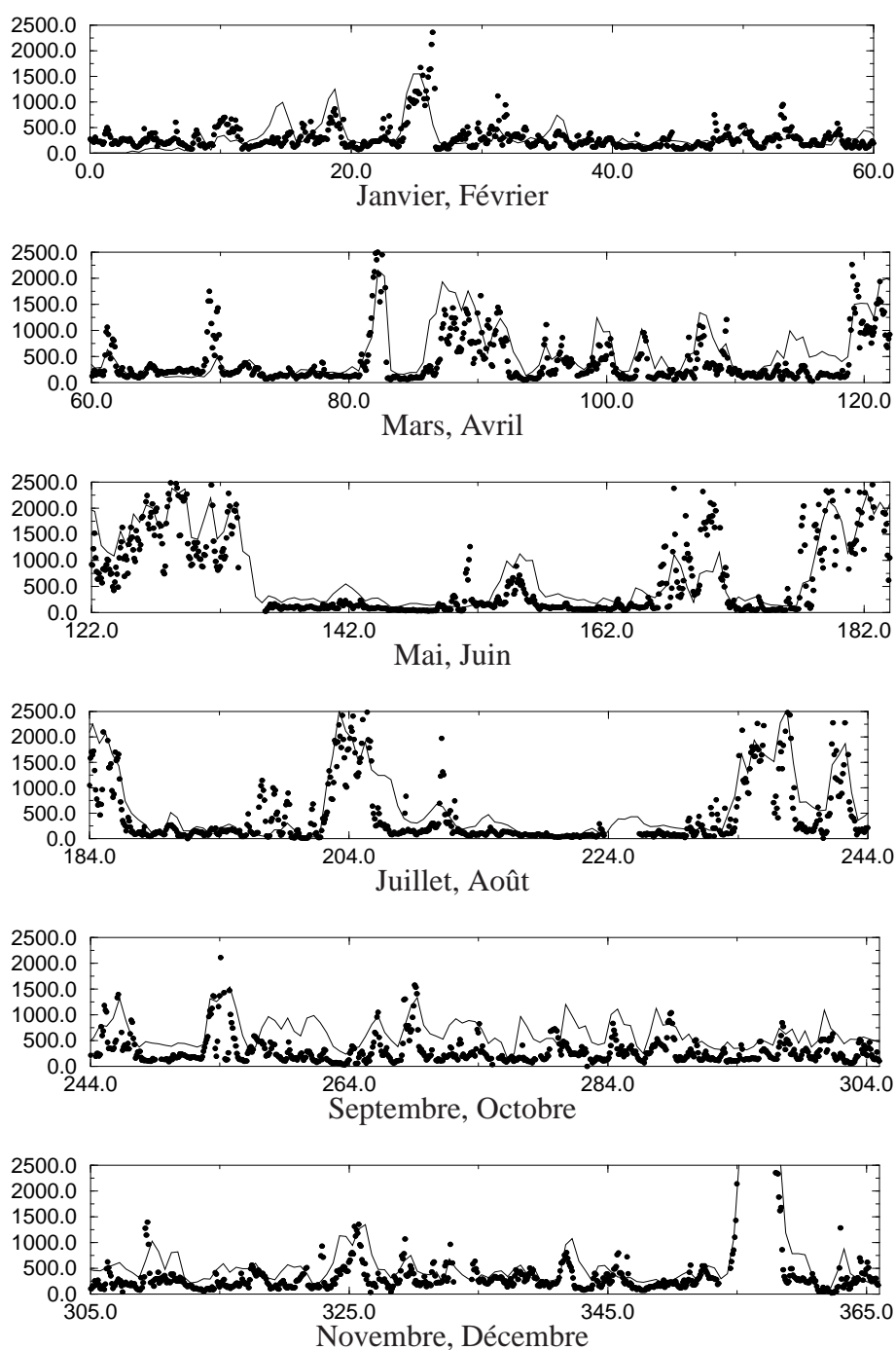


FIG. 2.14 – Mesure (points) et simulation (trait) du  $^{222}\text{Rn}$  ( $\text{mBq/m}^3$ ) à Mace Head pour l'année 2000. La simulation est réalisée avec le modèle LMDZT guidé par les analyses ECMWF en utilisant une grille régulière avec une résolution de  $2^\circ \times 2^\circ$ .

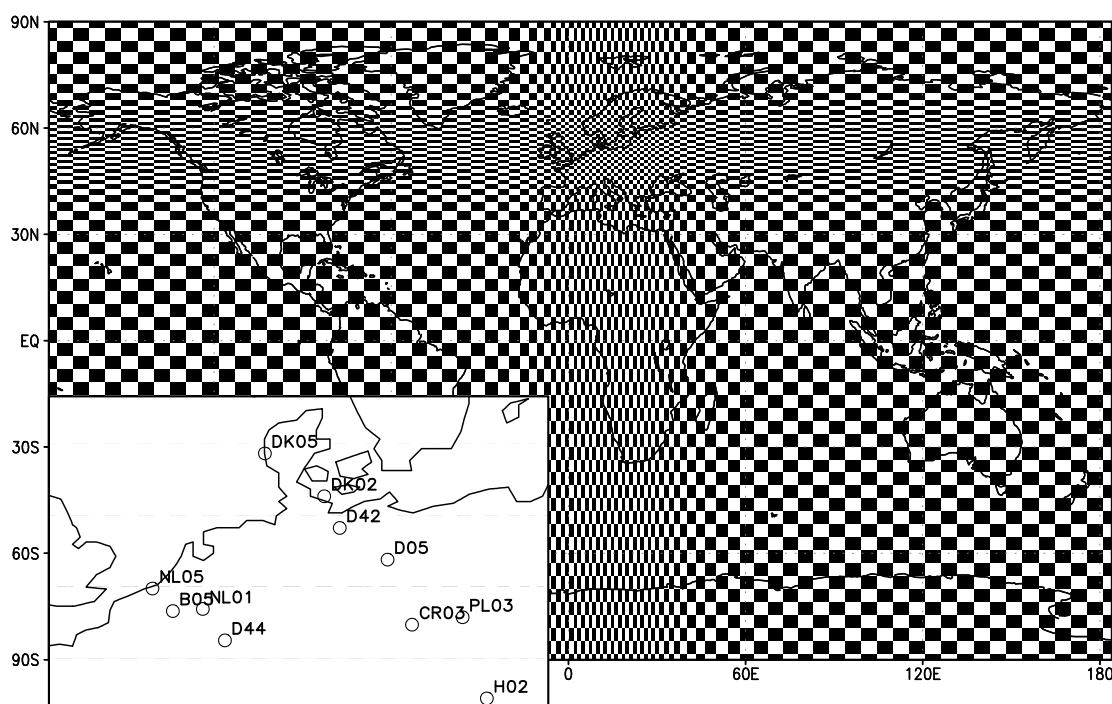


FIG. 2.15 – Grille retenue pour les simulations ETEX-1 et localisation des 11 stations retenues pour les diagnostics d'intercomparaison.

systématiques observées à Mace Head du 15 mai au 10 juin ou fin septembre.

### 2.6.2 Evaluation sur la campagne ETEX

Nous présentons dans cette section quelques résultats d'un travail effectué par Abderrahmane Idelkadi durant sa thèse (Idelkadi, 2002) concernant l'évaluation du modèle LMDZT en se basant notamment sur la comparaison à une série de modèles de dispersion ayant participé à la campagne ETEX (Van Dop et Nodop, 1998). La comparaison est faite par rapport à des résultats publiés il y a quelques années de cela et il est donc possible que certains de ces modèles possèdent aujourd'hui des versions plus récentes et plus performantes.

Pour cette évaluation, nous utilisons les résultats de la campagne ETEX (European Tracer EXperiment) organisée en 1994 par l'organisation mondiale de la météorologie, la Commission Européenne et l'Agence Internationale de l'Energie Atomique. Une quantité totale de 340 kg d'un gaz insoluble, le PMCH (Perfluoro-Methyl-Cyclo-Hexane), a été émise le 23 octobre 1994, à partir de 16h00 UTC (T0) et durant 12 heures, à travers une cheminée de 8 m située à Monterfil près de Rennes. Les conditions météorologiques ont été choisies de manière à ce que le traceur soit vu par le plus grand nombre possible des 168 stations d'observation réparties sur l'Europe. L'expérience a duré trois jours et les mesures de concentration du polluant ont été effectuées toute les trois heures à chaque station.

La Fig. 2.15 montre la grille LMDZ choisie pour la simulation avec un zoom sur l'Europe. On montre aussi en incrustation l'emplacement de 11 stations privilégiées par les organisateurs pour certains diagnostics lors des études d'intercomparaison.

La Fig. 2.16 montre les panaches observés et simulés à différents instants. On voit que le panache est globalement bien reproduit, à la fois en répartition spatiale et en intensité. Pour quantifier cet accord, on utilise l'un des critères statistiques retenus pour l'intercomparaison des modèles dans le cadre d'ETEX. Il s'agit du FMT pour Figure of Merit in Time. Le FMT se définit comme le rapport (traduit en pourcentage)

$$FMT_i = 100 \times \frac{\int_0^T \min[c_i^{\text{obs}}(t), c_i^{\text{sim}}(t)] dt}{\int_0^T \max[c_i^{\text{obs}}(t), c_i^{\text{sim}}(t)] dt} \quad (2.75)$$

où  $\min(x, y)$  (resp.  $\max(x, y)$ ) est le minimum (resp. maximum) de  $x$  et  $y$ ;  $c_i^{\text{obs}}(t)$  et  $c_i^{\text{sim}}(t)$  sont les concentrations observées et simulées à la station  $i$  à l'instant  $t$ . Le FMT vaut au maximum 100% quand observation et simulation coïncident. Il est sensible à la fois aux erreurs d'intensité et aux déphasages temporels.

La Fig. 2.17 montre les FMTs obtenus pour les 11 stations montrées sur la Fig. 2.15. Ces FMTs sont comparés à ceux obtenus avec une trentaine d'autres modèles. Les conclusions des inter-comparaisons ETEx avaient identifié une poignée de modèles qui se plaçaient au dessus du lot. Les performances relatives des différents modèles semblaient d'ailleurs peu liées à leurs caractéristiques, que ce soit au type d'approche (lagrangienne ou eulérienne par exemple) ou aux résolutions spatiales retenues. Il est fort probable d'ailleurs que les meilleurs modèles étaient en grande partie limités par le caractère imparfait des analyses météorologiques. Le modèle LMDZT n'a rien d'exceptionnel mais fait partie de ces bons modèles.

Les cartes suggèrent que le modèle est un peu trop diffusif. Les panaches à 24 et 48 heures sont en particulier plus étendus que les panaches observés. Des tests de sensibilité à la résolution (Fig. 2.18) indiquent que, quand on raffine la grille d'un facteur 2 dans les deux directions horizontales, on diminue la diffusion horizontale, mais en réduisant plutôt l'accord avec les mesures. A partir d'une maille de quelques dizaines de kilomètres, le modèle semble donc sous-estimer la diffusion horizontale. Ces résultats sont présentés plus en détail par Idelkadi (2002).

### 2.6.3 Discussion

On voit que le code LMDZT peut être utilisé comme un code de dispersion atmosphérique. Mais LMDZT se distingue par de nombreux aspects des codes développés spécifiquement pour les calculs de dispersion.

D'abord, un certain nombre de ces codes sont bâtis sur des trajectoires particulières ou Lagrangiennes. Cette approche semble relativement intuitive quand on a une source ponctuelle comme celle d'ETEX. Cependant, elle pose le problème que plus la dispersion devient importante, et plus le nombre de particules à injecter est grand si on veut pouvoir prédire les concentrations faibles observées loin des sources. Le traitement du transport turbulent est aussi une difficulté des codes particuliers. Certains font simplement l'impasse. D'autres utilisent des approches de type marche aléatoire. Par exemple, Vautard et al. (2001) commencent par

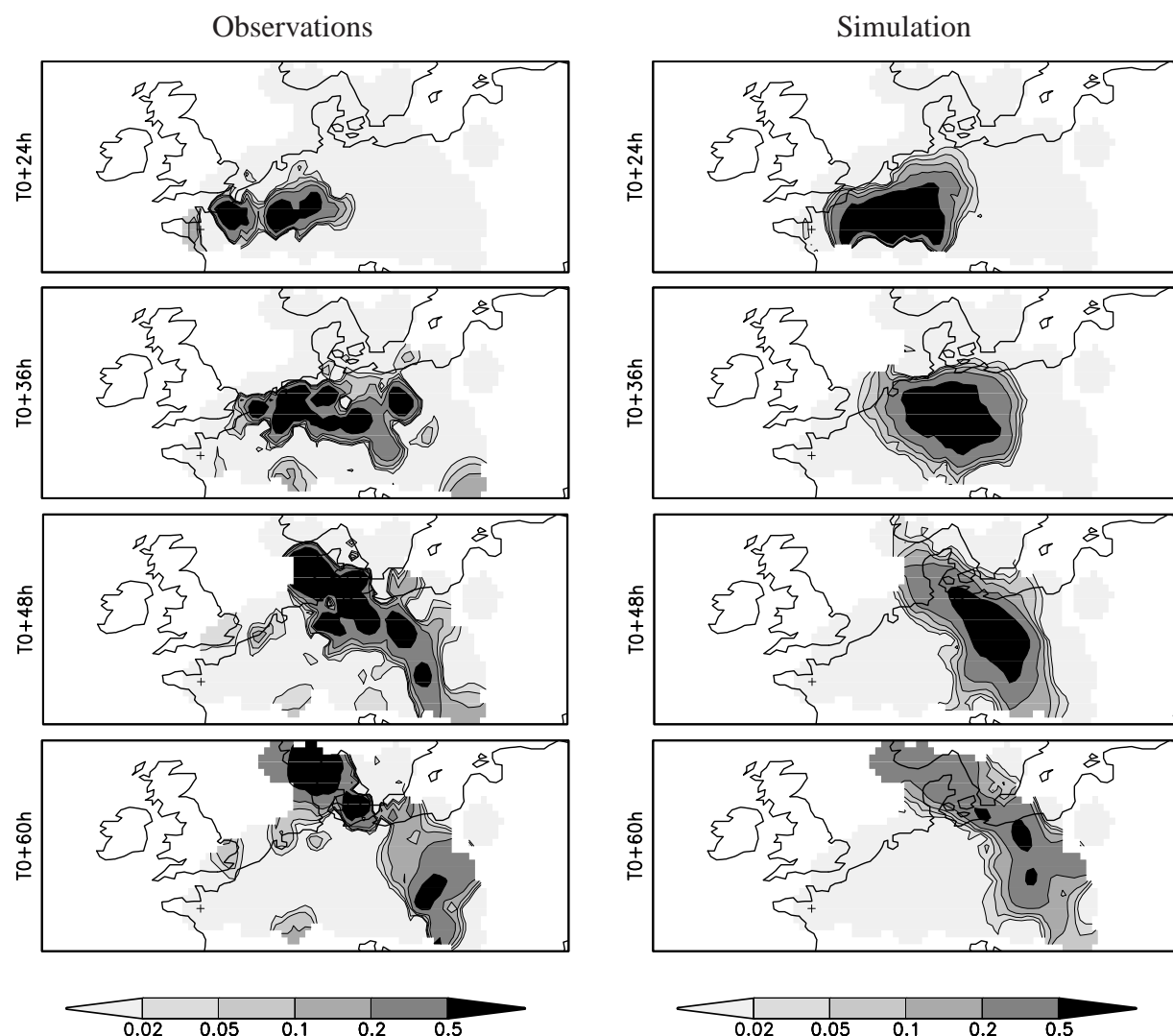


FIG. 2.16 – Panaches de PMCH ( $\text{ng m}^{-3}$ ) observés et simulés pour la campagne ETEX. Le panache est reconstitué à partir des mesures aux stations en appliquant un filtre de Cressman (1959) utilisable depuis le logiciel graphique du domaine public GrADS utilisé pour ces figures. Les concentrations sont en ng par kg d'air. Les heures sont comptées par rapport au temps T0 de relâchage du PMCH. Pour la simulation, plutôt que de tracer le panache directement, on commence par extraire pour chacune des 168 stations la séquence des concentrations simulées (en prenant la valeur au point de grille le plus proche) puis on reconstitue le panache avec la même méthode que pour les observations.

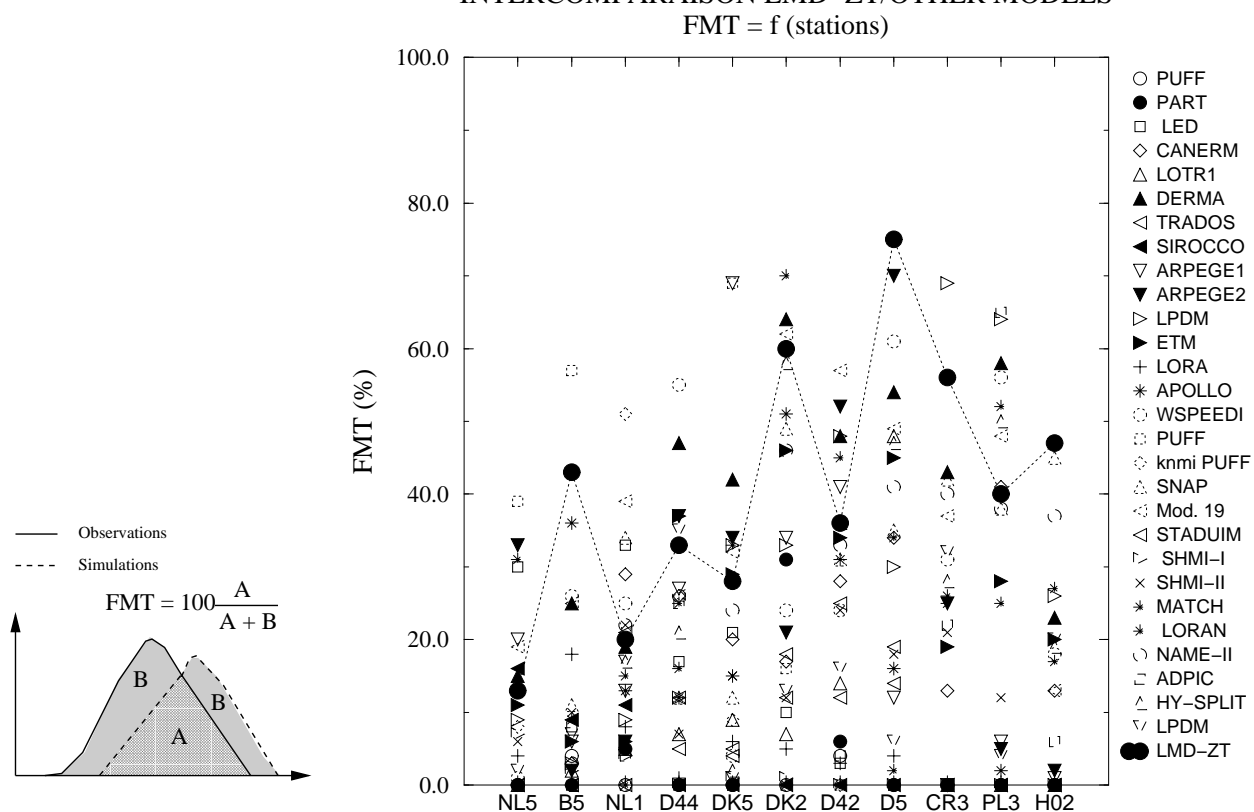


FIG. 2.17 – Schéma illustrant le critère FMT (à gauche) et FMTs calculés pour les 11 stations de la Fig. 2.15 et pour un grand nombre de modèles utilisés dans le cadre d'ETEX et pour LMDZT (à droite).

estimer la hauteur de la couche limite puis déplacent aléatoirement les particules au sein de cette couche limite. On voit qu'il faut à nouveau ajouter un grand nombre de particule pour obtenir un traitement statistique correct de ce phénomène. Les codes eulériens bénéficient pour leur part des nombreux efforts de recherche développés dans les modèles météorologiques.

Le modèle LMDZT se distingue aussi des modèles de transport-chimie comme on l'a vu, en ce sens qu'il calcule sa propre météorologie. Pour la recherche climatique, les motivations pour cette approche sont claires. Le but ultime est de prendre en compte, de façon interactive, les rétroactions des espèces transportées sur la météorologie. Dans ce cadre, les versions guidées et débranchées du modèle ne sont qu'un mode particulier d'utilisation permettant la validation sur des campagnes d'observation. L'avantage potentiel pour simuler la dispersion dans un contexte de surveillance de l'environnement est plus subtile. Dans les modèles de transport classiques, des phénomènes physiques comme le mélange turbulent dans la couche limite ou le lessivage par les pluies doivent être calculés d'une façon ou d'une autre. Il faut alors essayer de diagnostiquer, à partir de champs météorologiques incomplets (disponibles toutes les 6 heures seulement par exemple), des coefficients de mélange turbulents ou des taux de précipitation dans l'atmosphère. Dans l'approche retenue ici, on effectue une simulation météorologique complète, dans laquelle

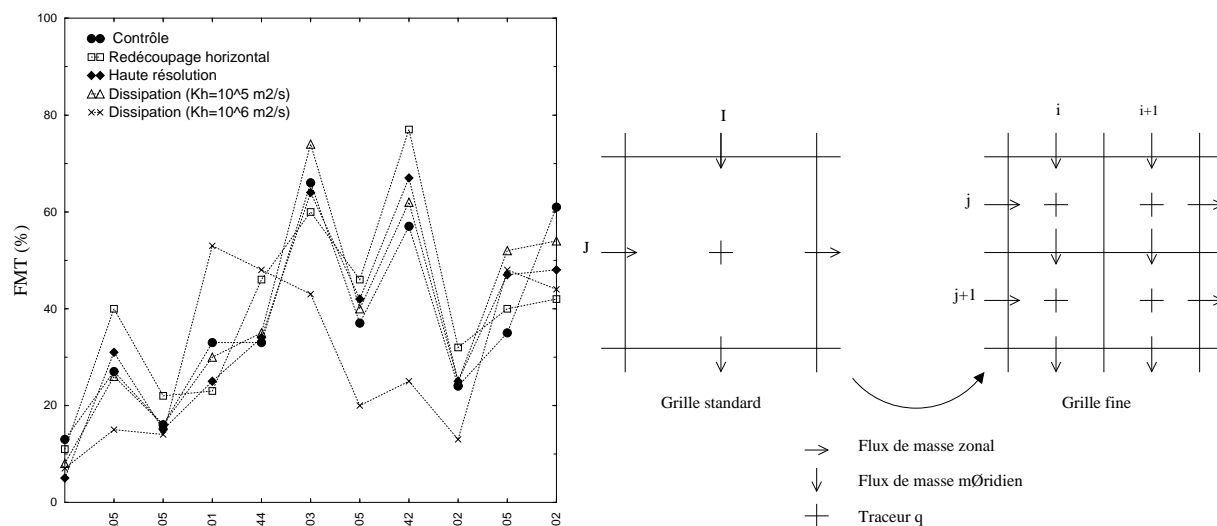


FIG. 2.18 – Sensibilité des simulations ETEX à la résolution horizontale et à la dissipation. La simulation de contrôle a une maille de 120 km de côté. On teste des grilles deux fois plus fines dans les deux directions. La simulation “Haute résolution” correspond à un cas où on recalcule la météorologie et le transport sur une grille plus fine. Dans la simulation avec “Redécoupage horizontal”, on utilise les archives de la simulation de contrôle mais on redécoupe la maille horizontalement pour le transport suivant le schéma de droite. Cette solution permet de diminuer la diffusivité sans avoir à recalculer la météorologie. Ses résultats sont très proches de ceux de la simulation “Haute résolution”. On teste également l’impact d’introduire une dissipation horizontale avec pour coefficient de dissipation  $K_h$ ,  $10^5$  ou  $10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ .

ces différents aspects sont représentés, tout en guidant la simulation pour qu’elle colle au plus près aux champs de vents de grande échelle issus des analyses. A noter que pour répondre à la même préoccupation, les centres qui produisent les analyses et réanalyses météorologiques se sont mis petit à petit à archiver pour les modèles de transport-chimie des variables internes des paramétrisations comme les coefficients de diffusion turbulente ou les flux de masse convectifs.

Enfin, le modèle LMDZT se distingue des modèles régionaux par l’utilisation d’une grille globale à maille variable. Pour des applications où on utilise des observations réparties uniformément sur le globe, comme dans le cas du TICE exposé dans le Chapitre 4, le modèle global s’impose naturellement. Dans le cas d’événements relativement localisés, les modèles à domaine limité présentent un meilleur rapport précision/coût. Cependant, même pour une source ponctuelle, le modèle global est intéressant en ce sens qu’on n’a pas à se poser à l’avance le problème du choix du domaine. Le zoom est effectué sur le point source. Tant que le panache est proche de la source, et donc relativement concentré, le calcul est très précis. Plus on s’éloigne de cette source et moins le calcul est précis. Mais cette perte de précision a aussi moins d’importance puisque le panache est de toutes façons beaucoup plus diffus.

Cette remarque s’applique de la même façon pour les rétro-simulations (cf. Chapitre 4). Si on interprète une mesure à une station, par exemple la mesure d’une concentration élevée d’un polluant suggérant un accident industriel, une rétro-simulation à partir de la station avec un zoom



aux abords de cette station permettra de bien décrire l'origine de l'air, à la fois finement près de la station mais également à l'autre bout du globe. Il ne sera donc pas nécessaire de faire des hypothèses a priori sur l'origine de la pollution.

## 2.7 Applications et perspectives

### 2.7.1 Applications "traceurs" avec le modèle LMDZ

Les développements présentés plus haut et mis en musique dans le modèle LMDZ sont impliqués dans un grand nombre d'études dont les plus importantes sont brièvement décrites ci-dessous.

#### Etude des couplages chimie-climat et aérosols-climat sur Terre

Au LOA, Olivier Boucher a été à l'origine d'une partie des développements concernant l'introduction de la composante traceurs dans LMDZ (notamment pour ce qui est du transport convectif). Il a depuis introduit dans LMDZ une représentation en ligne du cycle du soufre. Cette version contient 7 traceurs advectés (DMS, SO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>S, DMSO, MSA, sulfates et H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>). Les principaux oxydants (OH, HO<sub>2</sub>, NO<sub>3</sub> et O<sub>3</sub>) sont pour leur part prescrits. Cette version du modèle a notamment été utilisée pour évaluer l'évolution entre l'époque pré-industrielle et l'époque actuelle du forçage radiatif des aérosol soufrés (Boucher et Pham, 2002). Une part importante de la problématique concerne l'évaluation de l'effet indirect de ces aérosols (Quaas et al., 2004) au travers des changements des propriétés microphysiques des nuages : diminution de la taille et augmentation du nombre des gouttes d'eau (premier effet indirect) à cause du nombre accru de noyaux de condensation en cas d'augmentation des aérosols, entraînant également une précipitation moindre et une durée de vie accrue des nuages (second effet indirect). Cette version a été récemment étendue aux autres composantes de l'aérosol et validée par rapport aux résultats de la campagne INDOEX (Reddy et al., 2004). Cette version avec aérosols a également été utilisée pour prédire la possible rétroaction d'un réchauffement climatique sur les aérosols naturels : notamment sur les sulfates à cause de la modification des DMS marins (Boucher et al., 2003; Bopp et al., 2004) mais aussi pour les sels marins et les aérosols désertiques, dont l'émission est sensible aux vents en surface.

Cette version du modèle avec cycle du soufre a récemment été adaptée aux hautes latitudes par l'équipe de Christophe Genthon au LGGE (Cosme et al., 2002) en vue notamment de l'interprétation des reconstitutions historiques effectuées à partir des calottes de glace (voir aussi Krinner et Genthon, 2003).

Plus récemment, Didier Hauglustaine a développé pour LMDZ un module de chimie et aérosols interactifs, INCA. Les développements et études menés avec LMDZ-INCA se sont principalement portés sur une version CH<sub>4</sub>-NO<sub>x</sub>-O<sub>3</sub> troposphérique, visant principalement à étudier les gaz à effet de serre autres que le CO<sub>2</sub>. Un très important travail de validation a été réalisé sur cette version dans laquelle une quarantaine d'espèces sont advectées (Hauglustaine et al., 2004).



Cette version a été utilisée pour évaluer l'impact radiatif d'un changement des émissions de CO et des NO<sub>x</sub> via la modification de la distribution de l'ozone et des radicaux OH. Le modèle a également été utilisé pour étudier l'impact des émissions liées aux transport aérien sur la composition chimique de l'atmosphère et sur le climat.

Le modèle a également été couplé au module REPROBUS développé par Franck Lefèvre pour la chimie stratosphérique.

### **L'étude des grands cycles climatiques martiens**

La version martienne du modèle LMDZ (Hourdin et al., 1993, 1995a) s'est enrichie au fil des années. Les poussières, dont l'impact radiatif est très important même en dehors des grandes tempêtes de poussières globales, ont tout d'abord été incluse. Puis le cycle de l'eau (Montmessin et al., 2004), très important pour essayer de contraindre les réservoirs d'eau actuels et attaquer les questions relatives aux climats passés de Mars. Une composante chimique a également été incluse dans le modèle, tout d'abord pour étendre le modèle jusqu'à la thermosphère dans le cadre du développement d'une base de données atmosphérique martienne pour l'ASE et le CNES (Angelats i Coll et al., 2004), puis, plus récemment avec le développement d'un module de chimie pour la basse atmosphère (0 à 120 km) (Lefèvre et al., 2004).

### **Autres applications**

La version traceurs de LMDZ est également utilisée dans deux grands types d'applications qui font l'objet de deux chapitres spécifiques du présent document et ne sont donc que mentionnés ici.

Le modèle est d'abord utilisé en mode rétro-transport (Chapitre 4) dans deux cadres principalement : l'inversion des puits et sources de CO<sub>2</sub> et la détection des essais nucléaires.

Le modèle a également été beaucoup utilisé pour l'étude des couplages entre dynamique atmosphérique, chimie et microphysique des brumes dans l'atmosphère de Titan (Chapitre 5). A noter qu'une version vénusienne du modèle est actuellement en cours de développement.

### **2.7.2 Inclusion de la composante traceurs dans le modèle de convection d'Emanuel**

Un travail a été effectué récemment par Marie-Angèle Filiberti et Jean-Yves Grandpeix pour introduire la composante traceurs dans le schéma convectif d'Emanuel. D'un point de vue du transport, la différence principale entre le schéma d'Emanuel et celui de Tiedtke est la possibilité pour une parcelle d'air sortant de l'ascendance convective à un certain niveau d'être entraînée dans l'environnement à n'importe quel niveau du modèle. La fermeture (permettant de calculer le flux à la base de la colonne convective en fonction d'autres paramètres du modèle de circulation) est également très différente et la convection pénètre généralement plus haut avec le schéma d'Emanuel. On n'entre pas ici dans les détails de la formulation mais on illustre simplement sur la Fig. 2.19 l'importance de la représentation du transport convectif pour le transport des traceurs.

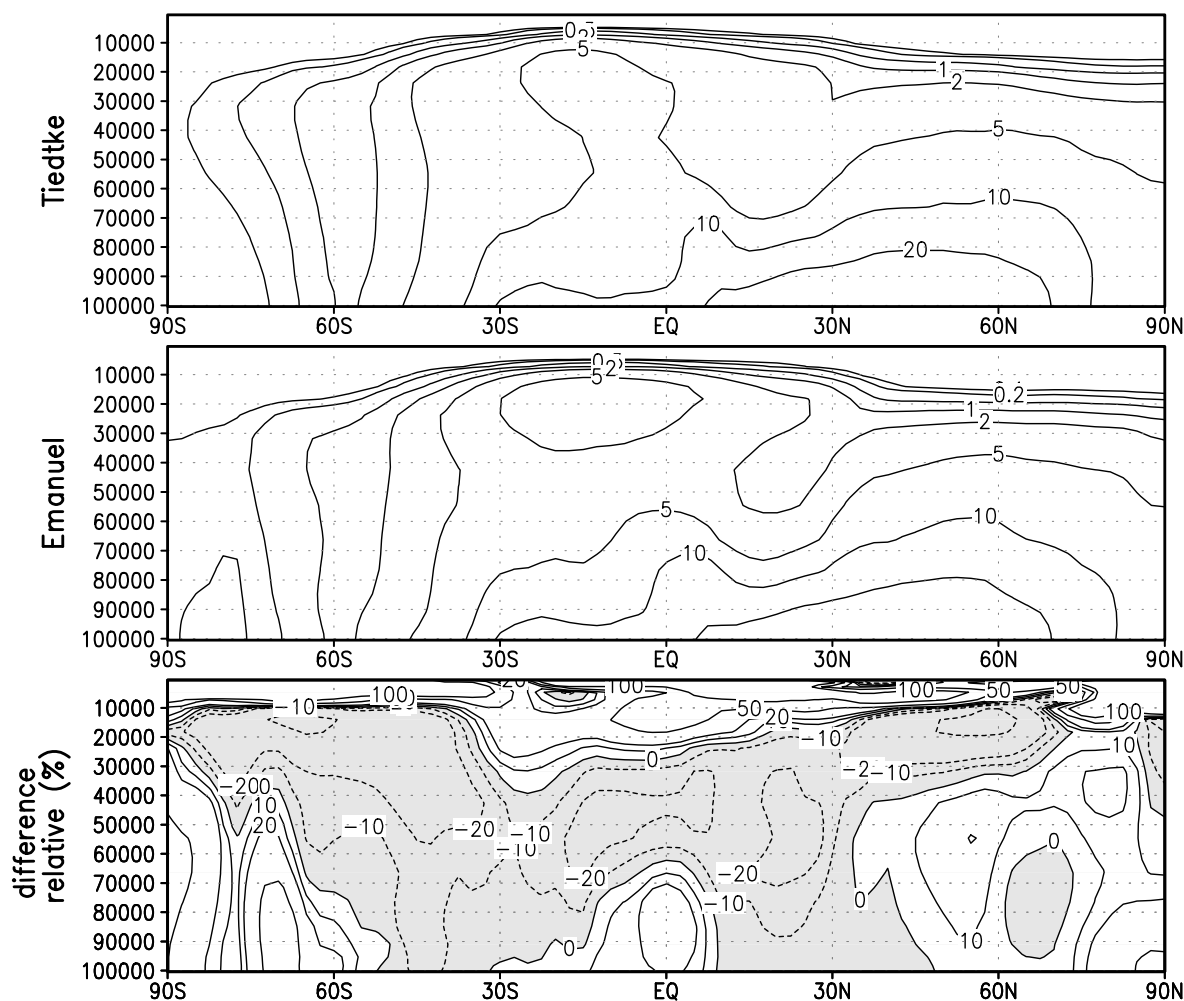


FIG. 2.19 – Concentration moyenne de  $^{222}\text{Rn}$  ( $10^{-21}$  mol/mol) en Janvier obtenue avec les paramétrisations de Tiedtke et Emanuel pour la convection profonde ainsi que la différence relative – (Emanuel - Tiedtke)/Tiedtke – en pourcentage.

La figure montre, pour un mois de janvier et en moyenne zonale, la structure méridienne de la concentration de  $^{222}\text{Rn}$  obtenue avec le schéma de Tiedtke (en haut), avec celui d'Emanuel (au milieu) et la différence relative. Dans la région de convergence intertropicale, localisée principalement sur l'Afrique, l'Amérique du sud et l'Indonésie à cette saison, entre 30S et l'équateur, le Radon est entraîné beaucoup plus haut en altitude avec le schéma d'Emanuel et beaucoup moins dans la troposphère moyenne. Aux autres latitudes, l'effet du schéma d'advection est sans doute moins directe. Les concentrations de Radon peuvent notamment être affectées par des variations de la circulation à grande échelle. On n'entre pas ici dans ces considérations.

Cette grande sensibilité au transport atmosphérique pourrait laisser penser que les traceurs peuvent fournir une contrainte forte sur la représentation du transport, et notamment la

convection. Le  $^{222}\text{Rn}$  a d'ailleurs été beaucoup utilisé pour des inter-comparaisons de modèles globaux (cf. par exemple, Jacob et Prather, 1990; Jacob et al., 1997). Malheureusement, même avec les différences très importantes obtenues ici, les observations de la concentration restent souvent insuffisantes pour valider réellement les modèles et choisir entre deux paramétrisations. Des campagnes dédiées, comme la campagne AMMA d'Analyse Multi-échelles de la Mousson Africaine, avec déploiement d'instruments aéroportés autour des systèmes convectifs combinant détection passive et active et mesures météorologiques et chimiques devraient permettre d'avancer sur ce point.

### 2.7.3 Transport des variables actives

On peut bien sûr envisager d'utiliser, pour les variables météorologiques du modèle de circulation générale, les schémas en volumes finis introduits dans le modèle pour transporter les espèces traces. C'est en fait déjà le cas pour la vapeur d'eau dont l'advection est maintenant calculée dans la version standard du modèle avec le schéma I de Van Leer. L'advection de l'eau et de la température potentielle étaient déjà de fait écrites dans la version originale du modèle comme des schémas en volumes finis, avec un flux calculé simplement comme le produit du flux de masse par une interpolation linéaire de la quantité transportée à l'interface :

$$\delta_t(m\theta) + \mathcal{F} [\delta_x (\bar{\theta}^X U) + \delta_y (\bar{\theta}^Y V)] + \delta_z (\bar{\theta}^Z W) = S_\theta \quad (2.76)$$

où  $S_\theta$  est le terme source dû au chauffage diabatique et où le filtre longitudinal dans les hautes latitudes  $\mathcal{F}$  <sup>16</sup> s'applique aussi à l'équation de continuité

$$\delta_t m + \mathcal{F} [\delta_x U + \delta_y V] + \delta_z W = 0 \quad (2.77)$$

Pour la température potentielle, on pourrait donc également facilement utiliser un autre schéma en volumes finis.

Ce qui est moins direct, c'est de remarquer que la propriété de conservation de l'ensrophie, importante pour la stabilité du modèle et pour la bonne représentation des transferts entre échelles pour les écoulements stratifiés (Sadourny, 1975a,b), découle en fait d'une formulation volumes finis cachée de l'advection de la vorticité. Cette remarque permet d'envisager une réécriture complète du code dynamique, proche de l'esprit actuel, mais dans laquelle on remplacerait les schémas d'advection par des schémas en volumes finis présentant de meilleures propriétés physiques comme le schéma I de Van Leer ou PPM.

En introduisant le facteur de Coriolis multiplié par l'aire de la maille,  $f = 2\Omega \sin \phi c_u c_v$  où  $\Omega$  est la vitesse de rotation de la planète, ainsi que la vorticité potentielle absolue

$$Z = \frac{\mathcal{F} [\delta_x \tilde{v} - \delta_y \tilde{u}] + f}{\overline{m}^{X,Y}} \quad (2.78)$$

<sup>16</sup>On a déjà mentionné plus haut, dans la présentation des schémas en volumes finis, le problème posé par le resserrement en longitude du maillage longitude-latitude à l'approche des pôles. Ce problème est contourné dans la partie dynamique du modèle en appliquant à partir de 60 degrés de longitude (en général) un filtre longitudinal qui ne retient, dans les régions polaires, que les échelles plus grandes que les échelles explicitement représentées à 60 degrés.

	$W DU$	$W DV$
non conservative	$\frac{\overline{\overline{W^X} \delta_z \tilde{u}}^Z}{\overline{\overline{m^X}}}$	$\frac{\overline{\overline{W^Y} \delta_z \tilde{v}}^Z}{\overline{\overline{m^Y}}}$
conservative 1	$-\frac{\overline{\tilde{u}_{abs}}^{Y,Y} \delta_z \overline{W^X}}{\overline{\overline{m^X}}} + \frac{\delta_z \left( \overline{W^X} \overline{\tilde{u}_{abs}}^Z \right)}{\overline{\overline{m^X}}}$	$-\frac{\overline{\tilde{v}}^{X,X} \delta_z \overline{W^Y}}{\overline{\overline{m^Y}}} + \frac{\delta_z \left( \overline{W^Y} \overline{\tilde{v}}^Z \right)}{\overline{\overline{m^X}}}$
conservative 1b	$-\frac{\tilde{u}_{abs} \delta_z \overline{W^{XYY}}}{\overline{\overline{m^X}}} + \frac{\delta_z \left( \overline{W^X} \overline{\tilde{u}_{abs}}^Z \right)}{\overline{\overline{m^X}}}$	$-\frac{\tilde{v} \delta_z \overline{W^{XXY}}}{\overline{\overline{m^Y}}} + \frac{\delta_z \left( \overline{W^Y} \overline{\tilde{v}}^Z \right)}{\overline{\overline{m^X}}}$
conservative 2	$\frac{\overline{\overline{W^{XYY}} \delta_z \tilde{u}}^Z}{\overline{\overline{m^X}}}$	$\frac{\overline{\overline{W^{XXY}} \delta_z \tilde{v}}^Z}{\overline{\overline{m^Y}}}$

TAB. 2.1 – Différentes formulations possibles pour le terme d’advection verticale dans l’équation du mouvement (voir le texte pour les détails).

et l’énergie cinétique

$$K = \frac{1}{2} \left( \overline{\tilde{u}\tilde{u}}^X + \overline{\tilde{v}\tilde{v}}^Y \right) \quad (2.79)$$

les équations du mouvement discrétisées prennent la forme suivante :

$$\delta_t \tilde{u} - \overline{Z^Y} \overline{V^{X,Y}} + \delta_x \mathcal{F} [\Phi + K] + \overline{\theta^X} \delta_x \mathcal{F} [\Pi] + W DU = S_{\tilde{u}} \quad (2.80)$$

$$\delta_t \tilde{v} + \overline{Z^X} \overline{U^{X,Y}} + \delta_y \mathcal{F} [\Phi + K] + \overline{\theta^Y} \delta_y \mathcal{F} [\Pi] + W DV = S_{\tilde{v}} \quad (2.81)$$

où  $\Pi = C_p p^\kappa$  est la fonction d’Exner au milieu de la maille.

### Advection verticale

Les termes d’advection verticale de  $u$  et  $v$ , respectivement  $W DU$  et  $W DV$ , ont été modifiés dans le passé pour garantir partiellement la conservation du moment cinétique par le modèle (Hourdin, 1992). Les formulations originales non conservatives et conservatives de ces termes sont données dans la Table 2.1.

En fait, Robert Sadourny (communication personnelle) avait remarqué fort justement que la conservation du moment cinétique était également garantie si la double moyenne en  $Y$  sur le terme en  $u$  était appliquée plutôt à  $W$ , ce qui conduisait à lisser le champ de vitesse verticale pour l’advection verticale. En faisant cette transformation, on peut revenir à la forme originelle avec une triple moyenne sur les champs de vitesse verticale (formulation 2 dans la table) ce qui est plus sympathique. En pratique, on peut commencer par calculer  $\overline{W^{XY}}$  avant la moyenne. Cette formulation 2 peut facilement être testée dans le modèle actuel.

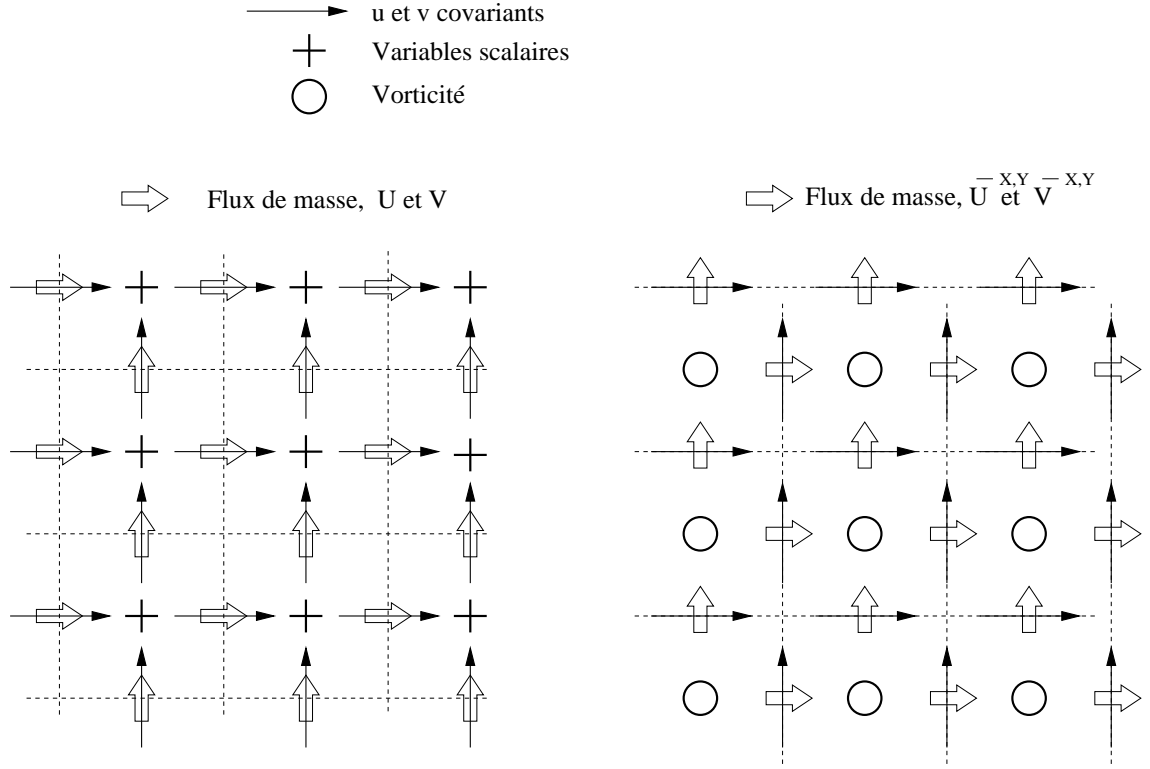


FIG. 2.20 – Grilles volumes-finis équivalentes correspondant à l’advection des scalaires (à gauche) et de la vorticité (à droite) dans la formulation actuelle du modèle. Les tiretés correspondent aux délimitations des volumes de contrôle.

### Vers les volumes finis

On réalise en fait facilement que l’astuce principale du schéma original de Sadourny, conservatif en enstrophie, a consisté à récrire la partie vorticité de l’équation du mouvement sous la forme d’un flux de vorticité. En effet, avec les notations ci-dessus, la version numérique de l’équation de bilan de vorticité s’écrit :

$$\delta_t(\bar{m}^{X,Y} Z) = \delta_t \mathcal{F} [\delta_x \tilde{v} - \delta_y \tilde{u}] \quad (2.82)$$

$$= \mathcal{F} [\delta_x \delta_t \tilde{v} - \delta_y \delta_t \tilde{u}] \quad (2.83)$$

$$= -\mathcal{F} \left[ \delta_x (\bar{Z}^X \bar{U}^{X,Y}) + \delta_y (\bar{Z}^Y \bar{V}^{X,Y}) \right] \quad (2.84)$$

$$+ \mathcal{F} \left[ \delta_y (\bar{\theta}^X \delta_x \mathcal{F} [\Pi] - W D U - S_u) - \delta_x (\bar{\theta}^Y \delta_y \mathcal{F} [\Pi] - W D V - S_v) \right]$$

La disparition du terme  $\Phi + K$  provient de l’égalité  $\delta_x \delta_y = \delta_y \delta_x$ .

Pour des écoulements barotropes ( $W = 0$  et  $\delta_x \Pi = \delta_y \Pi = 0$ ), on obtient une équation de bilan

$$\delta_t(\bar{m}^{X,Y} Z) + \mathcal{F} \left[ \delta_x (\bar{Z}^X \bar{U}^{X,Y}) + \delta_y (\bar{Z}^Y \bar{V}^{X,Y}) \right] = 0 \quad (2.85)$$

analogue à celle utilisée pour la température potentielle ou les traceurs à ceci près qu'on utilise une double moyenne des flux de masse pour travailler sur la grille en vorticité.

La figure 2.20 illustre le positionnement des variables dans la formulation actuelle si on les interprète en termes de volumes finis.

Il est donc tentant, de la même façon que pour les traceurs, ou la température potentielle, de remplacer les moyennes arithmétiques par des estimations amont à la Van Leer.

On n'obtiendra plus alors, comme dans l'ancien modèle, une conservation exacte de l'ensrophie. En revanche, en appliquant un schéma positif, monotone, etc ... on empêchera la création d'extrema numérique du champ de vorticité. On obtiendra également automatiquement de la dissipation à l'échelle de la maille en présence d'un extremum de vorticité important.

### Changement de grille

On peut essayer d'appliquer directement une formulation volumes finis aux équations ci-dessus. Il y a un petit problème pratique : les schémas volumes finis utilisés pour la vorticité et la température potentielle travailleront sur des grilles décalées.

Cependant, on se rend compte qu'en décalant les variables scalaires sur la grille des points de vorticité, on obtient une écriture plus systématique.

Dans la nouvelle configuration, la position des points  $\tilde{u}$  et  $\tilde{v}$ , des points de vorticité et des flux de masse utilisés pour l'advection est inchangée. Mais, les scalaires doivent être advectés, comme la vorticité, avec les flux de masse moyens en  $X$  et en  $Y$ .

Il est en fait plus clair de redéfinir les variables  $U$  et  $V$  comme des doubles moyennes des flux de masse obtenus à partir de  $\tilde{u}$  et  $\tilde{v}$  :

$$\mathcal{U} = \overline{\tilde{u} \overline{m}^Y}^{XY} \text{ (ou } \overline{\tilde{u}}^{XY} \overline{m}^Y \text{ )} \quad (2.86)$$

et

$$\mathcal{V} = \overline{\tilde{v} \overline{m}^X}^{XY} \quad (2.87)$$

(les masses elle mêmes sont décalées comme les scalaires).

L'équation de continuité s'écrit alors formellement comme précédemment

$$\delta_t m + \mathcal{F} [\delta_x \mathcal{U} + \delta_y \mathcal{V}] + \delta_z \mathcal{W} = 0 \quad (2.88)$$

   ceci près qu'on travaille maintenant sur la grille de vorticité.

La pression de surface est encore la somme verticale de la masse

$$\frac{\mathcal{A}}{g} p_s = \sum_{l=1}^N m \quad (2.89)$$

La vorticité potentielle absolue devient

$$Z = \frac{\mathcal{F} [\delta_x \tilde{v} - \delta_y \tilde{u}] + f}{m} \quad (2.90)$$

Pour l'énergie cinétique, on a le choix entre la calculer comme avant sur l'ancienne grille scalaire,

$$K = \frac{1}{2} \left( \overline{\tilde{u}\tilde{u}}^X + \overline{\tilde{v}\tilde{v}}^Y \right) \quad (2.91)$$

ou la calculer sur la grille de vorticité

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \left( \overline{\tilde{u}\tilde{u}}^Y + \overline{\tilde{v}\tilde{v}}^X \right) \quad (2.92)$$

puis en prendre la moyenne en  $X$  et  $Y$  pour la ramener aux points scalaires anciens

Les équations du mouvement prennent finalement la forme suivante :

$$\delta_t \tilde{u} - \overline{Z}^Y V + \delta_x \mathcal{F} [\overline{\Phi}^{XY} + K^*] + \overline{\theta}^Y \delta_x \mathcal{F} [\overline{\Pi}^{XY}] + \frac{\overline{W}^Y \delta_z \tilde{u}}{\overline{m}^Y} = S_{\tilde{u}} \quad (2.93)$$

$$\delta_t \tilde{v} + \overline{Z}^X U + \delta_y \mathcal{F} [\overline{\Phi}^{XY} + K^*] + \overline{\theta}^X \delta_y \mathcal{F} [\overline{\Pi}^{XY}] + \frac{\overline{W}^X \delta_z \tilde{v}}{\overline{m}^X} = S_{\tilde{v}} \quad (2.94)$$

avec

$$K^* = K \text{ ou } \overline{\mathcal{K}}^{XY} \quad (2.95)$$

Pour le terme d'advection verticale, on utilise ici l'équivalent de la version "conservation 2" puisque les flux de masses horizontaux (et donc le flux de masse vertical) sont déjà moyennés dans les deux directions horizontales. De ce fait,  $\overline{W}^Y$  dans la nouvelle formulation correspond à  $\overline{W}^{XY}$  dans l'ancienne. Il est intéressant de remarquer que le choix original de la forme non conservative était le choix le plus "naturel" et que des modifications avaient dû être introduites après coup pour garantir la conservation du moment cinétique zonal. Ici, le choix "naturel" correspond au choix conservatif.

**L'équation thermodynamique** s'écrit formellement comme avant

$$\delta_t(m\theta) + \mathcal{F} [\delta_x (\overline{\theta}^X U) + \delta_y (\overline{\theta}^Y V)] + \delta_z (\overline{\theta}^Z W) = S_{\theta} \quad (2.96)$$

Une maquette de cette nouvelle formulation a été développée par Phu LeVan sur une grille longitude-latitude. Elle est actuellement en cours de test. Si cette approche s'avère efficace et robuste, elle pourrait donner une excellente base pour développer une dynamique icos drique,<sup>17</sup> vieux rêve rentré de Robert Sadourny, qui hante encore les étagères de certains collègues au laboratoire.

---

<sup>17</sup>L'icos dre est le polyèdre régulier le plus proche de la sphère. Il est constitué de 20 triangles équilatéraux, chacun des 12 sommets reliant entre eux 5 de ces triangles. Les triangles de base peuvent ensuite être redécoupés en triangles équilatéraux. Les singularités très fortes des deux pôles sont alors remplacées par 12 singularités beaucoup plus douces. L'icos dre produit le maillage le plus régulier possible de la sphère. Il est utilisé en particulier pour construire les géodes. Les icos dres sont revenus à la mode ces derniers temps dans le domaine météorologique, notamment parce qu'il permettent d'éviter le filtrage dans les haute latitudes, très pénalisant sur les ordinateurs vectoriels et encore davantage sur les ordinateurs parallèles.





## Chapitre 3

### Le “modèle du thermique”

Le transport turbulent dans la couche limite est essentiel à la fois bien sûr pour la météorologie et le climat, mais également pour toutes les espèces traces ayant des sources et puits en surface (vapeur d’eau, CO<sub>2</sub>, espèces chimiques et aérosols de pollution, aérosols désertiques). Les évolutions récentes des paramétrisations des modèles de climat se sont portées davantage sur la représentation de la convection nuageuse profonde que sur la couche limite. Pour modéliser la convection nuageuse, les modèles récents utilisent en particulier souvent des schémas dits “en flux de masse” dans lesquels on explicite des flux ascendants, souvent intenses et concentrés, des descentes également concentrées associées aux précipitations, et des flux compensatoires plus lents dans l’environnement.

Comparativement, les paramétrisations utilisées dans les modèles grande échelle pour la couche limite restent souvent rudimentaires. Elles sont la plupart du temps basées sur des adaptations de formulations locales. On entend par là que le flux vertical turbulent d’une quantité  $q$  ne dépend que des caractéristiques locales de l’écoulement. Cette approche locale s’appuie sur une analogie avec la diffusion moléculaire, les mouvements turbulents aléatoires jouant le rôle des mouvements browniens des molécules pour la diffusion moléculaire. Ce flux s’exprime alors comme le produit du gradient local de  $q$  par un coefficient de mélange turbulent ne dépendant lui-même que des conditions météorologiques locales. On parle de diffusion turbulente ou super-viscosité. On sait depuis longtemps que cette vision diffuse de la turbulence ne permet pas de rendre compte d’un certain nombre de phénomènes atmosphériques et notamment du transport de chaleur en remontant le gradient (du froid vers le chaud en termes de température potentielle) très souvent observé dans la couche limite convective. Ce transport à contre-gradient est effectué en fait par des structures organisées méso-échelles qui emmènent directement l’air chaud de la couche de surface vers le haut de la couche limite. Ce sont ces structures – thermiques, pompes, rouleaux convectifs – qui font la joie des pilotes de planeurs et autres engins volants.

Depuis longtemps, cette difficulté est contournée dans les modèles de circulation générale en utilisant un “contre-gradient” (Deardorff, 1972b) : au lieu d’utiliser directement le gradient vertical de la température potentielle  $\theta$  dans le calcul du flux de chaleur, on soustrait à ce gradient une valeur qui permet d’avoir un flux de chaleur vers le haut, même dans une atmosphère légèrement stable. Des développements récents (Troen et Mahrt, 1986; Holtslag et Boville, 1993; Abdella et McFarlane, 1997) on permis de dériver des expressions moins arbitraires

pour le contre-gradient, en prenant en compte indirectement l'existence de ces structures méso-échelles. Ces formulations permettent également d'introduire cette composante non-locale pour le transport des espèces traces ce qui n'étaient pas le cas dans la version originale de Deardorff (1972b).

Stull (1984) avait souligné l'importance des aspects non locaux du transport vertical dans la couche limite et proposé un formalisme général basé sur des matrices d'échange (baptisées matrices de “transilience”) pour traiter ce problème dans les modèles numériques, afin de rompre de façon radicale d'avec la diffusion turbulente. Sur la base des matrices de transilience, Pleim et Chang (1992) ont proposé un “modèle de convection asymétrique” basé sur l'image d'un transport par une ascendance concentrée et une subsidence compensatoire lente. Le caractère non local verticalement du mélange, et la dissymétrie entre ascendances convectives concentrées (et descentes précipitantes pour les cumulo-nimbus et congénères) et subsidences compensatoires sont à la base des schémas dit “en flux de masse” (Arakawa et Schubert, 1974; Tiedtke, 1989; Emanuel, 1991) qui se sont largement répandus dans les modèles de circulation générale. Ces idées de modèles “en flux de masse” ont également été appliquées pour la couche limite convective (notamment pour les cumulus d'alizés) mais en utilisant généralement des modèles dits de “couche mélangée” (“mixed layer formulation” ou aussi “bulk models” en anglais).

Le “modèle du thermique” proposé ici s'inspire plus directement des modèles de la convection nuageuse, en reprenant notamment, comme dans le schéma d'Emanuel, l'idée d'un panache ascendant non mélangé, épluché progressivement au cours de son ascendance. Sans entrer dans le détail, on détermine pour chaque couche instable (surmontée par de l'air plus froid en termes de température potentielle virtuelle), un profil vertical de vitesse ascendante à partir de la flottabilité d'une parcelle d'air entraînée depuis cette couche en conservant sa température potentielle. Ces calculs sont ensuite utilisés pour décrire une ascendance (le thermique) alimentée en air par les couches instables près de la surface, et compensée par une subsidence plus lente dans l'environnement. Ce schéma tient compte de la structure géométrique de ces cellules convectives, notamment pour relier vitesses verticales et flux de masse.

Le modèle du thermique n'est pas un modèle de couche limite complet. Il ne représente que la partie méso-échelle de la dynamique de la couche limite. On conserve dans le modèle de circulation générale, en parallèle du modèle du thermique, une formulation en diffusion turbulente, active notamment dans la couche limite de surface. Il faut donc considérer qu'on a rajouté dans le modèle climatique une échelle entre l'échelle turbulente et l'échelle de la convection nuageuse.

Dans ce chapitre, on revient assez largement sur les approches classiques de la paramétrisation de la couche limite (Section 3.1). On présente aussi les spécificités de la couche limite convective (Section 3.2) et les approches qui ont été proposées pour la représenter (Section 3.3). On présente ensuite en détail le modèle du thermique (Section 3.4). Ce modèle est enfin testé, aussi bien pour les aspects météorologiques – en utilisant à la fois les résultats de simulations des grands tourbillons (Section 3.5) et des mesures in-situ (Section 3.6) – que pour le transport des espèces traces (Section 3.7).

Nous avons commencé avec Richard Fournier à nous intéresser à ces questions de couche limite sur Mars (en adaptant notamment dans le modèle de circulation martien le modèle de couche limite de Mellor et Yamada). Fleur Couvreur, Camille Risi et Catherine Rio ont contribué

lors de différents stages à développer, affiner ou valider la paramétrisation. Abderrahmane Idelkadi a effectué des comparaisons systématiques sur le transport du Radon. Enfin les discussions avec Alain Lahellec, Anne Mathieu et Jean-Yves Grandpeix ont beaucoup contribué au mûrissement des idées.

### 3.1 Bases physiques des paramétrisations en diffusion

Comme on l'a dit plus haut, les paramétrisations en diffusion turbulente sont construites par analogie avec la diffusion moléculaire. Cette approche s'est révélée particulièrement fructueuse pour expliquer certaines caractéristiques de la couche limite atmosphérique et dériver des paramétrisations pour les modèles de circulation atmosphérique. Avant de parler de mise en défaut de cette théorie dans le cas des couches limites convectives, on retrace les grandes lignes des différentes approches en diffusion turbulente. Cette section permet également de décrire des paramétrisations qui sont par la suite comparées, sur des cas académiques ou réalistes de couches limites convectives, au modèle du thermique. On introduit les différentes formulations sous des hypothèses classiques de couche limite qui supposent que les quantités moyennes varient moins vite horizontalement que verticalement ( $|\partial \tilde{X}/\partial x| \ll |\partial \tilde{X}/\partial z|$  et  $|\partial^2 \tilde{X}/\partial x^2| \ll |\partial^2 \tilde{X}/\partial z^2|$  où  $\tilde{X}$  est la moyenne d'ensemble de  $X$  pondérée par l'air définie dans la Section 2.2).

#### 3.1.1 La longueur de mélange

Dans le chapitre précédent, on a introduit rapidement l'utilisation de la diffusion turbulente pour paramétrer le transport turbulent d'une quantité  $c$  dans la couche limite

$$\overline{\rho w'c'} = -\rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3.1)$$

Une façon physique d'introduire cette formulation et d'estimer le coefficient  $K_z$  est l'approche de la longueur de mélange introduite à l'origine par Prandtl en 1925. L'image physique sous-tendue est l'existence de petites structures turbulentes avec une taille caractéristique, ou longueur de mélange,  $l$ .

En se plaçant pour fixer les idées dans une configuration où la concentration moyenne du traceur croît verticalement ( $\partial \bar{c}/\partial z > 0$ ), un mouvement descendant sera associé en moyenne à une fluctuation positive de  $c$ . La fluctuation  $c'$  associée à ce mouvement turbulent sera d'autant plus grande que les contrastes verticaux de  $c$  sont grands. En supposant que la particule qui descend a conservé les propriétés qu'avait l'air à une distance  $l$  au-dessus, et en supposant  $l$  petit devant la hauteur caractéristique des variations de  $\bar{c}$  (c'est cette dernière hypothèse qui n'est pas valide dans les cas de couches limites convectives) on peut écrire

$$c' = l \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3.2)$$

De même, les mouvement turbulents ascendants seront associés en moyenne à une fluctuation négative de  $c$  de sorte qu'il y a dans les deux cas une corrélation négative entre  $w'$  et  $c'$ . On peut

finalemeent écrire

$$\overline{w'c'} = -l\overline{|w'|} \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3.3)$$

Cette équation peut être prise comme définition de la longueur de mélange  $l$ .

Dans ce cadre, le coefficient  $K_z$  est simplement  $l|w'|$ .

Si on suppose que la turbulence est isotrope (par exemple en atmosphère neutre et loin du sol), on peut aller un cran plus loin en remarquant qu'on a

$$|w'| \simeq |u'| \simeq l \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.4)$$

ce qui conduit à choisir

$$K_z = l^2 \left\| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right\| \quad (3.5)$$

La théorie de la diffusion turbulente a remporté un de ses plus francs succès dans l'explication de la structure de la couche limite de surface.

Près de la surface, on suppose que la longueur caractéristique des échanges turbulents est proportionnelle à la distance à la surface,  $l = \kappa z$ . En choisissant un repère local tel que  $\bar{u}$  soit dans la direction du vent moyen près de la surface, et en remarquant que  $\bar{u}$  (noté  $u$  ci-après) et son gradient en  $z$  sont du même signe près de la surface – puisque  $\bar{u}$  doit s'annuler en  $z = 0$  –, il vient

$$\overline{w'u'} = -K_z \frac{\partial u}{\partial z} = -(\kappa z)^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (3.6)$$

Si on définit la couche de surface comme la partie de la couche limite dans laquelle les flux turbulents ne diffèrent pas trop (par moins de 10% par exemple) du flux en surface – c'est à dire qu'on peut écrire  $\overline{w'u'} \simeq \overline{u'v'_0} = -\tau/\rho$  où  $\tau$  est le module de la tension de vent en surface – on obtient

$$u_* = \kappa z \frac{\partial u}{\partial z} \quad (3.7)$$

où  $u_*^2 = \tau/\rho$  est la vitesse de friction. A noter que les dérivations ci-dessus aboutissent également à  $|w'| \simeq u_*$  dans la couche de surface.

Les mesures expérimentales de la constante de Von Karman,  $\kappa$ , supposée universelle, donnent des valeurs comprises entre 0,35 et 0,43.

Sous ces hypothèses, près de la surface, le vent varie de façon logarithmique avec la verticale. La singularité en surface est résolue en supposant que le vent s'annule non pas en  $z = 0$  mais à une altitude  $z = z_0$ , appelée longueur de rugosité, telle que

$$\bar{u}(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} \quad (3.8)$$

Physiquement, les dérivations précédentes ne sont plus valables très près de la surface, région dans laquelle l'atmosphère échange de la quantité de mouvement au travers de couples de pression sur les obstacles. La longueur de rugosité est typiquement de l'ordre de la fraction de mm sur mer, de quelques centimètres sur les prairies ou les déserts caillouteux, jusqu'à quelques mètres dans les régions boisées ou urbaines.

De la même façon, à partir du flux de chaleur sensible en surface  $C_p \rho \overline{w'\theta'}_0$ , on peut introduire une échelle des fluctuations turbulentes de température potentielle,  $\theta^* = \overline{w'\theta'}_0 / u^*$ , reliée au gradient de température potentielle par

$$\theta^* = \kappa' z \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (3.9)$$

ce qui aboutit également à une forme logarithmique

$$\theta - \theta_S = \frac{\theta^*}{\kappa'} \ln \frac{z}{z_0} \quad (3.10)$$

où  $\theta_S$  est la température de surface. Le rapport  $R = \kappa / \kappa'$  est le nombre de Prandtl turbulent, rapport entre les diffusivités de la quantité de mouvement et de la température. Ce nombre est de l'ordre de 1 pour les gaz. Une valeur de 0,7 est couramment utilisée pour l'air. Les mesures dans la couche limite de surface dans les grandes plaines américaines (Businger et al., 1971) suggèrent  $R = 0,74$  en conditions neutres ou stables (Deardorff, 1972a). La hauteur  $z_0$  peut également être différente pour la quantité de mouvement et la température. Dans ce dernier cas,  $z_0$  correspond plutôt à la hauteur à partir de laquelle on passe d'un transport conductif à un transport turbulent.

### 3.1.2 Les fermetures basées sur une équation pronostique de l'énergie cinétique turbulente

La décomposition de Reynolds, qui a permis de faire apparaître des termes croisés du type  $\overline{w'u'}$  dans les équations des variables moyennes (Section 2.2), peut bien sûr être poussée plus loin. On écrit alors des équations d'évolution pour les quantités turbulentes  $u'$ ,  $w'$ ,  $\theta'$  en soustrayant la moyenne d'ensemble à l'équation complète. On peut ainsi obtenir des équations d'évolution temporelle des termes croisés  $\overline{w'u'}$ ,  $\overline{w'^2}$ ,  $\overline{\theta'^2}$ , ... On peut donc imaginer des fermetures où, au lieu de spécifier directement  $\overline{w'u'}$  en fonction des grandeurs moyennes (de type diffusion turbulente), on considère le flux turbulent lui-même comme une variable indépendante du modèle suivant sa propre évolution. Mais ces nouvelles équations font elles-mêmes apparaître des termes du troisième ordre.

Une littérature très savante a été consacrée à ces fermetures à des ordres plus élevés. Cette histoire, qui semble avoir commencé dans les années 50, a produit les premiers modèles utilisables comme fermetures turbulentes au début des années 70. C'est le cas notamment du travail de Mellor et Yamada (1974). Dans cette approche, la fermeture (dite d'ordre 2) s'effectue au niveau des termes du troisième ordre, en introduisant notamment une mesure de l'anisotropie de la turbulence. De façon générale, on peut calculer les termes croisés à partir d'équations pronostiques qui font apparaître trois types de termes : des termes de transport, des corrélations pression-vitesse et des termes de dissipation. On aboutit typiquement alors à une dizaine d'équations pour prédire les différents termes croisés.

Les fermetures utilisées en pratique dans les modèles atmosphériques, comme celle de Mellor et Yamada (1974) ou les fermetures dites  $K - \epsilon$ , sont des versions simplifiées des fermetures

d’ordre 2 où on se focalise sur l’équation d’évolution de l’énergie cinétique turbulente

$$e = \frac{1}{2} [\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}] \quad (3.11)$$

cette énergie étant ensuite utilisée pour le calcul du coefficient de mélange  $K_z$ .

En effet, si on revient à la présentation de la longueur de mélange faite précédemment, il est naturel de prendre  $\sqrt{e}$  comme amplitude des mouvements turbulents verticaux  $\overline{w'}$  dans le cas d’une turbulence isotrope en atmosphère neutre. Dans le cas d’une atmosphère stable, où l’on s’attend à des mouvements anisotropes plutôt horizontaux,  $\sqrt{e}$  fournira plutôt une surestimation de  $\overline{w'}$  (respectivement une sous-estimation pour une atmosphère instable).

Sous les hypothèses de couche limite mentionnées plus haut, on peut montrer (voir e. g. Stull, 1988) que l’évolution de l’énergie cinétique turbulente s’écrit sous la forme

$$\frac{\partial e}{\partial t} = P - D - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'e}}{\partial z} - \epsilon \quad (3.12)$$

Le terme

$$P = -\overline{w'u'} \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{w'v'} \frac{\partial v}{\partial z} \quad (3.13)$$

est généralement positif (en particulier si  $\overline{w'u'} = -K_z \partial u / \partial z$ ) et correspond à la production mécanique de turbulence. Le terme

$$D = -\frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} \quad (3.14)$$

est en général positif dans une atmosphère stable. Il correspond alors à l’inhibition (ou destruction) de la turbulence par les effets de stratification. Il peut devenir un terme de production dans les atmosphères instables. Les termes suivants sont un terme de pression, le transport vertical turbulent d’énergie cinétique turbulente (le transport par la grande échelle est négligé car  $w$  est supposé petit), et  $\epsilon$  est le terme de dissipation mécanique de la turbulence. Physiquement, l’énergie contenue principalement dans les plus grosses structures turbulentes “cascade” vers les échelles moléculaires où elle est dissipée.

Mellor et Yamada, à partir d’une paramétrisation des termes du troisième ordre (à la base il s’agit donc d’une fermeture à l’ordre 2) proposent une série de simplifications, avec une hiérarchie de schémas. Nous présentons ici le schéma de niveau 2.5 (qui malgré cette nomenclature originale n’est qu’une approximation relativement grossière d’un schéma d’ordre 2), le plus largement testé dans des applications météorologiques, et dont certains résultats sont présentés plus loin. Dans le modèle 2.5, les termes croisés s’écrivent formellement, comme pour la diffusion turbulente,

$$\overline{w'\phi'} = -K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (3.15)$$

On écrit la diffusivité turbulente  $K_\phi = lqS_\phi$  en fonction d’une longueur de mélange,  $l$ , d’une vitesse typique  $q = \sqrt{2e}$  et d’une fonction de stabilité, qui peut prendre des valeurs différentes pour les traceurs ( $S_\phi$ ), la température ( $S_h$ ) ou la quantité de mouvement ( $S_m$ ).

Un des tours de force de ce travail est de faire sortir directement de simplifications successives d’une fermeture du second ordre une formulation analytique pour les fonctions  $S_m$  et  $S_h$ . Ces

grandeurs sont fonctions du seul **nombre de Richardson de flux**,  $Ri_f = D/P$ , mesure de l'importance relative du forçage mécanique de la turbulence et de l'inhibition par stratification. On retient ici les valeurs numériques données par Yamada (1983). Cette version a été utilisée dans une étude d'intercomparaison de fermetures turbulentes par Ayotte et al. (1996). Elle est également utilisée plus loin dans des tests numériques. Pour la quantité de mouvement, on obtient :

$$S_m = 1,96 \frac{(0,1912 - Ri_f)(0,2341 - Ri_f)}{(1 - Ri_f)(0,2231 - Ri_f)}, Ri_f < 0,16 \quad (3.16)$$

et

$$S_m = 0,085, Ri_f \geq 0,16 \quad (3.17)$$

Pour la température, on obtient pour l'inverse du nombre de Prandtl turbulent  $\omega = K_h/K_m = S_h/S_m$ , l'expression

$$\omega = 1,1318 \frac{0,2231 - Ri_f}{0,2341 - Ri_f}, Ri_f < 0,16 \quad (3.18)$$

$$\omega = 1,12, Ri_f \geq 0,16 \quad (3.19)$$

En remarquant que  $Ri_f = \omega Ri$ , où

$$Ri = \frac{g}{\theta} \frac{\frac{\partial \theta}{\partial z}}{\left\| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right\|^2} \quad (3.20)$$

**est le nombre de Richardson gradient**, on obtient finalement

$$Ri_f = 0,6588 \left[ Ri + 0,1776 - \sqrt{Ri^2 - 0,3221 Ri + 0,03156} \right], Ri < Ri_c \quad (3.21)$$

$$Ri_f = Ri_{fc}, Ri \geq Ri_c \quad (3.22)$$

où  $Ri_{fc} = 0,191$  et  $Ri_c = 0,195$  sont des nombres de Richardson critiques. On obtient ainsi des expressions explicites de  $S_m$  et  $\omega$  en fonction des seules variables de grande échelle.

Dans le modèle 2.5, le terme de pression est négligé et le transport vertical est traité comme une diffusion turbulente de sorte que l'évolution de l'énergie cinétique turbulente ou de  $q$  s'écrit finalement

$$\frac{1}{2} \frac{\partial q^2}{\partial t} = ql S_m \left\| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right\|^2 [1 - \omega Ri] - \frac{q^3}{l B_1} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ l q S_q \frac{\partial q^2 / 2}{\partial z} \right] \quad (3.23)$$

avec  $B_1 = 16,6$ . Yamada (1983) utilise  $S_q = 0,2$  à la fois pour l'eau et pour les traceurs passifs.

La paramétrisation de Mellor et Yamada, même dans ses versions plus sophistiquées, laisse en fait une grosse zone d'ombre sur la spécification de la longueur de mélange  $l$ . Dans certains articles, les auteurs ont suggéré une équation pour  $q^2 l$  analogue à l'équation pour  $q^2$  mais cette équation est beaucoup moins fondée que sa grande sœur (selon les auteurs eux-mêmes). Le plus souvent, la longueur de mélange est spécifiée, par exemple en utilisant la formule de Blackadar (1962)

$$l = l_0 \frac{\kappa z}{\kappa z + l_0} \quad (3.24)$$

asymptotique à  $\kappa z$  près de la surface et à une longueur  $l_0$  au-dessus de la couche de surface. La longueur  $l_0$  peut elle-même être fixée à une constante (de l'ordre de 100-200 m la plupart du



temps) ou être calculée en fonction d’autres quantités. Yamada (1983) utilise par exemple pour  $l_0$  une altitude moyenne pondérée par l’intensité de la turbulence

$$l_0 = 0,2 \frac{\int_0^\infty z q dz}{\int_0^\infty q dz} \quad (3.25)$$

C’est cette formulation qui est retenue pour la version introduite dans le modèle LMDZ et dont on montre certains résultats plus loin.<sup>1</sup>

Avant de la tester couplée au modèle du thermique dans la version terrestre de LMDZ (comme on l’explique plus loin), nous avons avec Richard Fournier introduit la fermeture 2.5 de de Mellor et Yamada dans la version martienne du modèle (Forget et al., 1999). Avec sa fine atmosphère de CO<sub>2</sub>, l’immense désert martien connaît des cycles diurnes très marqués. Dans les tropiques, ou l’été dans les moyennes latitudes, la température de surface peut varier de plusieurs dizaines de degrés entre la nuit et le jour. On montre sur la Fig. 3.1 un exemple de comparaison de résultats de simulations numériques avec des observations par les sondes Viking. On voit sur cette figure un cas typique de jet nocturne comme il en existe dans les déserts terrestres. Le mélange vertical intense pendant la journée s’éteint subitement en fin d’après-midi (voir la brusque chute de  $q$  sur les figures c). Le vent qui était dans l’après-midi en équilibre entre un gradient de pression et ce terme de mélange se trouve subitement en déséquilibre et entre en oscillation inertielle. Dans les premières couches du modèle, le vent diminue rapidement sous l’effet du frottement turbulent

<sup>1</sup>A noter que l’intégration numérique du modèle de Mellor et Yamada s’avère souvent délicate. Une intégration naïve de l’équation d’évolution de l’énergie cinétique turbulente avec un schéma temporel explicite (on calcule les termes sources et puits du membre de droite au temps  $t$  qu’on ajoute à l’énergie cinétique au temps  $t$  pour obtenir la nouvelle valeur à  $t + \delta t$ ) contraint à prendre des pas de temps de quelques secondes, même avec les discrétisations grossières utilisées dans le modèle de circulation générale. Dans la version développée pour LMDZ, on contourne en partie cette difficulté en réécrivant formellement l’équation d’évolution de l’énergie cinétique turbulente (sans diffusion) sous la forme

$$\frac{1}{2} \frac{\partial q^2}{\partial t} = q^3 \chi \quad (3.26)$$

ou encore

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{q} \right) = -\chi \quad (3.27)$$

avec

$$\chi = \frac{l S_m}{q^2} M^2 (1 - Ri_f) - \frac{1}{l B_1} \quad (3.28)$$

Si on suppose que  $\chi$  ne varie pas au court d’un pas de temps, la solution de l’Eq. 3.27 est

$$q^{(t+\delta t)} = \frac{q^{(t)}}{1 - \chi^{(t)} q^{(t)} \delta t} \quad (3.29)$$

On retient directement cette solution quand  $\chi \leq 0$ . En revanche, quand  $\chi > 0$ , on utilise une forme approchée

$$q^{(t+\delta t)} = q^{(t)} \left( 1 + \chi^{(t)} q^{(t)} \delta t \right) \quad (3.30)$$

Cette formulation numérique produit des résultats numériques presque indiscernables de l’intégration temporelle explicite de l’équation d’origine mais avec des pas de temps de typiquement quelques minutes à dizaines de minutes pour les configurations classiques du modèle de circulation.

La diffusion verticale de l’énergie cinétique turbulente est calculée a posteriori.

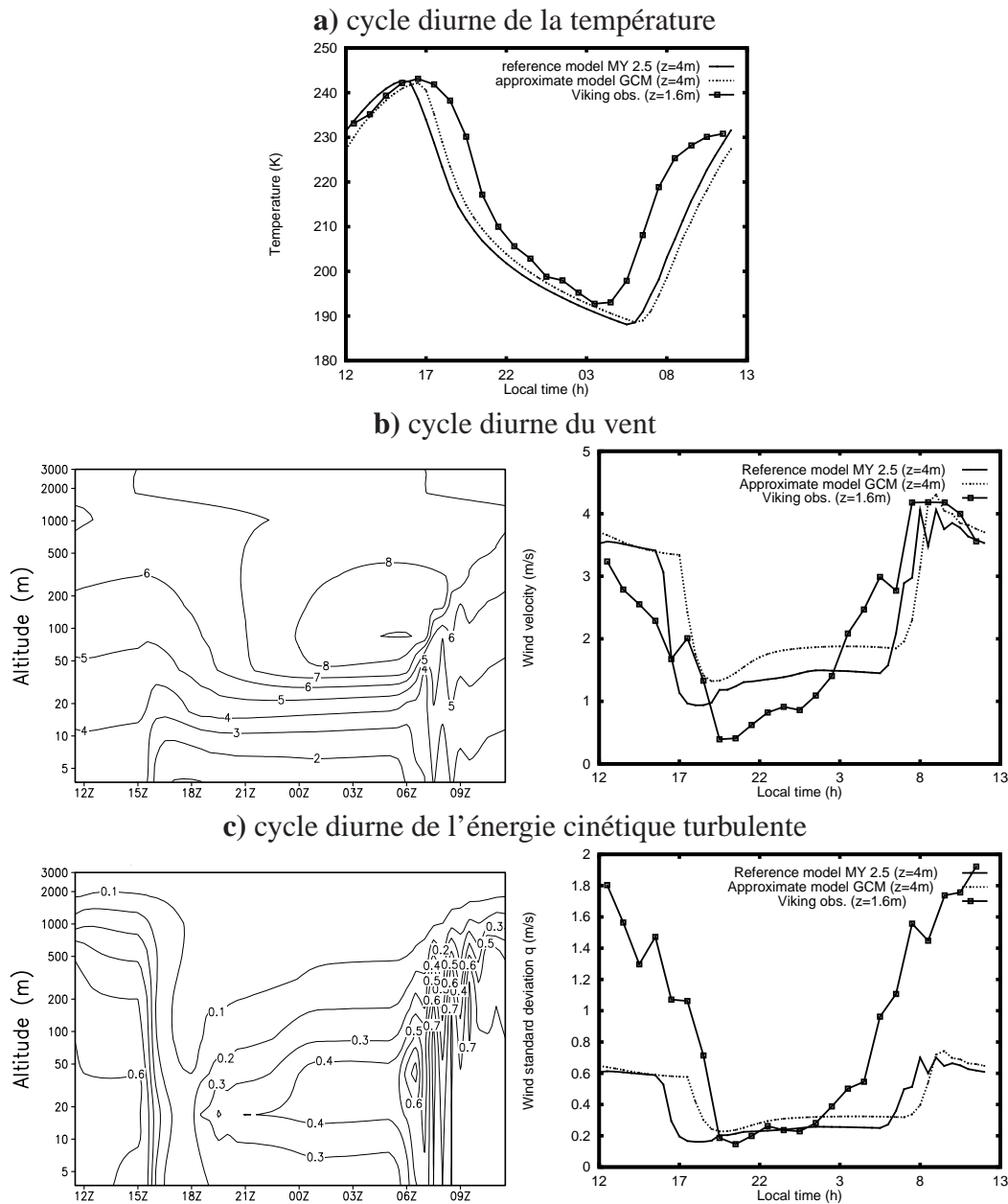


FIG. 3.1 – Cycle diurne de la couche limite sur Mars. Comparaison d'observations par les sondes Viking (qui ont fonctionné plusieurs années à la surface de Mars dans les années 70) et les résultats de simulations numériques effectuées avec une version unidimensionnelle du modèle de circulation générale martien du LMD. **a** : Cycle diurne de la température de l'air mesurée au bout du bras Viking (à 1,6 m au-dessus du sol) et simulée dans la première couche du modèle (altitude de 4 m). **b** : Module du vent horizontal ( $\text{m s}^{-1}$ ). **c** : Fluctuations turbulentes du vent ( $\text{m s}^{-1}$ ). Pour b) et c), on montre, **à gauche**, les résultats du modèle en fonction de l'heure locale et de l'altitude et, **à droite**, les évolutions comparées des mêmes grandeurs près de la surface pour le modèle et les observations Viking. Les axes horizontaux correspondent aux heures locales. Pour les fluctuations turbulentes (c), les données sont calculées à partir de mesures haute fréquence du vent et les valeurs simulées sont estimées à partir de l'énergie cinétique turbulente prédite par la paramétrisation de Mellor et Yamada.

sur la surface tandis que les couches supérieures, découplées de la surface, accélèrent. On obtient alors en sommet de couche limite une couche fortement cisailée qui génère à nouveau de la turbulence. Les comparaisons aux données sont bonnes en générale pour les quantités moyennes ainsi que pour l'énergie cinétique turbulente la nuit. On note cependant une très forte sous-estimation des fluctuations turbulentes du vent le jour, dues sans doute à la non prise en compte des mouvement convectifs (comme on l'explique plus loin).

### 3.1.3 Les fermetures basées sur un équilibre de l'énergie cinétique turbulente

On peut aller un cran plus loin dans les simplifications en supposant que les termes de production ou destruction d'énergie turbulente et la dissipation sont constamment à l'équilibre  $P - D = \epsilon$ , d'où l'on tire

$$q^2 = l^2 \left\| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right\|^2 S_m B_1 (1 - \omega Ri) \quad (3.31)$$

et donc

$$K_m = l^2 \left\| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right\| \sqrt{S_m^3 B_1 (1 - \omega Ri)} \quad (3.32)$$

On voit qu'on retombe exactement sur l'approche de Prandtl avec un terme correctif  $(\sqrt{S_m^3 B_1 (1 - \omega Ri)})$  rendant compte des effets de la stratification.

La formulation utilisée dans le modèle original du LMD (Laval et al., 1981) est également basée sur un modèle stationnaire de l'énergie cinétique turbulente. Seuls les coefficients diffèrent. Le coefficient de mélange s'écrit simplement sous la forme

$$K_m = l \text{ Max} \left[ l \left\| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right\| \sqrt{1 - Ri/Ri_c}, \sqrt{e_{min}} \right] \quad (3.33)$$

où  $Ri_c$  est un nombre de Richardson critique. De façon un brin arbitraire, la longueur de mélange utilisée dans la version standard du modèle décroît quand on s'éloigne de la surface comme  $l = l_0(p/p_s)^2$  avec  $l = l_0 = 35$  m.

Dans le monde des sciences de l'ingénieur, les fermetures dites  $K - \epsilon$  sont davantage utilisées que le modèle de Mellor et Yamada. Ces fermetures font intervenir deux équations pronostiques, l'une pour l'énergie turbulente  $K$  et l'autre pour la dissipation  $\epsilon$ .

### 3.1.4 Les paramétrisations basées sur des relations de similitude

Les méthodes de similitude ont remporté un grand succès dans l'explication des observations des grandeurs turbulentes dans la couche limite de surface. Dans cette approche, on s'intéresse à une couche limite en régime stationnaire, on adimensionalise les équations et on dérive des relations ou modèles à partir des seuls paramètres dont dépendent les équations. La couche logarithmique, présentée plus haut à partir de la longueur de mélange, peut déjà être présentée à

partir des relations de similitude si on remarque que le gradient vertical du vent près de la surface dans une atmosphère neutre ne peut dépendre que de  $u_*$  et  $z$ .

Monin et Obukov ont introduit les effets de la stratification dans cette description de la turbulence mécanique. L'hypothèse de base de leur théorie est de supposer que le cisaillement adimensionnel,  $\kappa u_* \partial u / \partial z$ , égal à 1 pour une atmosphère neutre, ne dépend que d'une mesure de l'importance relative des flux de moment et de chaleur, le nombre de Richardson de flux  $Ri_f$  introduit plus haut. Dans la couche de surface, ce nombre s'écrit

$$Ri_f = \frac{g}{\theta} \frac{\overline{w'\theta'}}{\overline{w'u'} \frac{\partial u}{\partial z}} \simeq \frac{gz \overline{w'\theta'_0}}{\kappa u_*^3 \theta} = \frac{z}{L} \quad (3.34)$$

où

$$L = \frac{\kappa u_*^3 \theta}{g \overline{w'\theta'_0}} \quad (3.35)$$

est la longueur d'Obukov.

On suppose donc, dans la couche de surface, que le gradient de vent peut s'écrire sous la forme

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \phi_m \left( \frac{z}{L} \right) \quad (3.36)$$

où  $\phi_m$  est une fonction universelle, dite fonction de stabilité, qui vaut 1 dans les conditions neutres ou quand  $z \rightarrow 0$ , c'est à dire quand la turbulence est dominée par les effets mécaniques. Cette équation peut s'intégrer verticalement pour fournir directement le vent à un niveau donné dans la couche de surface :

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \left[ \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) - \psi_m \left( \frac{z}{L} \right) \right] \quad (3.37)$$

où

$$\psi_m(\xi) = \int_{z_0/L}^{\xi} [1 - \phi_m(\xi)] \frac{d\xi}{\xi} \simeq \int_0^{\xi} [1 - \phi_m(\xi)] \frac{d\xi}{\xi} \quad (3.38)$$

La seconde forme de  $\psi_m$  permet en général des calculs analytiques relativement simples et suffisamment précis.

Comme pour la quantité de mouvement, on suppose que le gradient de température adimensionnel est relié au gradient neutre par une fonction de  $z/L$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{R \theta_*}{\kappa z} \phi_h \left( \frac{z}{L} \right) \quad (3.39)$$

avec  $\theta_* = \overline{w'\theta'_0} / u_*$  qui conduit comme pour le vent à

$$\theta - \theta_s = \frac{R \theta_*}{\kappa} \left[ \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) - \psi_h \left( \frac{z}{L} \right) \right] \quad (3.40)$$

où  $\theta_s$  est la température potentielle associée à la température du sol. L'introduction du nombre de Prandtl  $R \simeq 0,7$  dans la formule suit la présentation par Deardorff (1972b) et permet de choisir la fonction  $\phi_h$  égale à l'unité pour les conditions neutres ou dominées par la turbulence mécanique.

	instable $L < 0$	stable $L \geq 0$
$\phi_m(\xi)$	$(1 - \gamma_1 \xi)^{-\frac{1}{4}}$	$1 + \gamma_3 \xi$
$\psi_m(\xi)$	$\ln \left[ \left( \frac{1+x^2}{2} \right) \left( \frac{1+x}{2} \right)^2 \right] - 2 \tan^{-1} x + \frac{\pi}{2}$ avec $x = 1/\phi_m$	$-\gamma_3 \xi$
$\phi_h(\xi)$	$(1 - \gamma_2 \xi)^{\frac{1}{2}}$	$1 + \gamma_3 \xi / R$
$\psi_h(\xi)$	$2 \ln \left( \frac{1+x}{2} \right)$ avec $x = 1/\phi_h$	$-\gamma_3 \xi / R$

TAB. 3.1 – Fonctions de Businger Dyer telles qu’elles sont utilisées dans les simulations présentées plus loin.

Des campagnes de mesures ont été dédiées à la mesure de ces fonctions. Les formules proposées par Businger et al. (1971) et ajustées sur les résultats d’une campagne dans le Kansas sont encore largement utilisées. Ces formules sont données dans la Table 3.1. De nombreuses versions modifiées ont été proposées depuis, utilisant parfois des données plus récentes (cf. par exemple Högström, 1988).

Notons que Mellor (1973) a appliqué son modèle de fermeture à la couche limite de surface, en supposant des flux constants, et réussi à interpréter les mesures de Businger et al. (1971) avec des jeux de coefficients compatibles avec des mesures de souffleries en conditions neutres.

Certains auteurs ont essayé d’extrapoler les approches en similitude à la couche mélangée. Il faut alors introduire au moins un paramètre supplémentaire : la hauteur de la couche limite  $h$ . Nous testons par exemple plus loin une formulation analytique du coefficient de diffusion turbulente en fonction de l’altitude proposée à l’origine par Brost et Wyngaard (1978)

$$K_m = u_* \kappa z \phi_m^{-1} \left[ 1 - \frac{z}{h} \right]^p \quad (3.41)$$

Cette formulation est choisie de façon à être asymptotique à la prédiction de Monin-Obukov dans la couche limite de surface et à s’annuler en  $z = h$ . Brost et Wyngaard (1978) retiennent un exposant  $p = 1, 5$ .

Pour appliquer cette formule, il faut commencer par estimer la hauteur de la couche limite  $h$ . Une approche maintenant classique et relativement robuste consiste à utiliser un nombre de Richardson non local :

$$R_{ib}(z) = \frac{g(z - z_1)}{\theta(z)} \frac{(\theta(z) - \theta(z_1))}{u(z)^2 + v(z)^2} \quad (3.42)$$

où  $z_1$  est une altitude de référence proche de la surface. On définit la hauteur de la couche limite comme l'altitude à laquelle ce nombre dépasse une valeur seuil, typiquement de l'ordre de 0,2-0,25. Cette approche est par exemple retenue dans les travaux de Troen et Mahrt (1986).

## 3.2 Spécificités de la couche limite convective

A la base, les formulations – plus ou moins sophistiquées – en diffusion turbulente font l'hypothèse que la longueur caractéristique des mouvements turbulents est petite devant les échelles spatiales typiques, et notamment devant la hauteur de la couche limite.

Les limites de cette approche sont reconnues depuis longtemps, en particulier dans le cas des couches limites convectives, où les ascendances thermiques, résultant de l'accumulation de chaleur près de la surface, s'organisent sous forme de panaches ou de rouleaux à des échelles comparables aux échelles de la couche limite. Dans la suite, on appellera *meso-échelle* cette échelle des structures convectives de couche limite. Dans la couche limite convective, le flux de chaleur, dirigé vers le haut pour évacuer l'énergie accumulée à la surface, est souvent associé à un profil neutre ou même marginalement stable de température potentielle, c'est à dire que le flux d'énergie remonte le gradient, du froid vers le chaud, ce qui est incompatible avec une approche en diffusion.

Les couches limites convectives se caractérisent plus précisément en trois régions :

- une couche de surface instable chauffée directement par le sol,
- une couche mélangée épaisse typiquement de 1 à 2 km dans les régions tempérées mais qui peut atteindre 3 km aux jours les plus chauds de l'été même en région parisienne et plus de 5 km sur les déserts ou sur la planète Mars.
- une couche d'inversion très stable, épaisse de quelques dizaines à quelques centaines de mètres. La hauteur de cette inversion  $z_i$  est souvent utilisée comme hauteur de couche limite.<sup>2</sup>

Ce sont les particules d'air de la couche de surface, particules plus chaudes donc plus légères que celles de la couche mélangée, qui s'élèvent dans la couche mélangée pour s'organiser en ascendances thermiques sous forme de rouleaux, de cellules ou de panaches isolés. L'accélération d'une particule  $P$  de la couche de surface dans l'environnement  $e$  est donnée par

$$\gamma = g \frac{\theta_{vP} - \theta_{ve}}{\theta_{ve}} \quad (3.43)$$

où

$$\theta_v = \theta(1 + 0,061q) \quad (3.44)$$

est la température potentielle virtuelle et  $q$  est l'humidité spécifique. Cette température potentielle tient compte, pour le calcul de la flottabilité, des changements de masse molaire de l'air dus aux changements de contenu en vapeur d'eau.

---

<sup>2</sup>Même quand le sommet de la couche limite ne correspond pas à une inversion de température à proprement parler ( $T$  croissant avec l'altitude), on parle de hauteur d'inversion  $z_i$  pour désigner la hauteur à laquelle on trouve une brusque augmentation de la température potentielle, caractérisant le sommet de la couche limite convective. Cette définition de  $z_i$  est conservée ici.

Avant de présenter quelques approches pour paramétriser la couche limite dans ces conditions particulières, et de décrire en détail le “modèle du thermique”, on présente dans cette section une analyse d’échelle de la couche limite convective ainsi que les grandes lignes des connaissances sur le sujet, que ce soit au travers d’observations ou de simulations dites des grands tourbillons (ou Large Eddy Simulation en anglais).

Parce que les développements proposés ici concernent essentiellement la couche limite convective en ciel clair, on ne parlera pratiquement pas de nuages, même s’il est clair que la capacité de la nouvelle paramétrisation à prédire les caractéristiques statistiques des nuages (couverture nuageuse, contenu en eau des nuages) sera un élément essentiel de sa possible adoption comme paramétrisation de base d’un modèle de climat.

### 3.2.1 Organisation à meso-échelle

L’existence de structures organisées dans la couche limite convective est bien connue des amateurs de vol libre qui utilisent les “pompes” thermiques pour gagner de l’altitude. Les vitesses verticales rapportées par ces amateurs sont typiquement de 1 à 4 m s<sup>-1</sup> en plaine et plutôt de 5 à 10 m s<sup>-1</sup> en montagne.

Ces structures peuvent prendre la forme de panaches isolés ou s’organiser en forme de cellules ou de rouleaux. Un travail d’investigation systématique de ces structures, notamment à partir de vols avions, a été entrepris depuis une trentaine d’années, à partir des travaux pionniers de LeMone (1973). Les mesures in-situ à bord d’avions, les photos satellites à haute résolution, les instruments de détections active (radar et lidar) ainsi que les simulations numériques dites “des grands tourbillons” (Large Eddy Simulations en anglais) ont permis de mieux comprendre et caractériser les structures organisées de la couche limite. On se contente ici de montrer quelques illustrations issues de ces études.

Les rues de nuages constituent une des réalisations les plus spectaculaire de l’organisation de la convection de couche limite. Les structures de rues s’observent à toutes les latitudes et en toutes saisons, mais les arrivées sur la mer d’air très froid ayant séjourné un moment sur des glaciers ou des banquises offrent souvent des photos spectaculaires comme celle montrée sur la Fig. 3.2. L’air froid et sec, en arrivant sur la mer plus chaude (ici le vent souffle du nord au milieu de la mer de Bering) donne naissance à une couche limite convective. Au début, l’air est encore clair. Il se charge petit à petit en humidité et des cumulus se mettent à bourgeonner en sommet de la partie ascendante de grands rouleaux convectifs, créant ces grandes rues de nuages alignées le long du vent dominant. L’image faisant un millier de kilomètres de large environ, on voit que les rues de nuages sont typiquement espacées de 5 km dans la partie nord et jusqu’à une vingtaine dans le sud.

Au sud de la zone, la structure en rouleaux disparaît au profit d’une organisation en cellules. Mais, dans un cas comme dans l’autre, on distingue nettement une organisation à une échelle de quelques kilomètres à quelques dizaines de kilomètres.

A noter également, dans le sud-ouest de la photo, au sud (en aval) des Aléoutiennes, des structures transversales associées très vraisemblablement à des ondes de gravité piégées dans le sillage des reliefs que constituent les îles.



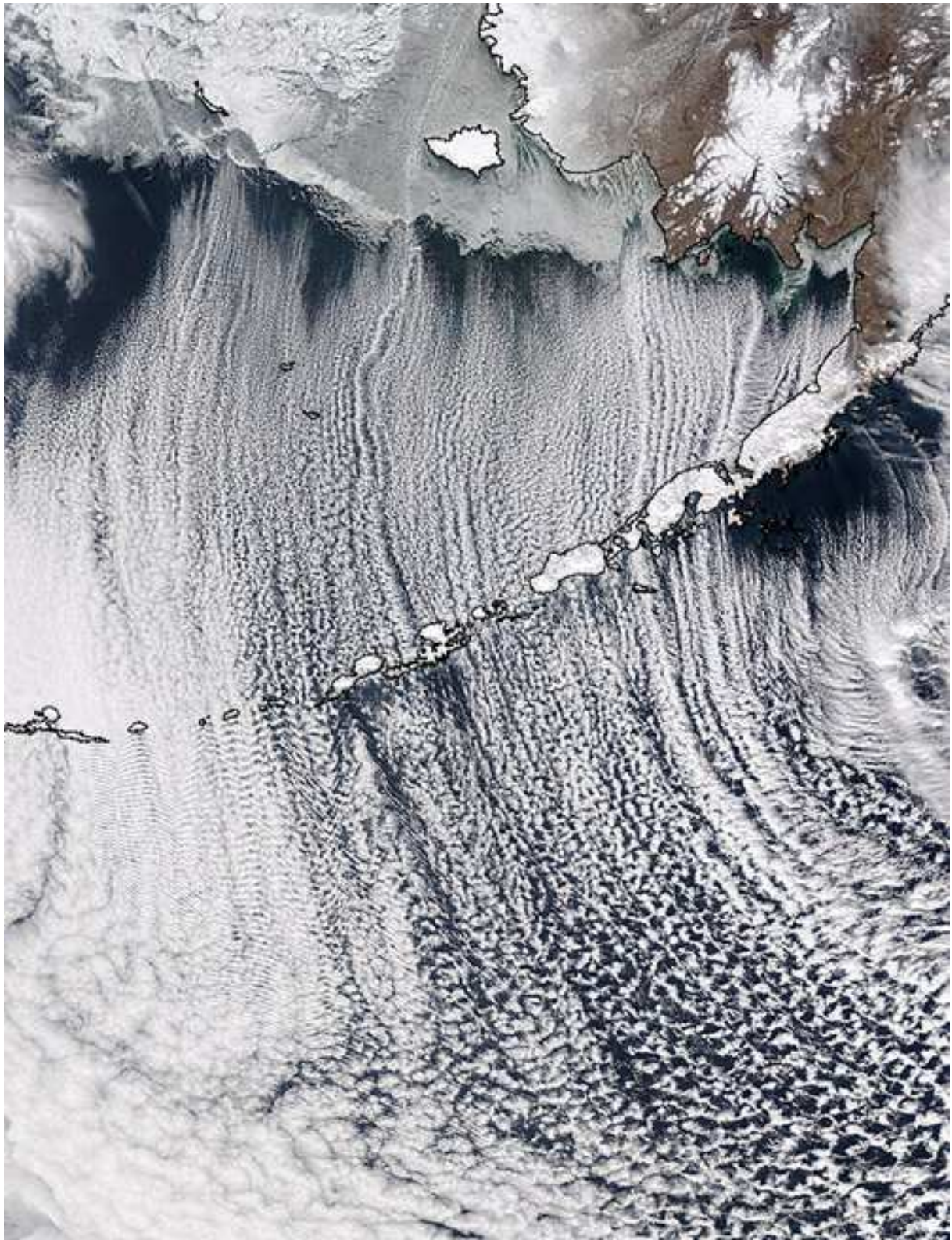


FIG. 3.2 – Rues de nuages observées dans la mer de Bering.

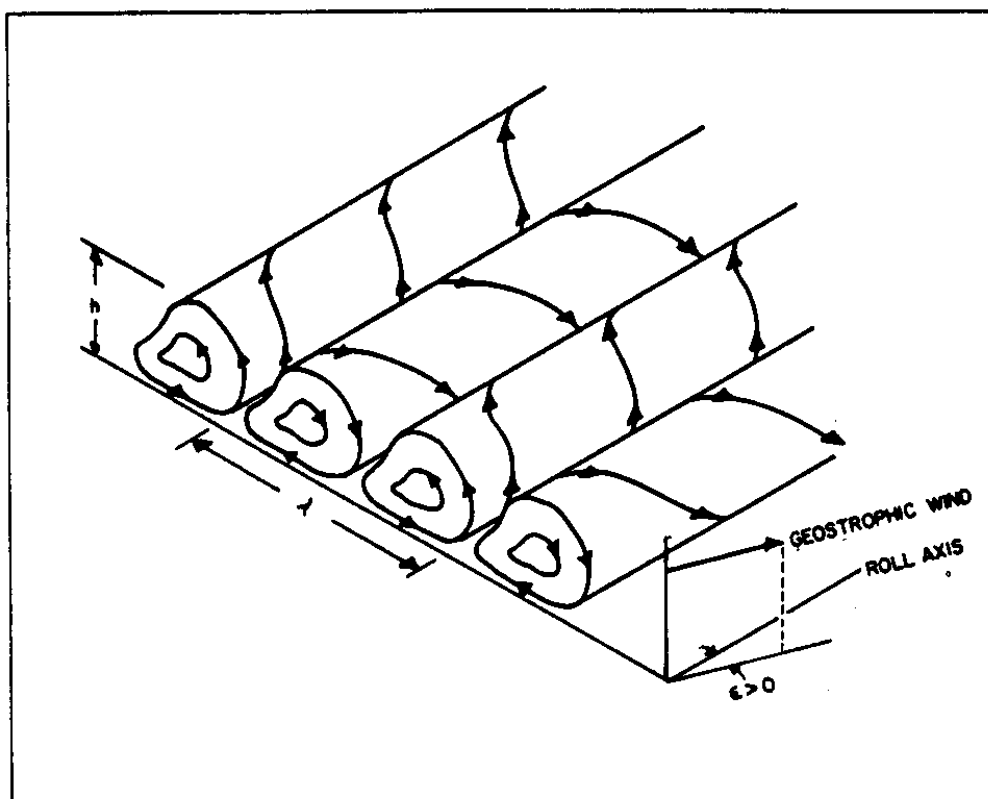


FIG. 3.3 – Vue schématique de l’organisation de la convection de couche limite en rouleaux, le long de l’axe du vent. D’après Brown (1980).

De nombreux travaux théoriques et numériques ont été consacrés à l’étude de ces structures convectives de la couche limite.

Une étude théorique des instabilités de la couche d’Eckman a permis de prédire l’orientation des rouleaux par rapport aux vents dominants (Brown, 1972). Les rouleaux sont alignés à  $30^\circ$  à gauche du vent pour des couches stables,  $18^\circ$  pour des couches limites neutres et essentiellement alignées avec le vent pour des couches instables. Le modèle de la couche d’Eckman n’est pas vraiment applicable à la couche limite instable mais la prédiction est cependant relativement proche de l’observation (LeMone, 1973) même si les rouleaux sont plutôt orientés également à  $10\text{-}20^\circ$  du vent dans la couche convective. On montre sur la Fig. 3.3 une vision schématique de cette organisation en rouleaux.

Après le travail pionnier de Sommeria et LeMone (1978), de nombreuses simulations des grands tourbillons ont été consacrées à l’organisation de la couche limite convective. Dans les simulations des grands tourbillons, on résout explicitement des équations dynamiques non-hydrostatiques (différentes approximations sont cependant utilisées pour filtrer les modes acoustiques les plus rapides) jusqu’à une échelle typique de 20 à 100 m suivant les cas. On suppose à cette échelle que la turbulence est bien représentée par des idées de cascades vers les



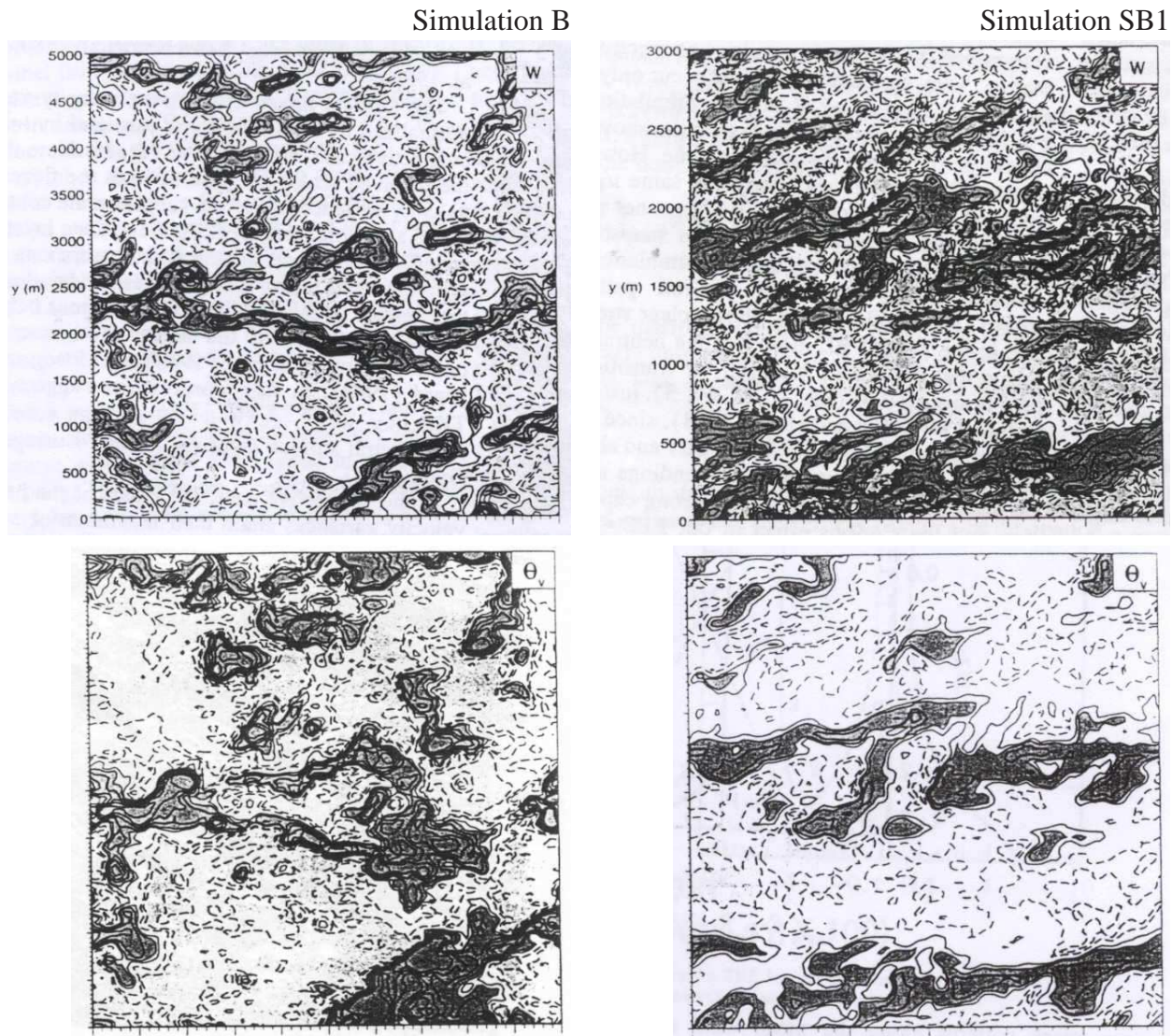


FIG. 3.4 – Simulations des grands tourbillons de la couche limite convective d'après Moeng et Sullivan (1994). Coupes horizontales instantanées à  $0, 2z_i$  pour deux simulations (B à gauche et SB1 à droite). On montre, en haut, le vent vertical  $w$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) et, en bas, les perturbations de température potentielle virtuelle  $\theta_v$  (K).

Caractéristiques et valeurs des iso-contours pour les deux simulations.

B : domaine de  $3 \times 3 \text{ km}^2$ ,  $\overline{w'\theta'_v} = 0,24 \text{ m s}^{-1} \text{ K}$ ,  $U_g = 10 \text{ m s}^{-1}$

$w$  :  $(-2; -1,5; -1; -0,5; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3)$ , gris [sombre/clair] pour  $[w > 1/w < -1]$

$\theta'_v$  :  $(-0,3; -0,2; -0,1; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5)$ ,  $[\theta'_v > 0, 1/\theta'_v < -0, 1]$

SB1 : domaine de  $5 \times 5 \text{ km}^2$ ,  $\overline{w'\theta'_v} = 0,05 \text{ m s}^{-1} \text{ K}$ ,  $U_g = 15 \text{ m s}^{-1}$

$w$  :  $(-1,8; -1,5; -1,2; -0,9; -0,6; -0,3; -0,1; 0,1; 0,3; 0,6; 0,9; 1,2; 1,8)$ ,  $[w > 0, 3/w < -0, 3]$

$\theta'_v$  :  $(-0,2; -0,1; -0,05; 0,05; 0,1; 0,2)$ ,  $[\theta'_v > 0, 1/\theta'_v < -0, 1]$

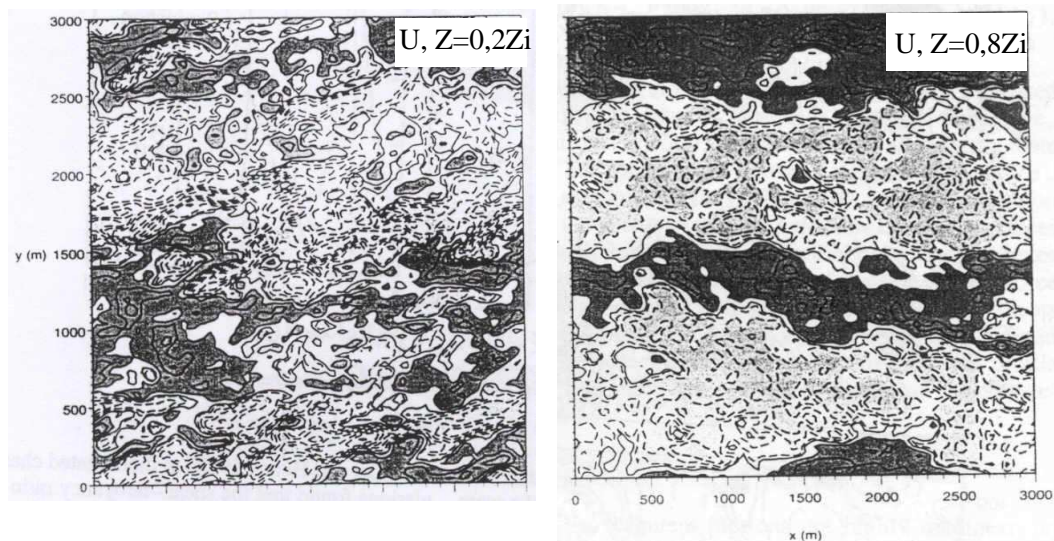


FIG. 3.5 – Perturbation du vent zonal à deux altitudes dans la simulation SB1 de Moeng et Sullivan (1994).

Valeur des iso-contours :  $(-3; -2,5; -2; -1,5; -1; -0,5; -0,1; 0,1; 0,5; 1; 1,5; 3)$ , gris [sombre/clair] pour  $[u' > 0,5 / u' < -0,5]$

petites échelles et par des fermetures locales de type  $K - \epsilon$  ou Mellor et Yamada. A partir de telles simulations, Moeng et Sullivan (1994) et d'autres ont par exemple montré que la sélection entre les différents modes d'organisation était en grande partie contrôlée par l'importance relative des forçages thermiques (par le chauffage en surface) et mécanique (par le cisaillement de vent) de la turbulence.

Les simulations de Moeng et Sullivan (1994) sont relativement académiques, avec une turbulence de couche limite forcée par un flux de chaleur imposé en surface et un forçage géostrophique engendrant des cisaillements de vent et donc de la turbulence mécanique près de la surface. Il s'agit de couches limites non nuageuses. Le calcul est effectué sur un domaine carré de 3 ou 5 km avec une maille d'une cinquantaine de mètres dans les trois directions d'espace et des conditions aux limites périodiques horizontalement. En faisant varier indépendamment l'intensité du forçage thermique  $\overline{w'\theta'}_0$  en surface et l'intensité du vent géostrophique  $U_g$ , on trouve dans les simulations deux modes d'organisation : une organisation en rouleaux quand le cisaillement est important et des panaches isolés sans organisation apparente quand le flux de chaleur domine. Sur la Fig. 3.4, on montre des coupes instantanées à l'altitude  $z = 0,2z_i$ , où  $z_i$  est la hauteur de l'inversion, des perturbations de la vitesse verticale (en haut) et de la température potentielle virtuelle (en bas) pour deux simulations. Dans la première – appelée B pour “buoyant” par les auteurs – le flux en surface vaut  $\overline{w'\theta'}_0 = 0,24 \text{ m K s}^{-1}$  avec un vent géostrophique  $U_g$  de  $10 \text{ m s}^{-1}$ . Dans la seconde simulation, le forçage mécanique est plus important avec  $\overline{w'\theta'}_0 = 0,05 \text{ m K s}^{-1}$  et  $U_g = 15 \text{ m s}^{-1}$ . Cette simulation avec cisaillement et flottabilité (shear and buoyancy) est appelée SB1 par les auteurs.



Pour les deux simulations, on voit clairement les structures thermiques, avec de l'air chaud associé à des vitesses ascendantes. Ces structures thermiques couvrent dans les deux cas une fraction relativement faible de la surface. La simulation B ne présente pas de structure bien marquée et on a plutôt l'impression de voir des panaches isolés. La simulation SB1, avec un forçage mécanique important, présente une organisation en rouleaux. La relative faible étendue du domaine fait qu'on ne simule que deux rouleaux. Des simulations plus récentes, utilisant des domaines plus grands par rapport aux structures représentées, confirment ces résultats (cf. par exemple Weckwerth et al., 1997).

Les subsidences amènent vers la surface de l'air provenant du haut du domaine et associé de ce fait à un excès de quantité de mouvement (le vent géostrophique  $U_g$  est positif dans la direction  $x$ ) comme on le voit sur la Fig. 3.5 pour la simulation SB1. En  $z = 0,2z_i$ , sur la gauche de la figure, les structures organisées sont encore perturbées par les organisations à plus petite échelle dans la couche limite de surface. Un peu plus haut dans l'atmosphère et à droite sur la même figure, en  $z = 0,8z_i$ , la structure en rouleaux domine encore davantage l'écoulement.

Dans ces simulations, le rapport d'aspect – rapport entre la séparation des rouleaux et la hauteur de la couche limite – est compris entre 2 et 3.

L'importance de l'organisation en cellules ou en rouleaux de la couche limite convective, même en l'absence de nuages, a été confirmée avec l'utilisation de plus en plus systématique de la télédétection active, lidar ou radar, pour observer l'atmosphère. Les échos lidar ou radar sont en effet souvent capables de distinguer, dans la couche limite, l'air montant depuis la couche de surface de son environnement. Pour les lidars, c'est la présence d'aérosols dans les panaches qui permet en général de les visualiser alors que, pour les radars, on pense qu'on voit souvent des insectes.

On montre sur la Fig. 3.6 deux exemples d'observations radar issus d'une étude de Weckwerth et al. (1997) montrant à gauche une organisation en rouleaux et, à droite, une organisation en cellules. Cette étude assez systématique d'observation de la couche limite convective en Floride a permis de confirmer certains résultats obtenus avec les simulations des grands tourbillons, comme l'apparition systématique de rouleaux dans certaines gammes de cisaillement et de flux de chaleur ou l'estimation du rapport d'aspect des rouleaux.

### 3.2.2 Le cycle diurne de la couche limite continentale

Des couches limites convectives particulièrement développées sont observées l'après-midi sur les continents, notamment par beau temps. Sur les déserts, elles peuvent atteindre plus de 5 km d'altitude. On montre sur la Fig. 3.7 un exemple d'observations de couches limites convectives sur trois jours consécutifs au SIRTa, le site instrumenté atmosphérique de l'IPSL. Les figures de droite montrent l'écho lidar (le lidar LNA<sup>3</sup>) observé au cours du temps à la verticale de l'école Polytechnique, à Palaiseau. Sur ces figures, la couche limite est matérialisée grossièrement comme la zone gris clair, correspondant à une réflexion sur des aérosols. La couche limite nocturne très fine (quelques centaines de mètres) se développe dans la matinée, entre 9 heures et midi. Dans cette phase de croissance, on voit très clairement des panaches

---

<sup>3</sup><http://sirta.lmd.polytechnique.fr/LNA.htm>

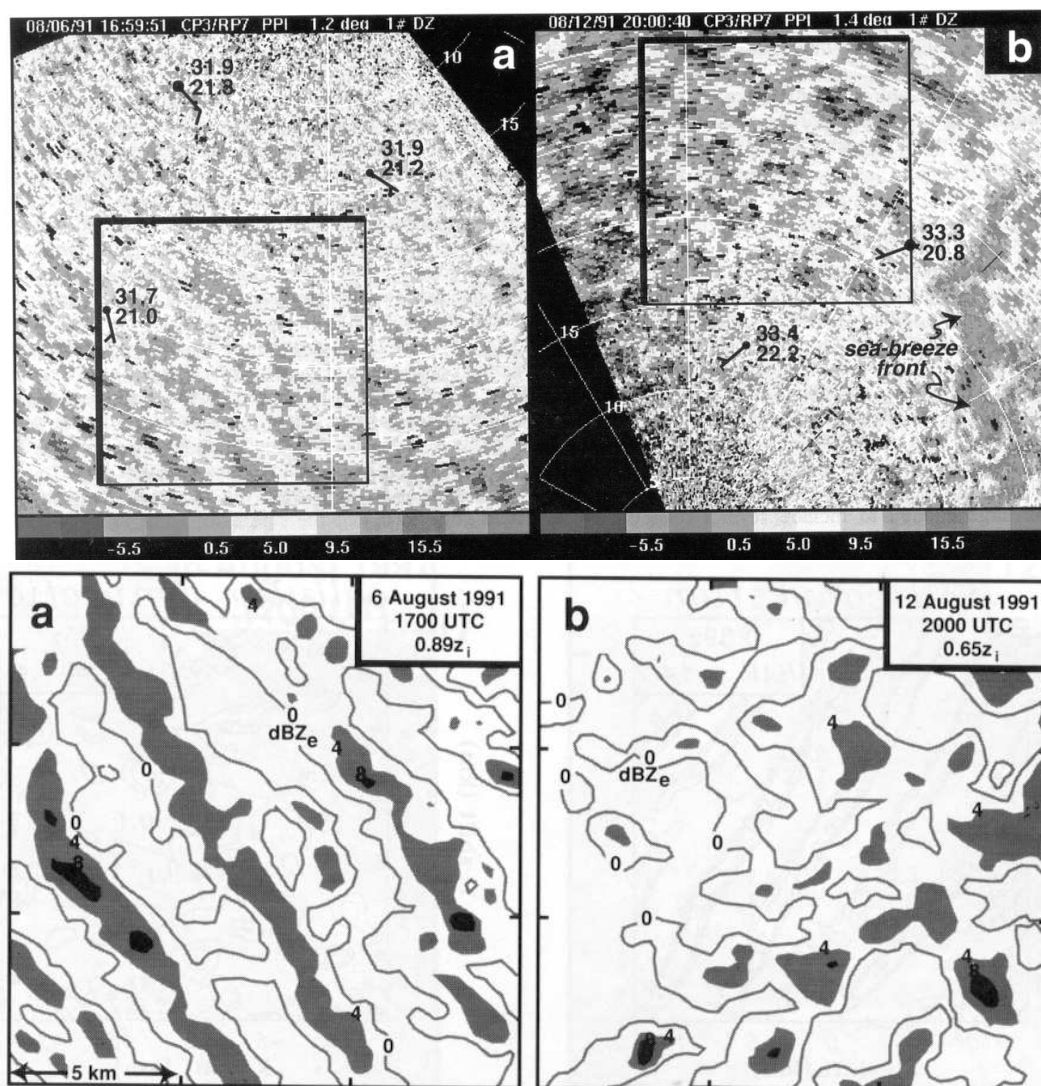


FIG. 3.6 – En haut, champs de réflectivité radar pour 2 situations particulières observées en Floride (a) le 6 août 1991 à 1700 UTC et (b) le 12 août 1991 à 2000 UTC. La température (nombre du haut) et le point de rosée (nombre du bas) ainsi que le vent sont superposés pour certaines stations d’observation. La figure de gauche montre une couche limite régulièrement organisée en rouleaux. La figure de droite montre un front de brise de mer sur la droite et des cellules en haut. Les figures du dessous correspondent à un lissage des échos radar pour le sous-domaine repéré par un carré dans les figures du haut, avec des contours tous les 4 dBZ<sub>e</sub> à partir de 0. Les valeurs plus grandes que 4 et 8 dBZ<sub>e</sub> sont grisées respectivement en gris clair et gris foncé. D’après Weckwerth et al. (1997).

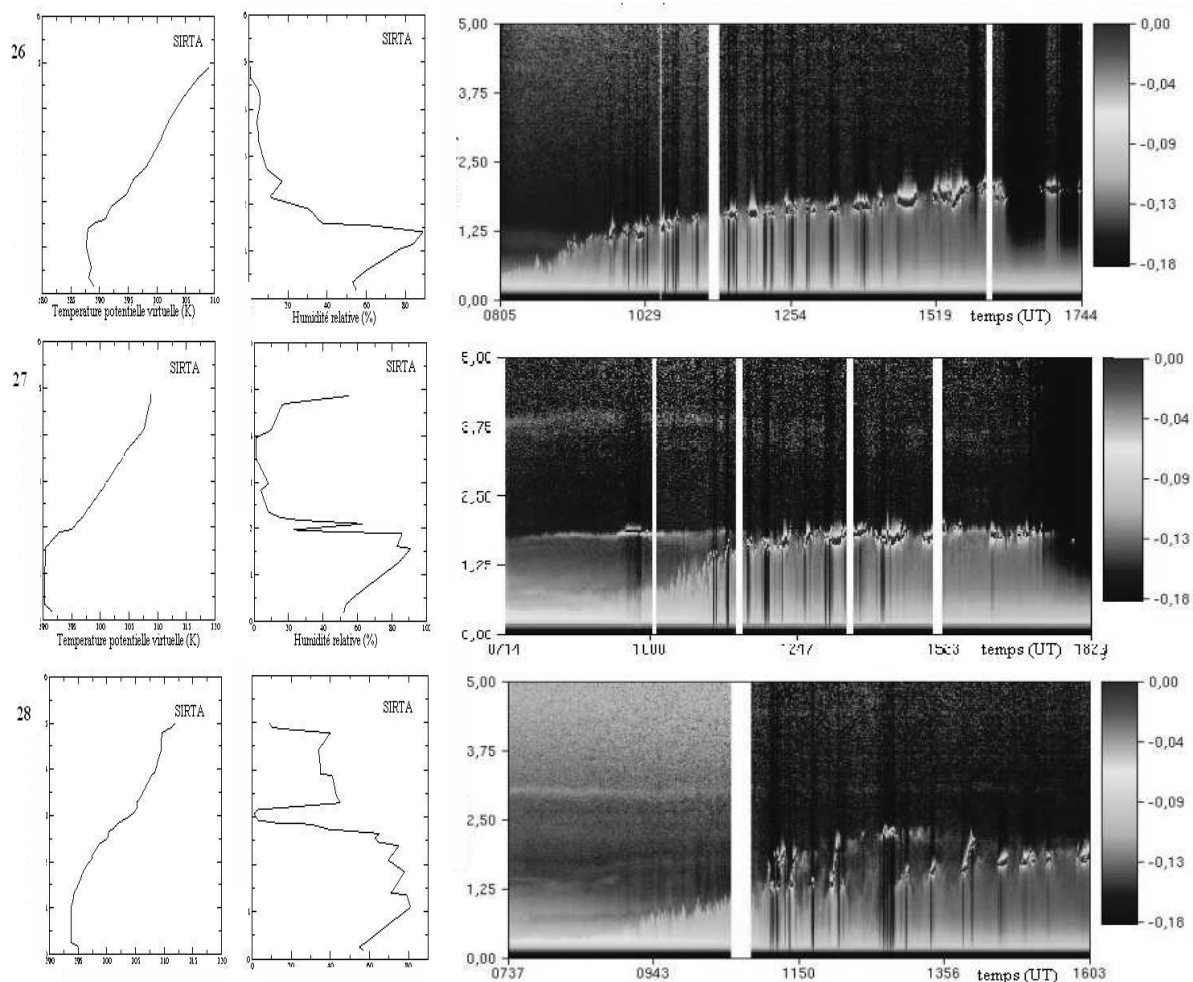


FIG. 3.7 – Cycle diurne de la couche limite continentale.

Profils verticaux de température potentielle et d'humidité relative enregistrés par les radiosondages de Trappes à midi pour trois jours successifs, les 26, 27 et 28 mai 2003, et les échos enregistrés au cours de la journée par le lidar aérosol LNA du SIRTa.

ascendants, plus clairs que l'air environnant. En début d'après-midi, la couche limite convective est bien développée et on voit se former, au sommet des thermiques, des cumulus qui réfléchissent totalement le signal.

Les profils de température potentielle associés, observés à Trappes par radiosondage à midi, montrent tous les trois une légère instabilité dans la couche de surface et un profil très bien mélangé sur 1 à 1,5 km suivant les jours. Dans cette région, l'humidité spécifique est relativement bien mélangée également. Ceci correspond à une humidité relative qui croît avec l'altitude, pour approcher les 100% en sommet de couche limite, là où les nuages sont observés.

Cette pulsation de la couche limite entre couche limite nocturne stable et couche limite



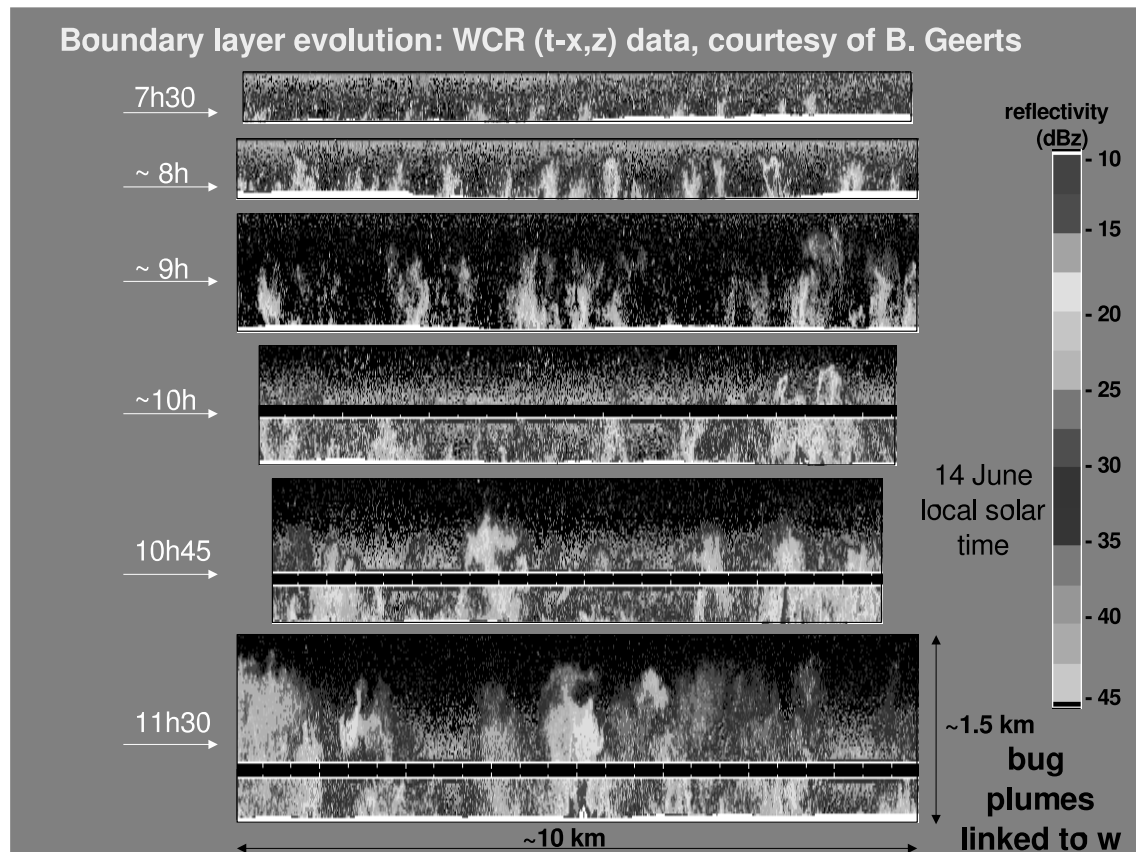


FIG. 3.8 – Observations de la couche limite en Oklaoma le 14 juin 2002 pendant la campagne IHOP. Transects avions à différentes heures de la journée avec des mesures radar en dessous et au-dessus de l’avion. On voit bien la croissance des thermiques qui atteignent, en milieu de journée, environ 1,5 km.

convective développée dans l’après-midi conditionne au premier chef les concentrations observées pour les espèces émises en surface.

On montre également sur la Fig. 3.8 des mesures radar aéroportées obtenues pendant la campagne IHOP qui s’est déroulée pendant l’été 2002 dans l’Oklaoma. Là encore, on voit se développer les thermiques en cours de matinée. On voit également que les petits thermiques du matin s’organisent peu à peu en ascendances plus importantes et plus espacées.

### 3.2.3 Caractérisation des grandeurs turbulentes dans la couche limite convective

Depuis les travaux de LeMone (1973), de nombreux travaux ont porté sur la caractérisation des ascendances thermiques à partir des mesures avions.

Pour quantifier les fluctuations turbulentes, on effectue des vols en avion aussi stables que possible en altitude avec un échantillonnage rapide, et on analyse les fluctuations de vent,

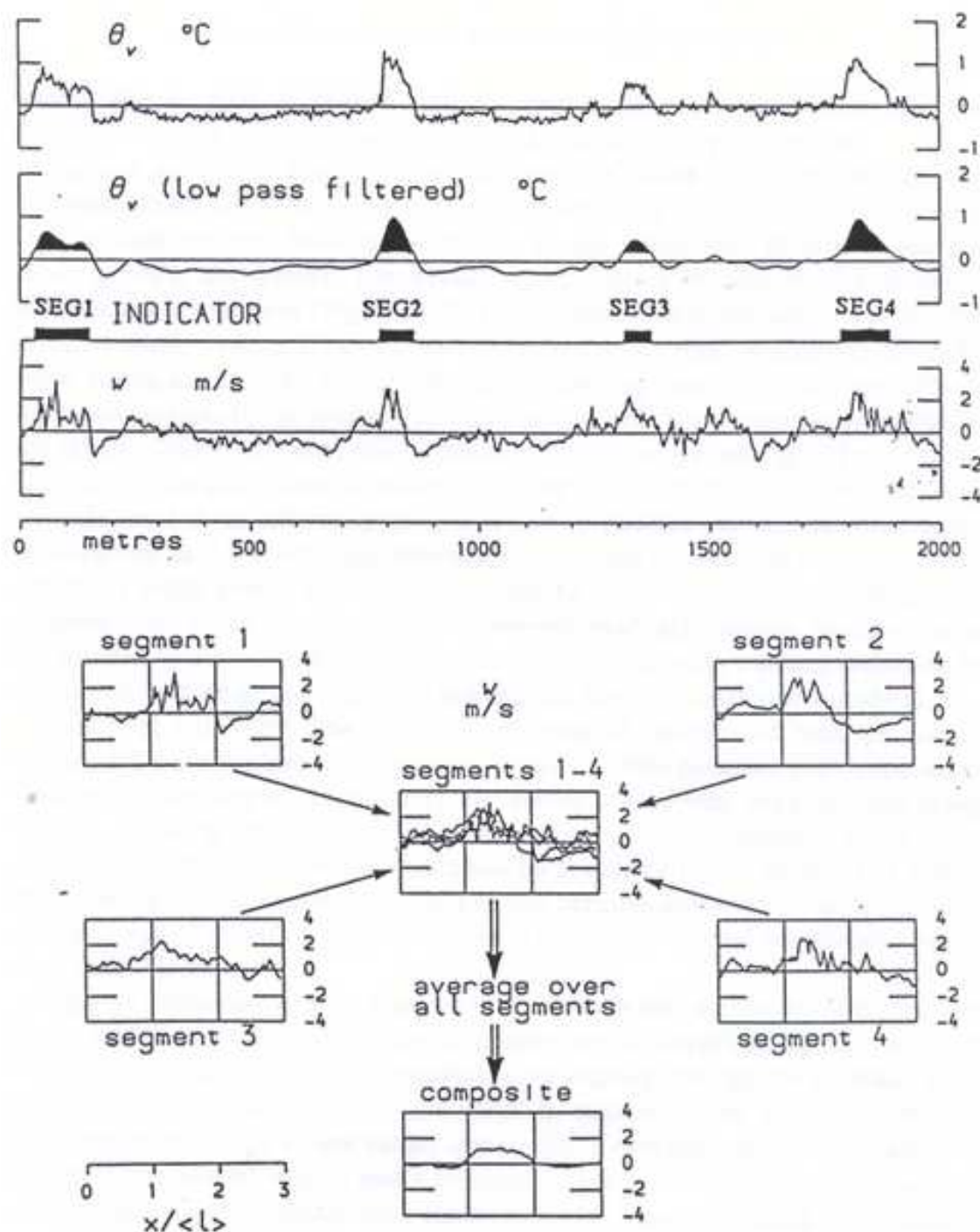


FIG. 3.9 – Principe d’une analyse en composites d’évènements chauds de mesures avions de la turbulence de couche limite. La partie du haut montre une séquence de mesures de la température potentielle et du vent vertical. Une courbe lissée des températures potentielles est utilisée pour identifier les évènements chauds. Chaque évènement est associé à un segment qui est ensuite étiré dans l’espace pour ramener tous les segments à une longueur identique. Pour chaque variable, on peut alors construire des moyennes ou des écart-types pour un thermique moyen. La figure et l’approche sont issues d’une très jolie étude de de Williams et Hacker (1992).

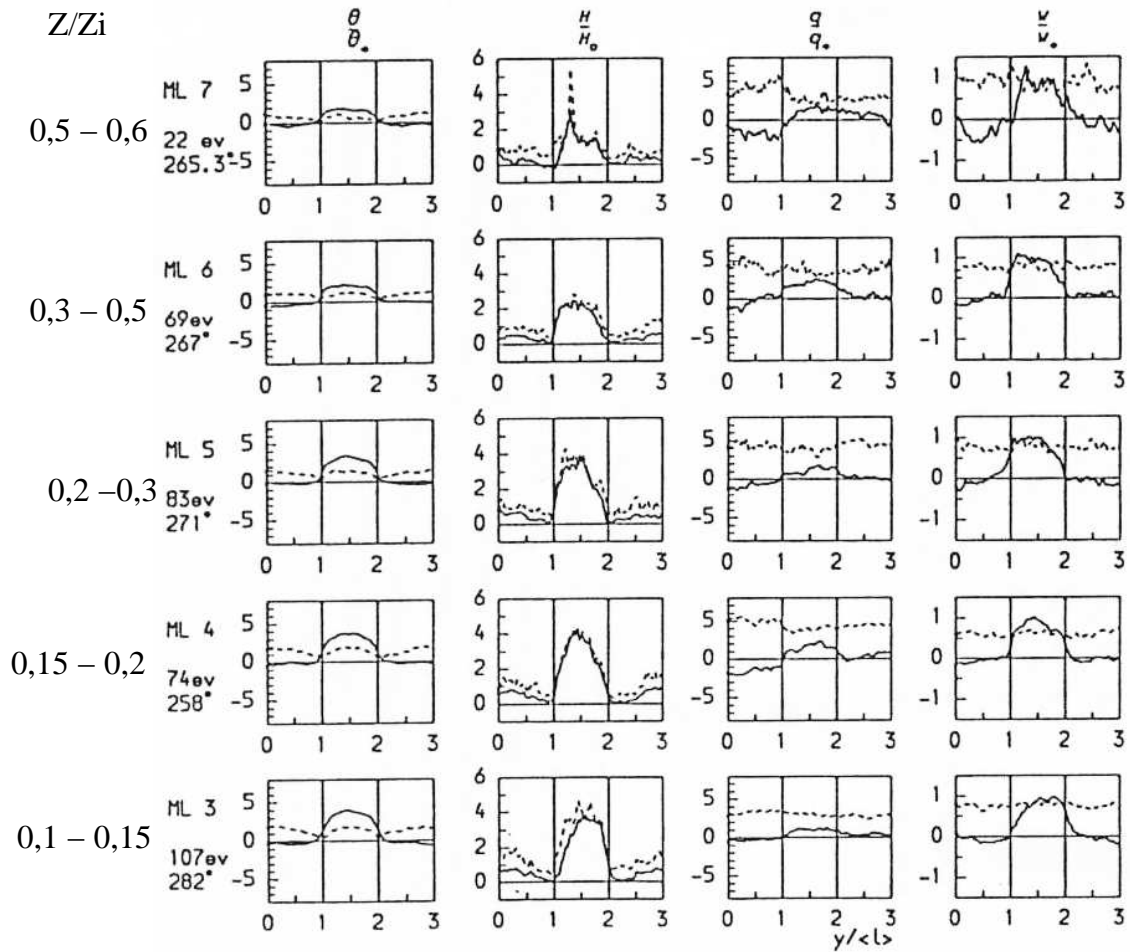


FIG. 3.10 – Analyse en composites d'évènements chauds d'une série de vols avion effectués dans la couche limite convective en Australie. Les rangées correspondent à différentes gammes de valeurs de  $z/z_i$ . Les deux rangées du haut correspondent au milieu de la couche mélangée. De gauche à droite sont représentés, la température potentielle  $\theta$ , le flux de chaleur  $H = \rho C_p \overline{w'\theta'}$ , l'humidité spécifique  $q$  et la vitesse verticale  $w$ , normalisées par les échelles  $\theta^*$ ,  $H_0 = \rho C_p \overline{w'\theta'_0}$ ,  $q^*$  et  $w^*$ . Les courbes pleines correspondent aux moyennes des grandeurs et les courbes pointillées aux écart-types associés. Le nombre d'évènements associés à chaque mesure est donné à gauche (22ev par exemple veut dire qu'on a fait des statistiques avec 22 segments). D'après Williams et Hacker (1992).

température et humidité. Un exemple de séquence de mesure de la température potentielle et de la vitesse verticale est donné en haut de la Fig. 3.9. Pour cet exemple, issu du travail de Williams et Hacker (1992), la fréquence d'acquisition était de 13 Hz ce qui correspond, pour un avion qui volait en moyenne à  $40 \text{ m s}^{-1}$ , à un pas d'échantillonnage d'environ 3 m.

On voit clairement apparaître sur ce cas particulier des événements chauds, d'une longueur d'une centaine de mètres, associés à une vitesse verticale plutôt positive mais très bruitée.

La façon la plus classique d'analyser de telles observations consiste à calculer les flux par corrélation entre fluctuations de vent et de température ( $\overline{w'\theta'}$ ). Cette approche permet effectivement d'estimer les flux mais en perdant toute l'information sur les structures organisées. Il est en plus délicat de restituer la géométrie des structures méso-échelles traversées à partir des vols avions. En effet, les variations verticales ne peuvent être reconstituées qu'au travers de vols horizontaux successifs et qui n'explorent donc pas les mêmes panaches thermiques.

Williams et Hacker (1992) ont proposé une approche très éclairante sur la nature du transport dans la couche limite convective à partir de la construction d'un thermique moyen, défini comme un composite des événements chauds. Les thermiques sont en général beaucoup plus facilement identifiables sur les mesures de  $\theta$ , qui montrent une grande asymétrie entre un fond un peu froid et des événements chauds intenses et relativement bien isolés, que sur celles du vent. Pour caractériser ces thermiques, Williams et Hacker (1992) commencent donc par identifier les segments chauds sur les mesures de  $\theta$  – après un lissage – comme les portions où  $\theta'$  dépasse  $1\sigma$  où  $\sigma$  est l'écart-type des fluctuations. Tous les segments sont ensuite ramenés par homothétie sur un segment de longueur unité. On peut alors, à partir de tout ces segments, calculer des moyennes ou écart-types de toutes les grandeurs mesurées pour construire une image d'un thermique moyen. Cette méthode est illustrée sur la Fig. 3.9.

Sur la Fig. 3.10, on montre les résultats obtenus par Williams et Hacker (1992) à différents niveaux dans la couche limite convective. Les différentes variables sont normalisées par des échelles caractéristiques. Pour le vent vertical, l'échelle utilisée est l'échelle convective (proposée à l'origine par Deardorff, 1970) construite à partir du flux de chaleur au sol et de la hauteur de la couche limite  $z_i$  :

$$w_* = \left[ \frac{g}{\theta} z_i \overline{w'\theta'}_0 \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3.45)$$

On revient un peu plus loin sur le sens de cette échelle. L'échelle de température est

$$\theta_* = \frac{\overline{w'\theta'}_0}{w_*} = \left[ \frac{g}{\overline{\theta} z_i} \right]^{-\frac{1}{3}} \overline{w'\theta'}_0^{\frac{2}{3}} \quad (3.46)$$

On retrouve sur ces composites des caractéristiques déjà suggérées par l'observation directe des séquences avions. Les thermiques, sélectionnés à partir d'un excès de température, sont aussi associés à un vent vertical positif en moyenne. La valeur du vent ascendant au milieu du thermique est très proche de l'échelle de vitesse  $w_*$  alors que l'écart type (en pointillé) est de l'ordre de grandeur du vent moyen dans et à proximité du thermique pour la vitesse ascendante. Ceci suggère que le thermique et ses abords immédiats sont le siège d'une turbulence de petite échelle importante, le thermique n'expliquant à lui seul que la moitié environ de  $\overline{w'^2}$ . En regard, l'écart-type est deux à trois fois plus faible que la moyenne pour la température.

Le flux de chaleur dans l’ascendance est 4 fois supérieur au chauffage par la surface en bas et encore 2 à 3 fois supérieur au milieu de la couche mélangée alors qu’il est beaucoup plus faible autour. Les thermiques qui occupent typiquement 20% de la surface dans les observations, semblent donc, à eux seuls, capables d’expliquer l’essentiel du transport de chaleur.

Dans le cas considéré, la vapeur d’eau est légèrement plus abondante dans le panache, mais avec une grande dispersion.

A noter qu’en regard de cette analyse en composites particulièrement éclairante, il existe une littérature relativement abondante dans laquelle les thermiques sont caractérisés sur la base de seuils sur les vitesses verticales. Ces études suggèrent qu’une fraction seulement (typiquement une bonne moitié) du flux de chaleur est contenu dans les plus grandes structures. On citera en particulier pour ces questions le travail de Schumann et Moeng (1991) qui compare des tris en vitesse verticale à la fois dans des simulations des grands tourbillons et dans des observations et le travail de Wang et Stevens (1996) qui étudient l’influence du choix du seuil sur la caractérisation des structures organisées. Le tri sur les vitesses verticales est en fait particulièrement peu sélectif des thermiques car les variations turbulentes du vent sont dues aussi bien aux structures méso-échelles qu’à la turbulence de petite échelle, active dans toute la couche limite. Les fluctuations de petite échelle, en mélangeant un air déjà bien mélangé, n’affectent que peu les fluctuations turbulentes de la température. Les excès de température sont donc davantage caractéristiques de l’origine de l’air.

On voit donc que les structures thermiques sont associées à des distributions de fluctuations turbulentes de  $w$  ou  $\theta$  fortement asymétrique. Ces distributions peuvent être calculées dans les simulations des grands tourbillons. On montre pour illustration sur la Fig. 3.11, les distributions de  $w'$  et  $\theta'_v$  obtenues avec le modèle Meso-NH pour une simulation d’un jour particulier de la campagne IHOP (Couvreur et al., 2005), correspondant aux mesures radar aéroportées de la Fig. 3.8. La distribution croisée de  $\theta'$  et  $w'$  montre un maximum important pour des températures basses et des vitesses verticales légèrement négatives et des températures plus chaudes associées à des vitesses verticales positives et plus importantes, les thermiques. Les distributions individuelles des deux variables montrent une forte asymétrie avec une queue de distribution du côté des vitesses positives et des températures chaudes. Pour  $w$ , la forme de la distribution est en très bon accord avec celle déduite de vols avions (non montrées).

### 3.2.4 Analyse d’échelle de la couche limite convective

Dans la couche mélangée, le transport de chaleur est donc effectué principalement par les structures de grande échelle avec des ascendances, associées à de l’air plus chaud provenant de la couche limite de surface, compensées par des subsidences plus froides. Si on idéalise l’ascendance thermique en supposant qu’elle est associée à un excès constant,  $\theta'_a$ , de température potentielle virtuelle<sup>4</sup> et une vitesse verticale  $w_a (=w'_a)$  et si on suppose que les particules d’air dans le thermique montent sous l’effet de leur flottabilité, on a, avec l’approximation classique

<sup>4</sup>A plusieurs endroits on oublie volontairement l’indice  $_v$  pour le côté virtuel de la température afin d’alléger les notations.



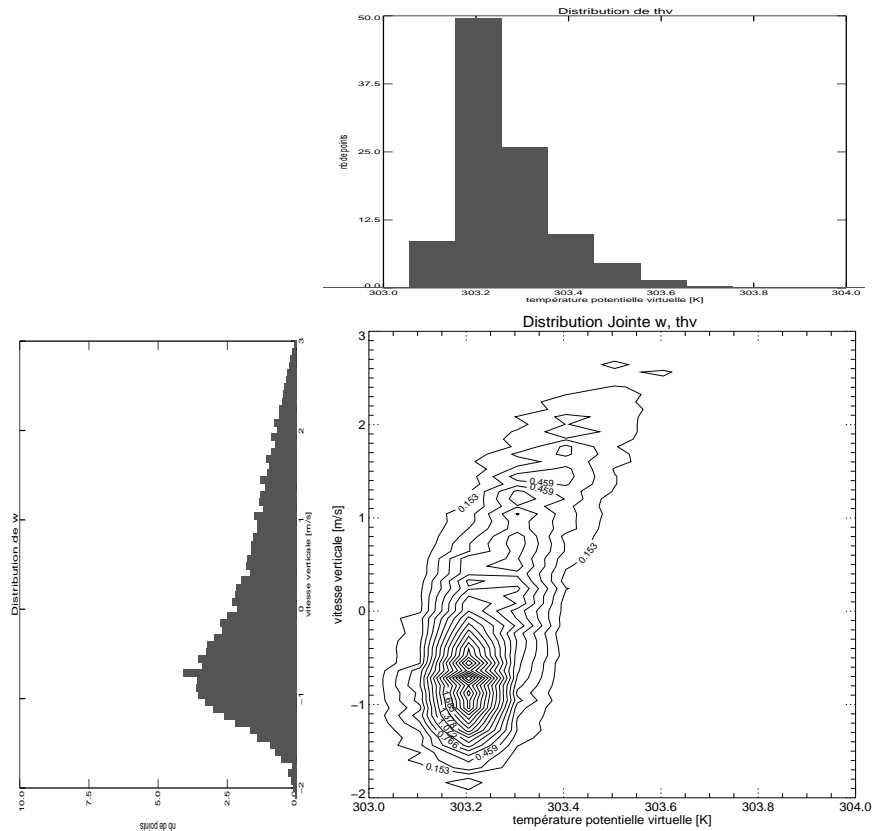


FIG. 3.11 – Distributions et distributions croisées des vitesses verticales et des fluctuations de la température potentielle virtuelle dans des simulations des grands tourbillons effectuées avec le modèle mésoNH pour un cas de couche limite convective observé dans les grandes plaines américaines pendant la campagne IHOP le 14 juin 2002. Des observations radar de ce cas particulier sont présentées sur la Fig. 3.8.

$$p'/p \ll \theta'/\theta,$$

$$\frac{dw_a}{dt} = g \frac{\theta'_a}{\theta} \quad (3.47)$$

On obtient, pour une ascendance stationnaire,

$$w_a \frac{\partial w_a}{\partial z} = g \frac{\theta'_a}{\theta} \quad (3.48)$$

qui s'intègre, en supposant que  $\theta'_a$  ne dépend pas de  $z$ , en

$$w_a^2 = 2g \frac{\theta'_a}{\theta} z \quad (3.49)$$

Si on suppose que les ascendances couvrent une fraction  $\alpha$  de la surface et qu'elles sont compensées par une subsidence de vitesse moyenne  $w_d$ , associée à un déficit moyen de

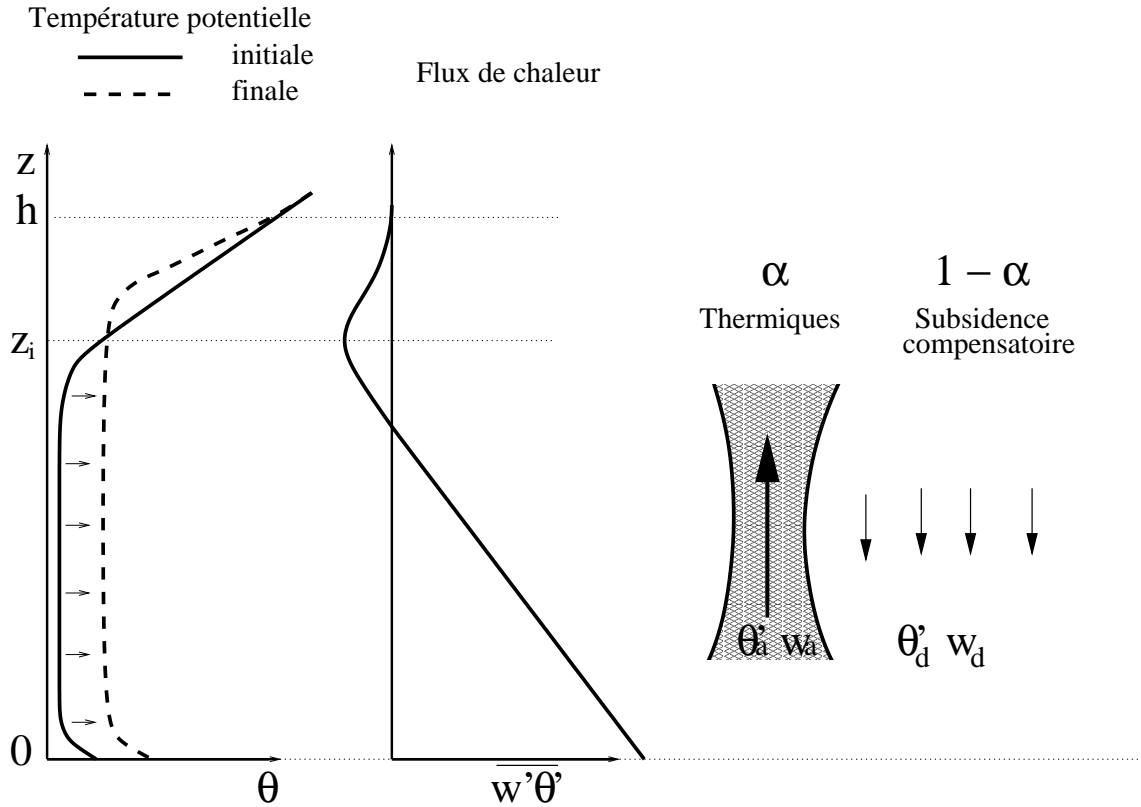


FIG. 3.12 – Représentation schématique de la couche limite convective

température potentielle  $\theta'_d < 0$  avec :

$$\alpha w_a + (1 - \alpha) w_d = 0 \quad (3.50)$$

et

$$\alpha \theta'_a + (1 - \alpha) \theta'_d = 0 \quad (3.51)$$

on voit que le flux de chaleur total s'écrit

$$\overline{w'\theta'} = \alpha w_a \theta'_a + (1 - \alpha) w_d \theta'_d = \frac{\alpha}{1 - \alpha} w_a \theta'_a \quad (3.52)$$

On obtient donc (en utilisant l'Eq. 3.49) une relation entre le flux de chaleur et la vitesse dans les ascendances

$$\overline{w'\theta'} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{\bar{\theta} w_a^3}{2gz} \quad (3.53)$$

La couche limite convective est par nature très brassée et elle se caractérise donc par un profil de température potentielle très homogène. De ce fait un excès de température en surface se répartit très rapidement dans l'ensemble de la couche mélangée. Le flux de chaleur fourni par la surface produit donc un réchauffement quasi uniforme de la couche limite, jusqu'à la couche



d'inversion. En conséquence aussi, la divergence du flux de chaleur doit être nulle dans la couche mélangée, c'est à dire que le flux doit décroître linéairement depuis la surface.

Cette idée est illustrée sur la Fig. 3.12. La courbe noire à gauche montre un profil typique de température potentielle dans la couche limite convective, avec une couche de surface instable, une couche mélangée neutre et une inversion en sommet de couche limite. Le flux de chaleur en surface brasse la couche mélangée provoquant un chauffage homogène de la couche mélangée et un léger refroidissement au niveau de l'inversion. Le schéma du milieu montre le flux moyen de chaleur associé à cette évolution de la température potentielle. La dérivée du flux de chaleur s'annule à l'altitude où la température n'évolue pas.

Pour l'analyse d'échelle, on voit donc que le flux de chaleur décroît linéairement pour s'annuler à une altitude légèrement inférieure à  $z_i$ . Si on se place au milieu de la couche limite en  $z = z_i/2$ , le flux calculé par l'Eq. 3.53 doit être proche de  $\overline{w'\theta'_0}/2$  d'où

$$\frac{\overline{w'\theta'_0}}{2} \simeq \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{\bar{\theta} w_a^3}{g z_i} \quad (3.54)$$

d'où l'on déduit

$$w_a \simeq w_* \left[ \frac{1-\alpha}{2\alpha} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (3.55)$$

où  $w_*$  est l'échelle de vitesse convective définie plus haut (Eq. 3.45). Cette formule est relativement peu sensible à la fraction  $\alpha$  avec  $w_a \simeq w_*$  pour  $\alpha = 30\%$  ou  $w_a \simeq 2w_*$  pour  $\alpha = 5\%$ .

## 3.3 Les fermetures non locales et la couche limite convective

Avant de présenter le modèle du thermique, on donne ci-dessous un aperçu des différentes approches qui ont été proposées ou utilisées pour pallier les déficiences de la diffusion turbulente dans les cas de couches limites convectives.

### 3.3.1 Contre-gradient et modèles non locaux

Une première approche simple pour pallier le problème du transport de chaleur en remontant le gradient dans la couche limite, consiste à calculer la diffusion, non pas par rapport à un profil neutre de température potentielle mais par rapport à un profil légèrement stable.

Cette approche a été proposée par Deardorff (1966) et consiste à prescrire le flux de chaleur sous la forme

$$\overline{w'\theta'} = -K_z \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} - \gamma_c \right) \quad (3.56)$$

avec un contre-gradient  $\gamma_c$  positif.

Plusieurs études (notamment par Deardorff lui-même) ont tenté de donner une expression physique de ce contre-gradient mais les modèles de circulation utilisent souvent une valeur constante de l'ordre de 0,5 K/km. La prescription d'un tel contre-gradient est encore de mise dans le modèle du LMD.

Plus récemment, Holtslag et Boville (1993) ont introduit, dans le modèle du NCAR, un schéma de couche limite non local qui inclut un terme de contre-gradient relié directement aux caractéristiques de la couche limite, en suivant une approche développée à l’origine par Troen et Mahrt (1986). Dans cette approche, le coefficient de mélange est prescrit en suivant un profil à la Brost et Wyngaard (1978)

$$K_h = \kappa w_h z \left[ 1 - \frac{z}{h} \right]^{1,5} \quad (3.57)$$

en utilisant comme vitesse caractéristique pour la couche mélangée une combinaison de la vitesse caractéristique de la couche de surface et de la vitesse convective

$$w_m^3 = u_*^3 + c_1 w_*^3 \quad (3.58)$$

avec  $c_1 = 0,6$ . Le contre-gradient est calculé de façon à avoir le bon flux convectif au milieu de la couche limite, là où le gradient de température est quasiment nul :

$$\frac{\overline{w'\theta'_0}}{2} = \kappa w_h \frac{h}{2} 0,5^{1,5} \gamma_c \quad (3.59)$$

D’où l’on tire

$$\gamma_c = C \frac{\overline{w'\theta'_0}}{h w_h} \quad (3.60)$$

La hauteur de couche limite  $h$  elle même est estimée avec une formule en Richardson non local (Eq. 3.42) en rajoutant un excès de température à la température de l’air près de la surface ( $\theta(z_1)$ ). Cet excès de température dépend lui-même du flux de chaleur en surface.

La paramétrisation de Holtslag et Boville (1993) permet d’étendre le transport non local aux traceurs.

Bougeault et Lacarrere (1989) ont également développé une paramétrisation en partie non locale en utilisant une longueur de mélange reliée à la distance qu’une particule d’air, issue du niveau considéré, peut parcourir après qu’on lui a donné au départ une impulsion correspondant à l’énergie cinétique turbulente moyenne dans la couche en question. Notons que cette approche est non locale mais qu’elle ne permet pas le transport en remontant le gradient.

Abdella et McFarlane (1997) ont pour leur part proposé de modifier la fermeture du second ordre de Mellor et Yamada (1974) en paramétrisant les moments du second ordre en utilisant des images en flux de masses comme celles qui sont développées plus loin dans le modèle du thermique. Comme dans le travail de Troen et Mahrt (1986), on aboutit alors à une expression physique d’un terme de contre-gradient.

Toutes ces approches ont en commun qu’elles essaient d’introduire des aspects non locaux dans un formalisme hérité des formulations locales en diffusion turbulente ou dans des développements à des ordre successifs d’équations locales de la turbulence.

### 3.3.2 Matrices de transilience

Depuis les années 1980, Stull insiste, parfois lourdement, sur la nécessité de rompre radicalement avec la diffusion turbulente. Stull a introduit le concept de matrice de “transilience”,

matrice contenant les taux d'échange d'air entre les différentes mailles d'une colonne atmosphérique. Le coefficient  $C_{i,j}$  de la matrice est par exemple la concentration massique dans la maille  $j$  au temps  $t + \delta t$  d'un traceur passif injecté uniformément dans la maille  $i$  au temps  $t$  en quantité unitaire. Plus que d'une paramétrisation, il s'agit en fait d'un cadre formel dans lequel développer une paramétrisation. Dans ce formalisme, la diffusion turbulente sera représentée par une matrice d'échange tridiagonale (en un pas de temps, une maille n'échange qu'avec les mailles immédiatement au-dessus et au-dessous).

Stull et ses collaborateurs ont analysé les résultats de simulations des grands tourbillons en termes de matrices de transilience. Les résultats montrés sur la Fig. 3.13 ont été obtenus pour une simulation des grands tourbillons d'un cas académique de couche limite convective similaire aux simulations de Moeng et Sullivan (1994) décrites plus haut. Dans ce cas particulier, le temps caractéristique d'advection par les thermiques,  $T = z_i/w^*$ , est de l'ordre de 18 minutes. Pour calculer les matrices, on commence par intégrer le modèle sans traceurs jusqu'à atteindre un état de régime de la turbulence. On introduit alors un traceur uniformément dans chaque couche du modèle. Après un certain temps, on peut tracer le profil vertical moyen de la concentration de ce traceur. Les matrices de transilience associées, avec en abscisse la couche d'origine et en ordonnée la couche d'arrivée du traceur, sont montrées sur la Fig. 3.13, ainsi que l'interprétation physique de la forme de la matrice, en haut à gauche. Au-dessus de  $1,2 z_i$ , l'air est très peu affecté par la turbulence. Seuls les termes diagonaux sont donc non nuls. Au bout d'un temps  $t = T$ , l'air de la partie haute de la couche limite est descendu lentement ce qui donne de grands termes juste en dessous de la diagonale. A l'opposé, on voit sur la gauche de la matrice que l'air provenant de la couche de surface se répartit rapidement dans la couche mélangée. A  $t = 2T$ , l'air de la couche de surface se retrouve principalement en haut de la couche mélangée. A la fois à  $t = T$  et  $t = 2T$ , la matrice de transilience est fortement asymétrique. A  $t = 4T$ , l'air a eu le temps de bien se mélanger et la matrice prend alors une forme plus symétrique, avec des coefficients relativement uniformes dans la couche limite : de l'air originaire de la couche limite se retrouve à peu près équi-réparti dans la couche limite au bout de  $4T$ .

La seule fermeture à proprement parler qui semble avoir été proposée dans le cadre des matrices de transilience est le modèle asymétrique de Pleim et Chang (1992). Dans ce modèle, une forme particulière est imposée à la matrice pour rendre compte de l'opposition entre les ascendances thermiques plus concentrées et les subsidences plus lentes. La première couche au-dessus de la surface échange de l'air avec toutes les mailles situées au-dessus tandis que toutes les autres mailles transfèrent de l'air à la maille immédiatement en dessous. On illustre le principe de cette paramétrisation sur la Fig. 3.14. Cette paramétrisation permet d'obtenir un transport de chaleur remontant le gradient de température potentielle, sans autre traitement, dès lors que la première couche du modèle est plus chaude (en température potentielle) que les couches au-dessus.

### **3.3.3 Les modèles en flux de masse**

La dernière catégorie d'approches, celle à laquelle se rattache le modèle du thermique présenté ci-après, est la catégorie des modèles en flux de masse.

Les approches en flux de masse remontent aux travaux de Lilly (1968) et Arakawa et Schubert

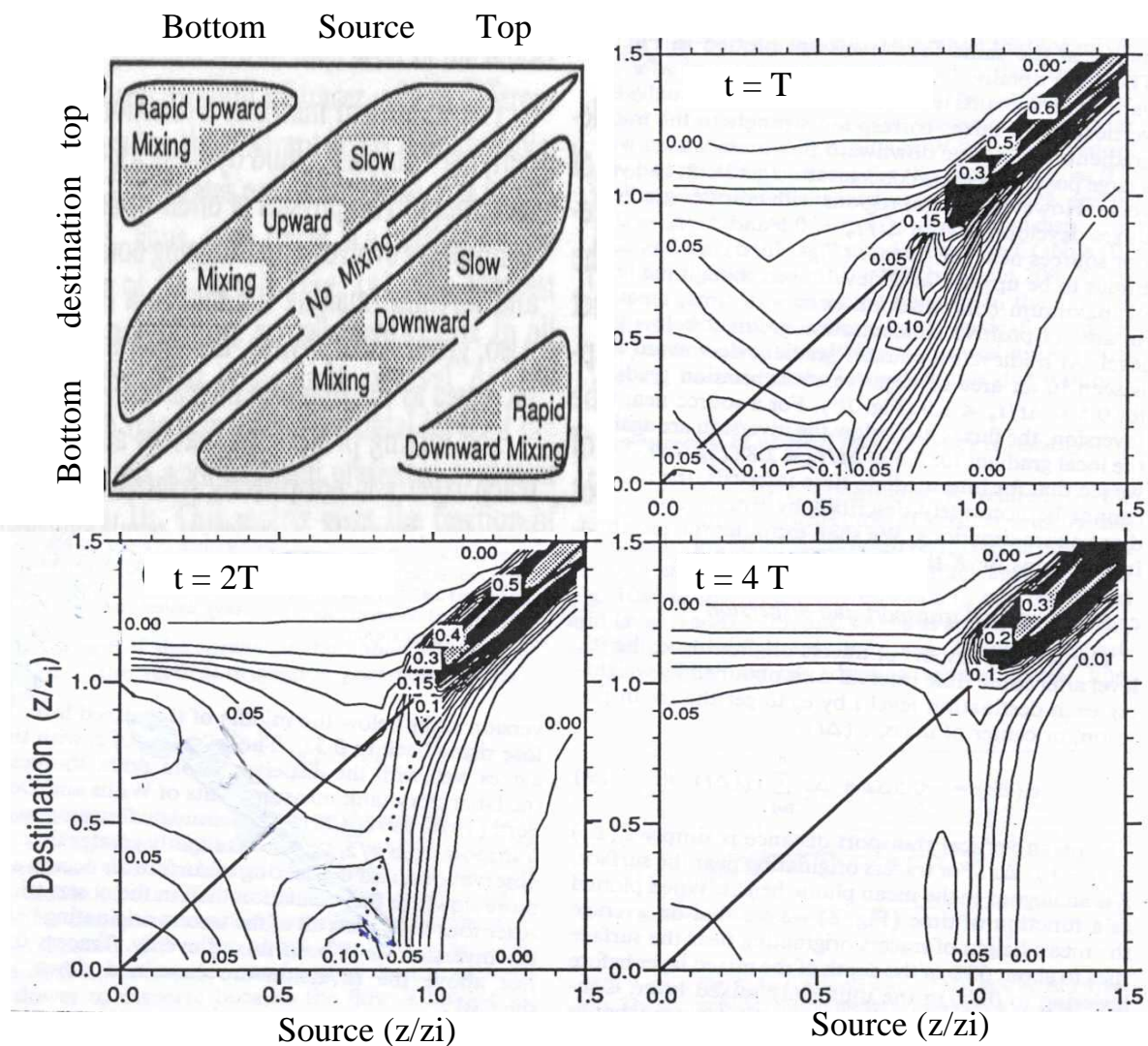


FIG. 3.13 – Calcul et interprétation d'une matrice de transilience à partir d'une simulation des grands tourbillons dans une couche limite convective. D'après Ebert et al. (1989).

L'axe horizontal correspond à l'origine du traceur et l'axe vertical à la destination. Les isocontours montrent la distribution des traceurs au temps  $t$  (compté à partir de l'instant auquel les traceurs sont introduits dans la simulation). Le temps caractéristique  $T = z_i/w^*$  est de l'ordre de 18 minutes dans cette simulation.

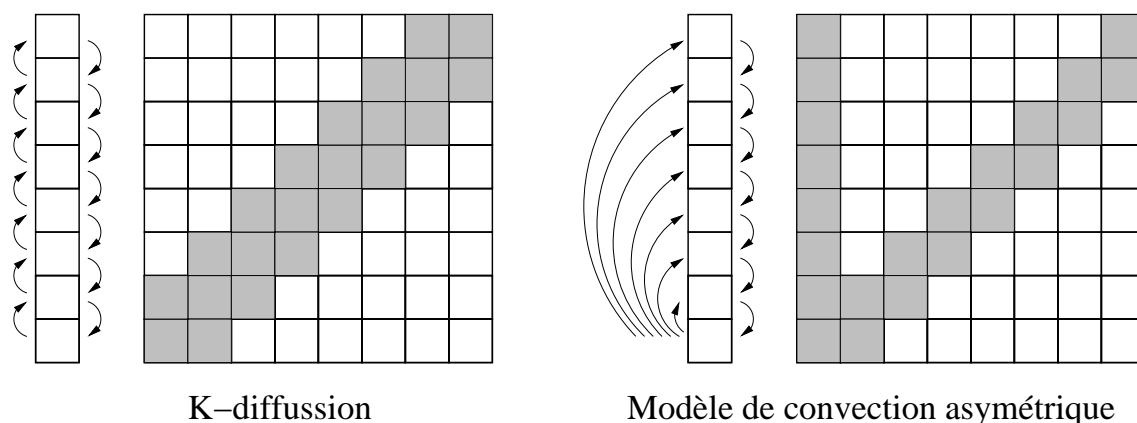


FIG. 3.14 – Forme prise par les matrices de transilience (ou d’échange) dans le cas d’une formule en diffusion turbulente à gauche et dans le cas du modèle de convection asymétrique de Pleim et Chang (1992) à droite. On montre par des flèches sur des colonnes verticales les échanges mis en jeu dans ces paramétrisations et en grisé les éléments non nuls de la matrice associée.

(1974) et étaient principalement motivées à leur origine par la paramétrisation des mouvements dans les cumulus.

On entend de façon générale par "flux de masse" une approche qui tend à expliciter le transport vertical par des mouvement (ou flux de masse) dans des sous colonnes de la colonne atmosphérique.

Les schémas de Tiedtke (1989) et Emanuel (1991) appartiennent tous les deux à cette catégorie des schémas en flux de masse.

Dans le schéma de Tiedtke, on isole par exemple trois sous colonnes, une pour les ascendances rapides (au cœur des nuages convectifs), une pour les descentes précipitantes (entretenues par l’évaporation des précipitations) et une pour l’environnement. Dans les panaches ascendants et descendants, on calcule explicitement la température, l’eau etc... à chaque niveau, sous des hypothèses de stationnarité, pour ensuite calculer le bilan total dans la colonne.

Dans le cadre de l’étude de la couche limite et de la convection peu profonde, le concept des flux de masse a été beaucoup utilisé d’une façon relativement différente, en développant en général des modélisations simple à fin d’analyse plutôt que de simulation proprement dite, en utilisant une idéalisation des profils verticaux. Ces approches remontent aux travaux de Betts (1973).

Dans ces approches, la couche limite convective est décrite en une ou quelques couches dans les quelles on suppose que les quantités physiques sont bien mélangées, et des couches infiniment fines de transition au travers des quelles les différentes variables subissent des discontinuités.

Pour une couche limite sèche comme celle décrite plus haut, on aura typiquement une discontinuité de température en surface, une température potentielle unique sur toute la hauteur de la couche limite, une nouvelle discontinuité au niveau de l’inversion, pour se raccorder au profil de la troposphère libre.



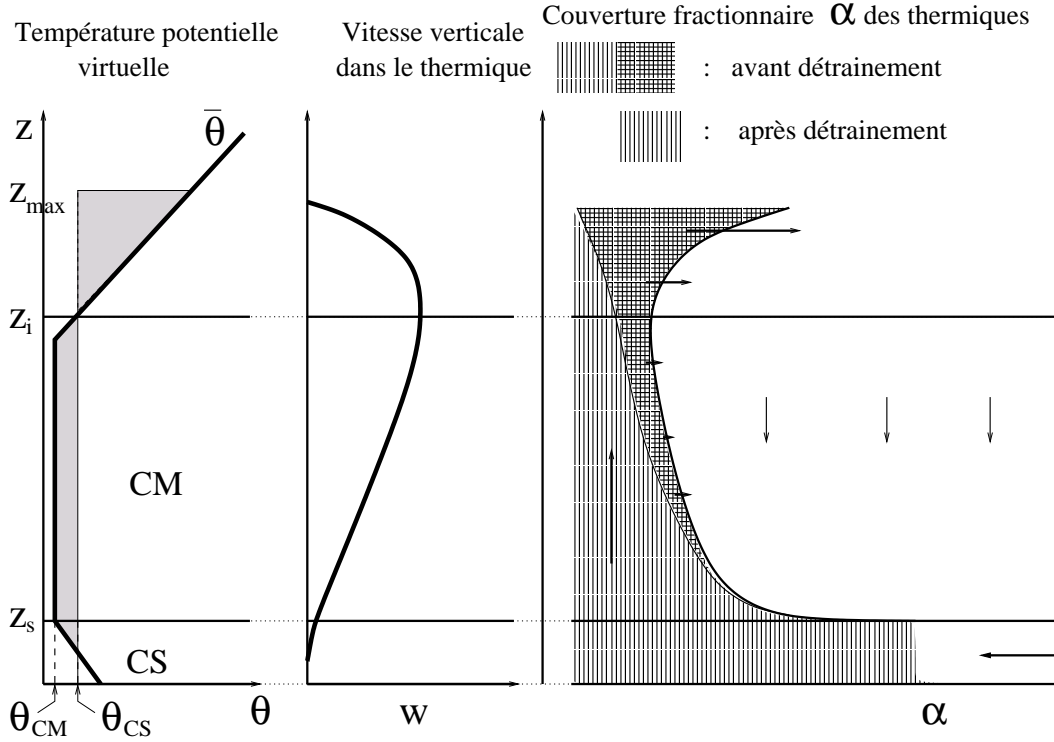


FIG. 3.15 – Vue transverse idéalisée d'un rouleau convectif à la base du modèle du thermique.

### 3.4 Le modèle du thermique

#### 3.4.1 Idéalisé d'une cellule thermique

Le schéma développé ici s'appuie sur une vue idéalisée d'une cellule convective ou d'un thermique proche de celle présentée plus haut.

Considérons un profil de température potentielle typique de la couche limite convective avec une couche de surface (CS sur la Fig. 3.15) instable (typiquement de une à quelques centaines de mètres d'épaisseur), une couche mélangée (CM sur la Fig. 3.15) neutre, surmontée d'une zone stable (couche d'entraînement plus troposphère libre).

Dans cet environnement idéalisé, le thermique est vu comme un panache d'air chaud montant de la couche de surface sous l'effet de sa flottabilité. On suppose que l'air dans le thermique conserve sa température potentielle virtuelle qui est donc celle de la couche de surface,  $\theta_{CS}$ .<sup>5</sup>

On suppose de plus que le mouvement dans le panache est stationnaire et sans friction, que la vapeur d'eau ne condense pas et que l'air monte sous le seul effet de sa flottabilité. Dans ce cas, l'accélération verticale de l'air, dans le thermique, s'écrit

$$\frac{dw}{dt} = w \frac{\partial w}{\partial z} = g \frac{\theta_{CS} - \theta_{CM}}{\theta_{CM}} \quad (3.61)$$

<sup>5</sup>Comme dans les sections précédentes, et afin d'alléger les notations, on note  $\theta$  la température potentielle virtuelle.

Dans ces conditions, l'air est accéléré de manière uniforme jusqu'au niveau où la température potentielle virtuelle dans l'environnement est supérieure à celle de la couche de surface. On retient ce niveau comme définition de  $z_i$ . A ce niveau, le carré de la vitesse verticale  $w_{\max}$  est égal à deux fois l'énergie potentielle disponible pour la convection ou CAPE (pour Convective Available Potential Energy)

$$\frac{1}{2}w_{\max}^2 = \text{CAPE} = \int_0^{z_i} g \frac{\theta_{\text{CS}} - \theta_{\text{CM}}}{\theta_{\text{CM}}} dz \quad (3.62)$$

Au dessus de ce niveau, la vitesse verticale est encore positive (on parle alors d'“overshoot”) mais décroît pour finalement s'annuler au niveau  $z_{\max}$  où

$$\int_0^{z_{\max}} g \frac{\theta_{\text{CS}} - \bar{\theta}}{\bar{\theta}} dz = 0 \quad (3.63)$$

Cette intégrale est représentée par la zone grisée sur la gauche de la Fig. 3.15. Dans la logique de cette vision très théorique, les particules d'air qui atteignent le point où leur vitesse s'annule peuvent ensuite redescendre puisqu'elles sont alors plus lourdes que l'environnement. On négligera cette possibilité dans les développements qui suivent en supposant que cette zone d'overshoot est aussi une zone de mélange important. En réalité, il semble qu'on observe souvent des descentes d'air assez marquées sur les bords des panaches ascendants, sans doute alimentées en grande partie par l'air provenant de ces overshoots.

Pour calculer le transport convectif, il faut en fait calculer le flux de masse par unité de surface  $f = \alpha \rho w$  où  $\alpha$  est la fraction de la surface horizontale couverte par des panaches ascendants (on parlera de couverture fractionnaire). Dans un premier temps, on va supposer que le flux de masse  $f$  ne dépend pas de l'altitude (panache conservatif) et on va essayer de déterminer ce flux. Pour cela, il est nécessaire de rentrer un peu plus en détail dans la description de la géométrie du thermique.

On va considérer ici la configuration en rouleau, plus simple à analyser, c'est à dire une situation où on a une direction horizontale invariante, par exemple selon l'axe  $x$ . L'ascendance est alimentée par convergence horizontale dans la couche de surface. Si les effets de friction et de rotation sont négligés, et si on suppose que l'écoulement est stationnaire on a

$$v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_s}{\partial y} \quad (3.64)$$

où  $p_s$  est la pression de surface. Si on intègre cette équation sur la largeur de la cellule, on obtient une estimation de la vitesse maximale

$$v_{\max}^2 \simeq \frac{2}{\rho_s} \Delta p_s \quad (3.65)$$

où la notation  $\Delta$  indique la différence entre les conditions à la base de l'ascendance thermique et dans l'environnement. Si on suppose qu'au sommet de la couche limite, la pression est la même dans l'environnement et dans le panache, on obtient en surface

$$p_s = p(z_i) + \int_0^{z_i} g \rho dz \quad (3.66)$$



et donc, au premier ordre,

$$v_{\max}^2 \simeq \frac{2}{\rho_s} \Delta \int_0^{z_i} g \rho dz \quad (3.67)$$

$$\simeq 2 \int_0^{z_i} g \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\theta_{CS} - \theta_{CM}}{\theta_{CM}} dz \quad (3.68)$$

en supposant toujours que  $\Delta\rho/\rho \simeq \Delta\theta/\theta$ . Au coefficient  $\rho/\rho_s$  près, de l'ordre de 1 à 0,5 dans la couche limite, cette estimation est exactement celle de la vitesse verticale maximale  $w_{\max}$ .

D'autre part, en géométrie bidimensionnelle, le flux vertical dans le thermique doit être égal à la convergence horizontale dans la couche de surface :

$$w_{\max} l(z_i) \rho(z_i) = v_{\max} z_s \rho(z_s/2) \quad (3.69)$$

où  $l(z)$  est la largeur du rouleau à la hauteur  $z$ . Avec cette approche simple, la largeur de l'ascendance à l'inversion est l'épaisseur de la couche de surface.

Le fait que les vitesses maximales horizontale et verticale soient du même ordre de grandeur implique en retour que la distance  $L$  entre la subsidence et l'ascendance est de l'ordre de 1. En effet, si la largeur de la cellule  $L$  était beaucoup plus grande que sa hauteur, une particule partant de la distance  $L$  atteindrait le sommet de la couche limite avant d'atteindre le panache ascendant et créerait ainsi une ascendance secondaire. Cette isotropie est effectivement observée dans les expériences de Rayleigh–Benard. Dans la paramétrisation, le rapport  $r = L/z_{\max}$  est utilisé comme paramètre libre. La couverture fractionnaire est minimum au niveau  $z_i$  où elle vaut  $\alpha(z_i) = l(z_i)/(r z_{\max})$ . On en tire une relation de fermeture pour le calcul du flux de masse dans l'ascendance :

$$f = \frac{l w_{\max}}{r z_{\max}} = \frac{\rho(z_s/2) z_s \sqrt{2 \text{CAPE}}}{r z_{\max}} \quad (3.70)$$

Les observations et les simulations des grands tourbillons suggèrent des rapports d'aspect compris entre 1 et 10 et le plus souvent de l'ordre de 2 – 3 (LeMone, 1973; Moeng et Sullivan, 1994; Atkinson et Zhang, 1996) pour les rouleaux de la couche limite convective sèche. En fait, le rapport d'aspect en question est le rapport entre la distance séparant deux rouleaux et la hauteur de la couche limite. Ce rapport d'aspect est donc égal à  $2r$ . La valeur  $r = 1$  qui sort de l'analyse ci-dessus est donc compatible avec les résultats des simulations des grands tourbillons. Pour avoir méconnu ce facteur 2 dans un premier temps, nous avons retenu  $r = 2$  comme valeur nominale pour la paramétrisation et pour la plupart des tests présentés plus loin. La paramétrisation est en fait relativement peu sensible à la valeur de ce paramètre (ce qui veut dire que l'instabilité dans la couche de surface s'ajuste pour obtenir le bon flux de masse dans l'ascendance).

### 3.4.2 Déentraînement et environnement du thermique

On a supposé jusqu'ici que le flux de masse était constant dans le thermique. Cette hypothèse conduit à une couverture fractionnaire infinie au sommet de la couche limite, là où  $w$  est nul. En pratique, ceci signifie que le thermique ne peut pas rester à flux constant et qu'il doit restituer son air dans l'environnement. Pour la paramétrisation, on suppose que, au-dessus de l'inversion,

la largeur du thermique décroît pour s'annuler à  $z_{\max}$  (en pratique on teste ci-dessous une décroissance linéaire et une décroissance quadratique).

En plus, on permet que l'air soit entraîné du thermique sous l'effet du mélange turbulent en dessous de l'inversion. Ce entraînement est pris en compte sous forme d'un épluchage du thermique. Une analyse d'échelle montre que l'épaisseur de la couche limite d'un jet pénétrant dans un environnement au repos se développe en  $\sqrt{\lambda z}$  (voir par exemple Prandtl et Tietjens, 1934, Ch.IV). Dans notre cas,  $\lambda = \nu_g/w$  où  $\nu_g$  est la viscosité turbulente du gaz. Pour une vitesse typique de 1 m/s et une viscosité turbulente de  $10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\lambda = 10 \text{ m}$ . On retient cette formulation pour réduire la section du thermique en dessous de  $z_i$ , en considérant  $\lambda$  comme un paramètre ajustable.

### 3.4.3 Les équations du modèle

La présentation précédente partait d'un profil de température idéalisé, avec notamment une température potentielle constante dans la couche mélangée. Dans la formulation complète, qui doit pouvoir être utilisée pour un profil de température quelconque, le thermique est encore caractérisé par sa vitesse verticale ( $\hat{w}$ ), sa température potentielle ( $\hat{\theta}$ ) et la couverture fractionnaire des thermiques ( $\hat{\alpha}$ ). Le flux de masse dans les ascendances est  $\hat{f} = \rho \hat{\alpha} \hat{w}$  ( $\rho$  est supposé identique à l'intérieur et à l'extérieur du thermique). Notons

$$I(z, z') = \int_z^{z'} g \frac{\theta(z) - \theta(z'')}{\theta(z'')} dz'' \quad (3.71)$$

Pour de l'air instable provenant de l'altitude  $z$  (si en  $z$ ,  $\partial\theta/\partial z < 0$ ), la CAPE est  $I(z, h_i(z))$  avec  $h_i(z) = \min\{z' \text{ t.q. } z' > z \text{ et } \theta(z) = \theta(z')\}$ . On définit de même le sommet du thermique  $z_{\max}$  comme la valeur maximum de  $ht(z)$  avec  $ht(z) = \min\{z' \text{ t.q. } z' > z \text{ et } I(z, z') = 0\}$ .

Le flux de masse  $\hat{f}$  est relié au flux d'air entrant  $\hat{e}$  et au flux d'air entraîné  $\hat{d}$  par :

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial z} = \hat{e} - \hat{d} \quad (3.72)$$

En suivant l'analyse précédente (et l'Eq. 3.70), on prescrit  $\hat{e}$  suivant

$$\hat{e}(z) = \rho(z) \sqrt{2\text{CAPE}(z, h(z))} / (r z_{\max}) \quad (3.73)$$

si  $\partial\theta/\partial z < 0$  et 0 sinon. En dessous de  $z_i$ , le entraînement est calculé suivant

$$\hat{d}(z) = \frac{\partial}{\partial z} (\rho \hat{w} \sqrt{\lambda z} / (r z_{\max})) \quad (3.74)$$

Au dessus de  $z_i$ , on réduit la largeur du thermique suivant  $[(z_{\max} - z)/(z_{\max} - z_i)]^\mu$ . Comme  $\hat{e} = 0$  à cet endroit, le entraînement entre  $z_i$  et  $z_{\max}$  s'écrit

$$\hat{d}(z) = -\frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho \hat{w} \hat{\alpha}(z_i) \left( \frac{z_{\max} - z}{z_{\max} - z_i} \right)^\mu \right] \quad (3.75)$$

On utilise  $\mu = 1$  et  $\mu = 2$  dans la version standard.

Le niveau de l'inversion  $z_i$  est défini comme l'altitude où la température à l'intérieur du thermique  $\hat{\theta}$  devient plus petite que celle de l'environnement (début de l'overshoot). On calcule alors les propriétés de l'air à l'intérieur du thermique suivant l'équation de conservation

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{\phi}}{\partial z} = \hat{e}\phi_e - \hat{d}\hat{\phi} \quad (3.76)$$

où  $\phi$  est un scalaire (y compris la température potentielle) et l'indice  $_e$  est relatif à l'environnement.  $\phi_e$  est relié à  $\hat{\phi}$  (dans le thermique) et à la valeur moyenne dans la maille  $\bar{\phi}$  à un niveau donné

$$\bar{\phi} = \hat{\alpha}\hat{\phi} + (1 - \hat{\alpha})\phi_e \quad (3.77)$$

On recalcule la vitesse verticale moyenne dans le thermique, en tenant compte de sa flottabilité, à partir de l'équation

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{w}}{\partial z} = -\hat{d}\hat{w} + g\rho \frac{\hat{\theta} - \theta_e}{\theta_e} \quad (3.78)$$

L'entraînement n'a pas de contribution à l'Eq. 3.78 dans la mesure où on suppose que l'air entre dans le thermique avec une vitesse verticale nulle.

Pour le transport de la quantité de mouvement, l'idée la plus simple consiste à traiter les deux composantes horizontales  $u$  et  $v$  comme des scalaires. C'est cette approche qui est retenue dans la version standard. On teste aussi une version dans laquelle on inclut un échange de quantité de mouvement par les forces de pression exercées entre le thermique et l'environnement. Cet échange va tendre à incliner le thermique dont la vitesse horizontale va progressivement s'approcher de celle de l'environnement. Pour ce test, on utilise la géométrie tridimensionnelle et on applique la formule utilisée pour calculer par exemple la traînée d'un ballon dans l'atmosphère. Cette traînée s'exprime comme le produit du carré du vent apparent par la section apparente et un coefficient de traînée. Dans la géométrie tridimensionnelle, la section apparente du thermique est  $L\sqrt{\alpha}$ . Il faut diviser le terme de traînée par  $L^2$  pour se ramener à une force par unité de surface horizontale de sorte qu'on obtient finalement

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{\mathbf{v}}}{\partial z} = \hat{e}\mathbf{v}_e - \hat{d}\hat{\mathbf{v}} + \gamma\rho \frac{\sqrt{\alpha}}{L} \|\mathbf{v}_e - \hat{\mathbf{v}}\| (\mathbf{v}_e - \hat{\mathbf{v}}) \quad (3.79)$$

$\gamma$  est utilisé comme paramètre ajustable. A noter qu'on peut s'attendre à un freinage moins efficace dans la configuration en rouleaux.

Le transport total d'une variable  $\phi$  est finalement donné par la somme du transport vers le haut dans le thermique et du transport vers le bas dans l'environnement avec un flux compensatoire  $-\hat{f}$

$$\overline{\rho w' \phi'} = \hat{f} (\hat{\phi} - \phi_e) \quad (3.80)$$

Une approximation supplémentaire est finalement introduite pour rendre le schéma plus robuste. En effet, si on intègre telle quelle l'Eq. 3.76, on peut aboutir à des valeurs aberrantes de  $\phi_e$ . Considérons l'exemple d'un traceur initialement confiné dans la couche de surface dans une situation convective. L'Eq. 3.76 prédirait  $\hat{\phi} > 0$  dans la couche mélangée alors qu'on a

$\overline{\phi} = 0$  de sorte qu'on aurait  $\phi_e < 0$ . Ce problème provient de l'hypothèse de stationnarité, hypothèse qu'on n'a pas envie de faire tomber, en particulier pour des raisons de simplicité. Une alternative consiste à assimiler l'environnement et les grandeurs moyennes ( $\phi_e = \overline{\phi}$ ). Cette approximation qui est valide pour  $\hat{\alpha} \ll 1$ , est en général utilisée dans les schémas de convection profonde. Elle est moins évidente dans notre cas où la couverture fractionnaire des ascendances est typiquement comprise entre 5 et 30 %. Cette nouvelle approximation est validée a posteriori par le bon comportement de la paramétrisation quand on la compare à des simulations des grands tourbillons.

Le schéma dépend finalement de 4 paramètres ajustables. Pour choisir la valeur du rapport d'aspect  $r = 2$  on se base sur les observations dans les configurations en rouleaux. Le paramètre  $\gamma$  est fixé à 0 par soucis de simplicité. Finalement, les paramètres relatifs au entraînement sont ajustés pour obtenir un bon accord avec les résultats de simulations des grands tourbillons présentés dans la section suivante. Bien que différentes combinaisons soient possibles, nous retenons  $\lambda = 20$  m et  $\nu = 2$ .

La discrétisation des équations est donnée par Hourdin et al. (2002).

### 3.4.4 Fermeture locale

La description ci-dessus ne traite que de la partie méso-échelle du transport de couche limite. Le mélange de petite échelle, important notamment dans la couche de surface, doit être traité avec une autre paramétrisation. Dans les tests montrés par la suite, on utilise pour ces échelles soit la paramétrisation d'origine du modèle du LMD soit celle de Mellor et Yamada. Comme on le verra par la suite, ces paramétrisations en diffusion turbulente, sensées à l'origine traiter l'ensemble de la turbulence de couche limite, voient leur rôle se cantonner naturellement à la couche de surface une fois la paramétrisation du thermique activée, cette dernière stabilisant le profil de température dans la couche mélangée.

Un traitement spécial doit également être appliqué pour les couches limites nocturnes. Les formulations classiques en énergie cinétique turbulente sont connues pour s'effondrer en conditions très stables. Les tests effectués plus loin pour des cas de fort cycle diurne continental confirment ce point. En l'absence de traitement spécifique, on observe la nuit un découplage de la surface et de la première couche d'atmosphère. Pour pallier ce problème, on adopte une formule citée dans un certain nombre de travaux et qui dit que la hauteur de la couche limite doit être au moins égale à  $h_{\min} = 0,07/f$  où  $f$  est le facteur de Coriolis en  $s^{-1}$ . Cette formule ayant la fâcheuse propriété d'être singulière à l'équateur, on prend arbitrairement  $f = 10^{-4} s^{-1}$ . On en déduit une estimation d'un coefficient de diffusion turbulente minimum  $K_{z\min} = u^* \kappa z (1 - z/h_{\min})^2$ .

## 3.5 Comparaison avec les simulations des grands tourbillons

Pour valider la nouvelle paramétrisation, on se base tout d'abord sur des résultats de simulations des grands tourbillons. L'avantage d'utiliser des résultats de simulations des grands tourbillons plutôt que des observations réside dans le fait que les conditions expérimentales sont

connues exactement et peuvent être modifiées, ainsi que dans la plus grande facilité d'accès à des diagnostics spécifiques.

Ici, on a retenu les résultats de simulations des grands tourbillons utilisées par Ayotte et al. (1996) dans une étude d'intercomparaison de paramétrisations de la couche limite en conditions neutres ou convectives.

### 3.5.1 Description des simulations des grands tourbillons

On ne donne ici qu'une description succincte des simulations qui sont décrites en détail par Ayotte et al. (1996). Le code utilisé a été développé à l'origine par Moeng (1984). Il est pseudo-spectral sur l'horizontale et en différences finies sur la verticale. Le domaine est supposé périodique horizontalement. La paramétrisation des tourbillons sous-mailles repose sur une équation pronostique de l'énergie cinétique turbulente.

Les simulations sont effectuées dans des conditions sèches et pour des profils de température neutres ou instables, avec un flux de chaleur prescrit en surface  $\overline{w'\theta'}_0$ . Neuf simulations, 00WC, 05WC, 00SC, 03SC, 05SC, 24SC, 24F, 15B, 24B, sont utilisées. Elle diffèrent d'abord par la valeur du flux de chaleur en surface (le 05 de 05SC correspond par exemple à  $\overline{w'\theta'}_0 = 0,05 \text{ K m s}^{-1}$ ) et par le profil initial de température potentielle. Les simulations WC (weakly capped) présentent une inversion peu marquée en sommet de couche limite contrairement aux cas SC (strongly capped). Pour les simulations SC et WC, on impose un vent géostrophique constant de  $15 \text{ m s}^{-1}$  suivant  $x$ . La simulation 24F (Free) correspond à un cas de convection libre sans forçage géostrophique alors que les cas 15B et 24B (Baroclines) correspondent à un vent géostrophique de  $10 \text{ m s}^{-1}$  suivant  $x$  et variant de 0 en surface à  $20 \text{ m s}^{-1}$  à 2000 m suivant  $y$ . Les simulations 24SC et 05SC correspondent à peu près aux simulations B et SB de l'article de Moeng et Sullivan (1994) dont les résultats sont montrés sur la Fig. 3.4.

Toutes les simulations sont initialisées à partir de champs homogènes horizontalement auxquels on ajoute des petites perturbations aléatoires. Une première simulation est effectuée sur une période de  $5\tau$  où  $\tau$  est un temps caractéristique (l'échelle de temps convective de l'ordre de 500 à 1000 s pour les simulations avec un flux non nul en surface). L'état final de cette première simulation est alors utilisé pour initialiser les simulations des grands tourbillons et les simulations uni-colonnes au temps  $t_0$ . Les analyses présentées ci-dessous portent sur la période  $[t_1 = t_0 + 4\tau, t_2 = t_0 + 10\tau]$ .

En plus des variables météorologiques, deux traceurs sont pris en compte dans les simulations des grands tourbillons. Les deux sont initialisés au temps  $t_0$  avec une discontinuité à l'inversion comme suit :

$$\begin{aligned} B &= 13,5; 0 < z \leq 1,01z_i \\ &= 3,0; z > 1,01z_i \end{aligned} \quad (3.81)$$

$$\begin{aligned} C &= 0,0; 0 < z \leq 1,01z_i \\ &= 1,0; z > 1,01z_i \end{aligned} \quad (3.82)$$

Le traceur C est uniquement transporté alors que le traceur B, un analogue à la vapeur d'eau dans l'idée des auteurs, est en plus forcé par un flux en surface. Ce flux est calculé en fonction

du contraste entre la concentration dans l'atmosphère au-dessus du sol et une valeur de surface de 15 (unités arbitraires).

Pour ces différentes simulations, l'auteur de l'étude – retrouvé au fil de la toile derrière les rangées d'éoliennes qu'il commercialise en Australie – nous a gracieusement communiqué les profils de début et de fin des simulations des grands tourbillons. Nous disposons à la fois des moyennes des différentes variables du modèle et des moyennes des termes croisés (variances et covariances). En revanche, il n'a pas été possible de récupérer ou de recalculer d'autres grandeurs qui auraient pourtant été intéressantes pour la validation de la paramétrisation tels les moments d'ordre 3 ou les facteurs d'asymétrie.

### 3.5.2 Les simulations uni-colonnes

On compare les résultats des simulations de Ayotte et al. (1996) avec les résultats d'une version uni-colonne du modèle LMDZ. Dans le modèle uni-colonne, restreint aux processus de couche limite, l'équation donnant l'évolution temporelle des variables  $u$ ,  $v$ ,  $\theta$ ,  $B$  et  $C$  peut s'écrire de façon générique

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mathcal{S}_\phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{\rho w' \phi'}}{\partial z} \quad (3.83)$$

Le terme source  $\mathcal{S}_\phi$  est le forçage géostrophique pour le vent ( $\mathcal{S}_u = f(v - v_g)$  et  $\mathcal{S}_v = -f(u - u_g)$ ). Il est nul pour les autres variables.

Le flux de surface est prescrit pour le traceur  $C$  (il est nul) et pour la température potentielle. Pour les vents et le traceur  $B$ , la condition en surface suit les relations de similitude de Businger-Dyer :

$$\frac{\|\mathbf{v}_1\|}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left[ \ln \left( \frac{z + z_0}{z_0} \right) - \Psi_m \left( \frac{z}{L} \right) \right] \quad (3.84)$$

$$\frac{B_1 - B_s}{B_*} = \frac{1}{\kappa} \left[ \ln \left( \frac{z + z_0}{z_0} \right) - \Psi_h \left( \frac{z}{L} \right) \right] \quad (3.85)$$

où  $\mathbf{v}_1$  et  $B_1$  sont le vent et la concentration du traceur  $B$  dans la première couche du modèle.  $\kappa = 0,4$  est la constante de Von Karman et  $L$  est la longueur de Monin-Obukov. Les fonctions  $\psi_m$  et  $\psi_h$  sont calculées avec les formules données dans la Table 3.1 pour  $\gamma_1 = \gamma_2 = 15$ ,  $\gamma_3 = 5$  et  $R = 1$ .

Au sein de l'atmosphère, le flux turbulent dans les différents jeux de paramétrisations testés peut s'écrire de façon générique comme

$$\overline{\rho w' \phi'} = -\rho K_\phi \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} - \Gamma_\phi \right) + \hat{f} (\hat{\phi} - \phi) \quad (3.86)$$

où  $\Gamma_\phi$  est un terme de contre-gradient.

On compare différentes paramétrisations de la couche limite.

- MY :  $K_\phi$  est calculé suivant le schéma de MY et  $\Gamma_\phi = 0$  pour toutes les variables.  $\hat{f}=0$ .
- MY+TH : idem mais en activant le modèle du thermique pour le calcul de  $\hat{f}$  et  $\hat{\phi}$ . C'est cette version qui est considérée comme le modèle standard de couche limite avec thermiques.



- LMD :  $K_\phi$  est calculé avec la paramétrisation standard du LMD avec  $\Gamma_\phi = 0$  et  $\hat{f} = 0$ .
- LMD+CG : comme LMD mais avec en plus un terme de contre-gradient pour la température potentielle.
- LMD+AJS : comme LMD à ceci près qu’un ajustement convectif est appliqué à  $\theta$ .
- LMD+TH : comme LMD avec activation du modèle du thermique.
- HB : la paramétrisation de Holtslag et Boville, telle qu’elle est décrite par Ayotte et al. (1996).  $\hat{f} = 0$ .  $K_\phi$  est prescrit en fonction de l’altitude en incluant des aspects non locaux. Le contre-gradient  $\Gamma$  est non nul pour  $\theta$ ,  $B$  et  $C$ .

Les simulations de HB et MY sont des duplications de celles présentées par Ayotte et al. (1996) et donnent des résultats très proches de ceux présentés dans l’article.<sup>6</sup>

Les simulations sont effectuées avec la grille verticale des simulations des grands tourbillons, avec une taille de mailles de 10 ou 20 m suivant les cas. Suivant le cas également, le pas de temps varie entre 15 et 100 s.

### 3.5.3 Résultats numériques

Sur la Fig. 3.16, on commence par montrer les profils verticaux de température potentielle, de flux de chaleur, de traceurs et de vents pour 4 cas, à la fois pour les simulations des grands tourbillons et pour le modèle du thermique dans sa configuration nominale (MY+TH avec  $\lambda = 20$  m,  $\nu = 2$ ,  $r = 2$  et  $\gamma = 0$ ). On montre les profils initiaux ainsi que les moyennes entre  $t_1 = t_0 + 4\tau$  et  $t_2 = t_0 + 10\tau$ .

L’accord apparemment très bon entre la paramétrisation et les simulations des grands tourbillons est dû pour une grande part au forçage très contraignant de ces simulations académiques. Comme on l’a expliqué plus haut, avec un flux de chaleur prescrit en surface et une température homogène dans la couche mélangée, le modèle est essentiellement contraint à chauffer uniformément la couche mélangée et le flux ne peut donc que décroître à peu près uniformément depuis la surface jusqu’à l’inversion.

Les Fig. 3.17 et 3.18 montrent les résultats pour les cas 05WC et 24SC pour les paramétrisations de HB et MY. La paramétrisation de HB se comporte globalement bien dans ce type de conditions (Ayotte et al., 1996). Cette paramétrisation a cependant tendance à exagérer l’inversion. Elle surestime aussi l’entraînement en sommet de couche limite dans le cas 05WC alors qu’elle le sous-estime légèrement pour le cas 24SC. Le schéma de MY sous-estime systématiquement l’entraînement. A noter que le bon accord relatif pour le flux n’est obtenu dans ce cas que grâce à une déstabilisation du profil de température potentielle sans laquelle on ne peut avoir un flux vers le haut. Les figures 3.19, 3.20, 3.21 et 3.22, correspondant respectivement aux simulations LMD, LMD+CG, LMD+AJS et LMD+TH, illustrent l’importance du traitement des aspects non locaux. La paramétrisation du LMD sans aucun traitement aboutit à des atmosphères très instables avec peu d’entraînement au sommet dans le cas 24SC. L’introduction d’un contre-gradient (LMD+CG) résout seulement en partie le problème. Le contre-gradient,

---

<sup>6</sup>On n’a réussi à retrouver les résultats de Ayotte qu’après avoir identifié une coquille dans les équations de Businger données dans l’article. Cette coquille n’était visiblement pas présente dans le modèle utilisé pour les simulations.



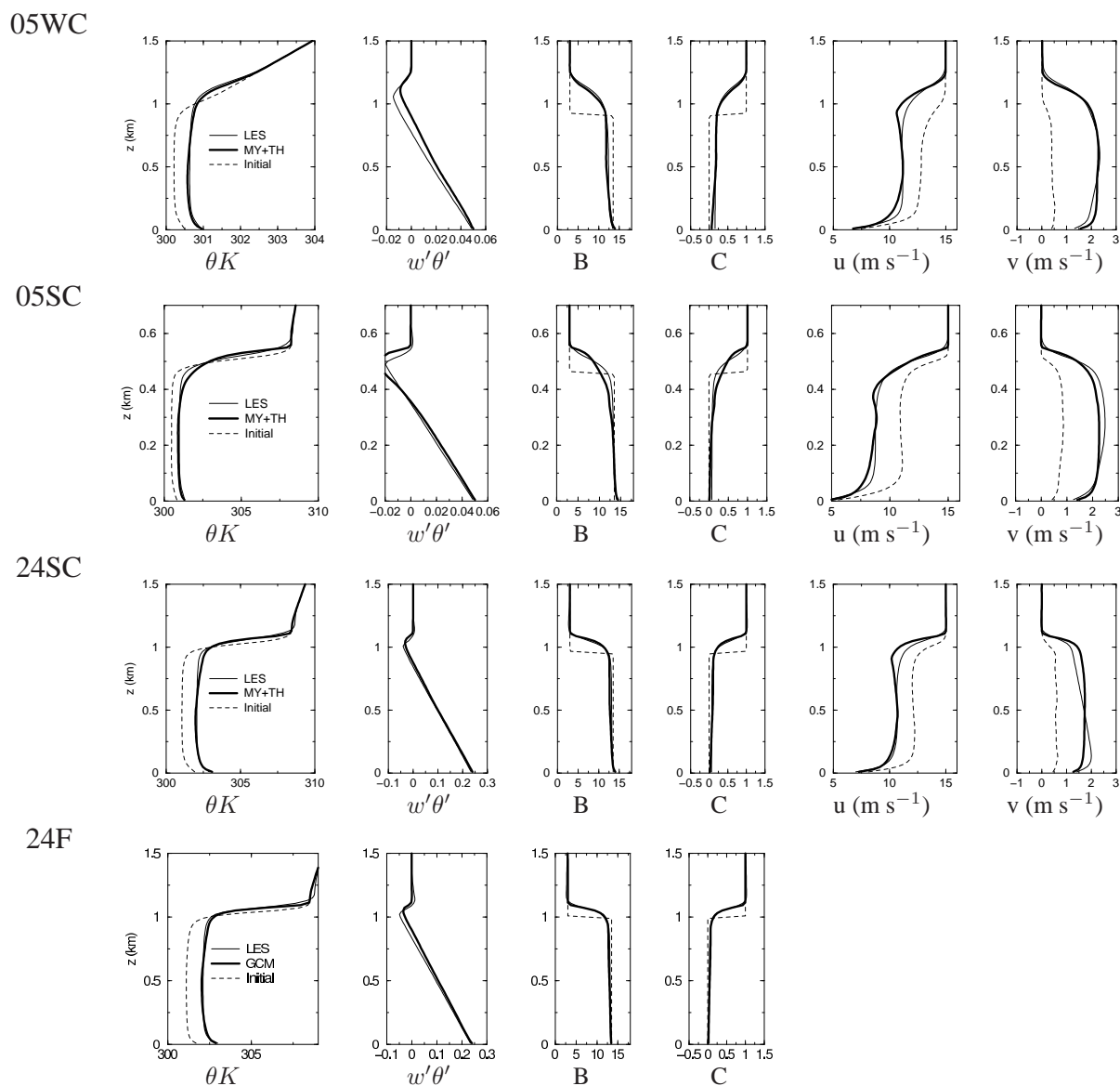


FIG. 3.16 – Comparaison des résultats des simulations des grands tourbillons avec ceux obtenus avec le modèle du thermique (MY+TH) en mode uni-colonne dans sa configuration nominale ( $\lambda = 20$ ,  $\mu = 2$ ,  $r = 2$  et  $\gamma = 0$ ) pour les cas (05WC, 05SC, 24SC et 24F). Pour chaque cas, on montre le profil initial (pointillés), la moyenne entre les temps  $t_1$  et  $t_2$  pour le simulations des grands tourbillons (courbe fine) et le modèle du thermique (courbe épaisse). Il n'y a pas de valeur initiale pour le flux de chaleur. Pour le cas 24F, les vents sont nuls.

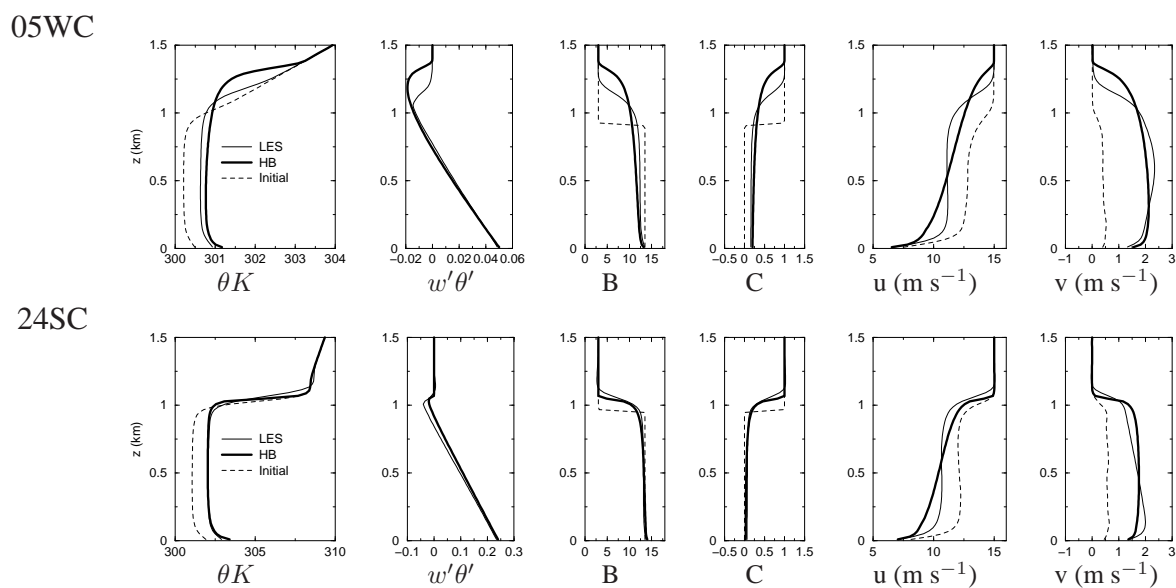


FIG. 3.17 – Comparaison des résultats de la paramétrisation HB avec les simulations des grands tourbillons pour les cas 05WC et 24SC.

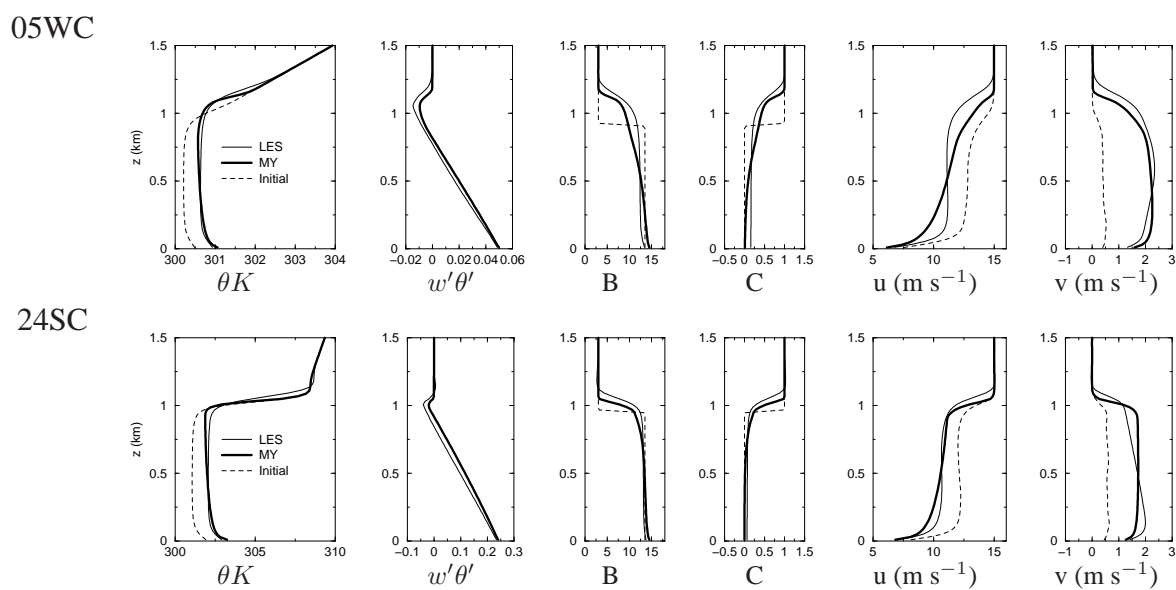


FIG. 3.18 – Comparaison des résultats de la paramétrisation MY avec les simulations des grands tourbillons pour les cas 05WC et 24SC.

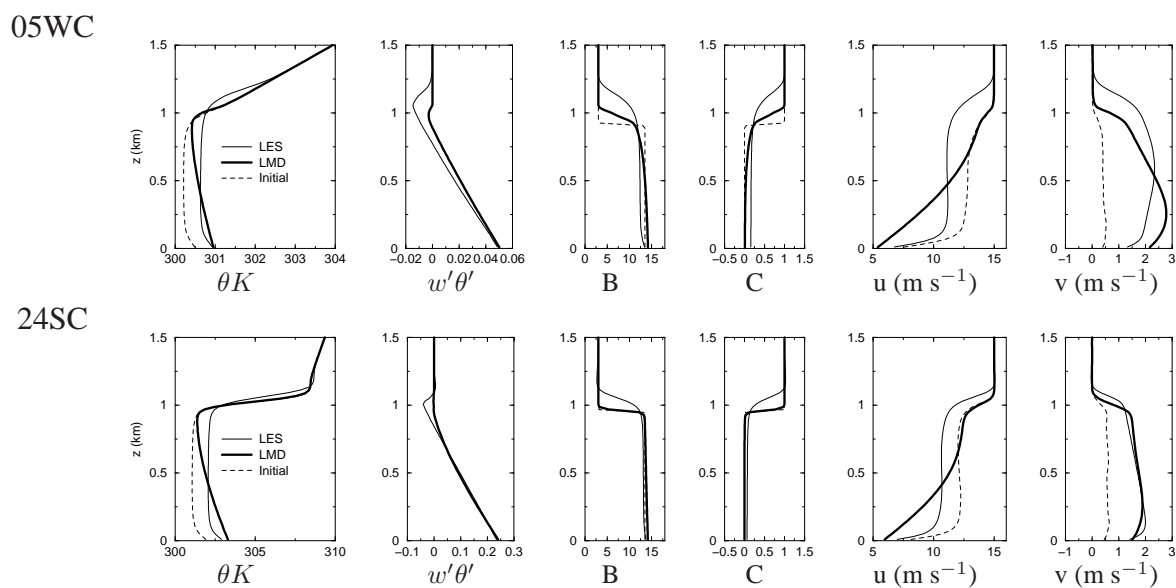


FIG. 3.19 – Comparaison des résultats de la paramétrisation LMD avec les simulations des grands tourbillons pour les cas 05WC et 24SC.

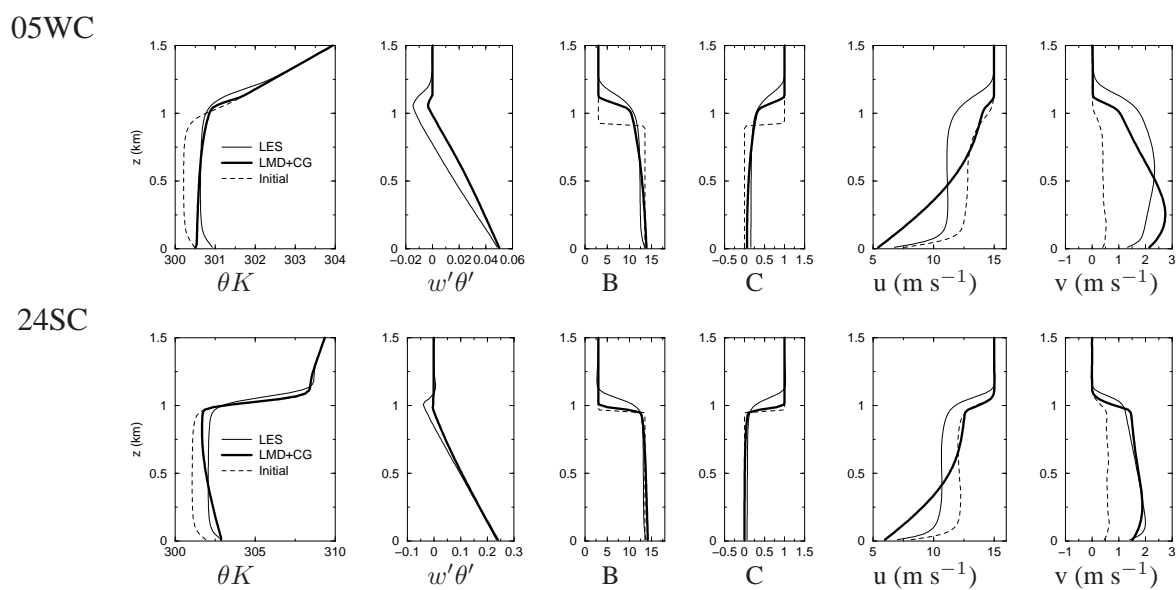
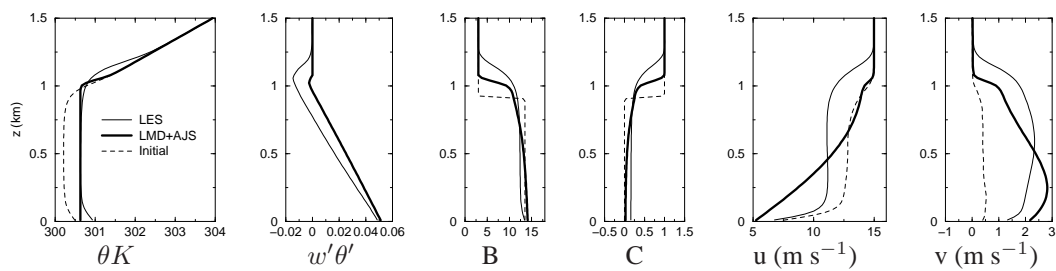


FIG. 3.20 – Comparaison des résultats de la paramétrisation LMD+CG avec les simulations des grands tourbillons pour les cas 05WC et 24SC.

05WC



24SC

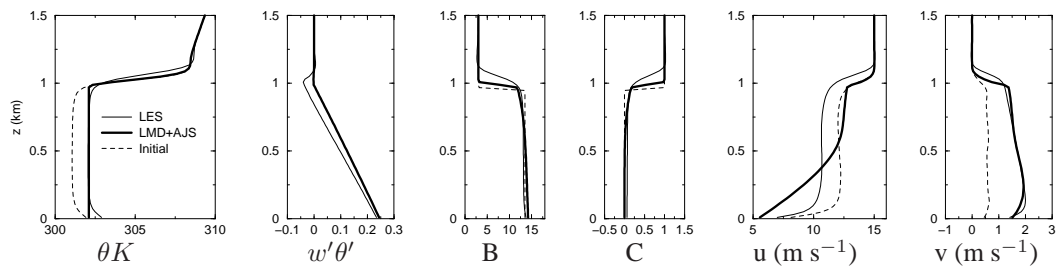
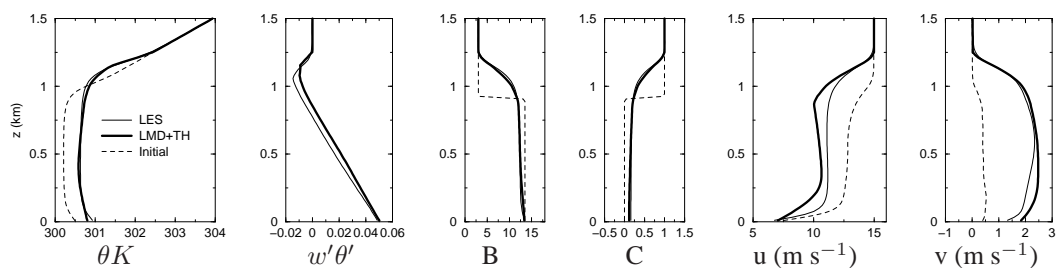


FIG. 3.21 – Comparaison des résultats de la paramétrisation LMD+AJIS avec les simulations des grands tourbillons pour les cas 05WC et 24SC.

05WC



24SC

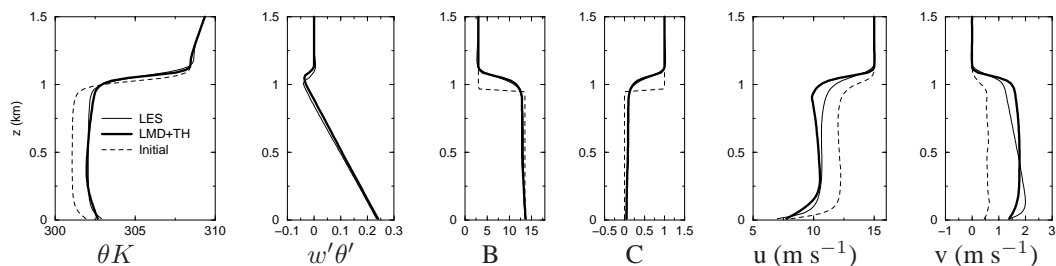


FIG. 3.22 – Comparaison des résultats de la paramétrisation LMD+TH avec les simulations des grands tourbillons pour les cas 05WC et 24SC.

imposé ici indépendamment de l'intensité de l'instabilité, est trop fort dans le cas 05WC mais trop faible pour 24SC. L'ajustement sec (LMD+AJS) améliore d'une certaine façon les profils de température potentielle mais sans affecter beaucoup l'entraînement des traceurs en sommet de couche limite. En revanche, l'activation du modèle du thermique (LMD+TH) conduit à des résultats très proches de MY+TH.

Afin de quantifier cette intercomparaison, nous retenons les diagnostics proposés par Ayotte et al. (1996) et qui se concentrent sur l'entraînement en sommet de couche limite. En particulier, ils proposent de calculer pour un scalaire  $\phi$  ( $\theta$ , B ou C), le coefficient

$$\begin{aligned} A1 &= -\frac{1}{t_f - t_1} \int_{z_i(t_0)}^H [\phi(z, t_f) - \phi(z, t_0)] dz \\ &= \frac{1}{t_f - t_1} \int_{t_0}^{t_f} \overline{w' \phi'}(z_i(t_0), t) dt \end{aligned} \quad (3.87)$$

$$(3.88)$$

où  $H$  est une altitude située au-dessus du sommet de couche limite. Ce coefficient est facile à calculer en utilisant directement les profils aux instants  $t_0$  et  $t_f$ . Pour les estimations montrées sur les figures on a retenu comme profil final la moyenne entre  $t_1$  et  $t_2$  avec  $t_f = (t_1 + t_2)/2$ . Pour les traceurs,  $A1$  est l'aire qui sépare les courbes pleine et pointillée au-dessus de la discontinuité.

Sur la Fig. 3.23 on montre, pour les neuf cas étudiés par Ayotte et al. (1996), le coefficient  $A1$  pour les simulations des grands tourbillons, pour le modèle du thermique et pour les schémas de HB et MY. La paramétrisation de MY tend à sous-estimer systématiquement l'entraînement. Le schéma de HB surestime l'entraînement pour le cas 05WC et le sous-estime pour les autres cas. Les deux schémas ne réussissent pas à prédire un entraînement significatif dans le cas de convection libre. Dans l'intercomparaison de Ayotte et al. (1996), on retrouve le même comportement pour tous les schémas testés sauf pour un modèle de "couche mélangée" qui tend, lui, à surestimer systématiquement l'entraînement. L'accord avec les simulations des grands tourbillons est généralement meilleur pour le modèle du thermique pour les coefficients  $A1$  ainsi que pour la température de l'air près de la surface (dernier panneau de la Fig. 3.23).

Sur la Fig. 3.24, on voit que la couche limite du LMD tend à surestimer l'entraînement pour les cas intermédiaires (00SC, 03SC et 05SC). Cette surestimation est peu sensible au traitement des aspects non locaux. Pour les cas très convectifs, seul le modèle du thermique arrive à effectuer un transport raisonnable. A nouveau, l'entraînement calculé avec LMD+TH est très proche de celui obtenu avec MY+TH (excepté dans les cas intermédiaires pour la température potentielle ou on conserve la surestimation par le modèle du LMD).

### 3.5.4 Sensibilité aux paramètres

Comme on l'a dit plus haut, les résultats des simulations des grands tourbillons ont été utilisés pour sélectionner les valeurs nominales des paramètres pour le déentraînement. La figure Fig. 3.25 montre le paramètre  $A1$  pour la température potentielle et le traceur B et pour différentes valeurs des paramètres ( $\lambda = 80$  m,  $\lambda = 0$  m,  $r = 5$  et  $\mu = 1$ ). Quand on augmente  $\lambda$ , on diminue  $A1$  dans les cas convectifs. A l'opposé, sans épluchage en dessous de l'inversion ( $\lambda = 0$ ), ou quand on

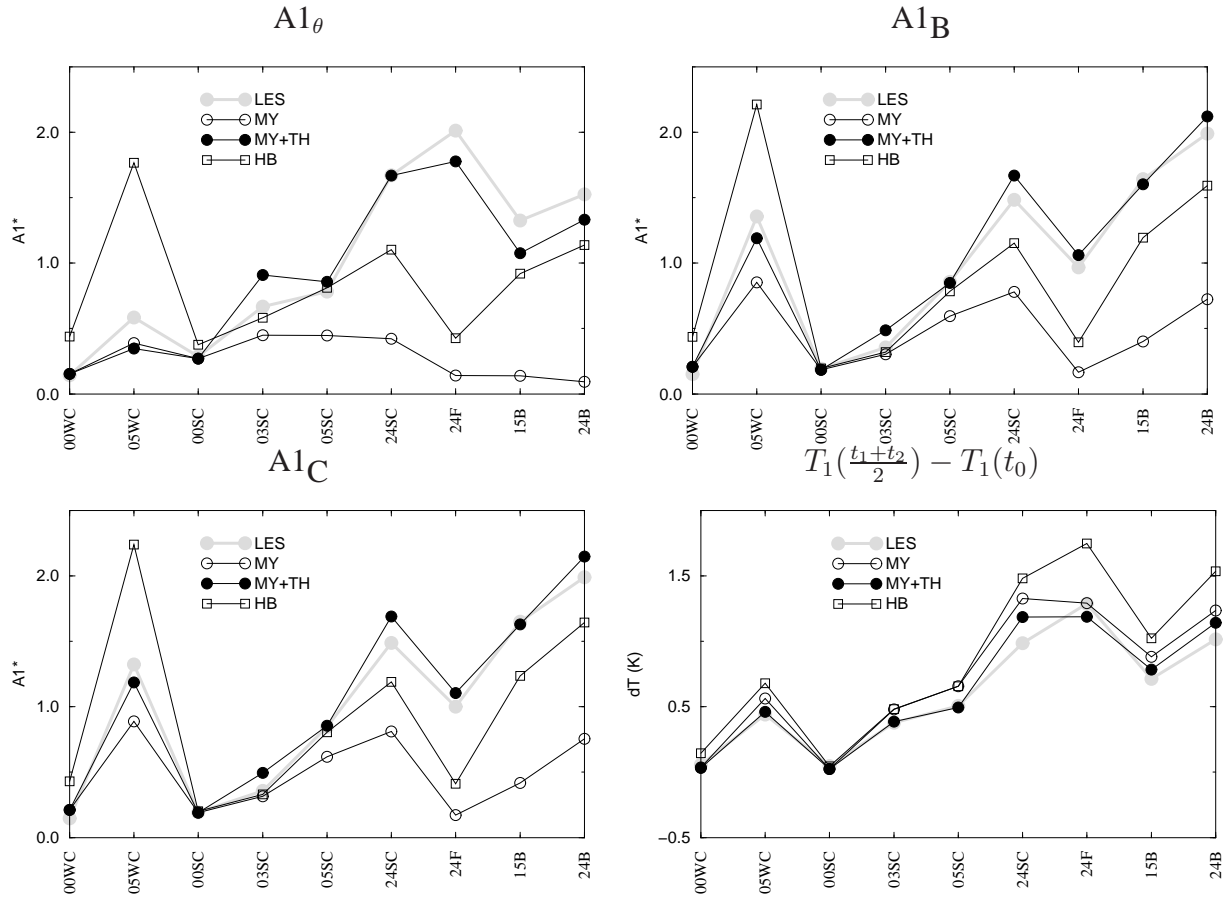


FIG. 3.23 – Coefficients  $A1$  pour la température potentielle et pour les traceurs  $B$  et  $C$  ainsi que l'évolution de la température en surface (valeur moyenne entre  $t_1$  et  $t_2$  moins celle à  $t_0$ ) pour les 9 simulations. On compare les résultats des simulations des grands tourbillons avec la version nominale du modèle du thermique ( $\lambda = 20$  m,  $\mu = 2$ ,  $r = 2$  et  $\gamma = 0$ ) et avec HB et MY.

utilise une décroissance moindre au-dessus de l'inversion ( $\mu = 1$ ), l'entraînement est surestimé. Cependant, une simulation avec  $\lambda = 80$  m et  $\mu = 1$  produit un accord avec les simulations des grands tourbillons aussi bon que le cas nominal. L'entraînement est relativement peu sensible au rapport d'aspect  $r$ . Enfin, quand on prend en compte l'échange de quantité de mouvement entre le thermique et l'environnement ( $\gamma = 0, 5$ ), on ne modifie pas non plus beaucoup l'entraînement.

Pour finir, remarquons que, même pour des valeurs des paramètres assez éloignées des valeurs nominales, le modèle du thermique conserve une bonne sensibilité aux flux de surface et aux profils initiaux. Par exemple, pour  $\theta$ , le coefficient pour  $A1$  est toujours un peu plus grand pour le cas 24F que pour le cas 24SC ;  $A1$  est aussi systématiquement plus grand pour le cas 05SC que pour le cas 05WC. Enfin, pour le traceur  $B$ , les résultats sont encore moins sensibles aux paramètres du modèle (les résultats sont similaires pour  $C$ ).



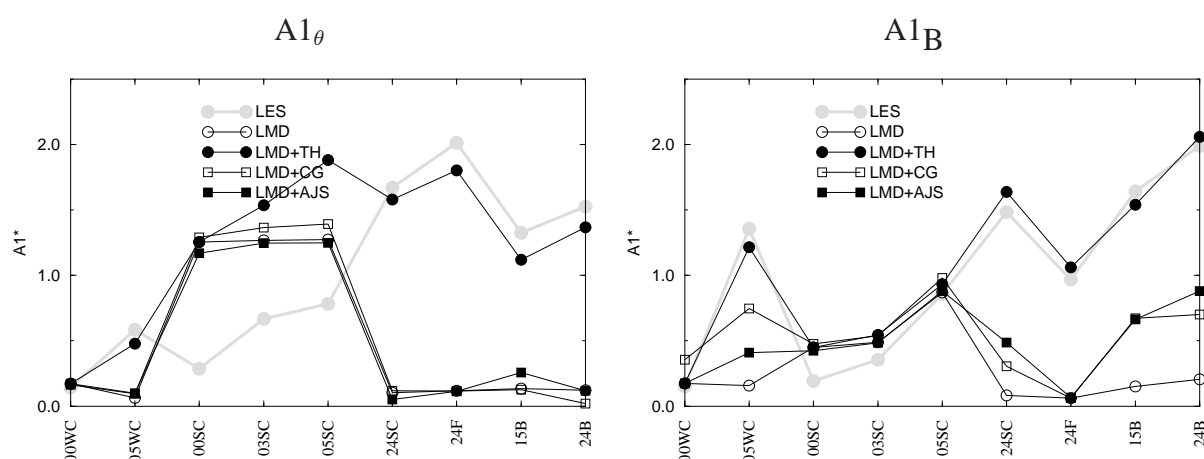


FIG. 3.24 – Coefficients  $A1$  pour la température potentielle et pour le traceur  $B$  pour les simulations utilisant la couche limite diffuse du LMD avec différents traitements pour les aspects non locaux (LMD, LMD+CG, LMD+AJS et LMD+TH).

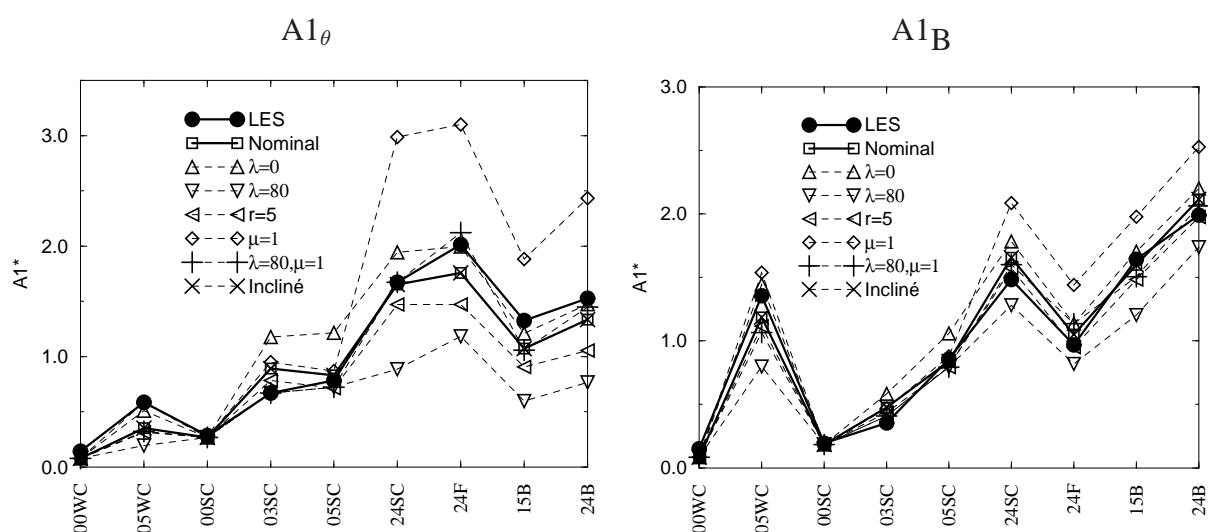


FIG. 3.25 – Coefficient  $A1$  normalisé pour la température potentielle et le traceur  $B$ . On montre les résultats des simulations des grands tourbillons et le modèle du thermique à la fois dans sa configuration nominale ( $\lambda = 20$  m,  $\mu = 2$ ,  $r = 2$  et  $\gamma = 0$ ) et pour les expériences de sensibilité dans lesquelles on a changé la valeur d'un ou deux paramètres. Le cas "incliné" correspond à  $\gamma = 0,5$  (se reporter au texte pour plus de détails). Les lignes épaisses (simulations des grands tourbillons et modèle du thermique en configuration nominale) sont déjà montrées sur la Fig. 3.23.

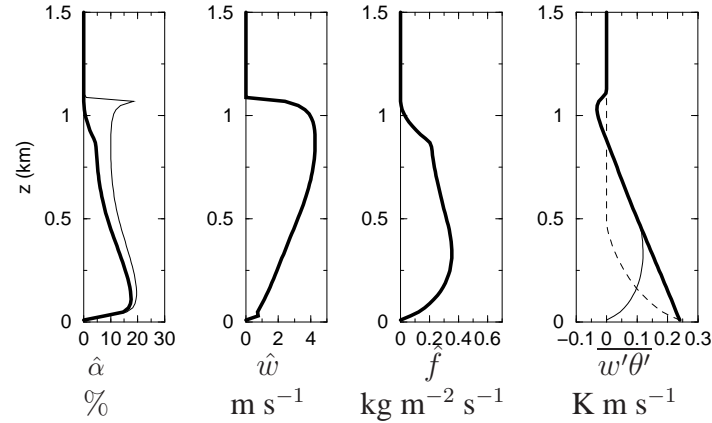


FIG. 3.26 – Structure du thermique pour le cas 24SC. Pour le premier graphe, la courbe fine (resp. épaisse) correspond à la surface fractionnaire avant (resp. après) épluchage. Pour  $\overline{w'\theta'}$  (courbe épaisse sur le dernier graphe) on montre la décomposition entre le thermique (courbe fine) et la partie diffuse (tireté).

### 3.5.5 Dans le thermique

La Fig. 3.26 montre la structure du thermique telle qu'elle est simulée avec la paramétrisation nominale ainsi que la décomposition du flux de chaleur entre la partie du thermique à proprement parler (courbe fine) et la partie diffuse paramétrisée avec le schéma de MY (courbe pointillée). La chaleur est d'abord transférée dans la couche de surface par le schéma de MY puis répartie dans la couche limite par le thermique. Dans la couche mélangée, le thermique transporte la chaleur vers le haut malgré une atmosphère légèrement stable.

A remarquer que, quand elle est utilisée seule, la paramétrisation de MY est active également dans la couche mélangée du fait de la déstabilisation du profil de température.

Les thermiques couvrent environ 10% de la surface. On obtient des valeurs similaires pour les autres cas. A noter que le bon accord en termes d'entraînement qu'on obtient avec  $r = 5$  correspond à des couvertures beaucoup plus faibles (3-5%). Ces valeurs sont en accord avec les analyses des simulations des grands tourbillons (Moeng et Sullivan, 1994) (qui montrent des fractions de 10-20% avec un rapport d'aspect de 2-3). Les mesures avions dans des conditions similaires conduisent à des résultats semblables (Williams et Hacker, 1993). Les valeurs sont cependant dans la tranche basse des observations ce qui peut être relié au fait que nous ne considérons comme ascendance que l'air qui provient directement de la couche de surface sous l'effet de sa flottabilité.

### 3.5.6 Moments du second ordre

La comparaison des moments d'ordre 2 aux résultats des simulations des grands tourbillons permet de mieux comprendre le comportement de la paramétrisation et la physique de la couche limite convective.

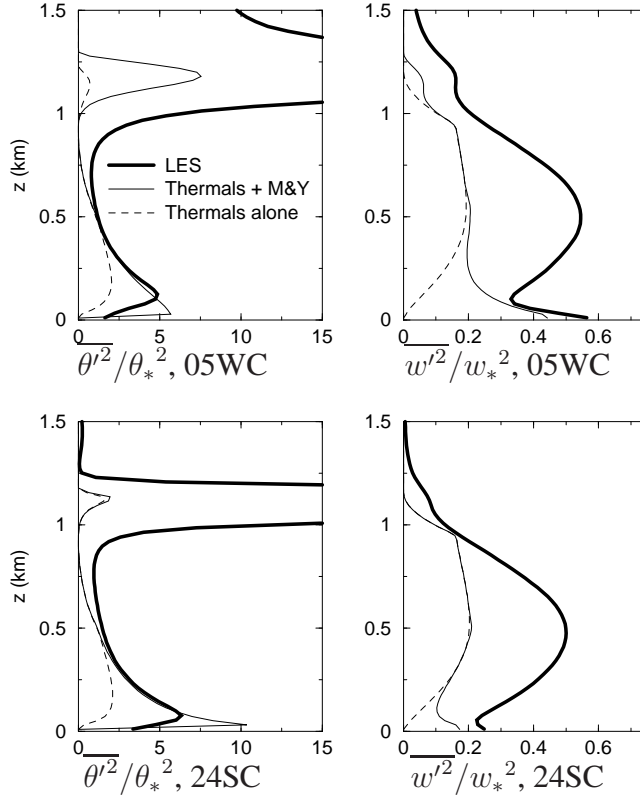


FIG. 3.27 – Moments d'ordre deux de la température potentielle et du vent vertical pour les cas 05WC et 24SC pour les simulations des grands tourbillons (courbes fines) et la paramétrisation nominale (courbes épaisses). Les courbes pointillées correspondent à la contribution du thermique seule.

Cette comparaison pour les cas 05WC et 24SC est montrée sur la Fig. 3.27. Dans les résultats de simulations des grands tourbillons fournis par Ayotte (courbes épaisses), les moments d'ordre deux contiennent la partie explicite plus la partie paramétrisée pour le vent et seulement la partie explicite pour la température. Pour la paramétrisation, on montre à la fois la contribution des thermiques (tiretés)

$$\overline{\phi'^2} = \hat{\alpha}(\hat{\phi} - \phi)^2 + (1 - \hat{\alpha})(\phi_e - \phi)^2 \quad (3.89)$$

$$= \frac{\hat{\alpha}}{1 - \hat{\alpha}}(\hat{\phi} - \phi)^2 \quad (3.90)$$

et la somme de cette contribution avec la contribution de la fermeture locale (courbes fines).

Dans la couche de surface, les fluctuations de vent et de température sont bien reproduites. La légère surestimation de  $\overline{\theta'^2}$  est sans doute due au fait que les résultats des simulations des grands tourbillons n'incluent pas la partie paramétrisée.

Dans la couche mélangée, pour  $0,1 \leq z/z_i \leq 0,6$ , la prédiction de  $\overline{\theta'^2}$  par le modèle du thermique est aussi très proche des résultats des simulations des grands tourbillons. En revanche,  $\overline{w'^2}$  est sous-évalué d'un facteur 2 environ. Ceci peut se comprendre de la façon suivante. Dans la couche mélangée, nous tenons compte seulement de la partie liée aux structures méso-échelles, en nous basant sur une vue idéalisée d'un thermique homogène en vent et en température comme l'illustrent les graphes du haut de la Fig. 3.28. Dans la réalité, l'air dans le thermique

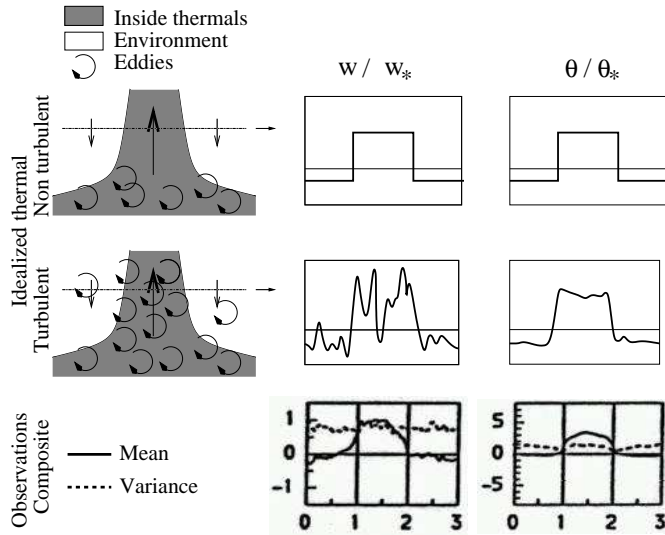


FIG. 3.28 – Des vues schématiques de sondages horizontaux de  $w'$  et  $\theta'$  pour le thermique idéalisé sous-tendant la présente paramétrisation (figures du haut) et pour une vision un peu plus réaliste incluant des tourbillons de petite échelle (figures du milieu) sont comparées à des “composites” obtenues à partir de vols avions (figures du bas). Les “composites” sont ceux de Williams et Hacker (1992), Fig. 5, et correspondent à  $0,2 \leq z/z_i \leq 0,3$ . La courbe pleine représente la structure moyenne des thermiques. La courbe tiretée montre la variance associée aux différents thermiques échantillonnés pour construire l’image moyenne. Dans l’analyse en composites, les thermiques sont superposés sur la même échelle de longueur.

(et dans l’environnement mais dans une moindre mesure) est également turbulent à plus petite échelle. Cependant, comme on l’a dit plus haut, les fluctuations de température associées avec ces fluctuations de petite échelle de  $w$  sont petites parce que  $\theta$  est relativement homogène verticalement, à la fois dans le thermique et dans l’environnement. Avec une vue lagrangienne des choses, on peut dire qu’une fluctuation positive de la température est attribuée à une particule de fluide qui provient de la couche de surface. Dans une limite non visqueuse, que la trajectoire empruntée par la particule soit une ligne droite ou qu’elle s’apparente davantage à une marche aléatoire importe peu. La vue un peu moins simpliste du thermique dans laquelle on superpose de la turbulence de petite échelle aux structures organisées est illustrée sur les graphes du milieu de la Fig. 3.28. Puisque les fluctuations à haute fréquence de  $w$  sont seulement partiellement associées à des fluctuations de  $\theta$ , les deux visions conduisent à des flux de chaleur comparables. C’est bien ce que suggèrent les analyses en composite de Williams (1991) présentées plus haut, dont deux exemples sont reproduits en bas de la Fig. 3.28.

En revanche, dans le haut de la couche mélangée et dans la zone d’entraînement, le modèle ne reproduit correctement ni les moments d’ordre deux de la température ni ceux du vent. En fait, les processus en jeu dans cette région sont beaucoup plus compliqués. Ils sont résumés ici dans l’épluchage du thermique. La réduction de l’aire fractionnaire au-dessus du niveau d’inversion cache en fait des particules qui, après overshoot, redescendent pour être mélangées dans l’environnement plus bas que leur niveau d’excursion maximale. Si on prenait en compte ces aller-retours de façon plus explicite, on pourrait aboutir à des flux de chaleur identiques mais pour

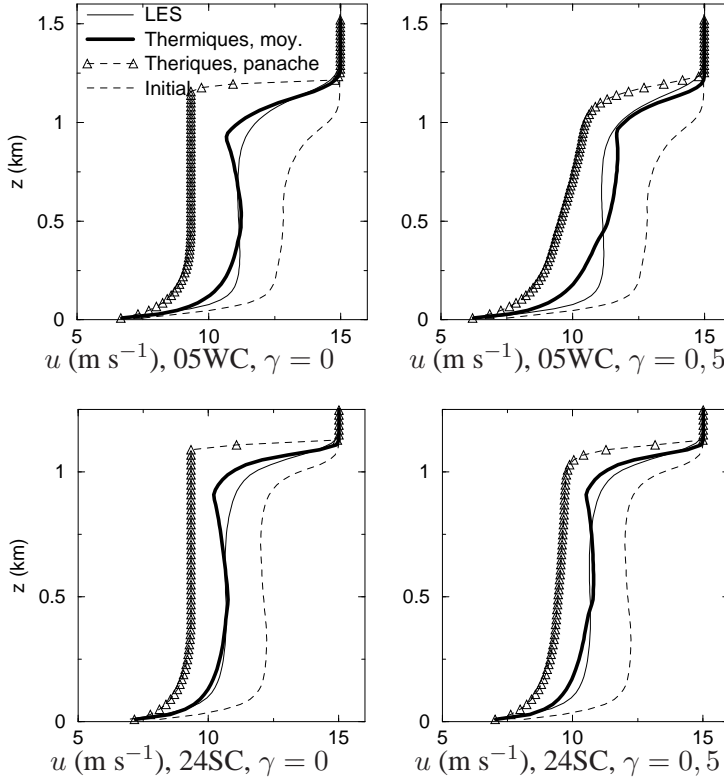


FIG. 3.29 – Composante horizontale du vent  $u$  pour le modèle du thermique dans sa configuration nominale et quand on inclue une traînée (respectivement  $\gamma = 0$  et  $0,5$ ). Les figures montrent, pour les cas 05WC et 24SC, le profil initial, le profil moyen obtenu avec les simulations des grands tourbillons, le résultat des paramétrisations ainsi que la valeur simulée dans le thermique ( $\hat{u}$ ).

des valeurs de  $\overline{\theta'^2}$  très supérieures. On peut penser de même que les ondes de gravité, excitées en particulier par la percussion des panaches thermiques dans la couche d'inversion, contribuent peu au flux de chaleur malgré des fluctuations importante de température (dues au fort gradient vertical de température potentielle à cette endroit). Le fait que, dans les simulations des grands tourbillons, on ait encore des fluctuations importantes de la température pour  $z/z_i = 1,5$ , à une altitude où  $\overline{w'\theta'} = 0$ , souligne le fait que seulement une part des fluctuations turbulentes est impliquée dans des processus d'échange.

### 3.5.7 Transport de quantité de mouvement

A titre d'illustration, on compare sur la Fig. 3.29 le vent horizontal simulé avec la paramétrisation nominale et avec celle incluant un terme de traînée (on choisit  $\gamma = 0,5$ ). Dans la version standard, le vent est constant dans le thermique au-dessus de la couche de surface. Quand on introduit la traînée, le thermique s'incline et le vent converge vers la valeur dans l'environnement. L'impact n'est pas vraiment positif. C'est le genre de raffinements auxquels on pourrait penser si on avait accès à des diagnostics plus détaillés des simulations des grands tourbillons. Il faut cependant se souvenir que l'impact sur les flux de chaleur et de traceurs est faible.

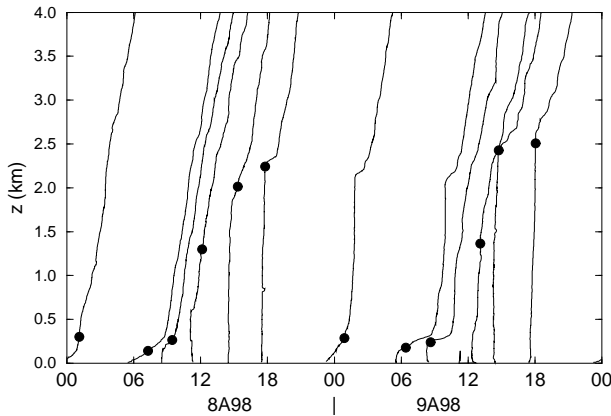


FIG. 3.30 – Température potentielle virtuelle enregistrée à Trappes les 8 et 9 août 1998 et hauteur de la couche limite (points ; voir texte). Les profils sont décalés suivant l’heure de lâché du ballon : le temps correspond au point de surface de chaque profil et la relation entre temps et température est de 2,75 K/h.

## 3.6 Simulations uni-colonnes de la POI 2 d’ESQUIF

On illustre l’impact de la nouvelle paramétrisation dans une configuration moins académique en utilisant le modèle de circulation générale en version unicolonne. Dans cette configuration, la couche limite est couplée aux autres processus comme le rayonnement et la résolution verticale est plus proche des configurations classiques des modèles de circulation. Pour ce faire, on s’appuie sur un cas de convection sèche bien développée, observé dans la région parisienne pendant la campagne ESQUIF, plus précisément lors de la seconde Période d’Observation Intensive de cette campagne (POI 2), en août 1998.

### 3.6.1 La POI 2 d’ESQUIF

ESQUIF (“Étude et Simulation de la Qualité de l’air en Ile de France”) est un projet dédié à l’étude et à la modélisation de la qualité de l’air dans la région parisienne (Menut et al., 2000). La POI 2 d’ESQUIF correspondait à une période très chaude, avec des vents faibles et sans nuages, c’est-à-dire un cas idéal pour tester le modèle du thermique. La POI 2 s’est déroulée du 7 au 11 août 1998, et précédait de peu un très important pic de pollution à l’ozone dans la région parisienne.

Pour la validation du modèle, on a utilisé les observations de la température, de l’humidité relative et de la pression à 2 m au-dessus du sol enregistrées toutes les heures par le réseau Mesonet de Météo-France déployé autour de Paris. On a aussi utilisé les sondages de Trappes. En plus des sondages effectués en routine à 00 :00 et 12 :00 (heures TU comme toutes les heures utilisées dans cette section), nous disposons de sondages additionnels effectués toutes les 3 heures. La Fig. 3.30 illustre l’évolution de la structure de la couche limite pendant la POI. La hauteur de la couche limite est marquée par des points sur des profils de température potentielle. Cette hauteur est déterminée à partir d’un seuil sur un nombre de Richardson non local,  $R_{ib} > 0,21$ , calculé suivant l’Eq. 3.42. Pour les sondages, on considère comme altitude de référence  $z_1$  le premier point disponible sur les profils (situé entre 0 et 50 m suivant les cas).

Les 8 et 9 août correspondent à des conditions typiques de couche limite convective



développée avec, la nuit, une couche limite écrasée dans les 300 premiers mètres et, l'après-midi, une température bien mélangée jusqu'à 2300 m le 8 et 2800 m le 9 août.

### 3.6.2 Les simulations unidimensionnelles

Les simulations sont effectuées sur la période du 7 au 9 août en partant des sondages de 23 :30, le 6. Le 7, qui ne présentait pas une couche convective bien développée, est utilisé comme période de mise en régime pour les paramétrisations. Les champs météorologiques sont à nouveau initialisés avec les sondages du 8 août à 5 :30. Les résultats sont présentés pour les 8 et 9.

Dans les simulations, l'albédo de surface est fixé à 0,19 et la longueur de rugosité à 0,4 m. L'inertie thermique de la surface est ajustée à  $3000 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1/2} \text{ K}^{-1}$ , valeur typique des surfaces continentales, de manière à reproduire correctement l'amplitude du cycle diurne de la température de surface. La température initiale du sol est fixée à 292 K dans les 11 niveaux du modèle de sub-surface. Enfin, l'aridité du sol  $\beta$ , qui relie l'évaporation à l'humidité spécifique  $q$  selon  $E = 1,35\beta\rho u_*^2[q_s(T_s) - q]$  (Laval et al., 1981), ne varie pas au cours du temps et est utilisée comme paramètre ajustable des simulations. On prend finalement  $\beta = 0,08$  pour obtenir une évolution de l'humidité en surface comparable à celle observée sur les 3 jours.

Malgré des vents faibles, il faut prendre en compte le forçage grande échelle dans ces simulations. Pour la vapeur d'eau, et parce que la POI était dépourvue de nuages, l'humidité spécifique du modèle n'est affectée que par l'évaporation en surface et la paramétrisation de la couche limite. Dans l'atmosphère libre, on observe un assèchement systématique pendant le 8 août qui ne peut s'expliquer que comme un effet de la grande échelle. Il peut s'agir par exemple d'une advection d'air sec et chaud depuis le sud. Afin de garder un forçage aussi simple que possible, on prescrit ce forçage comme une subsidence

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -w \frac{\partial q}{\partial p} \quad (3.91)$$

avec  $w = w_0 \times \sin(2\pi p/p_s)$  et  $w_0 = 0,6 \text{ Pa s}^{-1}$  – correspondant à une vitesse d'environ 1 cm/s dans la troposphère moyenne –. Avec ce forçage, on obtient un assèchement correct au court de la journée du 8 août.

En principe, la dérivation est moins directe pour la température du fait de l'importance du forçage radiatif. Cependant, comme le forçage radiatif est sans doute assez bien simulé pendant cette période sans nuages, on retient la même approche. Les résultats montrent qu'il faut rajouter un terme de chauffage par la grande échelle pour obtenir un accord satisfaisant dans la moyenne atmosphère. On retient la même forme que précédemment mais avec  $w_0 = 0,3 \text{ Pa s}^{-1}$  pour le 8 août et  $w_0 = 0$  pour le 9.

Dans les simulations que nous présentons ici, le vent horizontal est directement forcé par des valeurs interpolées linéairement entre deux radiosondages. On utilise une discrétisation verticale avec 40 couches, typique des résolutions qui seront utilisées avec le modèle de circulation générale dans les années qui viennent. Le premier niveau est centré à environ 40 m au-dessus de la surface et le 15<sup>ème</sup> niveau est situé vers 4,4 km avec une résolution verticale de 500 m entre 1,5 et 3,5 km. Le modèle est intégré avec un pas de temps de 3 minutes.

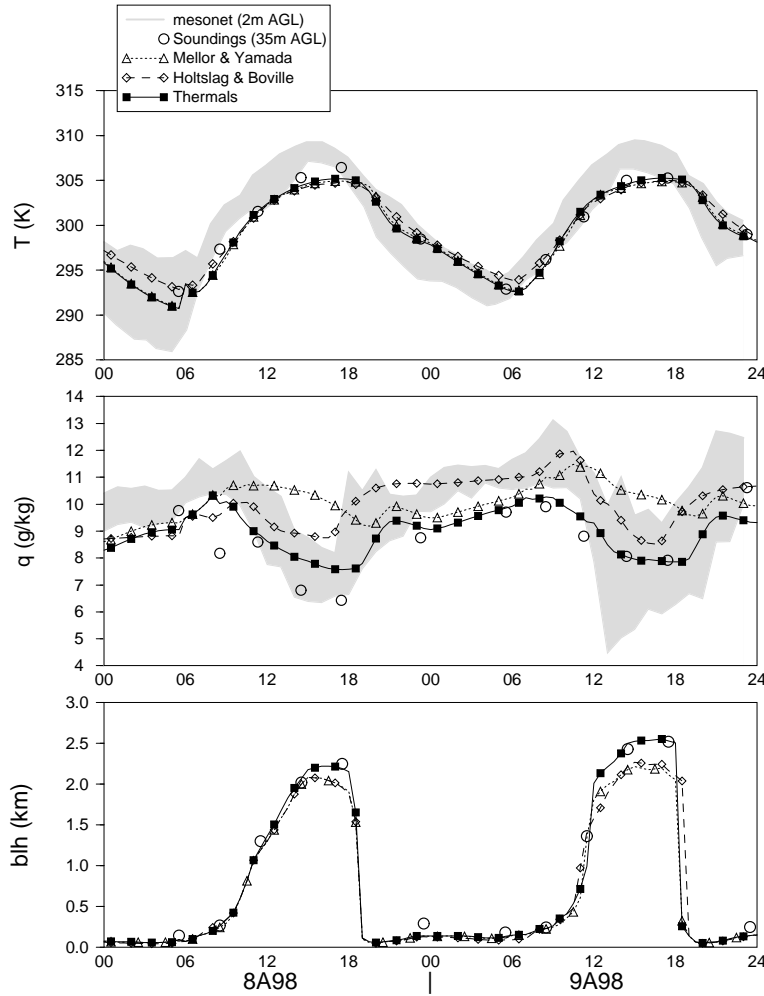


FIG. 3.31 – Comparaison des mesures mesonet (grisés, 2 m au-dessus de la surface), des sondages (point) et du modèle (courbes) concernant l'évolution sur les 8 et 9 août de la température d'une part (K, graphique du haut) et de l'humidité spécifique (en g/kg, graphique du milieu). Pour les sondages, on montre la valeur moyenne sur une hauteur correspondant à la première couche du modèle. Le graphique du bas montre, avec les mêmes conventions, la hauteur de la couche limite calculée comme pour la Fig. 3.30.

### 3.6.3 Résultats

nous présentons tout d'abord des comparaisons effectuées avec le modèle du thermique dans sa configuration nominale et les schéma de MY et HB. Sur la Fig. 3.31 on compare la température et l'humidité spécifique simulées dans le premier niveau du modèle avec les sondages de Trappes au même niveau et les mesures Mesonet à 2 m. A noter que le forçage du modèle a été réglé de façon à reproduire correctement la température de surface (dérive et amplitude du cycle diurne) et la dérive de l'humidité de surface observée à Trappes. Les mesures Mesonet, à 2 m au-dessus du sol, donnent une idée de la stabilité de la couche de surface et des fluctuations des champs météorologiques près de la surface.

La Fig. 3.32 montre une comparaison des sondages de Trappes avec les résultats du modèle pour la température potentielle virtuelle  $\theta_v$  (K) et l'humidité spécifique  $q$  (g/kg) pour le 9 août à 5 :30 et 17 :30.

Pour les sondages de 5 :30, les profils montrent deux couches d'inversion. La plus basse correspond au sommet de la couche limite nocturne avec un très fort gradient à 500 m au-

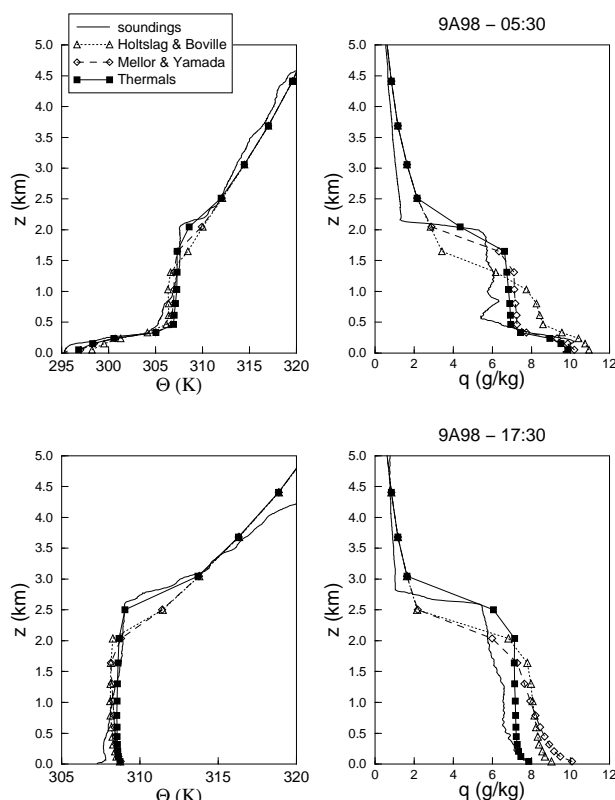


FIG. 3.32 – Température potentielle virtuelle et humidité spécifique pour le 9 août.

dessus de la surface. La couche limite nocturne est bien représentée avec les 3 paramétrisations. Ceci n'est pas surprenant dans la mesure où on a modifié la paramétrisation de MY (aussi bien quand elle est utilisée seule qu'avec le modèle du thermique) pour les conditions très stables en suivant Holtslag et al. (1990) comme on l'explique plus haut. La couche résiduelle (vers 2200 m) est mieux simulée avec le modèle du thermique du fait d'une meilleure simulation de la couche convective le 8. Au-dessus de cette inversion résiduelle, les profils sont essentiellement déterminés par le forçage de grande échelle.

A 17 :30 les profils sont le reflet des processus convectifs du début d'après-midi. Le modèle du thermique montre un accord bien meilleur avec les sondages, avec une hauteur de couche limite de 2500 m alors que les schémas de HB et MY la trouvent vers 2000 m. La surestimation de  $q$  au-delà de 2700 m n'est due qu'au forçage de grande échelle.

On effectue les mêmes tests de sensibilité que ceux présentés pour la comparaison aux simulations des grands tourbillons (Fig. 3.33). La sensibilité est généralement moindre. A noter en particulier que le détail de la façon dont on décrit le déentraînement au-dessus de l'inversion importe peu, ce qui se comprend aisément vu la résolution verticale très grossière à ce niveau.

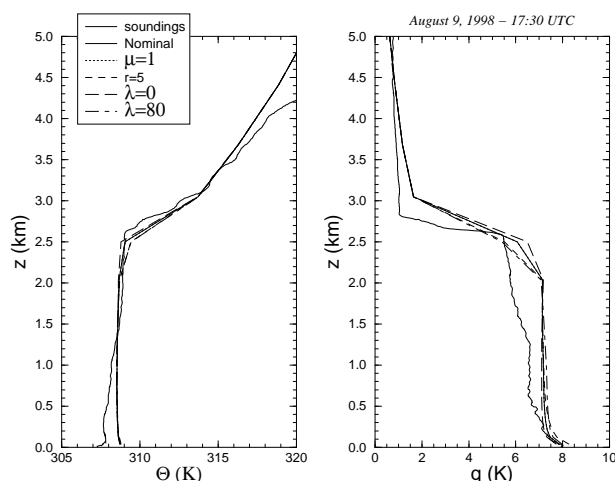


FIG. 3.33 – Sensibilité aux paramètres : température potentielle et humidité spécifique à 17 :30 pour le 9 août obtenues pour différentes valeurs des paramètres du modèle du thermique.

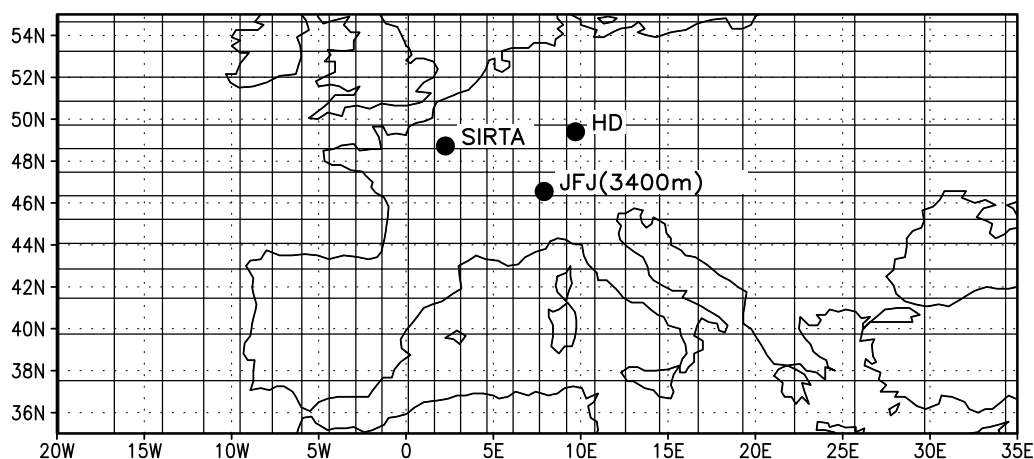


FIG. 3.34 – Grille utilisée pour les simulations guidées et zoomées sur la France avec l’emplacement du Sirta et des stations radon de HD et JFJ.

### 3.7 Sensibilité du transport des traceurs à la paramétrisation de la couche limite

On présente dans cette section des tests relatifs au transport des traceurs avec les nouveaux schémas de couche limite. On se concentre sur le mois d’août 1998, pour lequel on dispose à la fois des sondages de la POI2 d’ESQUIF et de mesures de Radon en continu en Europe, montrant un fort cycle diurne pour la même période. On utilise pour ce faire des simulations tridimensionnelles, zoomées sur le nord de la France et guidées par les réanalyses ERA40. Pour le vent, on utilise des constantes de temps de guidage différentes à l’extérieur (2h30) et à l’intérieur (1 jour) du domaine zoomé – en pratique cette constante est spécifiée comme une fonction de

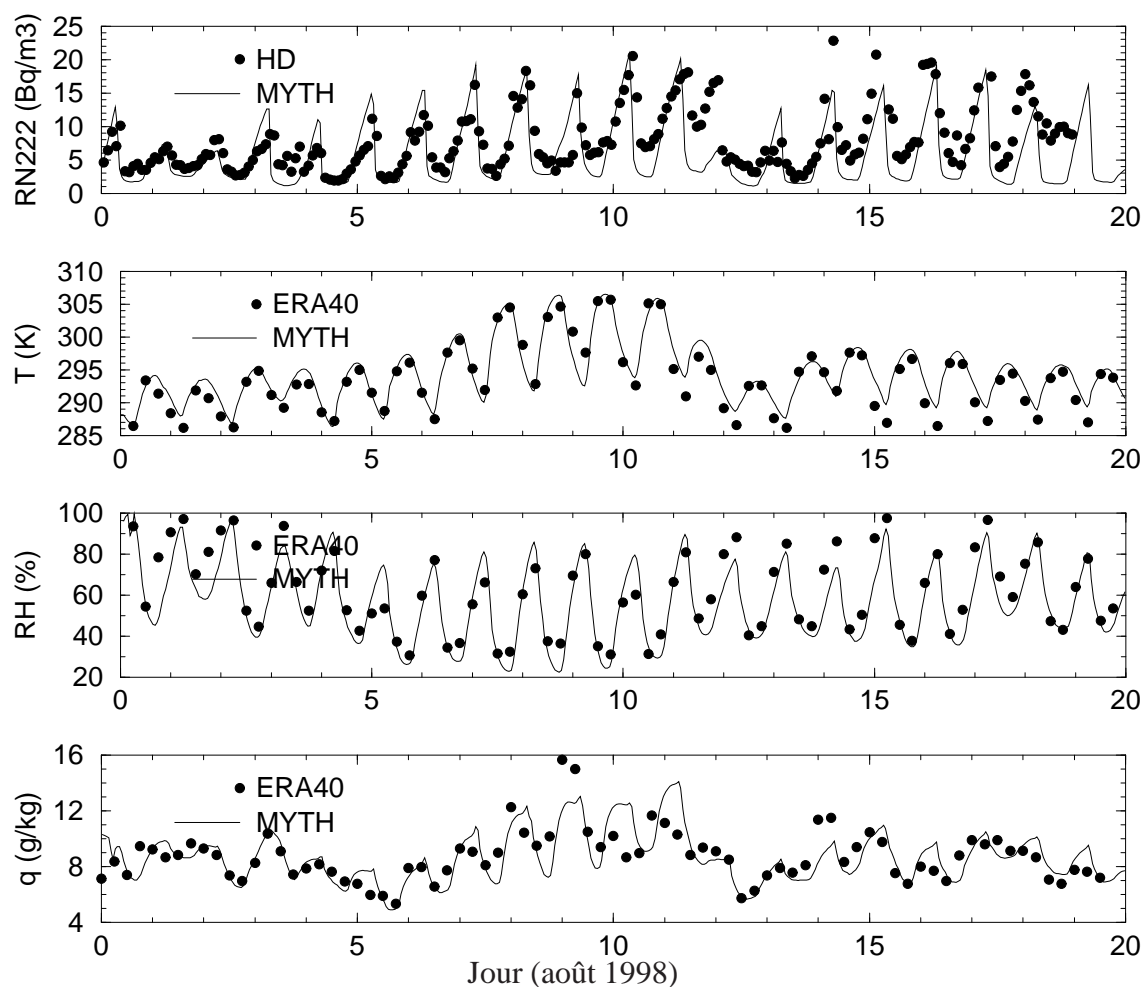


FIG. 3.35 – Evolution, pour la période du 1 au 20 août 1998, de la concentration de radon en surface à Heidelberg (en haut,  $\text{Bq m}^{-3}$ ), et, dans la première couche du modèle, de la température (K), de l'humidité relative (%) et de l'humidité spécifique (g/kg). Pour les trois courbes du bas, les données correspondent aux réanalyses ERA40 interpolées dans la couche correspondante.

la taille de la maille considérée –. Pour la température et l'humidité relative, on applique une constante de temps uniforme de 1 jour. Le guidage est donc très peu contraignant pour le modèle à l'intérieur du maillage. Le guidage plus important du vent à l'extérieur du domaine garantit une bonne représentation de l'advection à grande échelle, en phase avec la situation synoptique observée. Sur la Fig. 3.34 on montre le maillage, la position du SIRTa et des deux stations de mesure du radon utilisées par la suite, l'une située à Heidelberg (HD), à basse altitude, et l'autre

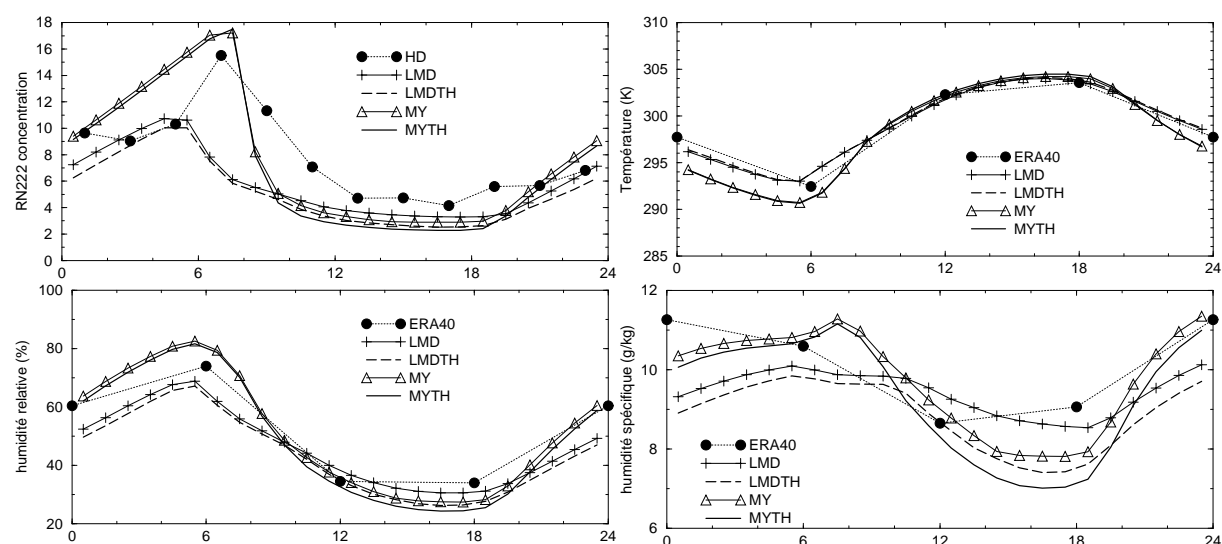


FIG. 3.36 – Cycle diurne moyen du radon en surface à Heidelberg et, dans la première couche du modèle, de la température, de l’humidité relative et spécifique dans la première couche du modèle (période du 7 au 10 août).

située au sommet du Jungfraujoch (JFJ), à 3400 m d’altitude.<sup>7 8</sup>

Comme pour les simulations unidimensionnelles présentées ci-dessus, il est tout d’abord nécessaire d’ajuster l’inertie thermique et l’humidité du sol. Des tests discutés dans la conclusion de ce chapitre montrent que les modèles de sol à notre disposition (y compris le modèle ORCHIDEE) ne sont pas capables de maintenir des concentrations d’eau correctes en l’absence de pluie. On choisit donc d’imposer l’humidité du sol, ce qui revient à imposer le facteur  $\beta = E/E_{\text{pot}}$ . On choisit pour le mois d’août  $\beta = 0,133$ , c’est-à-dire 10/75 où 10 mm est la hauteur d’eau dans le sol et 75 mm la hauteur à partir de laquelle  $\beta = 1$  (se reporter à la description des paramétrisations physiques de LMDZ, Section 2.1.3).

On montre sur la Fig. 3.35 les résultats d’une simulation de référence utilisant la version nominale du modèle du thermique (MY+TH). On voit que le modèle reproduit correctement à la fois l’évolution sur le mois et le cycle diurne de la concentration de radon mesurée à Heidelberg (HD) et des variables météorologiques en région parisienne. Pour les variables météorologiques, on compare sur cette figure les valeurs obtenues dans la première couche du modèle aux sorties des réanalyses ERA40 du ECMWF interpolées à la même altitude. Le réglage de l’inertie thermique (à 1700 USI) et de l’humidité du sol (à 10 mm d’eau) a été fait en privilégiant la première dizaine de jours. On voit qu’avec ce réglage, on sous-estime le cycle diurne après le 13 août, et ce à la fois pour la température et le radon.

On privilégie dans ce qui suit la période du 7 au 10 janvier qui correspondait à un fort cycle diurne estival, période au milieu de laquelle on bénéficie des radiosondages de la POI2

<sup>7</sup>Caractéristiques des stations de mesure de  $^{222}\text{Rn}$ .

HD	Heidelberg	49°24' N, 8°42' W	116 m
JFJ	Jungfraujoch	46°33' N, 7°59' W	3454 m

<sup>8</sup>Les données radon pour ces deux stations nous ont été aimablement fournies par Michel Ramonet (LSCE).



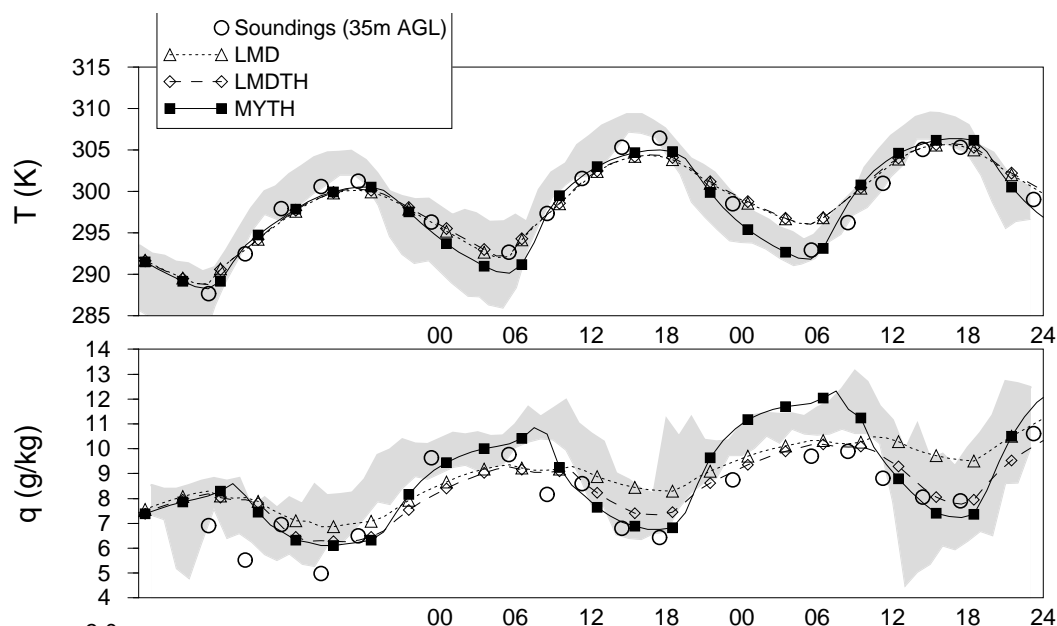


FIG. 3.37 – Evolution de la température et de l'humidité spécifique à Trappes et pour trois des simulations pour les 7, 8 et 9 août, journées pour lesquelles on dispose des radiosondages à haute fréquence. Les valeurs simulées correspondent à la première couche du modèle et sont donc à comparer aux données de Trappes à 35 m.

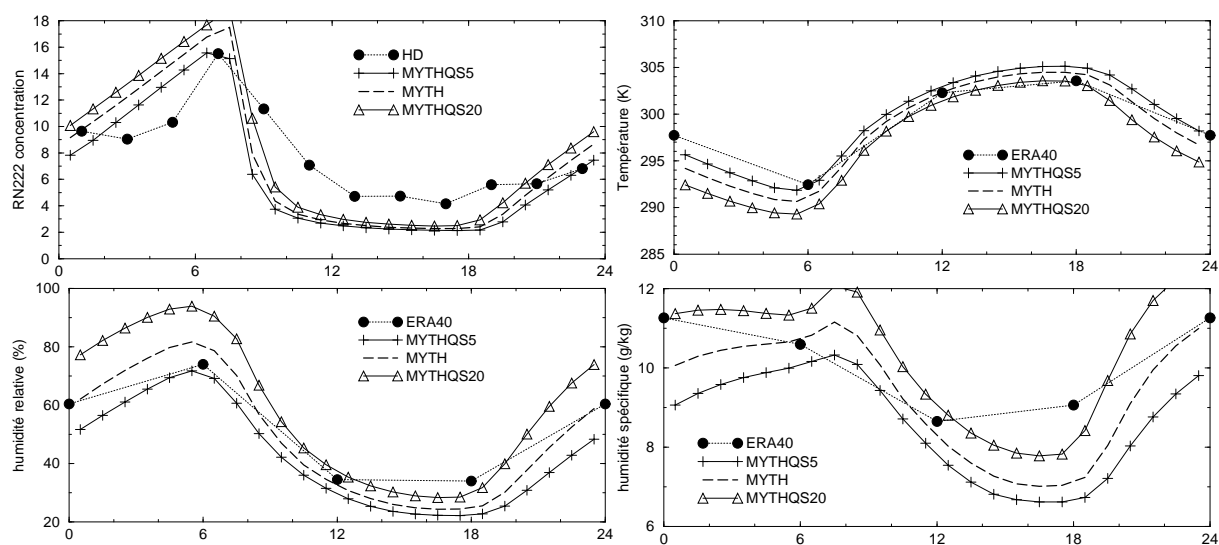


FIG. 3.38 – Influence de l'humidité du sol. Cycles diurnes du radon, de l'humidité et de la température (période du 7 au 10 août 1998) pour la simulation nominale (MYTH, contenu en eau du sol de 10 mm) et des simulations avec un contenu divisé (MYTHQS5) ou multiplié (MYTHQS20) par 2.

d'ESQUIF. La Fig. 3.36 montre pour cette période le cycle diurne moyen des différentes quantités montrées sur la Fig. 3.35 pour les simulations LMD(+CG), LMD+TH, MY et MY+TH. La température est bien réglée pour l'ensemble des simulations. Le cycle diurne du radon est relativement bien reproduit avec les différents modèles. Le radon, accumulé près de la surface la nuit dans la couche limite nocturne, se dilue au cours de la matinée en même temps que se développe la couche limite convective. On voit cependant que le cycle diurne des concentrations de surface est davantage sensible à la paramétrisation en diffusion qu'à l'utilisation ou non du modèle du thermique (qui tend à creuser un peu plus ce cycle diurne). A noter que des différences plus importantes étaient rapportées par Idelkadi (2002) mais qu'on s'est rendu compte par la suite que ces différences étaient dues en fait à des différences cachées dans la formulation de la diffusion turbulente.

Le cycle diurne observé se situe quelque part entre celui obtenu avec les schémas de MY et du LMD. Comme pour le radon, l'humidité est minimum près de la surface dans l'après-midi du fait du mélange vertical dans la couche limite convective. Cet effet domine largement celui du renforcement de l'évaporation dans la journée. L'apparent désaccord avec les données ERA40 semble en fait plutôt imputable aux réanalyses. En effet, la comparaison directe aux observations, pour les trois jours où nous disposons de radiosondages toutes les 3 heures (Fig. 3.37) est nettement plus favorable. Le cycle diurne est un peu trop faible pour le modèle LMD mais très bien représenté pour la simulation nominale MY+TH.

La Fig. 3.38 montre le cycle diurne moyen du radon et des variables météorologiques pour cette période et pour trois simulations avec différentes valeurs de l'humidité du sol. On voit que l'air est à la fois trop sec et trop chaud si on divise par deux la valeur du contenu en eau du sol. On obtient de façon symétrique un air trop humide et trop froid pour une humidité du sol deux fois plus grande. La version nominale est bien réglée à la fois en humidité et en température.

Si le cycle diurne des concentrations de surface est finalement relativement peu sensible à l'introduction du modèle du thermique, il n'en va pas de même en altitude. On montre sur la Fig. 3.39 les cycles diurnes moyens sur la verticale. On voit bien la montée plus rapide du radon sur les différences relatives, entre 9 :00 et 15 :00 UTC. En moyenne aussi, les simulations avec thermiques montrent des profils verticaux plus marqués avec moins de radon près de la surface et plus en sommet de couche limite (signature d'un épaississement de cette couche limite). Il est intéressant de noter que l'impact est relativement similaire pour les deux modèles de diffusion turbulente (LMD et MY).

Il existe malheureusement apparemment peu de données permettant de départager les modèles, même pour des différences aussi importantes. Les campagnes d'observation du radon en altitude sont relativement limitées et ont souvent été effectuées dans des conditions particulières, notamment dans des régimes de brises de mer sur les côtes. Les résultats de modélisation (des tests, non montrés, ont été effectués avec LMDZ pour certains de ces cas) montrent que les autres sources d'incertitudes sont souvent trop importantes pour apporter des réponses.

On montre cependant deux indications du meilleur comportement du modèle avec thermiques. C'est d'abord (Fig. 3.40) l'évolution de la concentration de radon pour le mois d'août à la station de Jungfraujoch. On peut penser que cette station, située sur un sommet relativement isolé, à 3400 m d'altitude, est souvent sensible au niveau moyen de radon à cette altitude plutôt

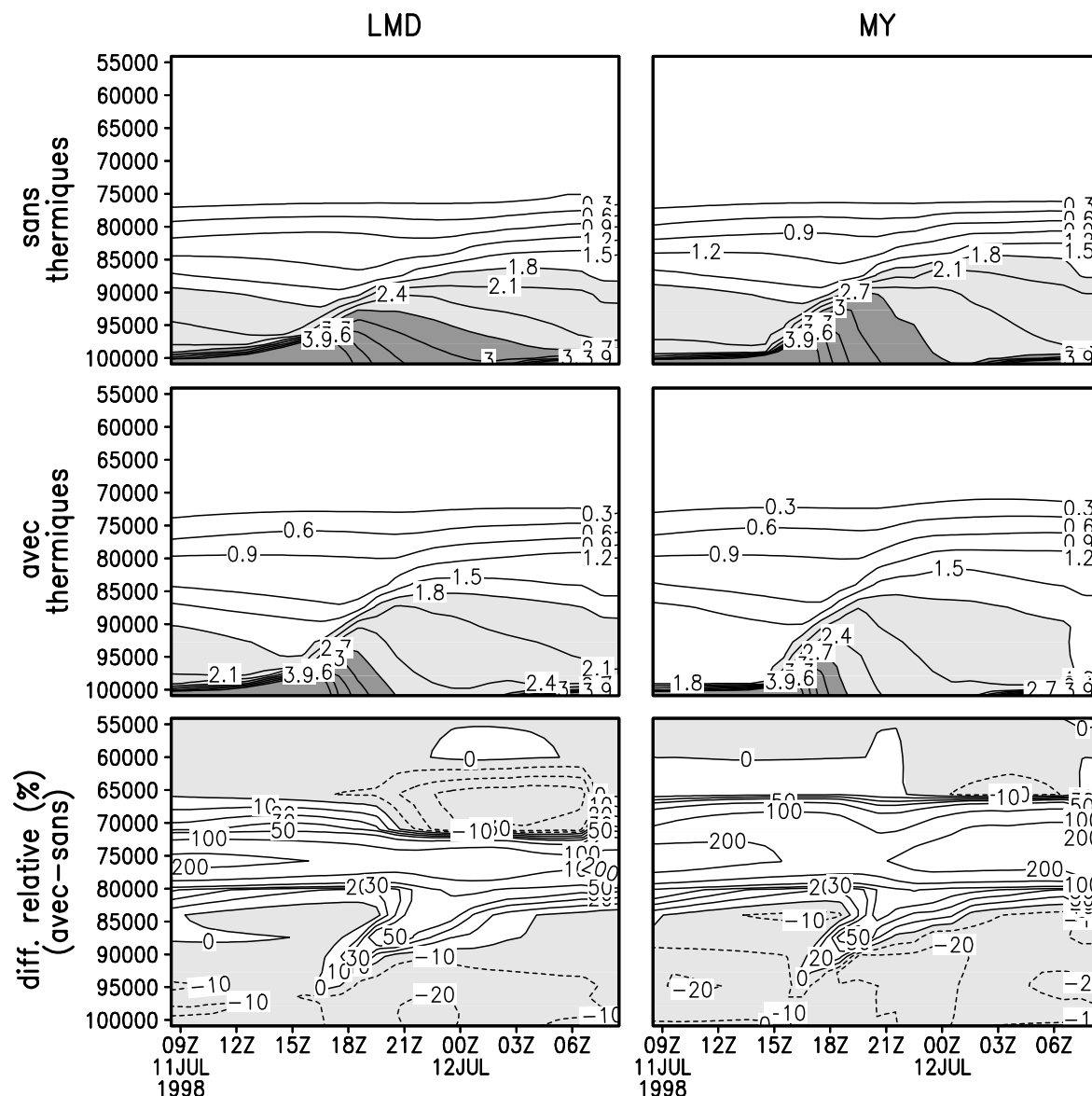


FIG. 3.39 – Cycle diurne moyen (du 7 au 10 août 1998) du profil vertical (axe des ordonnées en Pa) de radon ( $\text{Bq m}^{-3}$ ) simulé à Heidelberg avec pour la diffusion turbulente, soit la paramétrisation LMD(+CG) (à gauche) soit la paramétrisation MY (à droite). On montre les simulations sans (en haut) et avec (en bas) thermiques ainsi que la différence relative entre les deux (avec moins sans).

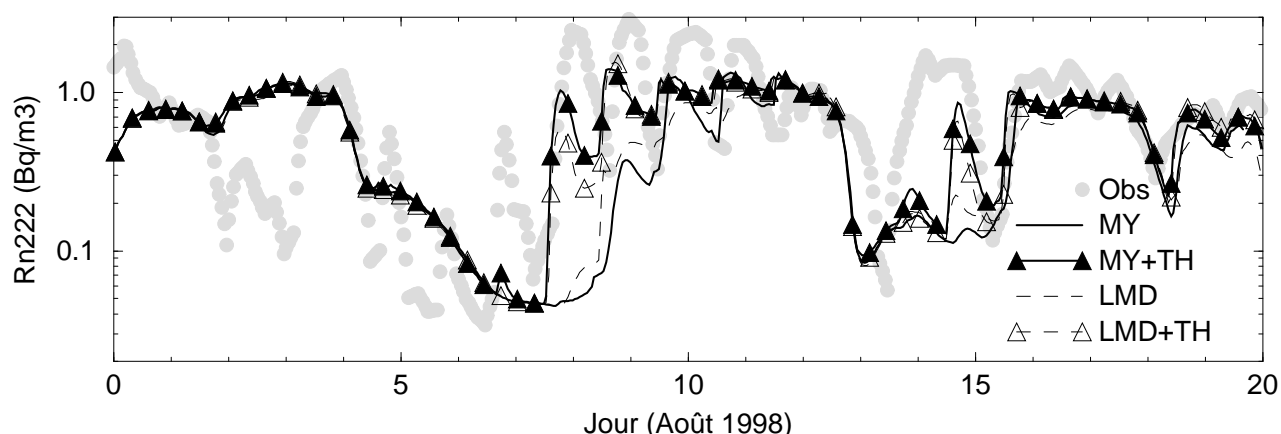


FIG. 3.40 – Evolution sur le mois d’août 1998 de la concentration de radon observée à la station Jungfraujoch, située à 3400 m d’altitude, et simulée au même point et dans la couche du modèle située à cette même altitude.

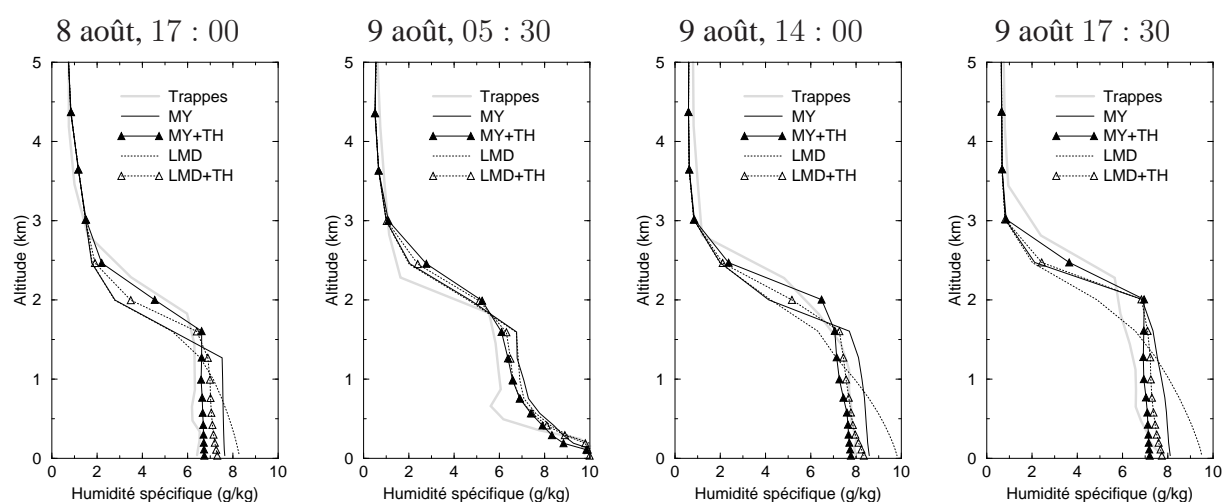


FIG. 3.41 – Profils d’humidité spécifique simulés et observés à Trappes.

qu’à des effets locaux. On compare sur la figure observations et résultats de simulations dans la couche du modèle correspondant à l’altitude de JFJ. On voit d’abord que le modèle reproduit raisonnablement l’évolution au cours du mois de l’ordre de grandeur des concentrations de radon. Les simulations sont très proches les unes des autres. On observe cependant des différences pour les 8, 9 et 14 août (et dans une moindre mesure le 7). Pour ces trois jours, les modèles avec thermiques (LMD+TH et MY+TH) prédisent des niveaux de radon plus élevés, en meilleur accord avec les observations. Il faut cependant prendre ces résultats plus comme une indication que comme une validation (faible nombre de jours concernés, non prise en compte des montagnes dans la prévision du transport vertical).

La Fig. 3.41 montre également les profils de vapeur d’eau à Trappes pour les 8 et 9 août.

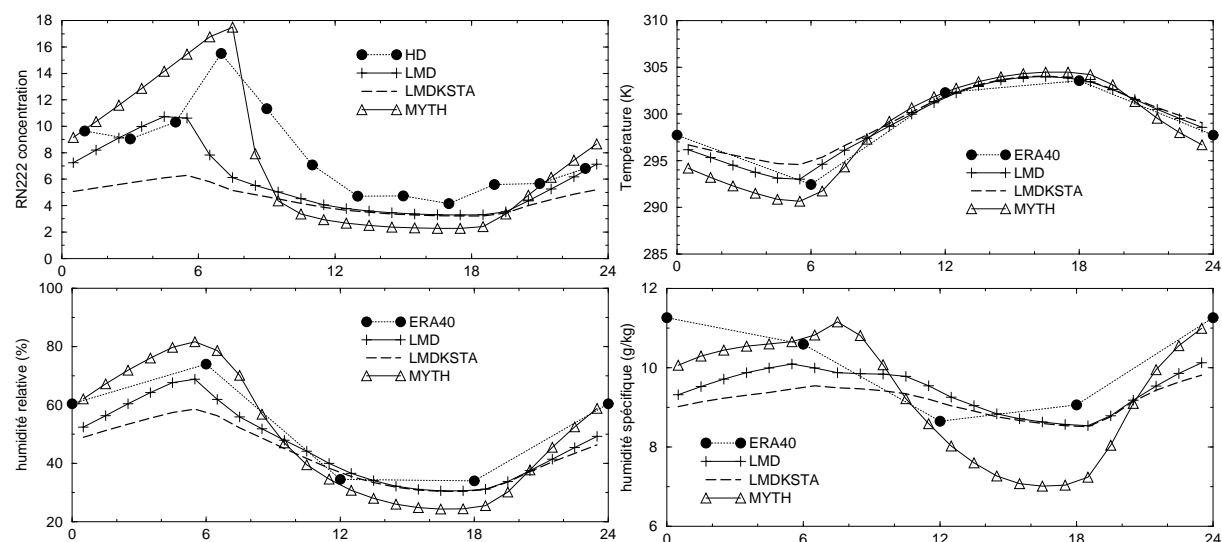


FIG. 3.42 – Influence de la paramétrisation de la couche de surface. Cycles diurnes du radon, de l'humidité et de la température (période du 7 au 10 août 1998) pour la simulation nominale (MYTH), la simulation LMD et une simulation avec le même modèle mais avec un seuil minimum sur la diffusivité verticale introduit pour éviter les inversions trop fortes dans les régions polaires l'hiver.

On retrouve des résultats similaires à ceux des simulations unidimensionnelles. L'introduction du modèle du thermique permet de prédire des couches limites plus étendues, en meilleur accord avec les sondages observés. On retrouve aussi le fait que l'effet des thermiques est relativement similaire pour les paramétrisations MY et LMD. La paramétrisation MY+TH se comporte globalement très bien.

Il est à noter que les résultats sont obtenus ici avec le modèle tridimensionnel guidé. Dans les simulations unidimensionnelles montrées précédemment, il avait fallu une phase d'ajustement pour prédire les forçages à grande échelle du modèle, essentiels pour obtenir un bon accord sur les profils verticaux simulés. Ici, les simulations sont évidemment beaucoup plus lourdes d'un point de vue informatique, mais le forçage grande échelle est calculé automatiquement par le modèle zoomé et guidé. Cette approche permet donc facilement d'effectuer des simulations contraintes sur de longues périodes de temps.

Pour finir, notons que si le cycle diurne des concentrations en surface semble relativement peu sensible à la paramétrisation des thermiques, ces mesures peuvent cependant permettre de relever quelques grosses déficiences des paramétrisations. On montre pour illustration sur la Fig. 3.42 l'impact sur le cycle diurne de l'introduction d'un seuil minimum sur la diffusivité verticale quand on utilise le modèle du LMD. L'introduction de ce seuil dégrade considérablement la simulation du cycle diurne du radon. Ce seuil est effectivement activé dans la configuration nominale du modèle de climat afin d'éviter que ne se crée un découplage irréaliste entre la première couche d'atmosphère et la surface, notamment l'hiver dans les hautes latitudes. L'introduction de ce seuil, grandement bénéfique pour le climat des hautes latitudes, dégrade considérablement la simulation du cycle diurne du radon.

## 3.8 Conclusions

### 3.8.1 Résumé des principaux résultats

On a donc introduit dans le modèle LMDZ une nouvelle paramétrisation qui concerne une échelle intermédiaire entre les échelles “diffuses” de la couche limite et les échelles de la convection nuageuse. Cette paramétrisation est inspirée des schémas en flux de masse de la convection nuageuse mais diffère fortement de ceux-ci par la fermeture employée, appuyée ici sur une analyse géométrique des structures méso-échelles organisées de la couche limite convective. Cette paramétrisation présente également de fortes analogies avec le schéma en convection asymétriques de Pleim et Chang (1992). Le flux dans l’ascendance est cependant spécifié très différemment. Dans le modèle de Pleim et Chang (1992), ce flux est inspirée des approches en similitude avec un profil de vitesse calculé à partir de la hauteur de la couche limite et des flux en surface. Ce modèle suppose également que l’ascendance est alimentée uniquement par la première couche du modèle. Comme le modèle en convection asymétrique, le modèle du thermique permet de rendre compte de façon relativement physique du transport de chaleur en remontant le gradient dans les couches limites convectives.

Avec la nouvelle paramétrisation, on arrive à reproduire assez fidèlement les résultats des simulations des grands tourbillons pour des cas de couche limite convective claire. Chose importante, le modèle permet de bien rendre compte de la sensibilité du transport à l’intensité relative des forçages thermique et mécanique de la turbulence.

Le modèle du thermique permet de prédire un certain nombre de variables comme la largeur des thermiques, les fluctuations turbulentes du vent ou de la température dans la couche mélangée. Les thermiques négligent complètement la composante de turbulence de petite échelle dans la couche limite. Cette hypothèse pourrait être levée en utilisant le modèle du thermique pour advecter l’énergie cinétique turbulente depuis la couche de surface, en prenant éventuellement en compte la génération de turbulence par cisaillement sur le bord du panache ascendant. Un tel raffinement ne sera envisagé que si il répond à des problèmes particuliers.

Certaines améliorations ont été entreprises ou sont envisagées sur le modèle. Le modèle d’origine commençait par calculer les caractéristiques d’un thermique pour chaque couche instable pour ensuite les regrouper en un thermique unique. En fait, on peut en ne changeant que peu les résultats ne calculer qu’un thermique depuis le début, en se donnant a priori le profil vertical de l’entraînement vers le thermique (ce profil peut par exemple être pris comme fonction de  $z$  et de  $\partial\theta/\partial z$ ). On allège ainsi les calculs de façon significative. Les résultats de la Section 3.7 ont d’ailleurs été obtenus avec cette version modifiée du schéma (le travail de modification a été effectué par Catherine Rio).

On pourrait également penser à rajouter un excès de température dans cette couche d’alimentation, tenant compte de la dispersion des températures prédite par exemple par la fermeture en diffusion. Le calcul de cet excès de température pourrait aussi inclure des aspects liés aux hétérogénéités de surface (albédo, îlots de chaleur). On pourrait également entraîner de l’air par mélange turbulent dans la couche mélangée, ce qui aurait tendance à faire décroître la flottabilité du thermique. Les comparaisons favorables avec les simulations des grands tourbillons suggèrent soit qu’une tel calcul ne serait pas opportun soit que les résultats seraient



peu sensibles à une telle sophistication.

Les résultats sont finalement assez frustrants en ce qui concerne le transport des traceurs. Les simulations donnent des résultats relativement différents, mais le nombre de degrés de liberté et le faible nombre de données (en particulier en altitude) sont tels qu'ils ne suffisent pas à départager les résultats. La vapeur d'eau, malgré sa source plus complexe, est peut-être finalement un meilleur traceur que le radon du fait du grand nombre de données disponibles. A noter également l'importance de la validation simultanée de la météorologie en surface quand on s'intéresse au transport vertical dans la couche limite. Dans l'avenir, la combinaison des profils aérosols du SIRTa et des mesures de vapeur d'eau et éventuellement de CO obtenus au décollage et à l'atterrissage par un certain nombre d'avions de lignes dans le cadre du programme MOZAIC, pourrait permettre d'avancer sur ce point.

On peut également penser dans l'avenir à utiliser de façon beaucoup plus systématique les traceurs pour valider le comportement des paramétrisations par rapport aux simulations des grands tourbillons. Un tel travail est actuellement entrepris en collaboration entre le LMD et le CNRM. Les collaborateurs du CNRM devraient en particulier refaire tourner les cas de Ayotte et al. (1996) avec des traceurs émis dans chaque couche (quelque chose d'analogue au travail de Ebert et al., 1989, sur les matrices de transilience). C'est aussi une approche qu'on compte promouvoir dans le cadre du projet AMMA d'étude de la mousson africaine.

Pour les simulations des grands tourbillons, il serait également particulièrement intéressant d'effectuer des analyses en composites d'événements chauds similaires à celles réalisées par Williams et Hacker (1992) pour les observations avions.

### 3.8.2 Les nuages

L'étape suivante du travail sur la paramétrisation concerne les nuages. Les rétroactions nuageuses sont à l'heure actuelle une des plus grandes sources d'incertitude des modèles de climat. On sait aussi que ces modèles de climat souffrent encore souvent de gros défauts concernant la représentation des nuages.

Il est couramment admis par exemple que les modèles de climat ont tendance à sous-estimer la couverture nuageuse basse et moyenne (même si les jeux de données sont souvent insuffisant pour quantifier une telle allégation). Une intercomparaison récente de modèles basée sur l'utilisation du simulateur de radiances ISCCP<sup>9</sup>, à la quelle le modèle LMDZ4 a participé (Zhang et al., 2004), confirme en tous cas la grande dispersion des modèles.

Le modèle du thermique est a priori particulièrement adapté à la simulation des cumulus de couche limite. Un travail dans cette direction a déjà commencé. On a notamment essayé de simuler les cas de cumulus montrés sur la Fig. 3.7. Plusieurs sophistications du modèle peuvent être envisagées pour ce faire. D'abord, on peut, comme pour la convection profonde, coupler le schéma de nuages au modèle du thermique. Comme on l'a rapidement expliqué dans la présentation de la partie physique de LMDZ, la fraction nuageuse,  $f$ , et le contenu en eau

---

<sup>9</sup>ISCCP est une base de données de nuages construite à partir des images infrarouges des satellites géostationnaires. Pour comparer les résultats de modèles à la base de données, on simule les radiances satellites à partir des champs météorologiques du modèle.

condensé,  $q_c$ , du nuage étaient précédemment prédits dans le modèle à partir de l’eau totale dans la maille,  $\bar{q}$ , et de l’eau à saturation,  $q_{\text{sat}}$  (calculée à partir de la température à grande échelle), en utilisant une distribution de probabilité de forme imposée  $P(q)$  pour la distribution sous-maille de l’eau totale. Avec ces notations, la fraction nuageuse (fraction de la maille où l’eau totale dépasse la saturation) est donnée par

$$f = \int_{q_{\text{sat}}}^{\infty} P(q) dq \quad (3.92)$$

Le contenu en eau condensée de la maille vaut pour sa part

$$q_c = \int_{q_{\text{sat}}}^{\infty} (q - q_{\text{sat}}) P(q) dq \quad (3.93)$$

Dans la formulation originale de Le Treut et Li (1991), la distribution sous maille d’eau totale  $P(q)$  est prescrite à parti d’une distribution carrée de largeur  $\sigma = r\bar{q}$  autour de  $\bar{q}$  où  $r$  est un paramètre imposé.

Au cours du réglage du modèle de climat, et après l’introduction du modèle d’Emanuel pour la convection profonde, on a modifié ce schéma en suivant le travail de Bony et Emanuel (2001). D’une part, on remplace les distributions carrées par des fonctions log-normales généralisées bornées en zéro. Ainsi bornées, ces fonctions présentent une asymétrie vers les valeurs positives, et cette asymétrie est d’autant plus grande que le rapport  $r = \sigma/\bar{q}$  (où  $\sigma$  est comme précédemment la largeur de la distribution) est grand. Des grandes valeurs de  $r$  correspondent donc à la fois à une grande dispersion des humidités et à une forte asymétrie positive. C’est typiquement ce qui est observé dans les cumulus qui présentent des humidités très fortes mais sur une étendue relativement faible, au milieu d’un environnement très sec. Le deuxième grand changement consiste à ne plus imposer la largeur de la distribution mais à la calculer en partant de l’eau nuageuse prédite par la paramétrisation de la convection. Ici, typiquement, on prendra pour  $q_c$  la valeur de  $\hat{q} - q_{\text{sat}}$  ou  $\hat{q}$  est l’eau totale dans le thermique et on en déduira le paramètre de largeur de la distribution nuageuse en inversant l’Eq. 3.93. L’introduction de ce couplage pour le schéma de convection d’Emanuel a joué un rôle déterminant dans l’amélioration de la représentation des forçages radiatifs dans le modèle LMDZ. Les premiers tests de couplage avec le modèle du thermique sont également encourageants.

La deuxième modification possible en présence de nuages concerne la fermeture. L’idée la plus simple serait de remplacer la CAPE sèche par une CAPE humide (on tient compte du dégagement de chaleur latente dans le calcul de la flottabilité). Mais se pose alors immédiatement la question de la transition vers la convection profonde et de l’articulation avec les paramétrisations utilisées pour cette convection. En effet, la fermeture du modèle du thermique est basée sur une image de la couche limite convective très éloignée des images de la convection profonde où les processus de condensation, les descentes précipitantes ou les fronts de rafales créés devant les proches froides jouent un rôle déterminant. Des tests on commencé dans le modèle de circulation pour regarder l’articulation entre le modèle du thermique et la paramétrisation de la convection profonde. On revient sur ces aspects dans la conclusion générale du document.

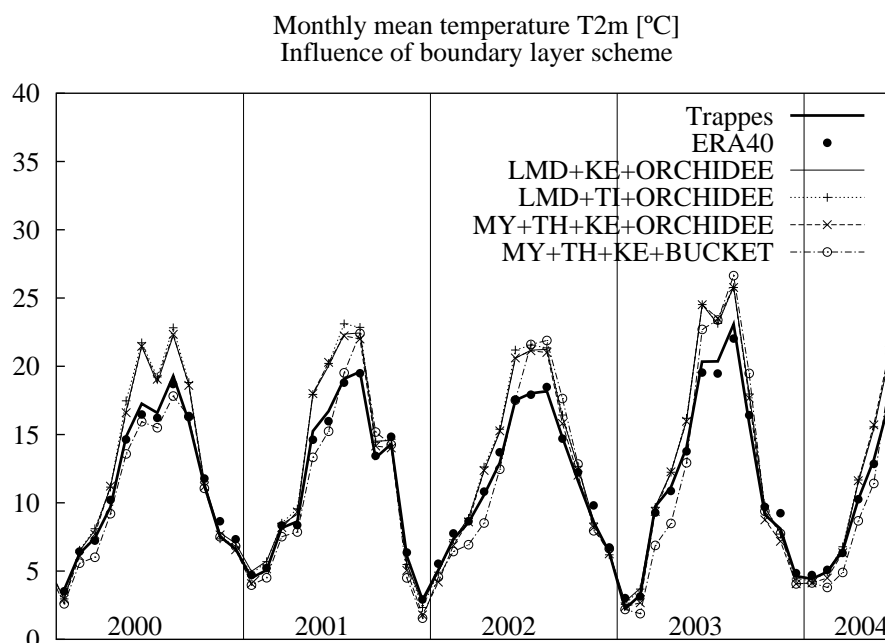


FIG. 3.43 – Evolution de la température près de la surface à Trappes pour des simulations guidées et zoomées avec différentes versions du modèle. Les simulations sont comparées à deux jeux de données : les températures extraites des réanalyses ERA40 (et des analyses opérationnelles pour 2003 et 2004) et températures à 2 m à Trappes.

### 3.8.3 Utilisation du modèle zoomé et guidé

Pour clore ce chapitre, soulignons le potentiel qu’offre pour le travail sur les paramétrisations la version guidée et zoomée du modèle. Pour illustrer davantage ce point, on montre des simulations réalisées par Coindreau et al. (2006) avec la configuration de grille présentée plus haut et avec différentes versions du modèle. Ces simulations étaient réalisées pour valider et ajuster une version régionale de LMDZ adaptée à l’étude des paramétrisations au SIRTa et à la surveillance de l’environnement.

Les simulations sont effectuées sur une période de 6 ans entre 1998 et 2004. Pour le vent, l’humidité relative et la température, les constantes de temps de rappel sont fixées à 30 minutes à l’extérieur du domaine zoomé et 10 jours à l’intérieur afin de laisser le maximum de degrés de liberté au modèle dans la région d’intérêt et éviter les dérives à l’extérieur.<sup>10</sup> On montre tout d’abord sur la Fig. 3.43 l’évolution simulée de la température à 2 m à Trappes pour les années 2000 à 2004. On voit que le modèle surestime de façon significative le cycle saisonnier, avec des températures trop chaudes de 5 degrés environ l’été. Chose intéressante à noter, ce biais est tout à fait similaire à celui observé dans le modèle climatique standard qui surestime largement

<sup>10</sup>Il faut prendre en fait une constante de temps un peu plus grande pour l’humidité relative (ici 3h) à l’extérieur du domaine zoomé pour des raisons numériques non élucidées.

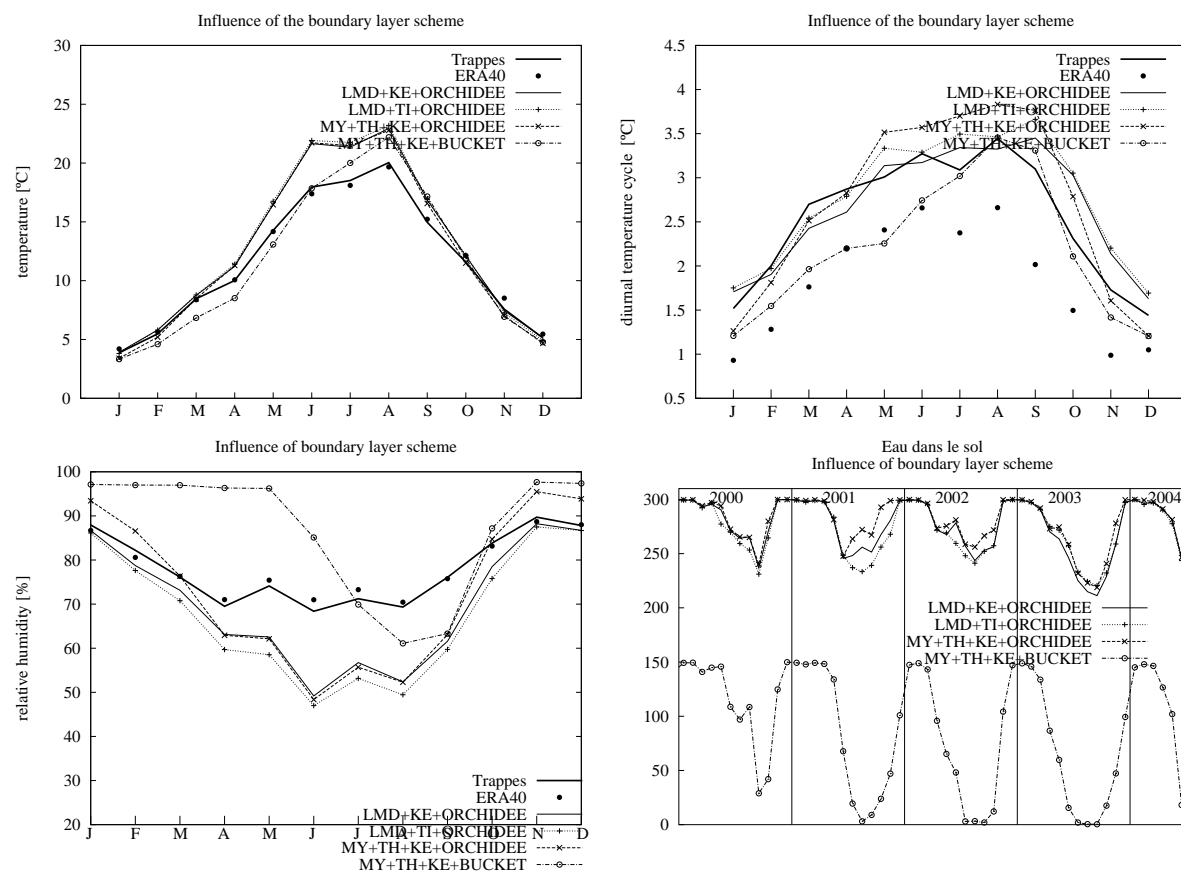


FIG. 3.44 – Cycle saisonnier moyen de la température moyenne à 2 m, de l’amplitude du cycle diurne de la même température (en fait l’écart-type des températures sur la journée) et de l’humidité relative. Le dernier graphique montre l’évolution du contenu en eau du sol sur les 5 dernières années de simulation.

les températures estivales sur les continents de l’hémisphère nord. On retrouve ce biais chaud estival pour toutes les simulations montrées ici, en utilisant la couche limite originale du LMD (LMD) ou le modèle du thermique couplé à MY (MY+TH), en utilisant le schéma de Tiedtke (TI) ou d’Emanuel (KE) pour la convection profonde, ou encore en utilisant le modèle de sol en saut d’eau (BUCKET) ou le modèle ORCHIDEE. On voit cependant que l’utilisation du modèle BUCKET aboutit à un cycle saisonnier moins en phase.

Ce comportement est bien visible si on regarde le cycle saisonnier moyen de la température (en haut à gauche de la Fig. 3.44). Ce comportement est fortement corrélé à celui de l’humidité relative. On voit en effet que la surestimation des températures estivales est associée à une trop grande sécheresse. Le comportement spécifique du modèle en saut d’eau s’explique aussi à partir de l’humidité. En hiver et au début du printemps, quand le bilan précipitation moins évaporation est positif, le sol est gorgé d’eau et le modèle surestime l’évaporation (égale à l’évaporation potentielle dans ces conditions). Les températures sont donc trop froides. Quand le bilan devient négatif, le sol se vide rapidement et on retrouve finalement en août un air aussi sec et aussi chaud que dans les simulations avec ORCHIDEE. On voit en fait que le contenu en eau du sol est au

plus de l'ordre de quelques millimètres l'été (en bas à droite de la figure) alors qu'on a vu dans les tests plus haut qu'il fallait conserver des humidités de l'ordre de 10 mm en août avec la formule utilisée dans le modèle BUCKET.

Le phasage saisonnier est meilleur quand on utilise ORCHIDEE. Cependant, le modèle n'arrive pas à suffisamment évaporer l'été, malgré un contenu en eau qui est loin de s'annuler. Le modèle ORCHIDEE contient en fait deux réservoirs d'eau. Un réservoir superficiel et un réservoir profond. C'est le contenu de ce dernier qui est montré sur la figure. Il semble que la capacité à évaporer l'eau stockée dans ce réservoir profond soit très insuffisante dans le modèle.

On voit que le modèle a suffisamment de liberté pour véritablement évaluer les paramétrisations du modèle de climat. A noter que des rétroactions complexes du modèle complet de climat sont ici mises en jeu. Par exemple, la surestimation de l'humidité en hiver avec le BUCKET aboutit à des pluies plus importantes qui renforcent en retour l'humidité du sol. On voit aussi que le modèle, même biaisé, permet de retrouver des éléments de la variabilité inter-annuelle comme la canicule de 2003. On peut donc envisager de décortiquer certains des mécanismes mis en jeu avec cet outil.

En attendant de disposer d'un modèle de surface plus performant (le modèle à dix couches développé par Patricia De Rosnay devrait être testé prochainement), on compte imposer un cycle saisonnier de l'humidité du sol pour éviter les gros biais saisonniers montrés ici. Cette étape est essentielle si l'on veut travailler plus finement sur la dynamique de la couche limite et des nuages associés, en tirant avantage de l'instrumentation sophistiquée installée au SIRTa (mesures météo classiques, mat, radiomètres, lidars, radars).





## Chapitre 4

# Inversion du transport atmosphérique

### 4.1 Contexte

Le troisième volet de ce travail concerne l'inversion du transport atmosphérique. Il a été initié suite à une demande du CEA visant à évaluer l'efficacité du réseau global de mesure de la radioactivité atmosphérique déployé dans le cadre du Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaires (TICE). La surveillance des essais reposera sur quatre réseaux complémentaires. Les trois premiers mesureront les ondes sismiques, hydroacoustiques et infra-sonores et devraient permettre de localiser relativement bien les explosions pour des essais effectués respectivement sous terre, dans la mer ou dans l'atmosphère. En parallèle de ces trois technologies, un réseau global de 80 stations, en cours de déploiement, mesurera en permanence la concentration en radio-éléments dans l'atmosphère permettant de mieux caractériser le type d'évènement détecté. Toutes ces stations détecteront les aérosols radioactifs. Un sous-réseau de 40 stations détectera également les isotopes du xénon dont on pense qu'il sont relâchés en quantité significative dans l'atmosphère même lors d'essais souterrains ou sous-marins.

La question qui nous était posée par le CEA était l'évaluation de la capacité de détection de ce réseau. A l'époque (été 1997), nous disposions d'une première version de LMDZT qui permettait d'effectuer des calculs de dispersion de polluants ou de radio-éléments atmosphériques. Pour répondre à la question, une approche directe aurait consisté à simuler des essais nucléaires en injectant un traceur en chaque point d'un maillage de la sphère (en chaque point de grille du modèle de transport par exemple) et de comptabiliser les fois où la concentration simulée aux différentes stations du réseau excédait le seuil de détection. On voit vite qu'une telle approche conduit à des coûts informatiques prohibitifs. Avec Robert Sadourny (LMD), nous nous sommes convaincus que ce problème pouvait être abordé en inversant le sens du temps dans notre modèle de transport Eulerien, le calcul du transport étant effectué alors en remontant à rebours dans le temps le long des trajectoires atmosphériques.

L'idée d'utiliser des *modèles de récepteurs* pour ce type de problème n'est pas nouvelle. De façon générale, l'identification des sources pour un traceur atmosphérique (localisation spatiale et temporelle des sources ainsi que la quantification de la quantité de traceur émise) est une question très importante pour beaucoup d'aspects des sciences de l'environnement. La caractérisation

des puits et sources naturels et anthropiques de  $\text{CO}_2$  (Kaminski et al., 1999b; Rayner et al., 1999; Bousquet et Peylin, 2000; Gurney et al., 2002) est par exemple un sujet très sensible dans la perspective du contrôle des émissions de gaz à effet de serre. La surveillance de possibles rejets accidentels de pollution par des centrales nucléaires ou des installations chimiques est un autre bon exemple. Les inventaires d'émissions d'espèces chimiques qui alimentent les modèles de prévision de la pollution atmosphérique doivent aussi souvent être en partie construits en utilisant des méthodes inverses, à partir de la comparaison des prévisions du modèle et des observations (voir e. g. Menut et al., 2000). Autre exemple encore, l'interprétation fine en termes de paléoclimats des carottages effectués sur les calottes de glace en Antarctique ou au Groënland, nécessite qu'on soit capable de remonter à l'origine de l'eau qui a précipité sur les calottes ou des molécules gazeuses et aérosols qui s'y sont accumulés.

Nous nous intéressons donc dans ce chapitre à l'*inversion du transport atmosphérique*, c'est à dire aux approches permettant de remonter à l'identification des sources à partir de mesures de concentration dans l'atmosphère. A noter que l'inversion du transport, au-delà des nombreuses applications mentionnées ci-dessus, est un outil très intéressant pour analyser la dynamique et la chimie de l'atmosphère.

Une première approche, fréquemment utilisée pour interpréter des mesures de concentration dans l'atmosphère, consiste à remonter à rebours dans le temps le long des trajectoires des masses d'air. On parle alors de *rétro-transport Lagrangien* ou de *rétro-trajectoires*. Cette technique permet d'obtenir facilement une description qualitative de l'origine de la masse d'air échantillonnée lors d'une mesure de concentration (Hess et al., 1996; Merrill, 1994; Ramonet et al., 1996; Chiapello et al., 1997; Veron et al., 2000). Comme dans les modèles lagrangiens directs, la composante turbulente du transport peut être prise en compte au moyen de perturbations aléatoires des trajectoires (Flesch et al., 1995; Vautard et al., 2001; Siebert et Frank, 2003). Cependant, les calculs de rétro-trajectoires sont souvent limités à la composante grande échelle.

Curieusement, alors que de nombreux modèles directs sont basés sur une description eulérienne du transport, le rétro-transport est généralement réservé à une description lagrangienne. On montre ici qu'on peut de façon générale, comme dans le monde direct, définir le *rétro-transport* le long des trajectoires d'air parcourues à rebours dans le temps, et lui appliquer les outils et approches utilisées habituellement pour le transport direct : formalismes Lagrangien ou Eulérien, décomposition de Reynolds entre transport grande échelle et turbulent, schémas numériques sophistiqués pour l'advection (monotones, conservatifs, peu diffusifs, etc.). L'équation du rétro-transport se déduit de l'équation directe par des transformations simples. La diffusion turbulente, basée sur l'idée de mélange par des fluctuations symétriques du champs de vent, produit par exemple la même diffusion pour le transport direct et à rebours. Pour les paramétrisations en flux de masse de la convection, il faut en revanche inverser la direction des flux de masse dans les différents compartiments. C'est sur ces idées physiques que nous avons développé une version rétro-transport du modèle de transport LMDZT (Hourdin et al., 1999) dans sa version débranchée (il s'agit d'inverser le transport de traceurs à météo connue).

Le rétro-transport, ainsi défini, peut être utilisé pour des inversions quantitatives en tirant avantage d'une *symétrie temporelle du transport*. En absence d'autres sources ou puits, la concentration d'un traceur mesurée par un détecteur à un instant  $t_D$ , faisant suite à l'injection

d'une certaine quantité de traceur à un point source à un instant antérieur  $t_S$ , peut être calculée également comme la concentration au niveau de la source à l'instant  $t_S$  d'un rétro-traceur émis en même quantité au lieu de détection à l'instant  $t_D$ . Ce rétro-traceur correspond (à un facteur multiplicatif près) à la distribution de l'air qui va être échantillonné ultérieurement au niveau du détecteur. A noter qu'on ne viole pas ici l'irréversibilité du transport atmosphérique. Une plus forte dispersion ou diffusion dans le monde direct, correspondant à un gain d'entropie, se traduit également par une origine de l'air échantillonnée plus diffuse et donc également par un gain d'entropie pour le rétro-transport. Le gain d'entropie ou la perte d'information est en fait identique dans les deux cas.

Une seconde approche utilisée classiquement pour l'inversion du transport atmosphérique consiste à partir d'un modèle existant du transport direct, aussi complexe soit-il, et à lui appliquer les techniques classiques de l'assimilation des observations telles que des variantes de l'interpolation optimale, ou l'assimilation variationnelle (voir par exemple Pétron et al., 2002), les filtres ou lissages de Kalman (Haas-Laursen et al., 1996; Zhang et al., 1999). En particulier, les techniques adjointes, qui remontent aux travaux de Lions et Marchuk (se reporter par exemple à Lions, 1971; Marchuk, 1974, 1982), fournissent une méthode systématique et puissante pour déterminer les sensibilités d'un modèle par rapport à ses variables d'état ou à des paramètres de contrôle. Ces méthodes sont généralement introduites sur des bases purement mathématiques sans référence à une quelconque signification physique.

Les techniques adjointes sont utilisées pour de nombreuses applications tant météorologiques qu'océanographiques, en particulier pour l'assimilation variationnelle d'observations (Penenko et Obraztsov, 1976; Le Dimet et Talagrand, 1986; Talagrand et Courtier, 1987; Courtier et Talagrand, 1987). Les techniques adjointes ont également été utilisées dans de nombreuses études relatives à l'inversion du transport atmosphérique (Ulias et Pielke, 1991; Pudykiewicz, 1998; Kaminski et al., 1999a,b; Vukićević et Hess, 2000; Robertson et Persson, 1991; Houweling et al., 1999). Si l'observable considérée est une mesure de concentration à un instant donné et à une station particulière, l'équation de transport adjointe est en fait un modèle "orienté récepteur" de la mesure, restreint aux processus qui vont effectivement influencer cette observation particulière. Le calcul adjoint détermine la sensibilité ou encore la *fonction d'influence*, qui, une fois combinée avec les sources et la concentration initiale du traceur, permet de calculer effectivement l'équivalent de la mesure.

A partir de la propriété de symétrie du transport, on montre facilement que l'équation de rétro-transport, définie plus haut sur des considérations physiques, est en fait l'adjoint de l'équation du transport direct pour un produit scalaire particulier, le *produit scalaire pondéré par l'air*

$$\langle \phi, \psi \rangle = \int \rho \phi \psi \mathbf{dx} dt \quad (4.1)$$

où  $\phi$  et  $\psi$  sont des concentrations massiques de traceurs. Dans ce cas particulier, l'adjoint d'un modèle peut donc être obtenu sur des considérations purement physiques, sans faire appel aux techniques algébriques utilisées classiquement, et qui consistent en particulier à enchaîner des intégrations par partie. De plus, pour ce produit scalaire particulier, le modèle adjoint se déduit du modèle direct en changeant simplement le signe de certains termes ce qui évite en pratique certaines difficultés relatives au développement et à la maintenance des codes adjoints.

Si on utilise un produit scalaire plus classique de la forme  $[\phi, \psi] = \int \phi \psi \mathbf{dx} dt$ , la symétrie est mise à mal et les équations directes et adjointes prennent des formes différentes (cf. e. g. Pudykiewicz, 1998; Vukićević et Hess, 2000). Uliasz et Pielke (1991) étaient en fait déjà arrivés sur un jeu d'équations symétriques en utilisant pourtant un produit scalaire non pondéré, mais ils utilisaient une approximation de Boussinesq pour le fluide, ce qui rend en fait les deux produits scalaires équivalents. Uliasz et Pielke (1991) avaient également déjà remarqué l'essentiel à savoir que "la fonction d'influence peut se calculer à partir de rétro-trajectoires particulières quand on utilise un modèle Lagrangien. Les modèles Eulériens, gouvernés par des équations aux dérivées partielles, sont formulés dans un cadre variationnel et, dans ce cas, la fonction d'influence peut s'obtenir comme solution de l'équation adjointe à rebours dans le temps, en utilisant le récepteur comme source." Aux vues des considérations ci-dessus, on est tenté de récrire ce paragraphe sous une forme un peu plus symétrique : la fonction d'influence peut être obtenue soit en suivant à rebours dans le temps la masse d'air échantillonnée au niveau du détecteur (rétro-transport) soit comme solution de l'équation adjointe, et ce indépendamment du cadre (Eulérien ou Lagrangien) choisi pour représenter le transport atmosphérique.

La symétrie du transport à la base de cette équivalence peut cependant être perdue dans le monde numérique, c'est à dire que le modèle numérique intégré à rebours dans le temps peut être différent de l'adjoint du code numérique direct. En particulier, seuls les opérateurs linéaires par rapport à la concentration du traceur ont un adjoint et peuvent donc respecter la symétrie temporelle. Les schémas sophistiqués utilisés aujourd'hui pour l'advection des traceurs dans la plupart des modèles introduisent des non linéarités pour garantir un meilleur comportement physique (conservation, positivité, monotonie, faible diffusion). Ces schémas ne sont donc pas symétriques. C'est le cas en particulier du schéma de Van Leer utilisé dans LMDZ. On montre en revanche que les codes numériques utilisés dans LMDZ pour calculer le transport turbulent ou convectif respectent bien l'équivalence entre transport rétro et adjoint.

Dans le cas où cette symétrie n'est pas respectée, la question se pose de savoir s'il est préférable d'utiliser le code adjoint du code direct ou d'intégrer à rebours dans le temps le modèle direct. Dans le cas des schémas d'advection, l'utilisation du rétro-transport garantira la positivité des rétro-panaches alors que le calcul adjoint pourra faire apparaître des valeurs négatives non physiques (une mesure de concentration pouvant augmenter à la suite d'une émission moindre). Dans certains algorithmes d'inversion, la positivité de la source peut être une contrainte importante, auquel cas on aura tendance à privilégier le rétro-transport. Pour des algorithmes de minimisation linéaires, utilisant des descentes de gradient, on peut penser a contrario que le code adjoint, qui fournit un calcul exact du gradient, doit être privilégié. On montre ici, sur des cas académiques, que cette conclusion est un peu trop rapide et que, même dans ce cas, l'utilisation d'un gradient approché mais garantissant certaines propriétés physiques peut permettre une minimisation moins poussée mathématiquement mais plus robuste.

Dans ce chapitre, nous revenons en détail sur l'ensemble des aspects introduits ci-dessus. Nous commençons par introduire (Section 4.2) le rétro-transport et la symétrie du transport atmosphérique pour des sources et détecteurs ponctuels et montrons comment le rétro-transport ainsi défini s'étend aux processus diffusifs. Nous expliquons dans la même section le lien avec l'équation adjointe et étendons la théorie à des sources diffuses. Nous explicitons en particulier ce lien entre rétro-transport et équations adjointes sur le cas des schémas de convection en

flux de masse (Section 4.3). La discussion, développée d'abord dans le monde analytique, est ensuite étendue au monde numérique en présentant tout d'abord une illustration numérique du rétro-transport dans le cas de la campagne ETEX (Section 4.4). On démontre la symétrie des algorithmes utilisés dans LMDZ pour le transport turbulent et convectif. On étudie ensuite le cas des schémas non symétriques en se focalisant sur le schéma de Van Leer utilisé dans LMDZ (Section 4.5). Le chapitre se termine par quelques illustrations relatives à des applications menées autour de l'utilisation inverse du modèle LMDZ, et notamment des résultats relatifs à la surveillance des essais nucléaires.

Ce travail doit beaucoup aux discussions initiales avec Robert Sadourny. La sollicitation et le financement des études par Jean-Pierre Issartel puis Philippe Heinrich (CEA/DAM) ont permis de mener le travail au-delà du simple cadre académique. Ce travail a aussi bénéficié de nombreuses et fructueuses discussions avec Bertrand Cabrit. Les tests et illustrations ETEX ont été réalisés par Abderrahmane Idelkadi pendant sa thèse. Le travail sur le TICE a vu passer plusieurs stagiaires comme Alexandre Maes et Elie Anselin. Enfin Olivier Talagrand a été d'une aide précieuse pour mener à bien la mise en forme de la partie adjointe et l'écriture d'un article en deux parties sur le lien entre transport rétro et adjoint (Hourdin et Talagrand, 2005; Hourdin et al., 2005), article sur lequel repose largement le présent chapitre.

## 4.2 Rétro-transport et transport adjoint

Cette question du rétro-transport nous a donc été posée dans un cadre militaire. Il s'agissait d'évaluer la capacité d'un réseau de stations mesurant la radioactivité atmosphérique à détecter et si possible localiser des essais nucléaires.

Nous avons donc une source, relativement ponctuelle en espace et en temps, et des détecteurs. La capacité de détection peut être évaluée avec une méthode directe de la façon suivante : en un point de la planète, on injecte la quantité de radio-élément correspondant à un essai nucléaire typique (l'objectif retenu par le TICE était de détecter des essais de 1 kt équivalent TNT au plus 15 jours après le tir partout sur le globe). On transporte ce radio-élément sur quinze jours en regardant si à une des stations du réseau, la concentration en radio-élément dépasse le seuil de détection des stations de mesure au cours de cette période. Reste à effectuer ce calcul à partir de tous les points du globe (les points d'un maillage globale par exemple) et pour un ensemble statistiquement représentatif de situations météorologiques.

Il est beaucoup plus efficace de traiter ce problème en mode rétro-transport. Dans ce cas particulier, la symétrie est complète comme on le montre ci-dessous. On peut en fait injecter la quantité de radio-élément à la station puis inverser le sens du temps dans le modèle. Les points de la planète auxquels un essai aurait été détecté dans les 15 jours précédents sont ceux où la concentration du rétro-radio-élément dépasse le seuil de détection. Dans ce cas précis, le rapport de coût numérique entre le calcul direct et rétro est le rapport entre le nombre de stations et le nombre de localisations testées. Pour un réseau d'une cinquantaine de stations et un maillage avec une résolution de quelques centaines de kilomètres, disons  $10^4$  points, le rapport est de l'ordre de 200.

On commence ici par introduire la symétrie du transport atmosphérique dans le cas d'une



source et d'un détecteur ponctuels (comme dans le cas des calculs effectués pour le TICE) à partir de considérations physiques. On montre ensuite comment on peut retrouver la même propriété de symétrie de façon mathématique à partir de l'approche adjointe.

### 4.2.1 Symétrie temporelle du transport atmosphérique

On introduit tout d'abord la symétrie du transport atmosphérique en s'intéressant à un traceur parfait (qui suit les trajectoires fluides sans source ni puits) distribué uniformément à un instant  $t_S$  dans un volume source  $S$ . On suppose que la détection consiste en la mesure de la concentration moyenne de traceur dans un volume  $D$  au temps  $t_D$ . Pour une quantité totale injectée  $Q$  (quantité extensive en kg, atomes, ...), la concentration massique moyenne  $\mathcal{M}$  (pour mesure) de traceur dans  $D$  à  $t_D$  peut s'écrire

$$\mathcal{M} = Q \frac{m^{ex}(S, t_S, D, t_D)}{m(S, t_S)m(D, t_D)} \quad (4.2)$$

où  $m(\mathcal{V}, t)$  est la masse d'air contenue dans le volume  $\mathcal{V}$  au temps  $t$  et  $m^{ex}(S, t_S, D, t_D)$  est la masse d'air échangée entre  $(D, t_D)$  et  $(S, t_S)$ . L'expression (4.2) est clairement symétrique et la mesure  $\mathcal{M}$  peut être évaluée soit comme la concentration (intensive) moyenne dans  $(D, t_D)$  résultant du transport direct après injection d'une quantité  $Q$  de traceur en  $(S, t_S)$ , soit comme la concentration en  $(S, t_S)$  obtenue après injection d'une quantité  $Q$  de rétro-traceur en  $(D, t_D)$  qu'on suit en remontant à rebours dans le temps le long des trajectoires fluides.

On peut donner une illustration de cette réciprocité dans deux cas extrêmes.

La première illustration (partie A de la Fig. 4.1) s'apparente à une vision de type advection des contours. Pour simplifier l'image, on va s'intéresser à un écoulement bidimensionnel non divergent. Dans la limite d'un écoulement non visqueux, on sait que l'advection va se contenter de déformer (et déplacer) la surface  $S$  contenant initialement le traceur. Supposons que la nouvelle surface obtenue au temps  $t_D$  après advection intersecte  $D$ . Cette intersection contient tout l'air qui venait de  $S$  et qui se trouve actuellement dans  $D$ . De façon symétrique, si on remonte depuis  $(D, t_D)$  le long des trajectoires fluides, les points de l'intersection doivent revenir dans  $S$  alors que les autres points du volume  $D$  vont se disperser autour (par exemple sous forme d'un filament).

Le second cas est celui d'une couche limite nocturne, épaisse de 500 m pour fixer les idées, dans laquelle on injecte un polluant en surface. A midi, on suppose qu'une couche limite convective se développe brassant complètement l'air sur 2 km. Si on détecte la pollution en surface après le brassage, elle sera 4 fois plus faible qu'avant. De la même façon, si on marque l'air contenu dans les 500 premiers mètres après le brassage et qu'on remonte les trajectoires individuelles des particules fluides, ces particules avant le brassage proviennent avec une équiprobabilité des deux premiers kilomètres. Le rétro-polluant subit donc exactement la même dilution avant le brassage que le polluant direct après. On retrouve bien que, pour une même injection, polluant direct dans  $D$  et rétro-polluant dans  $S$  ont la même concentration.

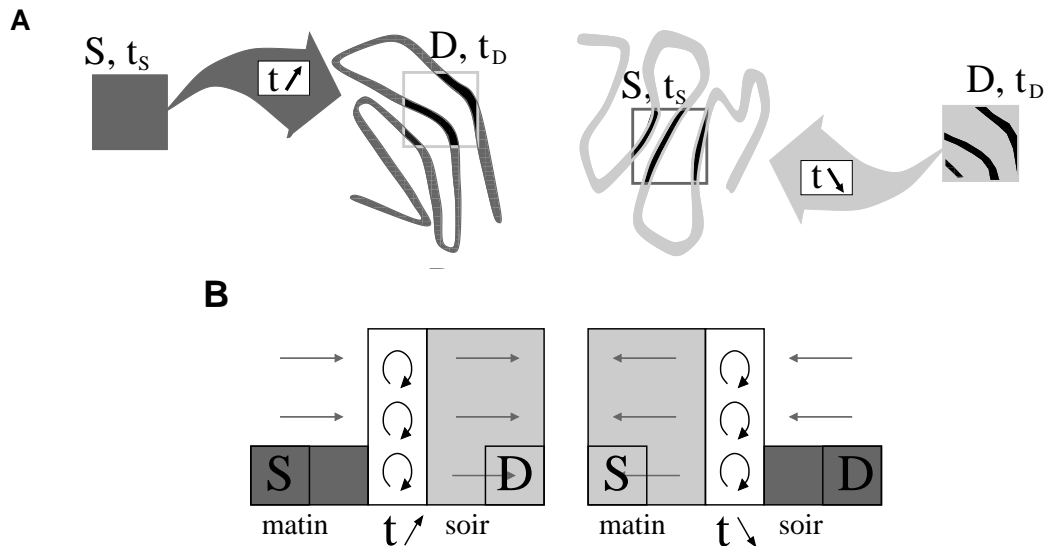


FIG. 4.1 – Illustration de la réciprocity du transport atmosphérique.

**A** : Le domaine  $S$ , initialement occupé par le traceur au temps  $t_s$ , est transformé par le mouvement en un filament au temps  $t_D$  (gris sombre). L'air contenu dans le volume  $D$  se répartit alors entre de l'air provenant de  $S$  (intersection de  $D$  avec le filament, en noir) et de l'air sans traceur. Si on remonte le long des trajectoires atmosphériques à partir du volume  $D$  au temps  $t_D$ , les particules dans la partie noire proviennent de  $S$ , et les autres doivent se répartir à l'extérieur de  $S$  (filament gris clair).

**B** : Idéalisation de la dilution d'un polluant injecté le matin près de la surface, dans une couche limite nocturne peu épaisse (l'air pollué est montré en gris sombre), et mélangé en milieu de journée dans la couche limite convective pour donner en soirée un air moins pollué (gris clair). La concentration observée en soirée peut être obtenue soit en injectant le polluant le matin et en le mélangeant complètement sur la verticale à midi, soit par un calcul inverse, en injectant le polluant près de la surface le soir, et en le mesurant le matin précédent, en appliquant en milieu de journée le même mélange vertical que lors du calcul direct.

### 4.2.2 Extension à des sources et puits linéaires

Définie de cette façon, la réciprocity s'étend facilement à des puits et sources linéaires. Dans ce cas, l'échange n'est plus régit uniquement par le taux d'échange d'air comme dans le cas conservatif. Il faut tenir compte de la création ou de la destruction de traceur le long des trajectoires.

Dans le cas d'un radio-élément avec un taux de décroissance  $\lambda$ , si le même taux de décroissance est appliqué pour les transports direct et inverse, la même concentration

$$\mathcal{M} = Q \exp[-\lambda(t_D - t_s)] \frac{m^{ex}(S, t_s, D, t_D)}{m(S, t_s)m(D, t_D)} \quad (4.3)$$

sera obtenue lors de la mesure en  $(D, t_D)$  d'un radio-élément injecté en  $(S, t_s)$  ou en mesurant en  $(S, t_s)$  la concentration d'un rétro-radio-élément injecté en  $(D, t_D)$ . A une décroissance



radioactive dans le futur est associée la même décroissance radioactive dans le passé.

Ce résultat s'étend en fait facilement à n'importe quel puits linéaire, pour lequel le taux de décroissance  $\lambda(\mathbf{x}, t)$  peut varier dans l'espace et dans le temps (réaction chimique avec un composant très peu affecté par la réaction en question, paramétrisations simples du lessivage par les pluies, ...) <sup>1</sup>. Dans ce cas, la concentration  $\mathcal{M}$  peut s'exprimer de façon générale comme

$$\mathcal{M} = \frac{Q}{m(S, t_S)m(D, t_D)} \int_{\gamma \text{ in } \Gamma_{S,D}} \exp \left[ - \int_{t_S}^{t_D} \lambda(\gamma, t) dt \right] \rho(\mathbf{x}, t_S) d\Omega_S \quad (4.4)$$

où  $\Gamma_{S,D}$  est l'ensemble des trajectoires qui ont leur origine dans  $S$  au temps  $t_S$  et leur extrémité en  $D$  à  $t_D$ ,  $d\Omega_S$  est un volume élémentaire dans  $S$ , à l'origine de la trajectoire  $\gamma$  et  $\lambda(\gamma, t)$  est la valeur de  $\lambda$  au temps  $t$  le long de  $\gamma$ .<sup>2</sup> Comme l'intégrale porte sur des trajectoires reliant  $(S, t_S)$  et  $(D, t_D)$ , l'expression ci-dessus est inchangée si l'élément de masse  $\rho(\mathbf{x}, t_S) d\Omega_S$  dans le volume source est remplacé par  $\rho(\mathbf{x}, t_D) d\Omega_D$  au niveau du détecteur. Pour  $\lambda = 0$ , l'intégrale se réduit à  $m^{ex}(S, t_S, D, t_D)$ .

On peut calculer  $\mathcal{M}$  en intégrant vers le futur l'équation d'advection

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c + \lambda c = \sigma \quad (4.5)$$

où  $c(\mathbf{x}, t)$  est la concentration massique du traceur et  $\sigma(\mathbf{x}, t)$  est la distribution de la source, égale à  $Q \delta(t - t_S)/m(S, t_S)$  à l'intérieur du volume  $S$ , et à 0 à l'extérieur, avec la condition supplémentaire que  $c(\mathbf{x}, t) = 0$  à un instant  $t_i < t_S$ , et qu'il n'y a pas d'apport de traceur au travers des frontières du domaine  $\Omega$  considéré.

De façon symétrique, on peut calculer  $\mathcal{M}$  en intégrant vers le passé l'équation de rétro-transport

$$-\frac{\partial c^*}{\partial t} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c^* + \lambda c^* = \mu \quad (4.6)$$

où  $c^*(\mathbf{x}, t)$  est à nouveau une concentration massique d'un traceur qui sera appelé *rétro-traceur* par la suite. La distribution de la mesure  $\mu(\mathbf{x}, t)$  vaut  $\delta(t - t_D)/m(D, t_D)$  à l'intérieur de  $D$  et 0 en dehors, avec la condition supplémentaire que  $c^*(\mathbf{x}, t) = 0$  pour un temps  $t_f > t_D$ , et qu'il n'y a pas non plus d'apport de rétro-traceur le long des frontières du domaine  $\Omega$ .

La symétrie du transport atmosphérique peut alors s'écrire formellement comme

$$\mathcal{M} = \int_{\Omega \times \tau} \rho \mu c d\mathbf{x} dt = \int_{\Omega \times \tau} \rho \sigma c^* d\mathbf{x} dt \quad (4.7)$$

où  $\tau = [t_i, t_f]$  est le domaine temporel considéré. A noter qu'avec les notation choisies, ce sont les couples  $(\sigma/Q, c/Q)$  pour le transport direct et  $(\mu, c^*)$  pour le rétro-transport [en  $(\text{kg}^{-1} \text{s}^{-1}, \text{kg}^{-1})$ ] qui jouent des rôles symétriques.

<sup>1</sup>On parle dans la suite uniquement de puits linéaires, plus fréquents en pratique que les sources, mais les résultats s'appliquent bien sûr à une source linéaire associée à un coefficient  $\lambda < 0$ .

<sup>2</sup>Cette écriture comme une intégrale sur l'espace des trajectoires atmosphériques est inspirée d'un travail effectué par ailleurs sur le calcul des échanges radiatifs dans l'atmosphère dans lequel la puissance nette échangée entre deux volumes de gaz peut être exprimée comme une intégrale sur l'espace des chemin optiques (Cherkaoui et al., 1996; Dufresne et al., 2005).

Du fait de la linéarité du transport, les équations ci-dessus s'étendent également à des émissions  $\sigma$  et mesures  $\mu$  non locales, que ce soit dans le temps ou dans l'espace.

Si on récrit à présent les équations ci-dessus sous forme de relations entre sources et concentrations,  $c \equiv \mathcal{L}(\sigma)$  et  $c^* \equiv \mathcal{L}(\mu)$ , la réciprocity du transport atmosphérique se résume alors à la relation  $\langle \mathcal{L}(\sigma), \mu \rangle = \langle \sigma, \mathcal{L}^*(\mu) \rangle$ . Ceci établit, sur des bases physiques, que les équations pour le transport direct et rétro sont adjointes l'une de l'autre (ou que les opérateurs  $L$  et  $L^*$  sont adjoints l'un de l'autre) pour le produit scalaire pondéré par la masse de l'air

$$\langle \phi, \psi \rangle = \int_{\Omega \times \tau} \rho \phi \psi \mathbf{d}x dt \quad (4.8)$$

### 4.2.3 Dérivation adjointe

On utilise ici l'approche adjointe pour aboutir par un autre chemin aux résultats de la section précédente. On en profite pour traiter un cas un peu plus général.

On considère une mesure de concentration de la forme

$$\mathcal{M} = \int_{\Omega \times \tau} \rho \mu c \mathbf{d}x dt \quad (4.9)$$

où  $\mu(\mathbf{x}, t)$  est la fraction de traceur observée au point  $\mathbf{x}$  et au temps  $t$  par unité de masse du fluide qui transporte le traceur et par unité de temps. On considère la dépendance de  $\mathcal{M}$  par rapport à l'émission  $\sigma(\mathbf{x}, t)$ , qui peut être maintenant n'importe quelle distribution spatio-temporelle, ainsi que par rapport à la distribution initiale de traceur  $c(\mathbf{x}, t_i)$  et à un possible apport latéral sur la *frontière entrante*  $\partial\Omega_i$  de  $\Omega$ , i. e. le long de la partie de la frontière pour laquelle la vitesse est dirigée vers l'intérieur du domaine ( $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} < 0$  où  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal sortant).

La méthode adjointe fournit une approche générale pour expliciter le lien entre une observable quelconque (ici  $\mathcal{M}$ ) et n'importe quel paramètre d'entrée (ici la source, la concentration initiale et l'apport de traceurs aux frontières du domaine). Voici comment se décline la méthode.

L'Eq. 4.5 est introduite dans l'expression de la mesure 4.9 :

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \int_{\Omega \times \tau} \rho \mu c \mathbf{d}x dt \\ &- \int_{\Omega \times \tau} \rho c^* \left[ \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c + \lambda c - \sigma \right] \mathbf{d}x dt \end{aligned} \quad (4.10)$$

où  $c^*(\mathbf{x}, t)$  (qui est fondamentalement un multiplicateur de Lagrange) est à déterminer.

Si on transforme par intégration par partie la partie advective de l'Eq. 4.10 :

$$I = \int_{\Omega \times \tau} \rho c^* \left[ \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c \right] \mathbf{d}x dt \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} &= \int_{\Omega} [\rho c^* c]_{t_i}^{t_f} \mathbf{d}x + \int_{\tau} [\rho \mathbf{v} c^* c \cdot \mathbf{n}]_{\partial\Omega} dt \\ &- \int_{\Omega \times \tau} c \left[ \frac{\partial \rho c^*}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v} c^*) \right] \mathbf{d}x dt \end{aligned} \quad (4.12)$$

on reconnaît la forme conservative de l'équation de continuité pour  $c^*$ , qui peut être transformée en forme advective en utilisant l'équation de continuité pour l'air :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4.13)$$

Après réarrangement des termes, on obtient

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \int_{\Omega \times \tau} \rho c^* \sigma \, d\mathbf{x} dt \\ &\quad - \int_{\Omega} [\rho c^* c]_{t_i}^{t_f} d\mathbf{x} - \int_{\tau} [\rho \mathbf{v} c^* c \cdot \mathbf{n}]_{\partial \Omega} dt \\ &\quad + \int_{\Omega \times \tau} \rho c \left[ \frac{\partial c^*}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c^* - \lambda c^* + \mu \right] d\mathbf{x} dt \end{aligned} \quad (4.14)$$

Si on prend pour  $c^*$  la solution de l'Eq. 4.6, avec la condition que  $c^* = 0$  à l'instant  $t_f$  ainsi que le long de la frontière sortante  $\partial \Omega_o$  ( $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0$ ), on obtient finalement

$$\mathcal{M} = \int_{\Omega} \rho c^* c|_{t_i} d\mathbf{x} - \int_{\tau} [\rho \mathbf{v} c^* c \cdot \mathbf{n}]_{\partial \Omega_i} dt + \int_{\Omega \times \tau} \rho c^* \sigma \, d\mathbf{x} dt \quad (4.15)$$

qui explicite  $\mathcal{M}$  comme fonction des conditions initiales  $c$  à  $t_i$ , du flux rentrant de traceur à la frontière  $\rho \mathbf{v} c \cdot \mathbf{n}|_{\partial \Omega_i}$  et de l'émission de traceur  $\sigma$ . Les facteurs multiplicatifs associés dépendent linéairement de la variable adjointe  $c^*$  qui s'avère être identique au rétro-traceur introduit précédemment<sup>3</sup>. Dans le cas où l'atmosphère est initialement dépourvue de traceur et en l'absence d'apport latéral, l'expression (4.15) de la mesure (4.9) se réduit au dernier terme, ce qui complète la démonstration mathématique de la relation de symétrie (4.7) établie précédemment sur la base de considérations cinématiques.

A noter qu'avec la même algèbre, on montre que, pour un traceur conservatif ( $\lambda = 0$  et  $[\rho \mathbf{v} c \cdot \mathbf{n}]_{\partial \Omega_i} = 0$ ), et pour des instants compris strictement entre émission et mesure, on a

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \rho c c^* d\mathbf{x} = 0 \quad (4.16)$$

A tout instant  $t$ , la mesure

$$\mathcal{M} = \int_{\Omega} \rho c c^* d\mathbf{x} \quad (4.17)$$

peut alors être évaluée à partir de la distribution  $c$  de traceur à l'instant  $t$  et de la distribution  $c^*$  au même instant de l'air qui sera échantillonné plus tard par le détecteur.

---

<sup>3</sup>Dans le cas plus général où soit l'équation d'évolution soit l'observable sont non linéaires, il faut considérer les perturbations de premier ordre  $\delta c$ ,  $\delta \sigma$  et  $\delta \mathcal{M}$  au lieu de  $c$ ,  $\sigma$  et  $\mathcal{M}$  (se reporter par exemple à Talagrand et Courtier, 1987). Dans ce cas, l'analogue de l'Eq. 4.15 fournit la sensibilité de  $\mathcal{M}$  par rapport aux paramètres d'entrée. Ces sensibilités dépendent alors encore linéairement de la variable adjointe.

### 4.2.4 Lien entre symétrie et conservation

Dans le cas d'un traceur conservatif ( $\lambda = 0$ ), la partie homogène de l'équation de transport (4.5)

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \, c = 0 \quad (4.18)$$

est équivalente à son propre adjoint pour le produit scalaire pondéré par la masse d'air (4.8). Cette propriété découle directement de la conservation de la masse d'air ou de traceur. Talagrand et Courtier (1987) avaient en effet remarqué que, si une équation d'évolution linéaire

$$\frac{dc}{dt} = Lc \quad (4.19)$$

conserve un produit scalaire  $\{, \}$  dans le temps – on entend par là que pour toute solution  $c$  de l'Eq. 4.18 la quantité  $\{c, c\}$  est conservée dans le temps –, alors cette équation d'évolution est identique à son équation adjointe pour le produit scalaire conservé. Cette dernière s'écrit

$$-\frac{dc^*}{dt} = L^* c^* \quad (4.20)$$

où  $L^*$  est l'adjoint de  $L$  par rapport à  $\{, \}$ .

La réciproque est également vraie.

La preuve découle d'une succession de transformations élémentaires de la dérivée temporelle de la quantité conservée

$$\frac{d}{dt} \{c, c\} = \left\{ \frac{dc}{dt}, c \right\} + \left\{ c, \frac{dc}{dt} \right\} = \{Lc, c\} + \{c, Lc\} = \{(L + L^*)c, c\} \quad (4.21)$$

Dans le cas où l'équation d'évolution conserve le produit scalaire  $\{, \}$ , on a donc  $\{(L + L^*)c, c\} = 0$  quelque soit  $c$ . Ceci implique  $L + L^* = 0$  et les équations 4.19 et 4.20 sont donc identiques<sup>4</sup>.

Dans le cas de l'advection pure, la concentration massique du traceur  $c$  est conservée pour n'importe quel élément de masse  $dm = \rho d\mathbf{x}$ . De ce fait, la quantité  $\int_{\Omega} \rho c^2 d\mathbf{x}$  est conservée dans le temps. On obtient donc l'identité des équations directe et adjointe du transport pour le produit scalaire pondéré par la masse d'air comme un cas particulier du résultat de Talagrand et Courtier (1987).

Dans les dérivations algébriques présentées précédemment, c'est la présence de la densité de l'air  $\rho$  dans la seconde intégrale de l'Eq. 4.10 qui permet de tirer avantage de la conservation de la masse (4.13) pour obtenir la symétrie exacte entre les équations 4.6 et 4.5.

---

<sup>4</sup>A noter cependant que la première transformation nécessite une certaine régularité de la distribution  $c$  et n'est donc pas valable dans un cadre mathématique absolument général.

## 4.3 Symétrie du transport et paramétrisation des mouvements non résolus

### 4.3.1 Séparation d'échelle

On a déjà vu plus haut que, pour des raisons pratiques à la fois de connaissance observationnelle du champ de vent et de limitation de puissance des ordinateurs, on ne considère généralement l'Eq. 4.5 que jusqu'à une certaine échelle spatiale (dite grande échelle ou échelle explicite), l'effet des échelles inférieures à la coupure (échelles turbulentes, ou sous-maille pour les modèles) sur les échelles explicites étant représenté au travers de paramétrisations. Le mélange turbulent, particulièrement actif dans la couche limite planétaire, va en général disperser le traceur dans un volume d'air plus grand et faire décroître les concentrations. De façon symétrique, avec davantage de brassage, le détecteur échantillonnera un air provenant d'une origine plus étendue mais avec une sensibilité moindre aux sources. On voit donc que l'image de diffusion turbulente doit être associée dans le monde rétro à une diffusion vers le passé et que cette diffusion est d'autant plus grande que la diffusion directe est importante. C'est ce qui est illustré sur le schéma B de la Fig. 4.1.

Dans la Section 2.2, on a établi la séparation d'échelle pour le transport atmosphérique à partir de la notion de moyenne d'ensemble. On a ainsi obtenu pour l'équation d'advection,

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c + \frac{1}{\rho} \text{div} (\overline{\rho \mathbf{v}' c'}) = \sigma \quad (4.22)$$

où  $\rho$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $c$  et  $\sigma$  sont les variables de grande échelle (moyennes d'ensemble, pondérées par la masse d'air pour  $\mathbf{v}$ ,  $c$  et  $\sigma$ ).

Le même traitement peut être appliqué à l'équation du rétro-transport en changeant simplement le signe du vent

$$-\frac{\partial c^*}{\partial t} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c^* - \frac{1}{\rho} \text{div} (\overline{\rho \mathbf{v}' c^{*'}}) = \mu \quad (4.23)$$

On montre ci-dessous comment le flux turbulent  $-\overline{\rho \mathbf{v}' c^*}$  peut être obtenu pour différentes paramétrisations classiques, à la fois sur des bases physiques et au travers de la méthode adjointe.

### 4.3.2 Diffusion turbulente et émissions de surface

#### Approche physique

Les paramétrisations en diffusion turbulente sont basées sur l'image du brassage par des mouvements montants et descendants symétriques (comme précédemment, et par soucis de simplification de la présentation, nous nous limitons à la composante verticale du mélange turbulent). Quand on inverse le transport, la turbulence consiste encore en des mouvements montants et descendants symétriques qui ont donc le même effet de diffusion sur le traceur rétro.

Pour les modèles Lagrangiens prenant en compte la composante turbulente à l'aide de perturbations aléatoires des trajectoires, la même marche aléatoire doit être appliquée sur les rétro-trajectoires (Flesch et al., 1995; Vautard et al., 2001).

Dans le formalisme Eulérien, il faut revenir à l'image sous-tendant les formulations en diffusion. Dans l'approche en longueur de mélange (Prandtl et Tietjens, 1934), la concentration du traceur  $c + c'$  pour une réalisation donnée de l'écoulement et pour un mouvement descendant, est représentative de la concentration moyenne de l'air à une distance  $l$  (longueur de mélange) au dessus. On a donc,  $c' = c(z + l) - c(z)$  pour les mouvements descendants ( $w' < 0$ ) et  $c' = c(z - l) - c(z)$  dans les ascendances, ce qui aboutit, dans les deux cas, à  $w'c' \simeq -|w'|l\partial c/\partial z$ . C'est ainsi qu'on aboutit au flux turbulent

$$\overline{\rho w'c'} = -\rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad (4.24)$$

(où  $K_z = |\tilde{w}'|l$  est la diffusivité turbulente) et pour l'équation d'advection à

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \, c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) = \sigma \quad (4.25)$$

Le même traitement peut être appliqué au flux turbulent de rétro-traceur, à ceci près que, puisque le traceur est advecté à rebours le long des trajectoires, on associera à une valeur positive de  $w'$  une concentration de rétro-traceur représentative de l'air situé au-dessus, de sorte que

$$\overline{\rho w'c'^*} = \rho K_z \frac{\partial c^*}{\partial z} \quad (4.26)$$

et

$$-\frac{\partial c^*}{\partial t} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \, c^* - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_z \frac{\partial c^*}{\partial z} \right) = \mu \quad (4.27)$$

A noter que le flux de traceur est  $\overline{\rho w'c'}$  dans le monde direct mais  $-\overline{\rho w'c'^*}$  pour le rétro-transport, de sorte que, dans les deux cas, on transporte bien le traceur depuis les valeurs fortes vers les valeurs faibles.

Dans de nombreuses applications, on est amené à considérer des traceurs émis ou déposés à la surface. Dans ce cas, les sources et puits associés sont généralement traités comme une condition aux limites du modèle de diffusion turbulente

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \, c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) = 0 \quad (4.28)$$

$$-K_z \rho \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{\text{surf}} = \Sigma \quad (4.29)$$

$$-K_z \rho \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{\infty} = 0 \quad (4.30)$$

(on suppose ici que le domaine vertical s'étend depuis la surface "surf" jusqu'au sommet de l'atmosphère " $\infty$ ").



Pour interpréter une mesure, en intégrant à rebours les équations du rétro-transport, aucune source ne doit être ajoutée au rétro-traceur (conservation de la masse d'air). La condition aux limites pour le rétro-traceur est donc un flux nul en surface. Puisque l'émission va rajouter du traceur dans l'air, près de la surface, on peut aussi se convaincre que le rétro-traceur donnera également la sensibilité à l'émission de surface. Les résultats concernant la diffusion turbulente et les conditions en surface peuvent également être obtenus au travers de la méthode adjointe comme suit.

### Approche adjointe

Nous récrivons à nouveau la mesure  $J$  en introduisant l'équation de transport

$$\mathcal{M} = \int_{\Omega \times \tau} \rho \mu c \, d\mathbf{x} dt \quad (4.31)$$

$$- \int_{\Omega \times \tau} \rho c^* \left[ \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \right] d\mathbf{x} dt \quad (4.32)$$

Le terme de diffusion verticale subit une double intégration par partie qui le transforme en

$$\begin{aligned} \int_{\text{surf}}^{\infty} c^* \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) dz &= \left[ c^* \rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right]_{\text{surf}}^{\infty} \\ &- \left[ c \rho K_z \frac{\partial c^*}{\partial z} \right]_{\text{surf}}^{\infty} + \int_{\text{surf}}^{\infty} c \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_z \frac{\partial c^*}{\partial z} \right) dz \end{aligned} \quad (4.33)$$

En prenant pour le traceur adjoint (ou rétro) la solution de

$$-\frac{\partial c^*}{\partial t} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c^* - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_z \frac{\partial c^*}{\partial z} \right) = \mu \quad (4.34)$$

$$K_z \rho \frac{\partial c^*}{\partial z} \Big|_{\text{surf}} = 0 \quad (4.35)$$

$$K_z \rho \frac{\partial c^*}{\partial z} \Big|_{\infty} = 0 \quad (4.36)$$

avec  $c^* = 0$  au temps  $t_f$ , et en supposant qu'il n'y a pas d'apport de traceur par la grande échelle aux frontières du domaine, on obtient (en utilisant les Eqs 4.29 et 4.30) une décomposition de la mesure sous la forme

$$\mathcal{M} = \int_{\Omega} \rho c^* c_{|t_i} d\mathbf{x} + \int_{\mathcal{S} \times \tau} \Sigma c^* dx dy dt \quad (4.37)$$

( $\mathcal{S}$  est le domaine de l'intégration horizontale) comme somme des contributions de la concentration initiale et de l'émission en surface.

Cette démonstration confirme les résultats obtenus à partir des considérations physiques concernant la symétrie de la diffusion turbulente. On voit aussi que la distribution d'origine de l'air ( $c^*$ ) fournit les sensibilités à la fois aux conditions initiales et aux émissions en surface.

### 4.3.3 Paramétrisations en flux de masse du transport convectif

#### Approche physique

On montre ici comment le rétro-transport peut être étendu aux paramétrisations de la convection. On s'intéresse particulièrement au schéma de convection nuageuse de Tiedtke (1989) et au modèle du thermique mais la même approche peut s'appliquer sans grande difficulté à d'autres schémas comme celui d'Emanuel (1991).

On considère donc le cas où la colonne convective est séparée en trois compartiments (se reporter au schéma **(a)** de la Fig. 4.2). On reprend les notations des chapitres précédents. L'ascendance est caractérisée par un flux de masse  $\hat{f}(z)$ , exprimé en  $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ . L'échange d'air entre l'ascendance et l'environnement est prescrit au travers d'un taux d'entraînement  $\hat{e}(z)$  et d'un déentraînement  $\hat{d}(z)$  (tous deux en  $\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$ ). La descente précipitante (seulement dans le cas de Tiedtke) est caractérisée par un flux  $\check{f}(z)$ , un entraînement  $\check{e}(z)$  et un déentraînement  $\check{d}(z)$ .

On rappelle que, sous des hypothèses de stationnarité, l'équation de continuité pour l'air s'écrit, dans l'ascendance

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial z} = \hat{e} - \hat{d} \quad (4.38)$$

et pour les descentes

$$-\frac{\partial \check{f}}{\partial z} = \check{e} - \check{d} \quad (4.39)$$

(avec la convention que  $\hat{f}$ ,  $\check{f}$ ,  $\hat{e}$ ,  $\check{e}$ ,  $\hat{d}$  et  $\check{d}$  sont des variables positives, nulles aux limites inférieure et supérieure du domaine atmosphérique). Le flux de masse dans les ascendances et subsidences est compensé par un flux, généralement descendant,  $f_e = \hat{f} - \check{f}$ .

La concentration du traceur dans les deux colonnes convectives est donnée par

$$\frac{\partial \hat{f} \hat{c}}{\partial z} = \hat{e} c - \hat{d} \hat{c} \quad (4.40)$$

$$-\frac{\partial \check{f} \check{c}}{\partial z} = \check{e} c - \check{d} \check{c} \quad (4.41)$$

Le flux de masse turbulent est finalement paramétrisé sous la forme suivante

$$\overline{\rho w' c'} = \hat{f} \hat{c} - \check{f} \check{c} - (\hat{f} - \check{f}) c \quad (4.42)$$

La même paramétrisation peut être appliquée en mode rétro-transport en inversant la direction du mouvement vertical dans les sous-colonnes et le sens des transferts. La transformation est schématisée sur la partie **(b)** de la Fig. 4.2. En intégration à rebours, l'air est par exemple transporté vers le bas rapidement dans l'ascendance, et l'entraînement direct à la base de la colonne convective joue alors le rôle d'un déentraînement. La subsidence lente dans l'environnement est pour sa part remplacée par une ascendance lente.

Pour un profil de traceur  $c^*$  du modèle de rétro-transport, les concentrations de rétro-traceur dans l'ascendance ( $\hat{c}^*$ ) et la descente précipitante ( $\check{c}^*$ ) sont solutions de

$$-\frac{\partial \hat{f} \hat{c}^*}{\partial z} = \hat{d} \hat{c}^* - \hat{e} \hat{c}^* \quad (4.43)$$

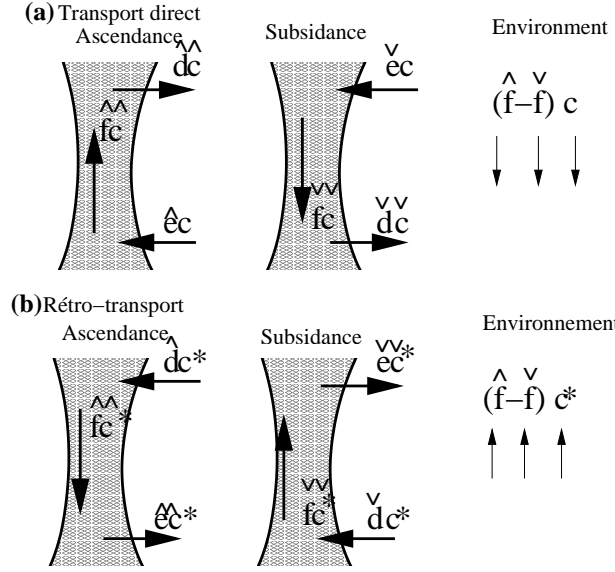


FIG. 4.2 – Notation pour le schémas en flux de masse direct (a) et rétro (b). Se reporter au texte pour plus de précisions.

$$\frac{\partial \tilde{f} \tilde{c}^*}{\partial z} = \tilde{d} c^* - \tilde{e} \tilde{c}^* \quad (4.44)$$

le flux de masse turbulent étant lui-même paramétrisé comme

$$-\overline{\rho w' c^{*'}} = -\hat{f} \hat{c}^* + \check{f} \check{c}^* - (-\check{f} + \tilde{f}) c^* \quad (4.45)$$

Finalement, le modèle en flux de masse du rétro-transport (Eqs. 4.43 à 4.45) se déduit du modèle direct (Eqs. 4.40 à 4.42) en remplaçant  $(c, \hat{c}, \check{f}, \hat{e}, \hat{d}, \check{c}, \check{f}, \check{e}, \check{d})$  par  $(c^*, \check{c}^*, \check{f}, \check{d}, \check{e}, \hat{c}^*, \hat{f}, \hat{d}, \hat{e})$ . En pratique, pour passer d'une intégration directe à une intégration à rebours, il suffit de remplacer dans le code numérique  $(\hat{e}, \hat{d}, \check{e}, \check{d})$  par  $(\check{d}, \check{e}, \hat{d}, \hat{e})$ ,  $\hat{f}$  et  $\check{f}$  étant recalculés par les Eqs. (4.38) et (4.39), et  $\hat{c}$  et  $\check{c}$  (ou  $\hat{c}^*$  et  $\check{c}^*$  pour le rétro-transport) étant des variables internes de la paramétrisation.

Il est à noter que ce modèle de rétro-transport convectif a été utilisé dans le modèle LMDZ (Hourdin et Issartel, 2000) bien avant d'obtenir la démonstration algébrique présentée ci-dessous. Siebert et Frank (2003) sont arrivés à des conclusions similaires concernant l'inversion du traitement du transport par la convection nuageuse dans un cadre Lagrangien.

### Convection adjointe

Pour la dérivation mathématique, et afin d'éviter les lignes de calculs inutiles, on se restreint à un modèle composé d'une ascendance concentrée et d'une subsidence compensatoire comme pour le modèle du thermique ( $\check{f} = \check{e} = \check{d} = 0$ ).

Le modèle du transport direct pour un traceur conservatif s'écrit alors

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{f} (\hat{c} - c)}{\partial z} = \sigma \quad (4.46)$$

(4.47)

$c$  étant solution de l'Eq. 4.40.

En suivant encore une fois la même approche, on récrit la mesure  $J$  comme

$$\mathcal{M} = \int_{\Omega \times \tau} \rho \mu c \, \mathbf{d}\mathbf{x} dt \quad (4.48)$$

$$- \int_{\Omega \times \tau} \rho c^* \left[ \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{f} (\hat{c} - c)}{\partial z} - \sigma \right] \mathbf{d}\mathbf{x} dt \quad (4.49)$$

$$- \int_{\Omega \times \tau} \hat{c}^* \left[ \frac{\partial \hat{f} \hat{c}}{\partial z} - \hat{e} c + \hat{d} \hat{c} \right] \mathbf{d}\mathbf{x} dt \quad (4.50)$$

On récrit l'intégrale

$$I = \int_{\text{surf}}^{\infty} c^* \frac{\partial \hat{f} (\hat{c} - c)}{\partial z} + \hat{c}^* \left[ \frac{\partial \hat{f} \hat{c}}{\partial z} - \hat{e} c + \hat{d} \hat{c} \right] dz \quad (4.51)$$

en utilisant l'Eq. 4.40, sous la forme

$$I = \int_{\text{surf}}^{\infty} c^* \left[ \hat{e} c - \hat{d} \hat{c} - \frac{\partial \hat{f} c}{\partial z} \right] + \hat{c}^* \left[ \frac{\partial \hat{f} \hat{c}}{\partial z} - \hat{e} c + \hat{d} \hat{c} \right] dz \quad (4.52)$$

puis en utilisant l'équation de continuité pour l'ascendance (4.38), comme

$$I = \int_{\text{surf}}^{\infty} c^* \left[ \hat{d} (c - \hat{c}) - \hat{f} \frac{\partial c}{\partial z} \right] + \hat{c}^* \left[ \hat{f} \frac{\partial \hat{c}}{\partial z} + \hat{e} (\hat{c} - c) \right] dz \quad (4.53)$$

On obtient finalement, après intégration par parties (en considérant que  $\hat{f} = 0$  aux limites inférieure et supérieure) et réarrangement des termes

$$I = \int_{\text{surf}}^{\infty} c \left[ \hat{d} c^* + \frac{\partial \hat{f} c^*}{\partial z} - \hat{e} \hat{c}^* \right] + \hat{c} \left[ -\hat{d} c^* - \frac{\partial \hat{f} \hat{c}^*}{\partial z} + \hat{e} \hat{c}^* \right] dz \quad (4.54)$$

En prenant pour  $\hat{c}^*$  la solution de l'Eq. 4.43, la mesure s'écrit finalement

$$\mathcal{M} = \int_{\Omega \times \tau} \rho c^* \sigma \, \mathbf{d}\mathbf{x} dt \quad (4.55)$$

$$- \int_{\Omega} [\rho c^* c]_{t_i}^{t_f} \mathbf{d}\mathbf{x} - \int_{\tau} [\rho \mathbf{v} c^* c \cdot \mathbf{n}]_{\partial \Omega} dt \quad (4.56)$$

$$+ \int_{\Omega \times \tau} \rho c \left[ \frac{\partial c^*}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c^* + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{f} (\hat{c}^* - c^*)}{\partial z} + \mu \right] \mathbf{d}\mathbf{x} dt \quad (4.57)$$

(4.58)

En prenant pour  $c^*$  la solution de

$$-\frac{\partial c^*}{\partial t} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c^* - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{f} (\hat{c}^* - c^*)}{\partial z} = \mu \quad (4.59)$$

on parvient enfin à exprimer  $J$  comme fonction des conditions aux limites (concentration initiale, apport de traceur aux frontières et émissions de surface si elles sont incluses dans le modèle direct).

Il est à remarquer que sans la démarche physique exposée plus haut, il aurait été facile de dériver un modèle adjoint à partir de cette méthode systématique, mais que l'équation obtenue in fine aurait pu différer de la forme symétrique obtenue ici, et qui permet d'utiliser le même algorithme dans les deux modes d'intégration.

#### 4.3.4 Matrices d'échange

Pour les formulations en matrices d'échange, qui sont directement dérivées dans le monde numérique, on peut appliquer directement la réciprocité en terme de coefficient d'échange et inverser simplement les rôles de la maille d'origine et de la maille de destination du traceur.

### 4.4 Symétrie des modèles numériques

#### 4.4.1 Mise en œuvre dans LMDZ

Les développements présentés ci-dessus ont été mis en œuvre dans LMDZ.

Les intégrations à rebours dans le temps sont évidemment effectuées uniquement en mode débranché. Il n'est en aucun cas question ici d'inverser la météorologie elle-même.

On obtient finalement le mode rétro à partir du mode direct débranché dont les équations complètes s'écrivent

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} \, c + \lambda c + \frac{1}{\rho} \frac{\partial (F_{\text{diff}} + F_{\text{conv}})}{\partial z} = \sigma \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (4.61)$$

$$F_{\text{diff}} = -K_z \rho \frac{\partial c}{\partial z} \quad (4.62)$$

$$F_{\text{diff}}|_{\text{surf}} = \Sigma \quad (4.63)$$

$$F_{\text{diff}}|_{\infty} = 0 \quad (4.64)$$

$$F_{\text{conv}} = \hat{f}\hat{c} - \check{f}\check{c} - (\hat{f} - \check{f})c \quad (4.65)$$

$$\frac{\partial \hat{f}\hat{c}}{\partial z} = \hat{e}c - \hat{d}\hat{c} \quad (4.66)$$

$$-\frac{\partial \check{f}\check{c}}{\partial z} = \check{e}c - \check{d}\check{c} \quad (4.67)$$

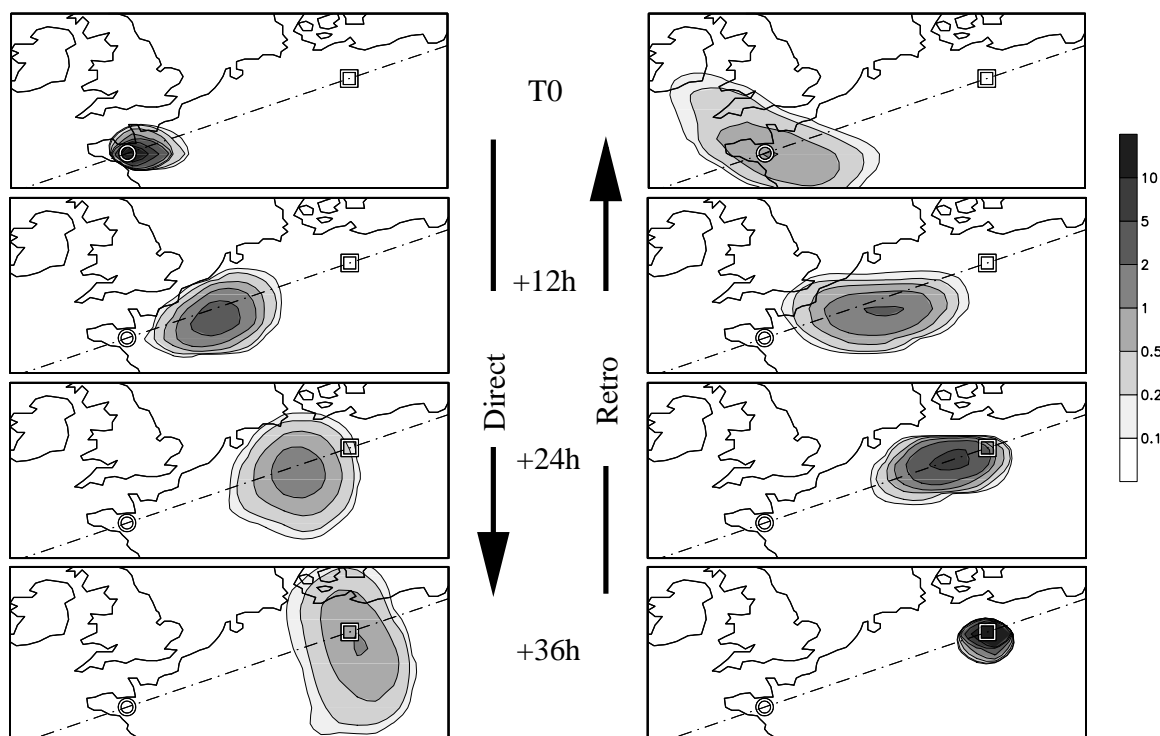


FIG. 4.3 – Expérience ETEX-1 : cartes de la concentration en surface de PMCH (en  $\text{ng}/\text{m}^3$ ) sur une période de 36 heures suivant l’injection au temps  $t_0$ . Le pas de temps pour l’injection et les sorties est de 3 heures (le panache à  $t_0 + 12\text{h}$  correspond par exemple en fait à une moyenne entre  $t_0 + 12\text{h}$  et  $t_0 + 15\text{h}$ ). Le trait discontinu correspond au transect montré sur la figure suivante.

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial z} = \hat{e} - \hat{d} \quad (4.68)$$

$$-\frac{\partial \check{f}}{\partial z} = \check{e} - \check{d} \quad (4.69)$$

en relisant à rebours les archives météorologiques et en remplaçant  $\rho v$ ,  $K_z$ ,  $\hat{e}$ ,  $\hat{d}$ ,  $\check{e}$ ,  $\check{d}$  par  $-\rho v$ ,  $K_z$ ,  $\check{d}$ ,  $\check{e}$ ,  $\hat{d}$ ,  $\hat{e}$ .

#### 4.4.2 Illustration numérique

On montre ici une illustration et un test numérique de la symétrie du transport atmosphérique en utilisant à nouveau le contexte de la campagne ETEX-1.

La colonne de gauche de la Fig. 4.3 montre l’évolution temporelle simulée de la concentration de surface pour une émission de 340 kg de PMCH à Monterfil, entre  $t_0$  et  $t_0 + 3\text{h}$ . La source est repérée par un cercle sur les figures. 24 heures après l’émission, le panache atteint la station allemande D05, repérée par des carrés sur les mêmes figures. La concentration maximum est obtenue à cette station à  $t_0 + 36\text{h}$ . Dans la colonne de droite, on montre les résultats d’une

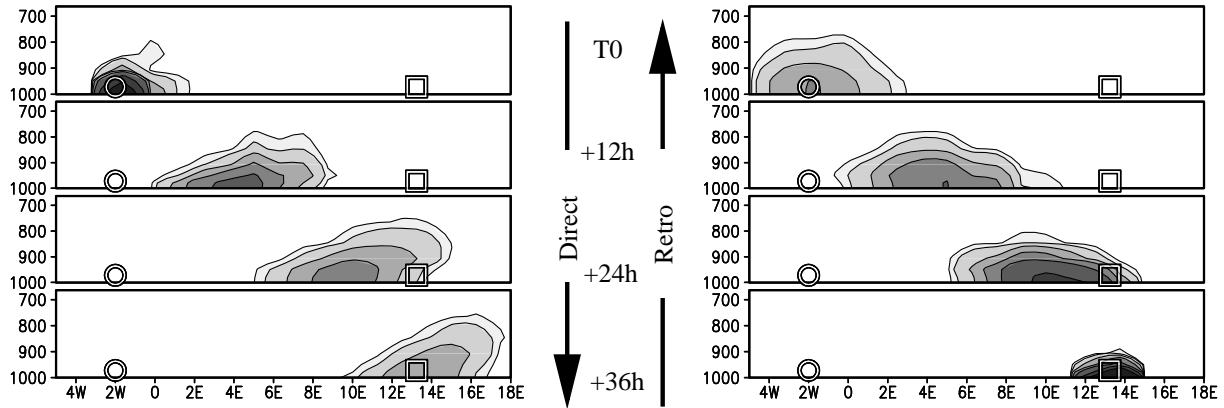


FIG. 4.4 – Coupe verticale, dans un repère longitude-pression (hPa) le long du transect représenté sur la figure précédente (avec les mêmes unités et conventions).

simulation à rebours, pour laquelle les 340 kg de PMCH sont injectés à la station D05 de façon régulière entre  $t_0 + 39$  h et  $t_0 + 36$  h. La réciprocité du transport est illustrée par le fait que la même concentration est observée dans le carré 36 heures après l'émission pour la simulation directe (carte en bas à gauche de la Fig. 4.3 montrant la moyenne de la concentration directe entre  $t_0 + 36$  et  $t_0 + 39$  h) et dans le cercle au moment de l'injection réelle pour la simulation à rebours (panneau en haut à droite montrant la rétro-concentration moyenne entre  $t_0 + 3$  h et  $t_0$ ). La Fig. 4.4 montre les coupes verticales correspondantes le long d'un transect reliant la source et la station. On voit sur la figure que le panache est advecté plus rapidement dans sa partie supérieure. C'est la combinaison du transport horizontal par un vent cisailé et du mélange vertical par la turbulence qui explique la dispersion rapide du panache et du rétro-panache dans un plan horizontal.

La partie de gauche de la Fig. 4.5 montre la comparaison entre les estimations directe et rétro de l'évolution temporelle de la concentration de PMCH pour la station D05 ainsi que les observations. Ici, le PMCH est injecté de façon uniforme entre  $t_0$  et  $t_0 + 12$ h comme dans la réalité et on considère la moyenne des concentrations sur 3 heures. De façon symétrique, on considère la moyenne sur les 12 heures d'injection de rétro-panaches émis toutes les 3 heures. Avec le schéma I de Van Leer, les simulations directe (carrés noirs) et rétro (signes +) diffèrent, mais la différence est moindre qu'entre chacune des simulations et les observations. Les petites différences entre estimations directe et rétro proviennent en fait pour l'essentiel de la violation de la symétrie du transport par les limiteurs de pentes introduits dans le schéma de Van Leer pour garantir positivité et monotonie. Avec le schéma de Godunov (carrés blancs et étoiles) en effet, les simulations directe et rétro sont presque confondues à la précision de la figure.

Ce comportement est confirmé par le calcul des FMTs pour les 11 stations privilégiées pour les analyses ETEX (se reporter à la Section 2.6 pour plus de détails sur l'analyse des simulations directes). La simulation directe avec le schéma I de Van Leer comparé aux observations (carrés noirs) montre un FMT moyen de 40% environ alors que, pour le même schéma, les FMTs mesurant l'écart entre estimations directe et rétro pour le schéma I de Van Leer dépassent toujours



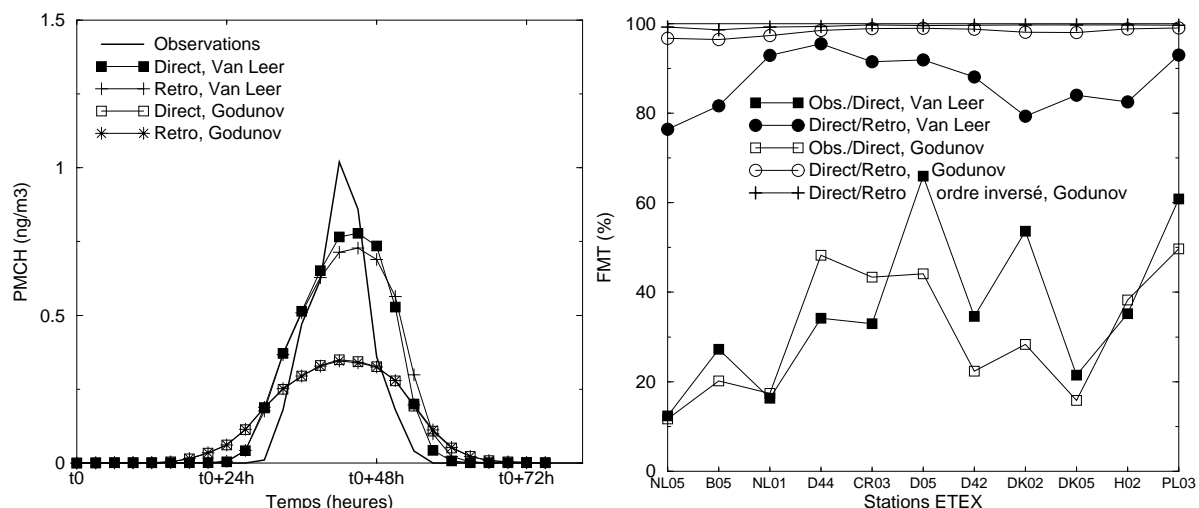


FIG. 4.5 – Test numérique de la symétrie du transport atmosphérique sur le cas ETEX-1.

A gauche : Evolution temporelle de la concentration de PMCH observée et simulée à la station D05 avec les schémas de Van Leer I et de Godunov ainsi que les résultats obtenus à partir de séries de rétro-simulations effectuées à partir de la station.

A droite : FMTs pour les 11 stations retenues pour les études d'intercomparaison de modèles. On montre les FMTs mesurant l'écart entre simulation directe et observation pour le schéma I de Van Leer et pour le schéma de Godunov, ainsi que les FMTs mesurant l'écart entre simulation directe et reconstitution inverse pour ces deux schémas.

75% (cercles noirs). La différence entre estimation directe et rétro est bien plus faible quand on utilise le schéma de Godunov (ronds blancs, avec un FMT moyen de 98,2%). Enfin, la symétrie est quasiment exacte quand on inverse l'ordre d'appel aux différents modules de transport dans le calcul rétro (signes +, FMT moyenne de 99,5%) comme on l'explique plus loin.

On étudie ci-dessous systématiquement la symétrie des algorithmes utilisés dans LMDZ. Dans le modèle, l'advection, la diffusion turbulente, la convection et la décroissance radioactive sont appelées de façon séquentielle. L'intégration du modèle peut donc être vue comme une succession de pas de transition entre un champ de concentration  $c^n$  et  $c^{n+1}$ , un pas de temps étant une succession particulière de tels pas. Nous allons considérer la symétrie de chaque pas individuel en comparant l'algorithme de rétro-transport obtenu à partir de transformations simples sur le modèle direct (changement de signe et permutation des flux de masse pour la convection par exemple) et l'adjoint du code numérique.

#### 4.4.3 Modèle adjoint

Il faut donc, pour discuter en détail ces aspects numériques, introduire l'adjoint d'un code numérique. La définition mathématique de l'opérateur adjoint est la suivante. Soient  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{F}$  deux espaces de Hilbert munis de deux produits scalaires  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{E}}$  et  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{F}}$ , et soit  $L$  un opérateur de  $\mathcal{E}$

dans  $\mathcal{F}$ , l'adjoint  $L^*$  de  $L$  est un opérateur de  $\mathcal{F}$  dans  $\mathcal{E}$  défini par la relation

$$\langle L\phi, \psi \rangle_{\mathcal{F}} = \langle \phi, L^*\psi \rangle_{\mathcal{E}} \quad (4.70)$$

pour tout vecteur  $\phi$  de  $\mathcal{E}$  et tout vecteur  $\psi$  de  $\mathcal{F}$ .

Etant donné un produit scalaire discrétisé au pas  $n$ ,  $\langle \phi, \psi \rangle^n = \phi^T M^n \psi$ , où  $M^n$  est une matrice symétrique définie positive, l'adjoint du modèle numérique direct permet de calculer l'évolution à rebours dans le temps du gradient  $\nabla_c J$  d'une fonction objective quelconque  $J$  par rapport aux variables d'état du modèle (cf. e. g. Talagrand et Courtier, 1987). Ceci se montre simplement par comparaison des expressions du gradient aux pas  $n$  et  $n+1$

$$dJ = (\nabla_{c^n} J)^T M^n dc^n \quad (4.71)$$

$$= (\nabla_{c^{n+1}} J)^T M^{n+1} dc^{n+1} \quad (4.72)$$

Après introduction du modèle linéaire tangent  $L$  (le modèle lui-même pour les algorithmes linéaires), qui décrit l'évolution directe d'une perturbation  $dc$  de  $c$

$$dc^{n+1} = Ldc^n \quad (4.73)$$

et en prenant les transposées, on obtient  $\nabla_{c^n} J = L^* \nabla_{c^{n+1}} J$ , où

$$L^* = (M^n)^{-1} L^T M^{n+1} \quad (4.74)$$

est bien l'adjoint de  $L$  par rapport aux produits scalaires  $M^n$  et  $M^{n+1}$ .

Pour le produit scalaire canonique,  $M = I$ , on trouve le résultat classique :  $L^* = L^T$ .

Le produit scalaire pondéré par la masse de l'air correspond à  $M = \text{diag}(m_i)$  où  $m_i$  est la masse d'air dans la maille  $i$ . Si on prend comme convention d'indexage  $\psi_i = \sum_j L_{i,j} \phi_j$ , on trouve, pour les éléments des matrices directe et adjointe, la relation

$$m_i^n L_{i,j}^* = m_j^{n+1} L_{j,i} \quad (4.75)$$

Si le modèle de transport est linéaire, pour tout pas de temps  $n$  entre la source et la détection, une mesure linéaire de  $c$  peut être évaluée comme  $\mathcal{M} = \langle \nabla_{c^n} \mathcal{M}, c^n \rangle^n$ , qui, pour  $c^{*n} = \nabla_{c^n} J$ , est un équivalent numérique de l'Eq. 4.17.

#### 4.4.4 Vérification de la symétrie temporelle des algorithmes

La symétrie du code numérique est donc équivalente à l'identité entre le mode rétro-transport  $R$  du modèle direct  $L$  (obtenu pour LMDZ par la transformation  $(\mathbf{v}, \hat{e}, \hat{d}, \check{e}, \check{d}) \rightarrow (-\mathbf{v}, \check{d}, \check{e}, \hat{d}, \hat{e})$ ) et l'opérateur adjoint du modèle numérique direct. La symétrie sera donc testée au moyen de la relation (4.74) (ou (4.75)) avec  $L^* = R$ .

Pour des paramétrisations linéaires qui ne modifient pas la densité de l'air – c'est le cas par exemple de la diffusion turbulente, de la convection, ou de l'advection par un champ de vent non divergent – c'est à dire dans le cas où  $M^n = M^{n+1} = M$ , il est plus commode de tester une

version légèrement modifiée des relations (4.74) ou (4.75) en écrivant le modèle sous une forme intégrale comme

$$M(c^{n+1} - c^n) = Ac^n \quad (4.76)$$

où  $L = I + M^{-1}A$ . D'après (4.74),  $L^* = I + M^{-1}A^T$  de sorte que le modèle adjoint s'écrit

$$M(c^{*n+1} - c^{*n}) = A^T c^{*n} \quad (4.77)$$

Pour un modèle de la forme (4.76), la symétrie sera donc assurée dans le monde numérique si la matrice  $B$  associée au mode rétro-transport est égale à la transposée de la matrice du modèle direct,  $B = A^T$ .

La même relation  $B = A^T$  garantit en fait plus généralement la symétrie du schéma

$$M(c^{n+1} - c^n) = A[\gamma c^n + (1 - \gamma)c^{n+1}] \quad (4.78)$$

qui couvre les cas des schémas temporels explicite ( $\gamma = 1$ ), implicite ( $\gamma = 0$ ) et de Crank-Nicholson ( $\gamma = 1/2$ ). Après avoir transformé le schéma généralisé en

$$c^{n+1} = [I - (1 - \gamma)M^{-1}A]^{-1} [I + \gamma M^{-1}A] c^n \quad (4.79)$$

l'application de l'Eq. 4.74 conduit en effet à

$$c^{*n} = M^{-1} [I + \gamma A^T M^{-1}] [I - (1 - \gamma)A^T M^{-1}]^{-1} M c^{*n+1} \quad (4.80)$$

$$= [I + \gamma M^{-1}A^T] [I - (1 - \gamma)M^{-1}A^T]^{-1} c^{*n+1} \quad (4.81)$$

Or, les matrices  $[I + aQ]$  et  $[I + bQ]^{-1}$  commutent pour n'importe quelle matrice  $Q$  et scalaires  $a$  et  $b$ . On obtient ainsi

$$c^{*n} = [I - (1 - \gamma)M^{-1}A^T]^{-1} [I + \gamma M^{-1}A^T] c^{*n+1} \quad (4.82)$$

qui est de la forme (4.79),  $A$  étant remplacée par  $A^T$ .

#### 4.4.5 Symétrie du schéma d'advection

Les courbes relatives au schéma de Godunov sur la Fig. 4.5 suggèrent que le schéma de Godunov est symétrique, ce que nous démontrons ci-dessous.

Considérons dans un premier temps le cas de l'advection unidimensionnelle avec un champ de vent non divergent  $u > 0$ , une grille régulière de pas  $\delta x$  et un pas de temps  $\delta t$ . Si on note  $\alpha = u\delta t/\delta x$  le nombre de Courant, l'évolution de la concentration du traceur pour la maille  $i$  est donnée dans le schéma de Godunov par

$$c_i^{n+1} - c_i^n = \alpha (c_{i-1}^n - c_i^n) \quad (4.83)$$

qui est de la forme (4.76) avec  $M = I$ . Quand on l'applique au rétro-traceur  $c^*$  avec le vent  $-u$ , le schéma amont s'écrit

$$c_i^{*n} - c_i^{*n+1} = \alpha (c_{i+1}^{*n+1} - c_i^{*n+1}) \quad (4.84)$$

La matrice du second schéma est bien la transposée du schéma direct ce qui établit l'équivalence entre modèle de rétro-transport et modèle adjoint.

La symétrie du transport est également vérifiée pour un champ de vent non divergent. Si on note  $U_{i+1/2}$  le transfert de masse entre les mailles  $i$  et  $i + 1$  et les instants  $t$  et  $t + \delta t$  et si on suppose – pour fixer les idées – que ce transfert est positif, le schéma amont s'écrit

$$m_i^{n+1} c_i^{n+1} - m_i^n c_i^n = U_{i-1/2} c_{i-1}^n - U_{i+1/2} c_i^n \quad (4.85)$$

avec

$$m_i^{n+1} - m_i^n = U_{i-1/2} - U_{i+1/2} \quad (4.86)$$

L'Eq. 4.85 est de la forme (4.73),  $L$  étant donné par

$$L_{i,i} = \frac{m_i^n - U_{i+1/2}}{m_i^{n+1}} \text{ et } L_{i,i-1} = \frac{U_{i-1/2}}{m_i^{n+1}} \quad (4.87)$$

Pour le rétro-transport, le signe de  $U$  et les indices doivent être inversés. Le rétro-transport est associé à une matrice  $R$  donnée par

$$R_{i,i} = \frac{m_i^{n+1} - U_{i-1/2}}{m_i^n} = \frac{m_i^n - U_{i+1/2}}{m_i^n} = \frac{m_i^{n+1}}{m_i^n} L_{i,i} \quad (4.88)$$

et

$$R_{i,i+1} = \frac{U_{i+1/2}}{m_i^n} = \frac{m_{i+1}^{n+1}}{m_i^n} L_{i+1,i} \quad (4.89)$$

de sorte que, suivant (4.75),  $R = L^*$ .

Comme on l'a expliqué plus haut (Section 2.3), le passage en dimension 3 est effectué dans le modèle au moyen d'un calcul successif dans les 3 directions, successivement en  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $y$  et  $x$  avec un pas de temps deux fois plus petit dans les deux directions horizontales. Dans chaque direction, l'Eq. 4.85 pour le traceur et l'Eq. 4.86 pour l'air sont intégrées simultanément. Ceci assure la symétrie du schéma tridimensionnel.

On voit donc une fois de plus que le schéma amont de Godunov présente beaucoup de bonnes propriétés (positivité, monotonie, diminution de la variation totale, linéarité, et maintenant symétrie) mais au prix d'une diffusion numérique importante. On a déjà vu dans la Section 2.3.4 que le schéma de Godunov peut se récrire

$$c_i^{n+1} - c_i^n = \alpha \frac{c_{i-1}^n - c_{i+1}^n}{2} + \alpha \frac{c_{i-1}^n - 2c_i^n + c_{i+1}^n}{2} \quad (4.90)$$

comme la somme d'un schéma d'advection centré du second ordre et d'un terme de diffusion numérique avec une diffusivité  $\alpha(\delta x)^2/(2\delta t) = u\delta x/2$ . En appliquant la même transformation au rétro-transport, on obtient

$$c_i^{*n} - c_i^{*n+1} = -\alpha \frac{c_{i-1}^{*n+1} - c_{i+1}^{*n+1}}{2} + \alpha \frac{c_{i-1}^{*n+1} - 2c_i^{*n+1} + c_{i+1}^{*n+1}}{2} \quad (4.91)$$

qui est à nouveau la somme d'un schéma d'advection centré et d'un terme de diffusion. Comme pour la diffusion turbulente, la diffusion numérique est la même dans les schémas direct et rétro.

A noter également que le schéma d'ordre 2 linéaire obtenu en ignorant le dernier terme des Eqs (4.90) et (4.91), est également symétrique.

Les schémas en volumes finis plus sophistiqués, comme le schéma I de Van Leer, peuvent souvent aussi être décrits comme la somme d'un schéma centré et d'un terme de diffusion, introduit pour éviter les oscillations numériques ou la dispersion. Cependant, ce terme de diffusion dépend alors en général de la concentration du traceur (elle est plus active là où le traceur montre de brusques variations de concentration), rompant la linéarité et donc la symétrie du schéma.

Le cas particulier du schéma de Van Leer et les implications pour l'utilisation pour l'inversion du transport sont discutées plus loin.

#### 4.4.6 Diffusion turbulente

Pour la diffusion turbulente, on utilise dans le modèle LMDZ un schéma implicite en temps et centré sur la verticale :

$$m_i (c_i^{n+1} - c_i^n) = \tilde{K}_{i+1/2} (c_{i+1}^{n+1} - c_i^{n+1}) - \tilde{K}_{i-1/2} (c_i^{n+1} - c_{i-1}^{n+1}) \quad (4.92)$$

( $m$  n'est pas affecté par le mélange) où  $i$  est à présent l'indice vertical et où  $\tilde{K}_{i+1/2}$  est une estimation de  $K_z \rho \delta_x \delta_y \delta_t / \delta_z$  à l'interface entre les couches  $i$  et  $i + 1$ . L'Eq. 4.92 est de la forme (4.78),  $A$  étant donnée par

$$A_{i,i-1} = \tilde{K}_{i-1/2} \quad (4.93)$$

$$A_{i,i} = -\tilde{K}_{i+1/2} - \tilde{K}_{i-1/2} \quad (4.94)$$

$$A_{i,j} = 0 \text{ pour } |i - j| > 1 \quad (4.95)$$

Nous avons montré plus haut sur des bases physiques que la diffusion rétro était identique à la diffusion directe. On vérifie aussi que  $A = A^T$ , ce qui montre que la forme adjointe et la forme rétro-transport du schéma (4.92) sont les mêmes.

#### 4.4.7 Modèles de convection en flux de masse

Les schémas en flux de masse utilisés dans le modèle sont également symétriques, mais c'est un peu plus fastidieux à démontrer. Comme précédemment, on va se restreindre au cas d'une ascendance compensée par une subsidence dans l'environnement.

Comme on l'a déjà expliqué au Chapitre 2, les équations de continuité pour l'air et le traceur dans l'ascendance (resp. Eqs. 4.68 et 4.66) sont discrétisées comme

$$E_i + F_{i-1/2} = D_i + F_{i+1/2} \quad (4.96)$$

et

$$E_i c_i^n + F_{i-1/2} \hat{c}_{i-1} = \hat{c}_i (D_i + F_{i+1/2}) \quad (4.97)$$

où  $E_i \simeq \hat{e} \delta z \delta t$  et  $D_i \simeq \hat{d} \delta z \delta t$  sont les entraînement et déentraînement vers et depuis l'ascendance pour la couche  $i$  durant le pas de temps  $\delta t$ , et  $F_{i+1/2} \simeq \hat{f} \delta t$  est le transfert de masse entre les

couches  $i$  et  $i+1$ , avec les conditions supplémentaire que  $F$  est nul en haut et en bas de la colonne convective.

L'évolution temporelle de la concentration grande échelle de traceur restreinte au transport convectif, obtenue en combinant les Eqs. 4.60 et 4.65 avec  $\mathbf{v} = 0$ ,  $\lambda = 0$ ,  $F_{\text{diff}} = 0$  et  $\dot{f} = 0$ , qui s'écrit

$$\rho \frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial \hat{f} (\hat{c} - c)}{\partial z} \quad (4.98)$$

est discrétisée sous la forme

$$m_i c_i^{n+1} - m_i c_i^n = F_{i-1/2} \hat{c}_{i-1} - F_{i+1/2} \hat{c}_i + F_{i+1/2} c_{i+1}^n - F_{i-1/2} c_i^n \quad (4.99)$$

$$= D_i \hat{c}_i - E_i c_i^n + F_{i+1/2} c_{i+1}^n - F_{i-1/2} c_i^n \quad (4.100)$$

Ce schéma est de la forme (4.76). Puisque le modèle est linéaire, les éléments de la matrice  $A$  peuvent être obtenus en calculant  $m_i c_i^{n+1} - m_i c_i^n$  dans la couche  $i$  pour un traceur injecté dans la couche  $j$  ( $c_k^n = \delta_{k,j}$ ).

Si on calcule d'abord les concentrations dans l'ascendance, pour cette injection particulière, on trouve, pour  $k < j$ ,  $\hat{c}_k = 0$ . Pour la couche d'injection, la concentration dans l'ascendance est donnée par

$$\hat{c}_j (D_j + F_{j+1/2}) = E_j c_j^n \quad (4.101)$$

Pour  $k > j$

$$\hat{c}_k (D_k + F_{k+1/2}) = \hat{c}_{k-1} F_{k-1/2} \quad (4.102)$$

et, après itération,

$$\hat{c}_i = \prod_{k=j+1}^i \frac{F_{k-1/2}}{D_k + F_{k+1/2}} \hat{c}_j = \frac{\prod_{k=j+1}^i F_{k-1/2}}{\prod_{k=j}^i (D_k + F_{k+1/2})} E_j c_j^n \quad (4.103)$$

Le traceur est finalement entraîné dans l'environnement, donnant pour un entraînement dans la couche  $i$  avec  $i > j$ ,

$$A_{i,j} = D_i \hat{c}_i = \frac{\prod_{k=j+1}^i F_{k-1/2}}{\prod_{k=j}^i (D_k + F_{k+1/2})} E_j D_i \quad (4.104)$$

Dans la couche d'injection  $i = j$ , un calcul similaire donne

$$A_{j,j} = -F_{j-1/2} - E_j + \frac{D_j E_j}{(D_j + F_{j+1/2})} \quad (4.105)$$

La concentration grande échelle est également modifiée par la subsidence juste en dessous de la couche d'injection ( $m_{j-1} c_{j-1}^{n+1} = F_{j-1/2}$ ) d'où l'on tire

$$A_{j-1,j} = F_{j-1/2} \quad \text{et} \quad A_{i,j} = 0 \quad \text{pour} \quad i < j - 1. \quad (4.106)$$

Le schéma pour le rétro-transport est obtenu en inversant le rôle de  $D$  et  $E$  et en changeant le sens vertical de la propagation des indices. Le schéma rétro est donc également de la forme

(4.76), la matrice  $A$  étant remplacée par la matrice  $B$  dont les éléments sont obtenus en considérant une rétro-injection dans la couche  $j$ , ce qui donne

$$B_{i,j} = \frac{\prod_{k=i}^{j-1} F_{k+1/2}}{\prod_{k=i}^j (E_k + F_{k-1/2})} D_j E_i \quad \text{pour } i < j \quad (4.107)$$

$$B_{j,j} = -F_{j+1/2} - D_j + \frac{E_j D_j}{(E_j + F_{j-1/2})} \quad (4.108)$$

$$B_{j+1,j} = F_{j+1/2} \quad \text{pour } \text{et } B_{i,j} = 0 \quad \text{pour } i > j + 1. \quad (4.109)$$

En utilisant l'équation de continuité (4.96), on vérifie que  $B = A^T$  ce qui montre que les transports convectifs adjoint et rétro sont identiques.

#### 4.4.8 Puits linéaires

Les puits linéaires conservent aussi la masse d'air et peuvent être discrétisés au moyen de la matrice diagonale  $A = \text{diag}(m_i \lambda_i)$  qui assure évidemment la symétrie.

#### 4.4.9 Symétrie du modèle complet

Dans le modèle direct, l'advection de grande échelle, la diffusion turbulente et le transport convectif sont traités de façon séquentielle. Si on veut vraiment obtenir la symétrie numérique avec le schéma de Godunov, il faut inverser complètement l'ordre de cette séquence dans le modèle. On ne le fait pas en standard dans le mode rétro de LMDZ qui utilise de toutes façons le schéma I de Van Leer, non symétrique.

C'est la non inversion de cet ordre des opérateurs qui explique la différence résiduelle entre calcul direct et rétro dans le cas où on utilise le schéma de Godunov (cercles blancs sur la partie de droite de la Fig. 4.5). Comme on l'a déjà dit, si on inverse cette séquence dans le calcul rétro (signes +), le FMT moyen pour les 11 stations passe de 98,2 à 99,5%.

### 4.5 Le cas des algorithmes ne respectant pas la symétrie

Lorsque la discrétisation ne préserve pas la symétrie du transport, on a le choix pour les applications entre l'algorithme adjoint ou l'algorithme de rétro-transport. Les possibles implications sont illustrées et discutées dans le cadre de calculs d'advection unidimensionnelle avec le schéma de Van Leer.

#### 4.5.1 Calculs de sensibilité

Pour l'advection unidimensionnelle par un champ de vent non divergeant  $u > 0$ , sur une grille régulière, l'évolution temporelle de la concentration du traceur dans la maille  $i$  est donnée par

$$c_i^{n+1} - c_i^n = \alpha \left( \tilde{c}_{i-1/2}^n - \tilde{c}_{i+1/2}^n \right) \quad \text{avec } \alpha = U/m \quad (4.110)$$



où  $\check{c}_{i-1/2}^n$  est la concentration moyenne dans la partie de l'air transférée au cours du pas de temps entre les mailles  $i-1$  et  $i$ . Pour le schéma I de Van Leer, on utilise une approximation linéaire de la distribution sous-maille avec une pente  $(\delta c)_i$  correspondant à des concentrations  $c_i^\pm = c_i \pm (\delta c)_i/2$  aux bords de la maille (se reporter à la Fig. 2.5 pour le principe du schéma et les notations).  $\check{c}_{i+1/2}$  vaut alors

$$\check{c}_{i+1/2} = c_i + \frac{1}{2}(1 - \alpha)(\delta c)_i \text{ si } \alpha > 0 \quad (4.111)$$

$$= c_{i+1} - \frac{1}{2}(1 + \alpha)(\delta c)_{i+1}, \text{ sinon.} \quad (4.112)$$

Dans le schéma I de Van Leer, la pente est d'abord calculée par différences finies avant d'appliquer un limiteur de pente de sorte que le calcul de la pente peut s'écrire sous la forme de la séquence d'opérations et de tests suivante :

$$\text{si } \{ (c_{i+1} - c_i) \times (c_i - c_{i-1}) > 0 \} \text{ alors} \quad (4.113)$$

$$(\delta c)_i = (c_{i+1} - c_{i-1})/2 \quad (4.114)$$

$$\text{si } \{ |(\delta c)_i| > 2|c_i - c_{i-1}| \} \text{ alors} \quad (\delta c)_i = 2(c_i - c_{i-1}) \quad (4.115)$$

$$\text{si } \{ |(\delta c)_i| > 2|c_{i+1} - c_i| \} \text{ alors} \quad (\delta c)_i = 2(c_{i+1} - c_i) \quad (4.116)$$

$$\text{sinon} \quad (\delta c)_i = 0 \quad (4.117)$$

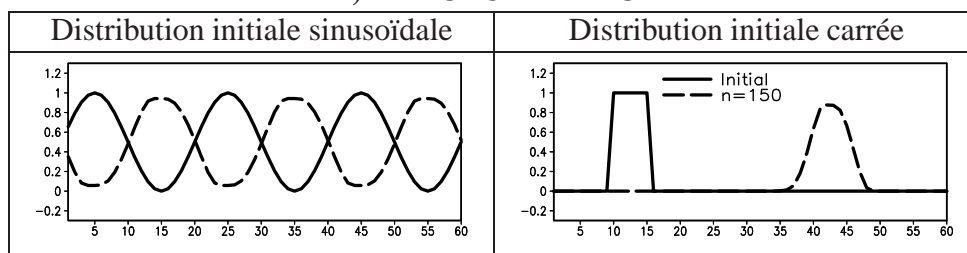
Nous montrons ci-dessous les résultats obtenus avec trois méthodes différentes pour calculer la sensibilité d'une mesure par rapport à la distribution initiale de traceur. Les deux premières méthodes consistent en l'intégration à rebours de l'algorithme de rétro-transport ou de l'algorithme adjoint. Le troisième calcul est obtenu par des perturbations successives de l'état initial suivies de simulations directes. Cette méthode requière autant d'intégrations que de points de grille.

La même méthode de perturbation a aussi été testée avec le modèle linéaire tangent. Comme il se doit, les résultats obtenus ainsi sont identiques à ceux de l'intégration adjointe et ces résultats ne sont donc pas montrés.

Pour un modèle linéaire et symétrique en temps, les trois estimations de la sensibilité doivent être égales. Ce point a été vérifié avec le schéma de Godunov (résultats non montrés). Pour un algorithme non symétrique mais linéaire, l'estimation par perturbations et l'estimation adjointe sont identiques mais différent du calcul de rétro-transport. A cause des limiteurs de pentes (4.113, 4.115 et 4.116), le schéma I de Van Leer n'est pas linéaire. Dans ce cas, les trois estimations sont différentes. L'estimation par rétro-transport ne dépend que de la distribution de mesure alors que l'intégration adjointe dépend du calcul de base au voisinage duquel on calcule les sensibilités. Quant au calcul direct par perturbation, il dépend à la fois de la solution de base et de l'amplitude de la perturbation initiale. A cause des non-linéarités, l'intégration de l'adjoint du modèle nécessite le stockage de la solution de base qui est ensuite relue et utilisée pour activer les propositions conditionnelles dans les calculs (dans 4.113, 4.115 et 4.116) au cours du calcul de sensibilité.

Les résultats sont montrés sur la Fig. 4.6. Le domaine est périodique avec 60 points et on a choisi un nombre de Courant  $\alpha = 0,2$ . Trois distributions initiales de traceurs sont testées :

## A) TRACEUR DIRECT



## B) FONCTION D'INFLUENCE AU PAS DE TEMPS INITIAL

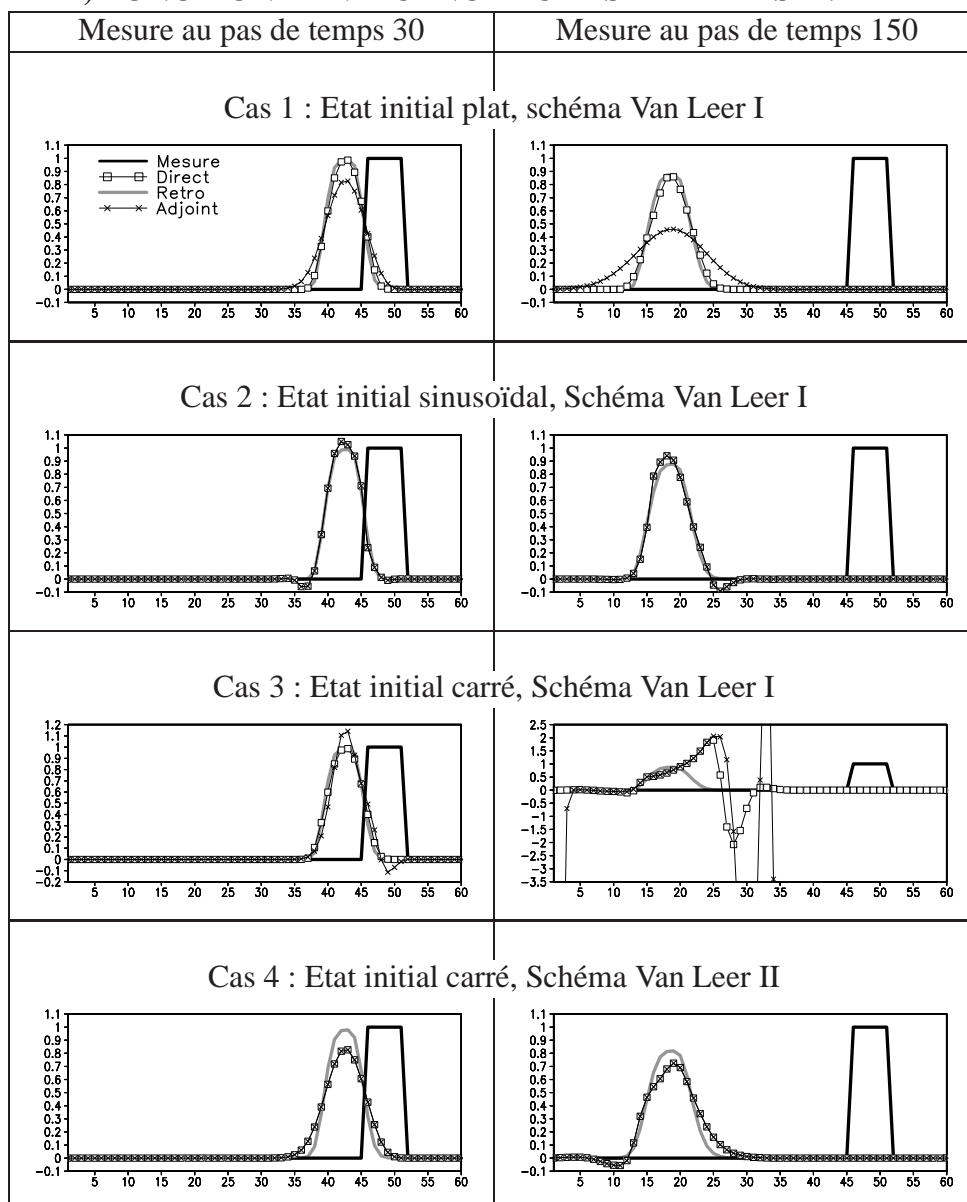


FIG. 4.6 – Calculs de sensibilités ou fonctions d'influence.

Partie A. Distribution initiale de traceur (courbe continue) et distribution obtenue après 150 pas d'advection (courbe discontinue) pour des distributions initiales sinusoïdale (à gauche) et carrée (à droite).

Partie B. Fonction d'influence à l'instant initial pour une mesure effectuée au pas de temps 30 (colonne de gauche) ou 150 (colonne de droite). Pour chaque graphique, la courbe épaisse continue montre la distribution de mesure. Les autres courbes montrent la sensibilité calculée avec l'algorithme de rétro-transport (courbe épaisse grise), avec l'adjoint du code direct (croix) et par perturbations de simulations directes (carrés). Les différents cas (de haut en bas) diffèrent par la distribution initiale de traceur ou par le schéma utilisé pour l'advection.

pas de traceur (état plat) ainsi qu'une onde sinusoïdale et une distribution carrée, toutes deux d'amplitude 1. Les deux graphiques du haut de la figure (partie A) montrent la distribution initiale et les résultats de l'intégration directe de base au pas de temps 150 pour les distributions sinusoïdale (à gauche) et carrée (à droite). La solution exacte de l'advection au pas 150 est une translation de  $\alpha N=30$  points de grille.

La partie B de la même figure montre des calculs de sensibilité ou fonctions d'influence. La mesure consiste en un prélèvement uniforme sur un intervalle de 6 points de grille. La distribution de mesure correspondante (i. e. la fonction  $\mu$  de l'Eq. 4.9) correspond à la courbe noire épaisse sur tous les graphiques. La sensibilité est calculée par rapport à la concentration initiale de traceur pour une mesure effectuée au pas de temps 30 (pour la colonne de gauche) et 150 (colonne de droite). La sensibilité exacte serait obtenue en translatant la distribution de mesure de -6 et -30 points respectivement. Pour l'estimation directe, une perturbation d'amplitude  $g = 10^{-8}$  est ajoutée successivement à chaque point de grille.

Pour le cas 1 (graphiques du haut de la partie B), qui correspond à un état initial sans traceur, la condition (4.113) n'est jamais satisfaite. La pente est donc nulle dans le calcul adjoint, qui équivaut alors à un calcul avec le schéma de Godunov (Eqs 4.110, 4.111 et 4.112 avec  $(\delta c) = 0$ ). La sensibilité correspondante est beaucoup plus diffuse que celle obtenue avec l'algorithme rétro ou le calcul par perturbations, ces deux derniers étant à la fois plus proches l'un de l'autre et plus proche de la solution exacte. Ce cas classique, où l'on essaie de reconstituer une source en partant d'une concentration supposée nulle a priori, est en fait ici un cas limite singulier dans lequel la sensibilité dépend de choix arbitraires sur l'écriture du schéma. En changeant le signe  $>$  en  $\geq$  dans l'Eq. 4.113, on obtiendrait par exemple des sensibilités différentes.

Le cas 2, qui correspond à une onde sinusoïdale, est moins pathologique. Pour un pas de temps donné, la condition (4.113) est satisfaite presque partout et le limiteur de pentes est actif seulement pour un petit nombre de points de grille. Les trois estimations de la sensibilité sont affectées par la diffusion numérique mais sont relativement proches les unes des autres (celle calculée par rétro-transport, qui ne dépend que de la distribution de mesure, est la même que dans le cas 1). A noter que les estimations directes par perturbations et adjointes produisent de faibles valeurs négatives (on le voit particulièrement pour la sensibilité d'une mesure effectuée au pas de temps 150).

Le cas 3 correspond à une distribution carrée. La sensibilité calculée par rétro-transport est à nouveau la même que précédemment. Pour une mesure au pas 30, la solution adjointe commence à montrer des oscillations numériques alors que les deux autres restent proches l'une de l'autre. Pour une mesure au pas 150, les intégrations adjointes et par perturbations produisent des oscillations bien plus grandes que le signal lui-même avec des sensibilités négatives très importantes. L'instabilité rencontrée ici peut être expliquée de la façon suivante. Après un certain nombre de pas de temps pour la simulation directe, la distribution n'est plus vraiment carrée mais décroît rapidement de part et d'autre du pic de traceur, typiquement par un ordre de grandeur d'un point de grille au suivant. De ce fait, en amont du pic, dans la région où le pic de la sensibilité est advecté (dans notre cas particulier), la condition 4.116 est atteinte partout. Du coup, le schéma adjoint correspond en fait à un schéma direct associé à une pente  $(\delta c)_i = 2(c_{i+1} - c_i)$ . Ce schéma est pathologique comme schéma de transport à la fois parce que l'estimation de la pente est systématiquement décentrée et parce que cette pente est double d'une estimation classique

par différences finies.

Afin d'illustrer ce cas plus en détail, on montre, dans la partie de gauche de la Fig. 4.7, les sensibilités directes calculées pour une mesure au pas 150 (comme pour la partie de droite de la Fig. 4.6) mais en utilisant différentes valeurs pour  $g$  (rappelons que les résultats montrés dans la Fig. 4.6 correspondent tous à  $g = 10^{-8}$ ). Pour des valeurs petites de  $g$ , comme on peut s'y attendre, les résultats sont proches du calcul adjoint. Quand  $g$  croît, les calculs directs par perturbations tendent à se lisser et deviennent plus proches de la solution obtenue par rétro-transport (ainsi que de la solution physiquement correcte). Olivier Talagrand a proposé l'explication suivante pour ce phénomène intéressant. A cause de la présence des opérations conditionnelles associées aux limiteurs de pentes (4.115) et (4.116), chaque intégration du modèle direct traverse une série de bifurcations. Pour des valeurs de perturbations suffisamment petites, la séquence des bifurcations n'est pas modifiée (une petite perturbation n'est pas "vue" par le limiteur) et le calcul adjoint montre que la sensibilité ainsi obtenue est très grande. Quand on fait croître l'amplitude de cette perturbation, la séquence des bifurcations est de plus en plus modifiée, avec des fluctuations très fortes dans la sensibilité. Ces fluctuations tendent à s'annuler les unes les autres, ce qui n'est pas surprenant dans la mesure où les limiteurs de pentes sont justement introduit pour garantir le bon comportement physique du schéma de transport. Il est remarquable que le rétro-transport (qui inclue bien sûr les limiteurs de pente) atteint le même but pour un coût bien moindre.

Le cas 4 correspond aussi à une distribution initiale carrée, mais l'intégration est effectuée avec le second schéma de Van Leer, déjà décrit dans la Section 2.3.6, dans lequel la pente (4.114) est remplacée par  $(\delta c)_i = 2(c_{i+1} - c_i)(c_i - c_{i-1}) / (c_{i+1} - c_{i-1})$ . Dans ce cas, les conditions 4.115 et 4.116 ne sont jamais atteintes. Ce schéma est légèrement plus diffusif que le schéma I mais son comportement est moins pathologique car sa non-linéarité est moins forte. On observe encore cependant le même effet que pour le cas précédent bien que dans une moindre mesure. Pour  $g \leq 0,0001$  et à la précision de la figure, la sensibilité adjointe et celle obtenue par perturbation sont confondues. Pour  $g = 1$ , la sensibilité directe est en revanche plus proche du calcul par rétro-transport.

D'autres résultats (non montrés) confirment que le calcul de rétro-transport fournit en générale une bonne estimation de la sensibilité calculée par perturbation du calcul direct avec des perturbations de relativement grande amplitude.

On voit que dans le cas où la sensibilité de l'algorithme direct est définie de manière non ambiguë, le calcul adjoint en fournit, comme il se doit, une bonne estimation. Cependant, pour des algorithmes fortement non-linéaires, cette estimation, exacte d'un point de vue numérique, peut s'avérer non physique (oscillations, valeurs négatives). En comparaison, le calcul par rétro-transport, robuste et préservant la positivité (ainsi que la monotonie), fournit des sensibilités qui restent réalistes et proches de la solution exacte même pour des schémas fortement non linéaires.

## 4.5.2 Expériences de minimisation

On compare à présent les différentes approches dans le contexte de l'assimilation variationnelle, a priori plus favorable au calcul adjoint, avec pour but de reconstruire la distribution initiale de traceur à partir d'observations distribuées dans le temps.

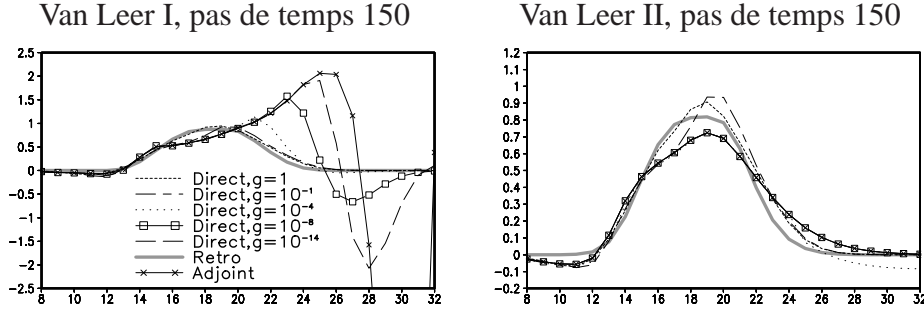


FIG. 4.7 – Calcul de sensibilités par perturbations directes de la distribution initiale pour les schéma I (à gauche) et II (à droite) de Van Leer (mêmes conditions que pour les deux graphiques les plus bas de la colonne de droite de la Fig. 4.6). Les sensibilités sont calculées pour différentes amplitudes de la perturbation  $g$ . Les courbes pour  $g = 10^{-8}$  ainsi que les calculs adjoint et rétro sont aussi montrés sur la Fig. 4.6.

On effectue des tests académiques classiques de type “expériences jumelles”, standards pour l’évaluation des algorithmes d’assimilation. On commence par effectuer une simulation de référence, notée  $y_i^n$ , sur  $N$  pas de temps. Cette expérience est considérée comme la réalité à reconstruire. Des observations synthétiques sont générées à chaque pas de temps  $n$  à partir de cette simulation sous la forme  $\sum_i \mu_i y_i^n$ , où  $\mu = (\mu_i)$  est à nouveau la distribution de mesure. Pour toute solution  $c_i^n$  de l’équation de transport, la fonction objective (scalaire)

$$J(y, c) = \sum_n \left[ \sum_i \mu_i y_i^n - \sum_i \mu_i c_i^n \right]^2 \quad (4.118)$$

mesure l’écart entre cette solution et l’observation. On minimise alors cette fonction coût par rapport à la concentration initiale  $c_i^0$ .

La minimisation est effectuée grâce au code M1QN3 développé par Gilbert et Lemaréchal (1989). Il s’agit d’une procédure itérative qui nécessite, à chaque pas, au moins une approximation du gradient de la fonction objective. L’algorithme est de type quasi-Newtonien, ce qui signifie que le gradient local est utilisé pour bâtir petit à petit une approximation de l’inverse du Hessien (matrice des dérivées secondes) de la fonction objective. L’utilisation de cet inverse rend la minimisation particulièrement efficace, au moins dans le cas où le gradient varie de façon relativement douce.

Deux séries d’expériences ont été effectuées ici, en utilisant, pour calculer le gradient, dans le premier cas l’adjoint exact du modèle direct et dans le second cas l’adjoint approché obtenu par rétro-transport.

Dans toutes les expériences, effectuées dans le même cadre unidimensionnel que pour la section précédente, la longueur de la simulation de référence est de  $N = 300$  pas de temps, ce qui correspond à une révolution complète sur le domaine d’advection. La fonction de mesure est également comme avant un prélèvement uniforme sur 6 points de grille (courbe épaisse discontinue sur la Fig. 4.8). Avec ces choix, le minimum de la fonction objective est unique et égal à zéro.

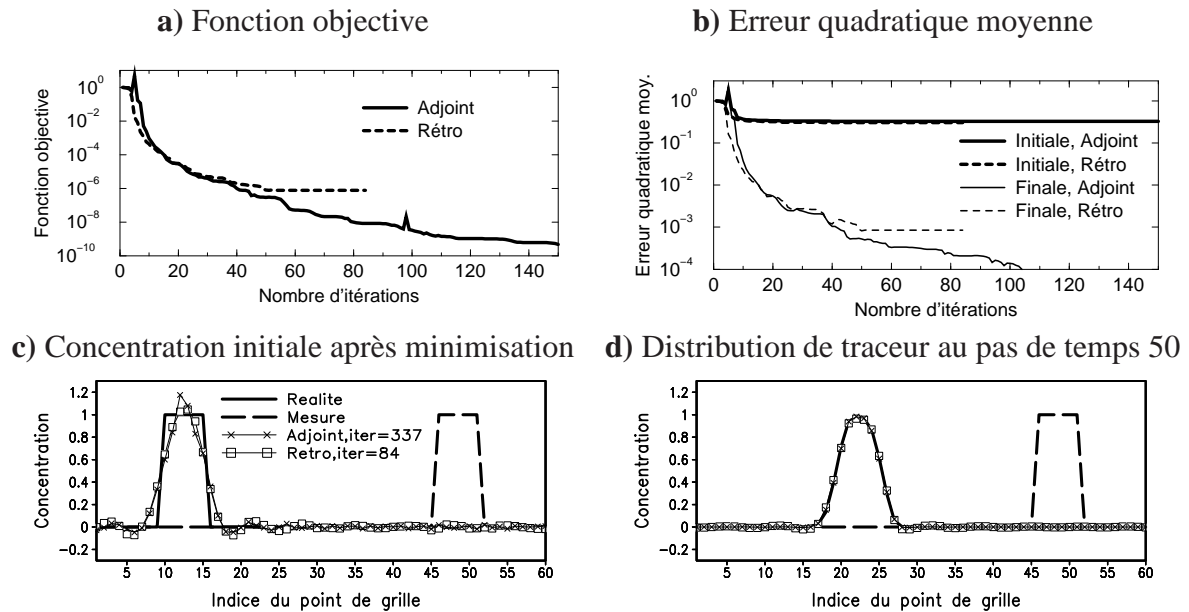


FIG. 4.8 – Résultats d’expérience d’assimilation variationnelle avec des observations synthétiques. L’état initial “réel” à reconstruire correspond à la courbe épaisse continue du graphique c. La fonction objective (Eq. 4.118) à minimiser est calculée avec la distribution de mesure représentée par une courbe épaisse discontinue sur les graphiques c et d. La minimisation est commencée à partir d’un état initial sans traceurs.

**a** : Evolution de la valeur de la fonction objective au fil de la minimisation.

**b** : Evolution de l’erreur d’estimation des états initial et final de l’intervalle d’assimilation.

**c** : Concentrations initiales “réelle” et reconstituée à la fin de la minimisation.

**d** : Les mêmes états que pour le graphique c mais au pas de temps  $n = 50$  de l’intervalle d’assimilation.

Les résultats sont présentés sur la Fig. 4.8. L’état initial de la simulation de référence utilisé comme réalité correspond à la distribution carrée déjà utilisée précédemment (courbe épaisse sur les graphiques du bas). On utilise le schéma I de Van Leer. La minimisation est initiée à partir d’un état sans traceurs. La minimisation est poursuivie jusqu’à ce que la décroissance de la fonction objective entre deux états successifs de la minimisation soit plus petite qu’un seuil prescrit. Le graphique a) montre que, comme on peut s’y attendre, la minimisation aboutit à une valeur plus faible de la fonction objective quand on calcule le gradient avec l’adjoint exact plutôt qu’avec l’algorithme de rétro-transport. Cependant, la minimisation est plus rapide au début avec le rétro-transport. La reconstruction de la concentration initiale (graphique c) est également très légèrement meilleure avec l’algorithme de rétro-transport (ce qui se voit aussi sur l’erreur quadratique moyenne montrée sur le graphique b). En fait, si les deux reconstructions obtenues en fin de minimisation diffèrent à l’instant initial, elles sont en revanche quasiment identiques au pas d’advection  $n = 50$  (graphique d). C’est ici la diffusion numérique qui rend difficile la reconstruction de l’état initial, et qui explique que les oscillations de l’état initial (graphique c)



ne soit pas “vues” par les mesures. Le même effet se produirait dans la réalité avec la diffusion turbulente.

D’autres résultats (non montrés) confirment les résultats obtenus ici à savoir que la minimisation est généralement plus poussée avec l’adjoint mais plus rapide au début avec l’algorithme de rétro-transport. Les différences concernant la reconstruction de l’état initial sont souvent non significatives, mais à nouveau, cette reconstruction est souvent légèrement meilleure avec l’algorithme de rétro-transport. Ces résultats sont cohérents avec ceux présentés sur la Fig. 4.7. Le gradient approché mais lisse obtenu avec l’algorithme de rétro-transport permet une localisation imparfaite mais rapide du minimum de la fonction objective. L’utilisation du gradient exact permet une localisation plus précise de ce minimum. Mais ce gain ne semble pas utile en pratique. De plus, dans certains cas (non montrés), ce gradient exact peut osciller tellement que la minimisation échoue.

On peut en tirer la conclusion que, au moins sur les exemples académiques présentés ici, l’utilisation d’un gradient certes approché, mais lisse et présentant un bon comportement physique, est préférable à l’utilisation d’un gradient exact mais présentant de fortes oscillations.

## 4.6 Illustrations et applications

### 4.6.1 Evaluation des capacités de détection du réseau TICE

Nous avons bien sûr appliqué cette approche à l’évaluation de l’efficacité des réseaux TICE (Hourdin et Issartel, 2000).

Les réseaux développés pour la vérification du TICE ont été dimensionnés a priori pour pouvoir détecter des essais d’une kt équivalent TNT partout sur la planète. Comme on l’a déjà dit dans l’introduction de ce chapitre, la détection et la localisation des événements suspects reposera sur la mesure d’ondes se propageant depuis le lieu de l’explosion : mesures sismiques pour des tirs souterrains, mesure d’ondes infra-sonores pour les essais atmosphériques et hydroacoustiques pour les essais sous-marins. Le quatrième réseau – celui qui nous intéresse ici – mesurera en 80 stations la radioactivité atmosphérique associée aux aérosols. 40 de ces 80 stations seront en plus équipées d’instrument mesurant la concentration en isotopes du xénon. Alors que les isotopes radioactifs se fixant sur des aérosols ne sont relâchés que dans le cas d’essais atmosphériques, le xénon, gaz noble non soluble dans l’eau, est a priori émis également en quantité appréciable lors d’essais sous-marins ou souterrains (De Geer, 1996).

Avec une demi-vie de 5,2 jours, le  $^{133}\text{Xe}$  est l’isotope le plus important du xénon loin des sources. Le comité d’experts en charge de la définition des réseaux TICE a estimé qu’un essai nucléaire de 1 kt doit relâcher environ  $10^{15}$  Bq si il est aérien ou sous-marin et environ 10 fois moins pour un essai souterrain (le xénon s’échappant alors par des failles, Carrigan et al., 1996). A partir de ces chiffres, un seuil de détection de  $1 \text{ mBq m}^{-3}$  a été retenu comme spécification pour les mesure de xénon. Pour parvenir à cette sensibilité, les détecteurs prélèvent de l’air sur une journée entière avec des pompes puissantes pour effectuer une mesure.

Nous sommes arrivés dans la boucle des discussions avant que le choix des 40 stations du sous-réseau ne soit définitivement arrêté. Grâce à l’approche inverse présentée ci-dessus, et à



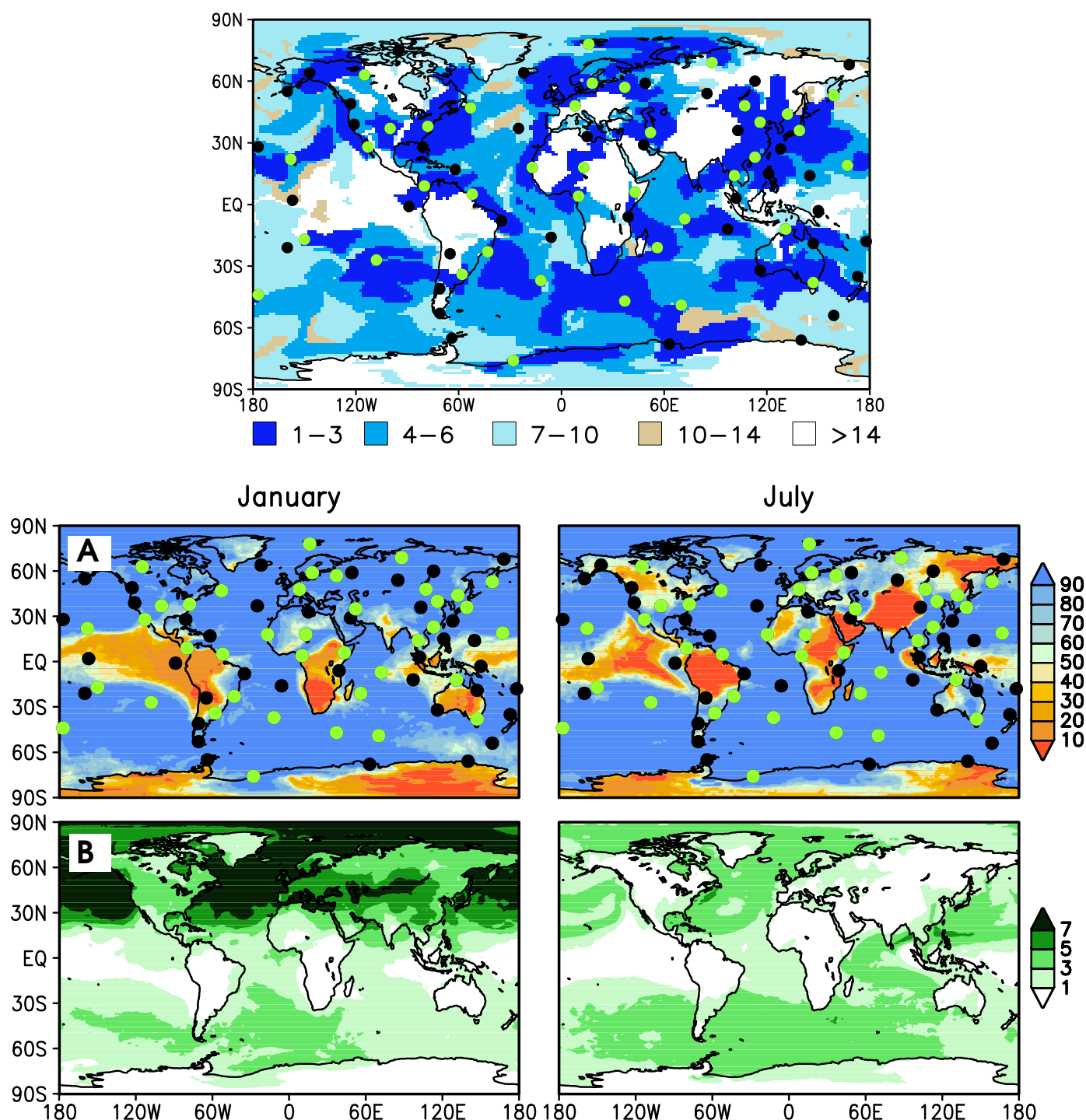


FIG. 4.9 – Calculs de la capacité de détection du réseau Xenon du TICE. On montre en haut le délai de détection (en jour) pour un essai sub-surface de 1 kt et une date de détection particulière (ici le 15 janvier 1991). La couleur bleue foncée montre par exemple la zone qui a été détectée pour un tir effectué entre 1 et 3 jours auparavant. La réunion des régions colorées montre la partie de la surface du globe dans laquelle un tir dans la première quinzaine de janvier aura été détecté au moins une fois le 15 janvier. On montre en dessous les cartes de probabilité de détection (A, %) d'essais sub-surface par le réseau gaz nobles (en pratique à partir de la détection du  $^{133}\text{Xe}$ ) pour les mois de juillet et janvier. Les points correspondent aux emplacements des 80 stations du réseau TICE et, parmi eux, les points verts correspondent aux stations gaz nobles. Les cartes du bas (B) correspondent au nombre moyen de stations détectant un essai.

sa mise en œuvre dans LMDZ, nous avons pu alors produire des cartes globales d'efficacité de détection du réseau pour les différents choix de sous réseaux (note interne CEA).

Nous présentons ci-dessous les résultats du calcul d'efficacité du réseau xénon pour la détection des essais souterrains où sous-marins et pour la configuration finalement retenue pour le réseau xénon.

Dans ce cas particulier, la symétrie du calcul est totale. Au lieu d'effectuer les tirs aux stations et de les détecter au niveau des détecteurs, on injecte dans le modèle les  $Q = 10^{15}$  Bq à l'ensemble des 40 détecteurs (un traceur par détecteur) à un instant donné. Si on s'intéresse à une détection ayant lieu le 14 juillet par exemple, on injecte le traceur au détecteur uniformément pendant la journée. On intègre le modèle à l'envers en tenant compte d'une décroissance radioactive avec une demi-vie de 5,2 jours. Un essai effectué par exemple le 5 juillet sera détecté par cette station le 15 si le rétro-panache émis le 15 à la station dépasse le 5 le seuil de détection des appareils à l'endroit où le tir est effectué. pour tenir compte de la moindre source pour les essais souterrains, le seuil est de  $1 \text{ mBq m}^{-3}$  sur mer et seulement  $0,1 \text{ mBq m}^{-3}$  sur continents.

Les simulations ont été effectuées avec le modèle LMDZ débranché en relisant les archives d'une simulation guidée en résolution  $96 \times 72 \times 19$  et en redécoupant chaque maille horizontale en  $2 \times 2$  mailles pour obtenir une résolution de  $1,9^\circ \times 1,25^\circ$  pour le calcul du transport.

Les résultats sont montrés sur la Fig. 4.9. On montre d'abord sur la figure du haut les "zones de visibilité" du réseau avec des délais de plus en plus grands pour une détection le 15 janvier 1991. Les stations du sous-réseau xénon sont repérées par des points verts. On reconnaît bien dans les tropiques sur les océans les régimes d'alizés avec une zone de visibilité confinée dans une bande relativement étroite à l'est des stations. L'étendue des zones détectées est beaucoup plus grande dans les moyennes latitudes. On voit qu'au bout de 14 jours, le réseau est loin de détecter l'ensemble de la surface du globe dans les tropiques. Le gain de détection est relativement faible entre les jours 10 et 14. De plus, dans les tropiques, les zones détectées sont alors souvent déconnectées des zones détectées plus tôt, ce qui indique qu'on détecte de l'air qui a recirculé dans la troposphère moyenne ou haute. C'est particulièrement clair dans le Pacifique tropical où les détections au-delà de 10 jours proviennent de régions proches de l'équateur et correspondent donc à des traceurs ayant été emportés dans les cellules de Hadley avant de redescendre pour être détecté plus haut en latitude.

On effectue ensuite des statistiques à partir d'un ensemble de simulations pour des jours de détection différents. En pratique ici, on a effectué les statistiques à partir de 15 jours de détection, allant du 15 au 31 janvier dans un cas et du 15 au 31 juillet dans l'autre pour estimer les effets saisonniers. On voit clairement sur les graphiques A de la Fig. 4.9 que le réseau est insuffisant dans les tropiques, à la fois à cause de la relative étroitesse des zones détectées dans les régions d'alizés et parce qu'une bonne partie des traceurs est emportée dans la haute atmosphère par la circulation de Hadley. La détection est évidemment globalement plus faible pour les tirs souterrains. Les graphiques du bas montrent la redondance des mesures, c'est à dire le nombre de fois moyen où un essai va être détecté. On voit que le réseau ne montre une relative redondance que dans les moyennes latitudes, sur les océans.

D'autres calculs ont été effectuées, notamment des calculs pour le réseau aérosols qui montrent que ce réseau aura une très bonne capacité de détection, au problème près du lessivage, processus encore très mal connu et ne pouvant être représenté que de façon assez grossière dans

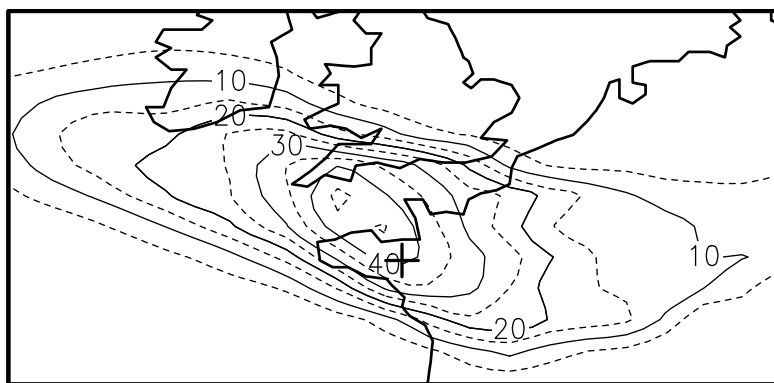


FIG. 4.10 – Carte montrant, au point de la source potentielle, le FMT moyen entre simulation et observation pour 9 stations ETEX. Les concentrations simulées sont calculées à partir des rétro-panaches émis depuis les 9 stations. La croix correspond à la localisation effective de la source.

les modèles (note interne CEA).

#### 4.6.2 Inversion des paramètres de la source

En cas de redondance des mesures, la question qui vient rapidement à l'esprit est de savoir s'il est possible de localiser les sources. De nombreuses approches existent pour combiner les rétro-panaches afin d'essayer de localiser les sources. Plus précisément dans le cadre du TICE, il s'agirait de déterminer la position, la date et l'intensité de la source.

La question est plus importante qu'il n'y paraît à première vue dans le cas du TICE. On a vu en effet que dans ce cas, la localisation devrait être effectuée par les réseaux sismiques, infra-sonores ou hydroacoustiques. Mais la question qui va se poser nécessairement, c'est l'interprétation de tous les événements douteux, qui n'auront justement pas été enregistrés par les autres réseaux et pourront correspondre souvent à des incidents ou accidents nucléaires. En fait, la sensibilité du réseau xénon est telle que le nucléaire civile va être assez systématiquement enregistré aux stations xénon, même en période de fonctionnement normal.

Nous avons laissé cette question et l'étude des méthodes associées à nos collègues du CEA. Nous montrons cependant pour illustration un calcul de localisation de la source d'ETEX à partir de rétro-panaches. On suppose ici que la date et l'intensité de la source sont connues. On utilise les simulations à 9 des 11 stations ETEX étudiées précédemment (NL05, B05, NL01, D44, DK05, DK02, D05, PL04 et H02).

Pour n'importe quelle position possible de la source, on peut calculer la moyenne des FMT ( $\sum_i FMT_i/9$ ) par rapport aux observations réelles. Une fois les rétro-panaches calculés, ce calcul est très peu coûteux numériquement. Le résultat est montré sur la Fig. 4.10. L'estimation grossière qui consisterait à prendre comme lieu d'émission le maximum de cette fonction objective donnerait une source située dans la manche, éloignée d'environ 100 à 300 km du lieu réel d'émission.

Les mêmes cartes peuvent bien sûr être calculées pour n'importe quelle intensité de la source et n'importe quel instant d'émission. Le maximum de la fonction objective peut dans ce cas encore être estimé par une simple recherche du minimum absolu. Plus généralement,

l'approche peut être appliquée à la détermination d'une source étendue à la fois dans le temps et dans l'espace. L'accroissement de la dimension du système peut alors nécessiter l'utilisation d'algorithmes de minimisation plus sophistiqués adaptés à des fonctions montrant des extrema locaux.

### 4.6.3 Inversion de sources continues

L'approche du rétro-transport peut également être utilisée pour inverser des sources continues. Des travaux ont été entrepris dans ce sens au LSCE (Peylin et al., 2005) dans le cadre du contrôle des émissions de  $\text{CO}_2$ . Depuis un certain nombre d'années, des méthodes inverses sont utilisées pour essayer de contraindre les puits et sources de  $\text{CO}_2$  à partir de mesures de concentration à des stations de surface (Bousquet et Peylin, 2000). La méthode utilisée jusque là consistait à effectuer des simulations directes de transport avec des sources affectées à des grandes régions (quelques dizaines au plus pour couvrir le globe). Les concentrations ainsi simulées étaient ensuite utilisées pour contraindre les puits et sources sur une base mensuelle.

Le travail entrepris avec l'approche rétro-transport vise à régionaliser cette description des puits et sources en utilisant la partie haute fréquence (synoptique dans un premier temps) des observations de  $\text{CO}_2$ . Dans le cas d'une source continue en surface, le rétro-transport fournit un modèle paramétrique de la mesure

$$J_n = \int_{\Omega} \rho c_i c_n^* d\vec{x}|_{t=0} + \int_{S \times \tau} \Sigma c_n^* dx dy dt \quad (4.119)$$

qui dépend des flux en surface  $\Sigma$  et de la concentration initiale  $c_i$ . Si on remonte le rétro-panache sur une période suffisamment longue (un mois par exemple), ce rétro-panache devient très diffus. La mesure n'est alors plus sensible aux conditions initiales qu'au travers de la valeur moyenne du  $\text{CO}_2$  dans une vaste zone. Cette concentration moyenne est a priori relativement facile à contraindre, soit par de la modélisation directe, soit dans l'algorithme d'inversion. Cette dépendance aux conditions initiales ne devrait donc pas trop perturber la capacité à reconstruire localement les sources à partir des mesures de concentration. Peylin et al. (2005) ont proposé une solution pratique à ce problème du traitement des conditions initiales et montrent que l'inversion des variations synoptiques des concentrations de  $\text{CO}_2$  permet effectivement de commencer à régionaliser les sources.

### 4.6.4 Quelques remarques d'ordre général pour les applications

1. Ce qu'il faut stocker comme rétro-concentrations, ce sont des concentrations moyennes entre deux instants de stockages. Sous ces conditions, on retrouve une inversion exacte pour une source ne fluctuant pas dans le temps.

2. Si la source  $\sigma$  varie dans le temps, par exemple avec un cycle diurne important, il est important d'échantillonner les variations temporelles escomptées. Si on n'échantillonne pas le cycle diurne au moment du stockage, on va faire une erreur puisqu'on négligera la corrélation

entre le cycle diurne des coefficients d'échange (fortement influencé par le cycle diurne de la couche limite) et le cycle diurne des sources (correspondant par exemple à la respiration des plantes). On fera alors une erreur systématique pouvant conduire à des biais importants dans l'inversion (effet bien connu dans le cas des inversions des sources de  $\text{CO}_2$  sous le vocable de rectifier effect).

En revanche, si on n'échantillonne pas la mesure – par exemple si on rétro-injecte tous les jours une concentration de  $\text{CO}_2$  correspondant à la moyenne mesurée pendant cette journée – on perdra de l'information mais on ne fera pas d'erreur.

3. Si on dispose de mesures sur une région relativement restreinte du globe, l'utilisation d'une grille zoomée sur cette région est sans doute relativement optimale. En effet, plus les sources sont distantes des mesures et moins on a besoin de précision sur le rétro-traceur ; moins on est sensible au détail de la répartition spatiale des sources. On peut donc tout à fait à la fois accepter une diffusion numérique importante liée à l'utilisation d'une grille grossière et également se contenter de stoker les rétro-panaches sur une grille grossière, choses que l'on fait naturellement avec une grille étirable.

## 4.7 Conclusion

Nous avons établi ici, pour des traceurs linéaires, l'exacte équivalence entre le transport rétro, défini à partir du suivi à rebours dans le temps des trajectoires atmosphériques, et du transport adjoint pour le produit scalaire pondéré par la masse de l'air.

Bien que mathématiquement équivalentes, ces deux approches correspondent à des visions relativement différentes. L'approche adjointe est un outil mathématique systématique, qui permet de calculer la sensibilité des sorties d'un modèle par rapport à des paramètres d'entrée. Le rétro-transport est une approche physique dans la quelle on peut appliquer dans un monde rétro- des approches physiques ou numériques utilisées d'habitude pour le transport atmosphérique direct. Le passage du monde direct au monde rétro ne requière en général qu'un nombre très restreint d'opérations.

Le fait de réaliser que le rétro-transport n'est pas restreint au monde Lagrangien des trajectoires atmosphériques permet de bénéficier de tous les outils développés ces dernières décennies, notamment concernant le transport turbulent dans la couche limite et la paramétrisation du transport convectif dans les nuages. Les formules en diffusion turbulente, basées sur des images de mouvement aléatoires symétriques, sont inchangées en mode rétro. En revanche, le rôle des ascendances et subsidences doit être interverti dans les formulations en flux de masses et on doit changer le rôle des origines et destinations dans les formulations en matrices d'échanges (ce qui revient à une transposition).

Quand on passe dans le monde numérique, l'équivalence entre transport adjoint et rétro n'est plus nécessairement assurée.

Nous avons montré, en comparant les algorithmes adjoint et rétro, que la symétrie était assurée dans LMDZ pour tous les processus de transport autres que l'advection, et, pour cette dernière, si on utilisait l'algorithme linéaire mais très diffusif de Godunov ou un schéma centré

également linéaire, moins diffusif mais oscillant. Vukićević et al. (2001), dans un articles sur des calculs académiques d'assimilation pour de l'advection bidimensionnelle, ont également remarqué que le schéma "QUICK", un peu plus sophistiqué mais toujours linéaire (et ne garantissant pas la positivité) était également symétrique.

La dérivation de schémas de plus en plus précis et garantissant un bon comportement physico-numérique (conservation, positivité, monotonie) conduit à des schémas non-linéaires. Dans ce cas, l'adjoint du code direct fournit une sensibilité qui dépend de la solution directe de base et est numériquement exact alors que l'utilisation en mode rétro de l'algorithme direct fournit une sensibilité approchée mais unique (ne dépendant pas du calcul direct) et présentant de bonnes propriétés physico-numériques. La positivité du schéma peut par exemple s'avérer essentielle pour certains algorithmes de localisation de rejets accidentels de polluants.

Des expériences numériques effectuées dans le contexte le plus simple possible de l'advection unidimensionnelle avec deux versions (non linéaires) du schéma de Van Leer suggèrent que le rétro-transport, du fait de sa robustesse et de la préservation de la positivité, peut être préférable à l'adjoint exact, même pour des algorithmes de minimisation classiques basés sur des descentes de gradients. Ce résultat est relativement important en pratique. Il avait été montré par le passé que des erreurs même faibles sur le calcul du gradient pouvaient conduire à une inhibition totale de la minimisation. Ceci n'est peut-être pas vrai si l'algorithme numérique repose sur des bases physiques suffisantes.

Enfin remarquons que, si la symétrie du transport présentée ci-dessus n'a de sens que pour des traceurs linéaires, le mode rétro de la partie transport peut être utilisé comme adjoint approché et couplé aux codes adjoints de processus non linéaires comme la chimie. Cette approche a d'ailleurs déjà été appliquées au LGGE à Grenoble à des inversions des mesures de concentrations en espèces soufrées pour des stations Antarctiques (Cosme et al., 2005).



## Chapitre 5

# Dynamique et composition de la stratosphère de Titan

### 5.1 Changement de décor

Titan, le plus gros satellite de Saturne, possède comme la Terre une atmosphère dense d'azote avec une pression en surface de  $1,4 \cdot 10^5$  Pa. pour une gravité de  $1,35 \text{ m s}^{-2}$ . L'azote moléculaire (98% de la masse de l'atmosphère) et le méthane (un peu moins de 2% au-dessus de la tropopause) sont photo-dissociés dans la haute atmosphère, entre 600 et 1000 km d'altitude, par des électrons magnétosphériques ou des rayons ultra-violets. Les radicaux ainsi formés initient une photochimie complexe impliquant notamment des hydrocarbures et des nitriles. Une vingtaine de molécules différentes ont été identifiées à ce jour, soit par par la sonde américaine Voyager soit par des observations depuis la Terre. Des expériences de laboratoire suggèrent que des composés aussi complexes que des “ammono-équivalents” des acides aminés pourraient être créés naturellement dans cette atmosphère (Raulin et Owen, 2002). Celle-ci peut donc être vue comme une expérience grandeur nature du développement d'une chimie complexe en l'absence de vie (chimie pré-biotique).

On pense que c'est la polymérisation de certains de ces nitriles ou hydrocarbures qui est à l'origine de l'épaisse couche de brume orange qui voile l'ensemble de la planète (illustration sur la Fig. 5.1a). Les détails de cette polymérisation sont encore loin d'être connus et des travaux expérimentaux et théoriques ont été menés sur ce sujet (Coll et al., 1999; Tran et al., 2003; Lebonnois et al., 2002; Wilson et Atreya, 2003). Lors du survol de Titan par Voyager 1, les fréquences des instruments embarqués n'avaient pas permis de percer cette couche de brume. Ceci a contribué à préserver une partie du mystère concernant Titan, son système climatique et sa surface. Cependant, grâce aux progrès de l'observation depuis le sol (optique adaptative, interférométrie) et à la mise en orbite du Hubble Space Telescope, il avait été possible récemment de cartographier la surface de Titan dans des fenêtres du proche infrarouge. Des observations récentes avaient également suggéré la présence de nuages dans la basse atmosphère.

L'atmosphère de Titan est également très intéressante d'un point de vue dynamique. Avec un rayon de 2500 km, une période de rotation de 16 jours terrestres (Titan est en phase bloquée



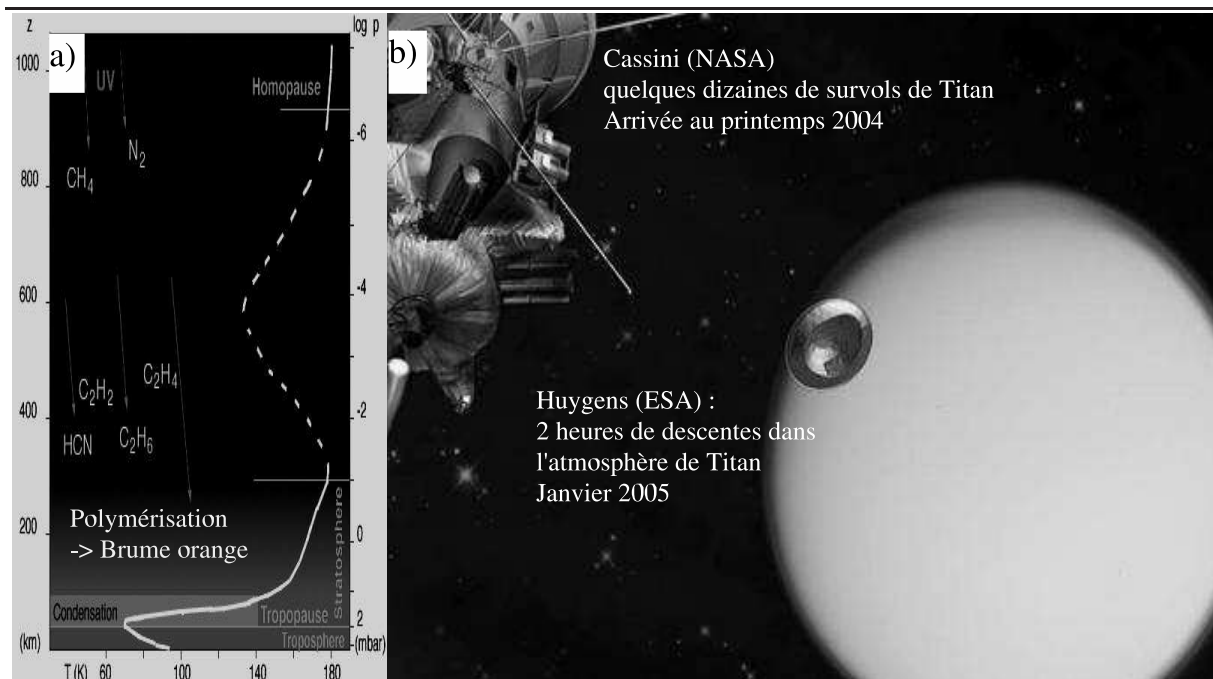


FIG. 5.1 – Vue schématique de la composition de l'atmosphère de Titan (a) et de la séparation de Cassini et Huygens avant la descente de ce dernier dans l'atmosphère de Titan (b, montage sur une photo prise par Cassini de Titan et de sa couche de brume, source ESA).

autour de Saturne) et des vents zonaux d'ouest de l'ordre de  $100$  à  $150 \text{ m s}^{-1}$ , la stratosphère de Titan tourne environ  $10$  à  $15$  fois plus vite que la planète solide. Ce phénomène de superrotation, observé pour la première fois sur Vénus, a été d'abord prédit pour Titan à la fois sur la base d'arguments théoriques (Golitsyn, 1975) puis de simulations numériques (Hourdin et al., 1995b) avant d'être récemment confirmé par l'observation depuis le sol par différentes techniques.

La sonde américaine Cassini, lancée vers le système de Saturne en 1995, s'est mise en orbite autour de cette planète au printemps 2004. Tout au long de sa mission, elle va utiliser Titan pour modifier son orbite. Ce sont des dizaines de survols qui vont pouvoir confirmer ou infirmer les travaux théoriques développés au cours des dernières décennies et à coup sûr révéler un grand nombre de phénomènes inattendus. Le premier survol, pourtant très lointain, a déjà permis d'observer des nuages morcelés avec des échelles de quelques dizaines de kilomètres, près du pôle sud en été, là où les observations depuis la Terre montraient un point brillant. Début 2005, la sonde européenne Huygens s'est détachée de Cassini (illustration sur la Fig. 5.1b) pour une descente de deux heures dans l'atmosphère de Titan. Cette mission, superbe réussite technologique et scientifique, a permis pour la première fois de prendre des photos sous la couche de brumes. Elle a révélé un paysage incroyablement familier, avec des réseaux de rivières, des îles et des rivages (Fig. 5.2). La préparation de cette mission a motivé, notamment en France sous l'impulsion de Daniel Gautier (LESIA) et François Raulin (LISA), ainsi que de Christopher P. McKay (NASA/Ames), le développement d'études théoriques et numériques concernant à la fois la chimie, la microphysique et la dynamique de l'atmosphère de Titan.

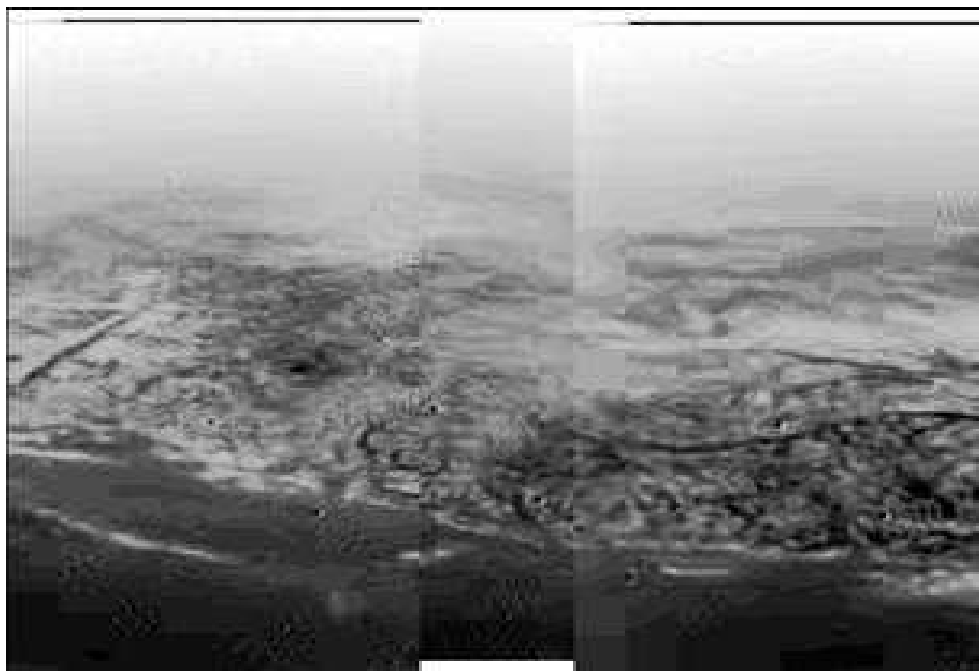


FIG. 5.2 – Photo prise par Huygens à 8 km du sol de Titan montrant peut-être un rivage au bord d'un grand lac de méthane. (source : ESA).

Ces efforts de modélisation ont été au départ développés séparément. A l'observatoire de Bordeaux puis au CESR à Toulouse, des chercheurs se sont intéressés à la modélisation de la photochimie gazeuse (Toublanc et al., 1995). Au SA à Paris, c'est une modélisation microphysique très originale qui a été développée : les particules formant la brume sont représentées, juste après leur formation, comme des particules sphériques s'agrégeant suivant un modèle dit en "gouttes liquides". Deux particules sphériques coagulent pour donner une nouvelle particule sphérique, plus grosse. A partir d'un certain stade, les particules (appelés monomères) se collent les unes aux autres, aboutissant à des particules moins denses, pouvant prendre la forme de chaînes ou de flocons. Cabane et al. (1992) ont développé une modélisation de ce mode d'agrégation au travers d'une description fractale des aérosols. Une dimension fractale de 2 pour les particules de la brume permet de réconcilier une bonne partie des observations Voyager (Cabane et al., 1993; Rannou et al., 1995) – en particulier, les photons UV "voient" les monomères alors que les photons infrarouges "voient" plutôt les agrégats –. Enfin, au LMD, c'est un modèle de circulation générale atmosphérique qui a été développé à partir du modèle climatique aujourd'hui baptisé LMDZ (Hourdin et al., 1995b).

Or il est apparu peu à peu que dynamique, chimie et microphysique étaient intimement couplées. On savait déjà depuis Voyager que les espèces chimiques montrent des contrastes latitudinaux très marqués, avec des enrichissement d'un facteur 1.5 à 20 dans les latitudes polaires nord au moment du passage de la sonde, peu après l'équinoxe de printemps nord (Coustenis et Bézard, 1995). De même, les variations saisonnières de l'albédo global de Titan, enregistrées depuis la Terre, avaient été interprétées comme la signature de variations

saisonniers de la répartition des brumes (Sromovsky et al., 1981). Des études préliminaires menées en rajoutant le transport méridien dans des modèles microphysiques (Hutzell et al., 1995) ou chimiques (Lebonnois et al., 2001) ont montré que le transport méridien par les grandes cellules de Hadley obtenues dans les simulations dynamiques (Hourdin et al., 1995b) était sans doute responsable de ces contrastes en composition. En parallèle, des calculs radiatifs ont montré que ces variations de la composition pouvaient avoir un impact non négligeable sur le bilan radiatif dans la stratosphère de Titan (Bézar et al., 1995).

Devant ces constats et en prévision de l'arrivée programmée de la mission Cassini-Huygens, nous avons alors décidé (sans doute vers 1996), avec Dominique Toubanc et Michel Cabane, de rassembler ces différents efforts de modélisation pour développer un modèle couplé dynamique-chimie-microphysique du climat de Titan. Les études sur la dynamique de l'atmosphère de Titan avaient été jusque-là menées au LMD avec le modèle de circulation tridimensionnel. Pour des raisons de coût numérique et tenant compte du fait que les observations existantes semblaient indiquer de faibles variations longitudinales de la température ou de la composition, une approche bidimensionnelle a été privilégiée. Le travail de couplage entre les différentes composantes du système a véritablement débuté en 1996 par l'inclusion de la composante aérosols dans le modèle de circulation générale du LMD, à l'occasion du post-doc de Pascal Rannou à la NASA (Rannou et al., 2002; Rannou et al., 2004). Les aspects chimiques ont été développés en collaboration entre le CESR et le LMD autour de la thèse de Sébastien Lebonnois (Lebonnois et al., 2001, 2003b). Enfin une composante essentielle de ce travail a consisté à développer une paramétrisation des ondes planétaires. Les équations dynamiques du modèle bidimensionnel s'écrivent relativement facilement comme la restriction des équations primitives de la météorologie à la composante axi-symétrique de l'écoulement. Mais il devient alors nécessaire de paramétriser le transport méridien par la composante non axi-symétrique de l'écoulement, essentielle par exemple pour représenter le phénomène de superrotation atmosphérique. Ce travail a été réalisé en collaboration entre le LMD et l'Observatoire de Lisbonne à l'occasion de la thèse de David Luz (Luz et Hourdin, 2003; Luz et al., 2003b).

A noter qu'un travail de longue haleine comme celui-là a été facilité par la liberté qui nous a été donnée de travailler pendant plusieurs années sur ce sujet sans obtenir de résultats présentables. Il a fallu environ 6 ans, parfois laborieux, entre le début du Post-doc de Pascal Rannou et la première publication montrant des résultats d'une version couplée du modèle. C'est l'ensemble de ce travail qui est synthétisé ici en se focalisant sur les aspects relatifs au transport atmosphérique.

On commence par présenter (Section 5.2) les simulations tridimensionnelles pour expliquer le phénomène de superrotation et donner les grandes lignes de la circulation générale sur Titan. On présente ensuite le développement du modèle couplé chimie/microphysique/dynamique (Section 5.3), les couplages dynamique-composition (Section 5.4), et une étude récente sur l'explication des contrastes de concentration chimique dans la stratosphère (Section 5.5).

## 5.2 Modélisation tridimensionnelle de la circulation stratosphérique

### 5.2.1 Mise en évidence de la superrotation

Golitsyn (1975) a été le premier à suggérer que l'atmosphère de Titan puisse être, comme celle de Vénus, en régime de superrotation.

Les contrastes latitudinaux de température reconstitués à deux altitudes – à partir des observations des branches P et Q d'une bande du méthane par le spectromètre infrarouge IRIS embarqué sur Voyager – suggéraient également la présence de vents zonaux intenses, sans pouvoir en déterminer la direction. L'équilibre du vent thermique – qui permet de calculer ces vents à partir des variations du champ de température – s'exprime en effet, quand on utilise comme coordonnée verticale le logarithme de la pression normalisée  $\xi = \ln(p/p_0)$ ,<sup>1</sup> comme :

$$\frac{1}{a} \frac{\partial RT}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left( 2\Omega u \sin \phi + u^2 \frac{\tan \phi}{a} \right) \quad (5.1)$$

Cette égalité exprime en fait l'équilibre entre les gradients méridiens de pression dirigés, en altitude, depuis les régions chaudes vers les régions froides et une force centrifuge apparente, due au fait que l'air ne tourne pas à la même vitesse que la planète solide. Un air tournant plus vite sera davantage entraîné vers l'équateur que les particules de la surface de la planète. Sur Terre, le terme dominant de cette force est le premier, c'est à dire Coriolis. Sur les planètes à rotation plus lente, quand  $u < a\Omega$ , c'est le second terme qui l'emporte. La dépendance quadratique de la force par rapport à  $u$  ne permet plus alors de déduire la direction du vent à partir des variations latitudinales de température.

Une deuxième source d'information originale est venue conforter cette information sur l'intensité des vents. Lors de l'observation de l'occultation d'une étoile très brillante, et sous réserve qu'un observateur soit placé très près du centre théorique de l'occultation, il est possible d'observer un pic de lumière, ou flash central, dû à la réfraction des rayons lumineux dans l'atmosphère de la planète, sur l'ensemble du pourtour du disque. L'atmosphère joue alors un peu le rôle d'une loupe. Pour peu que cette atmosphère soit déformée, la tâche de lumière projetée sur la Terre au centre de la zone d'ombre se transforme en une caustique. Un observateur situé à proximité du centre de l'observation verra, suivant sa position, un ou deux maxima de lumière. Un nombre suffisant d'observateurs permettra de reconstituer la forme de la caustique, et, par suite, la déformation de l'atmosphère de la planète. C'est sur ce principe que l'observation par plusieurs dizaines d'observateurs professionnels ou amateurs de l'occultation de l'étoile 28-Stgr par Titan a permis de contraindre la forme de l'atmosphère de Titan (Hubbard, 1993). L'aplatissement relativement important indiquait également des vents de 100 à 200 m s<sup>-1</sup>. Les observations étaient même suffisamment précises pour prédire une augmentation du vent depuis l'équateur vers les hautes latitudes dans l'hémisphère d'hiver. Mais, comme pour le calcul du vent gradient, ces observations ne permettaient pas de contraindre la direction du vent.

<sup>1</sup> $p_0$  est une pression de référence. Le produit  $\xi H$ , où  $H = RT/g$  est la hauteur d'échelle de l'atmosphère, est proche de l'altitude comptée à partir du niveau de pression  $p_0$ .

concernant ...	description	nom	valeur
caractéristiques de la planète	rayon	$a$	6400 km
	gravité	$g$	$9.8 \text{ ms}^{-2}$
	longueur du jour	$day$	86400 s
orbite (supposée circulaire)	longueur de l'année	$yr$	360 jours
	constante solaire		$1027 \text{ Wm}^{-2}$
	obliquité	$\delta$	$24^\circ$
propriétés de surface	coeff. frottement	$C_D$	$3 \times 10^{-3}$
	albédo	$A_s$	0.115
	émissivité	$\epsilon_s$	1
	inertie thermique	$I$	$30\,000 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1/2} \text{ K}^{-1}$
Atmosphère	pression de surface moy.	$p_s^{av}$	1000 hPa
	masse moléculaire	$\mu_{gas}$	28 g / mole
	$R/C_p$	$\kappa$	2/7
Rayonnement (Transmission)	Infrarouge	$\tau_{IR}$	.08
	Visible	$\tau_{Vis}$	.7
Dissipation horizontale	itérations	$n_{diss}$	2
	constante de temps	$\tau_{diss}$	$6 \times 10^4 \text{ s}$
Dif. verticale	longueur de mélange	$l_{mix}$	35 m
	énergie cinétique min.	$e_{mix}$	$10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$

TAB. 5.1 – Les 19 paramètres du modèle paramétrique et leurs valeurs pour la simulation A correspondant à un cas de pseudo Terre.

Ce sont donc les arguments théoriques comme ceux développés par Golitsyn (1975), puis les résultats de simulations numériques de Titan (Hourdin et al., 1995b) ou de simulations obtenues dans des conditions idéalisées (Hourdin et al., 1992; Del Genio et al., 1993) qui ont prédit le caractère prograde de ces vents. Au début des années 90, quand les premières simulations ont commencé à tourner, et que se discutaient les paramètres d'entrée pour la sonde Huygens, il apparaissait difficilement imaginable de disposer de confirmation observationnelle du caractère prograde des vents avant l'arrivée de la mission.

C'était sans compter sur le développement des nouvelles techniques d'observation et l'imagination des observateurs. La direction du vent a donc finalement été confirmée à l'aide de différentes techniques très sophistiquées, permettant de combiner très grande résolution spatiale (pour résoudre au moins en quelques points le disque de Titan) et spectrale. Les vents sont déduits du décalage Doppler soit de raies d'émission de l'éthane ou de nitriles (Kostiuk et al., 2001; Moreno et Marten, 2003) soit du spectre réfléchi du Soleil (Luz et al., 2003a).

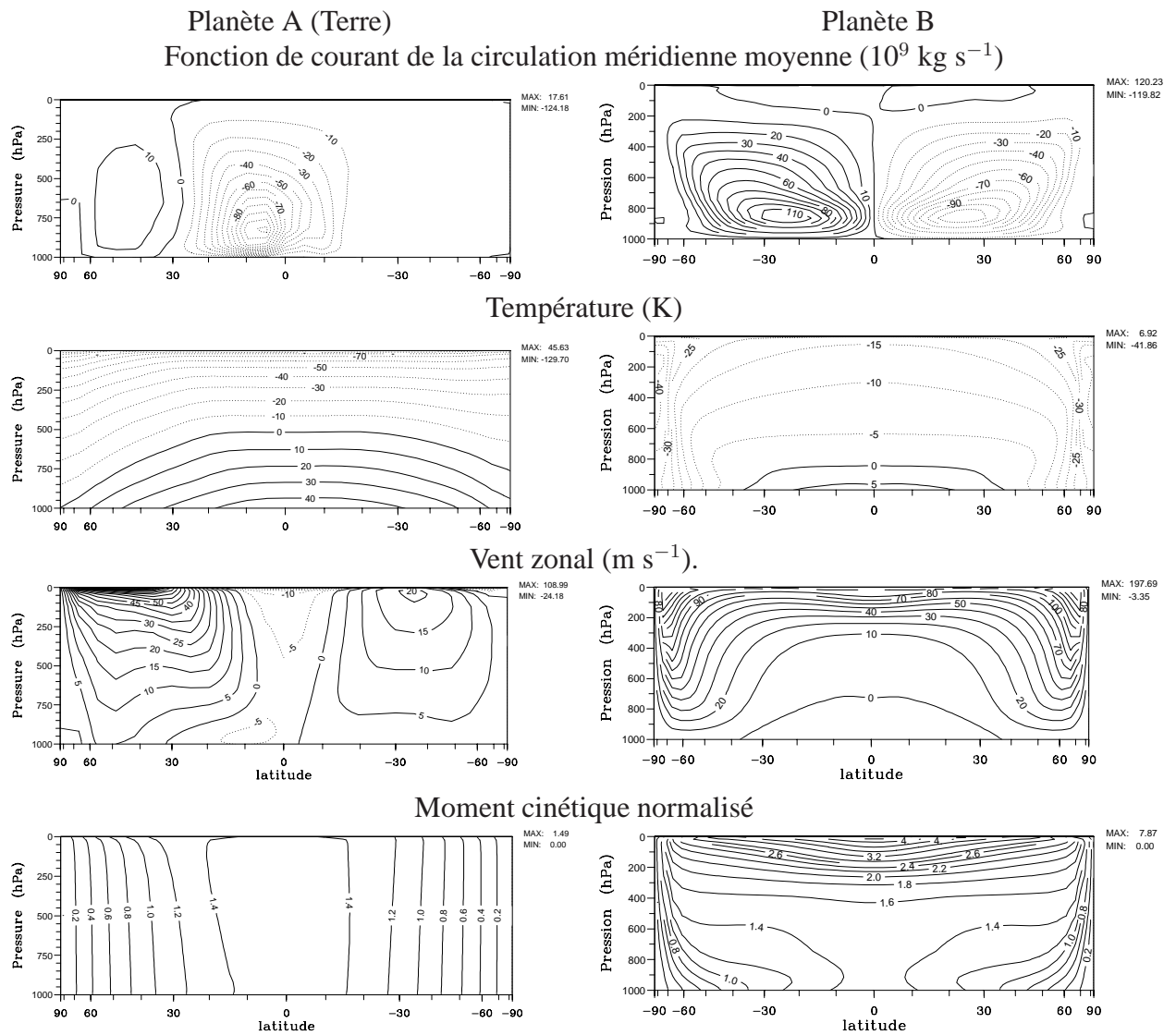


FIG. 5.3 – Comparaison de la circulation atmosphérique obtenue avec le modèle à 19 paramètres, dans des conditions aussi proches que possibles de la Terre (à gauche, valeur des paramètres données dans la Table 5.1) et pour des conditions aboutissant à un régime de superrotation (à droite, vitesse de rotation divisée par 10, absorption accrue du rayonnement solaire dans l’atmosphère et obliquité nulle).



### 5.2.2 Modélisation numérique

Après des tentatives plus ou moins abouties dans les années 70 et 80 (y compris au LMD, Tourte, 1984), c'est au début des années 90 que les modèles de circulation générale ont permis d'obtenir des simulations cohérentes du phénomène de superrotation atmosphérique (Hourdin et al., 1992; Del Genio et al., 1993).

L'adaptation d'un modèle de circulation atmosphérique aux conditions d'une autre atmosphère de type tellurique, comme Mars ou Titan, consiste principalement à débrancher le cycle de l'eau et à modifier le code de transfert radiatif (les codes de transfert doivent être beaucoup simplifiés dans les modèles de circulation et les simplifications sont toujours très dépendantes des conditions particulières rencontrées). Dans ce qui suit, on présente des résultats obtenus avec deux versions du modèle du LMD correspondant à deux codes radiatifs différents. Dans le modèle de circulation de Titan, on a remplacé le code radiatif d'origine par le code radiatif développé spécifiquement pour Titan par Toon et al. (1989) pour la partie solaire (UV et IR) et McKay et al. (1989) pour l'infrarouge thermique. Dans les premières simulations, les variations latitudinales de la composition n'étaient pas prises en compte et on se basait, pour calculer les opacités, sur un profil type de composition et température. Dans la seconde version, appelée modèle paramétrique, l'atmosphère était idéalisée comme un gaz gris, dépendant de deux profondeurs optiques, l'une pour le spectre solaire ( $\tau_{VIS}$ ) et l'autre pour l'infrarouge thermique ( $\tau_{IR}$ ).

Dans ces deux modèles, on représente en plus la conduction thermique dans le sol discrétisé en 11 couches, le mélange turbulent dans la couche limite et un ajustement convectif sec pour éliminer les instabilités convectives. Le code dynamique tridimensionnel est inchangé à quelques constantes près comme la gravité ou les constantes thermodynamiques du gaz atmosphérique.

Les premières simulations de la superrotation atmosphérique ont été obtenues avec la version paramétrique du modèle (Hourdin et al., 1992). Dans une première simulation, on essaie de simuler une planète A aussi proche que possible de la Terre. Pour ce faire, l'inertie thermique du sol est augmentée pour représenter l'effet d'un océan (sans circulation). La planète est un peu éloignée du Soleil pour compenser l'absence de diffusion dans l'atmosphère. Les valeurs numériques retenues pour les 19 paramètres du modèle sont données dans la Table 5.1. Le modèle est intégré pendant plusieurs années avec un cycle saisonnier. On montre sur les graphiques de gauche de la Fig. 5.3 les résultats obtenus avec ce modèle pour l'hiver sud. On reconnaît une grande cellule de Hadley trans-équatoriale avec subsidence dans l'hémisphère d'hiver. L'isotherme zéro, les températures maximales à l'équateur, ainsi que les contrastes latitudinaux pôle/équateur sont simulés de façon relativement réaliste malgré la simplicité du modèle. L'intensité du jet simulé est relativement réaliste et on observe des vents négatifs (alizés) dans les basses latitudes.

Les figures de droite montrent les résultats obtenus pour une planète B tournant 10 fois plus lentement, absorbant davantage le rayonnement solaire ( $\tau_{VIS}=0.9$  au lieu de 0.1) et avec une obliquité nulle. On voit cette fois que la circulation méridienne moyenne est dominée par deux grandes cellules de Hadley s'étendant jusqu'aux pôles, et que l'atmosphère est pour l'essentiel en superrotation, avec un facteur environ 10 à 200 hPa. Sur les graphiques du bas, on montre le moment cinétique normalisé  $\mu = a \cos \phi (u + a\Omega \cos \phi) / (3/2 a^2 \Omega)$ . La moyenne planétaire de ce



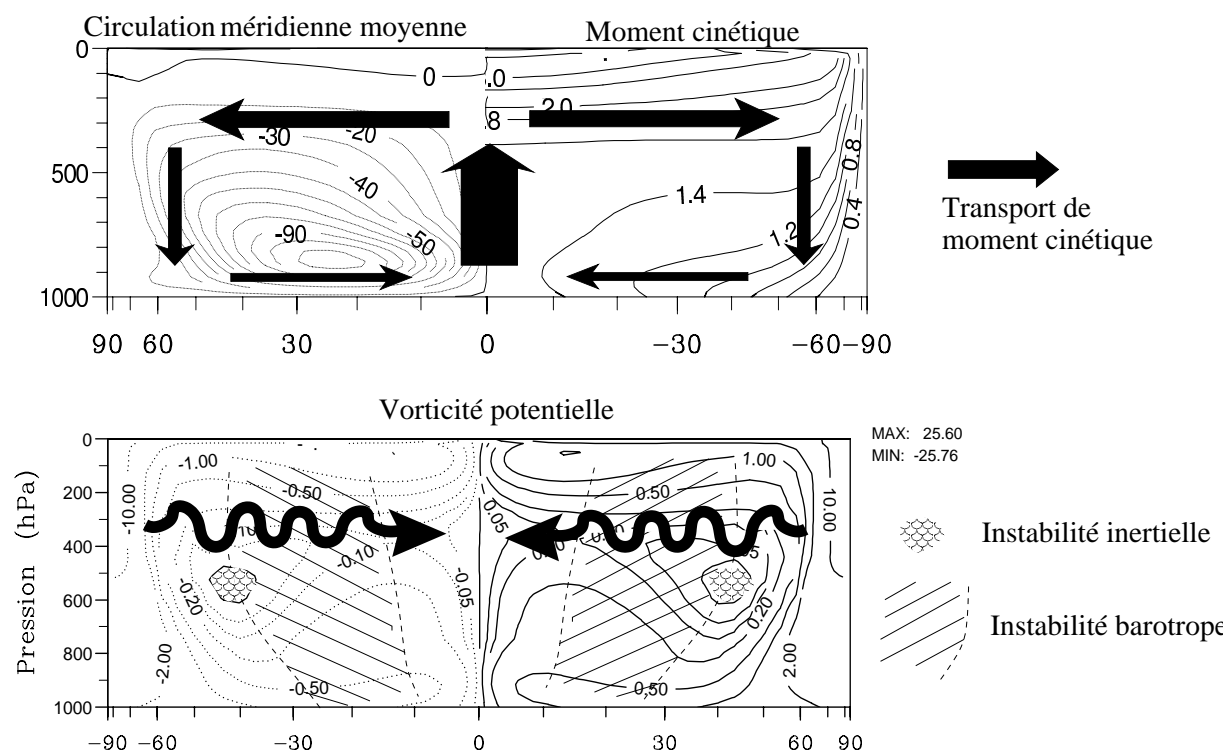


FIG. 5.4 – Moyenne zonale de la fonction de courant de la circulation méridienne (hémisphère nord de la figure du haut), du moment cinétique normalisé (hémisphère sud) et de la vorticité absolue dans la simulation de superrotation dont les résultats sont montrés sur la Fig. 5.3. Les flèches noires représentent le transport de moment cinétique dans le plan méridien, en haut par la circulation méridienne et en bas par les ondes. Les zones hachurées sont celles dans lesquelles les critères d'instabilité barotrope ou inertielle sont atteints.

moment cinétique vaut 1 pour une atmosphère au repos. On peut donc le considérer comme un index de superrotation. On voit la très grande différence entre le moment cinétique de la planète A, essentiellement dominé par la rotation de la surface de la planète, et celui de la planète B, très homogène en latitude dans la branche haute des cellules de Hadley.

### 5.2.3 Le processus de Gierasch-Rossow

Dans les simulations décrites ci-dessus, le mécanisme responsable de la création et du maintien de la superrotation atmosphérique est celui qu'avait proposé Gierasch (1975) pour expliquer la superrotation de Vénus. La circulation méridienne moyenne fait monter plus de moment cinétique dans les basses latitudes, là où le moment cinétique dans l'atmosphère est maximum, qu'elle n'en ramène vers la surface dans les hautes latitudes, là où il est plus faible (ce qui est illustré sur la partie du haut de la Fig. 5.4). La circulation moyenne dans une telle atmosphère produit donc en permanence un transport de moment cinétique vers le haut de l'atmosphère. Ce mécanisme va par exemple expliquer l'établissement de la superrotation à partir

d'une atmosphère au repos. Pour une telle atmosphère, qui tourne en fait à la même vitesse que la planète solide, le moment cinétique est en effet beaucoup plus grand à l'équateur que dans les hautes latitudes.

La situation se complique un peu quand la superrotation s'établit. En effet, il y alors plus de moment cinétique transporté vers les hautes latitudes dans la branche haute des cellules que vers l'équateur près de la surface. Il va donc falloir trouver un mécanisme capable de transporter le moment cinétique contre ce transport net vers les pôles, afin de maintenir un excès de moment cinétique à l'équateur (cet excès est bien présent dans les simulations).

En accord avec ce qui avait été suggéré par Gierasch (1975) et Rossow (1979), ce sont des ondes planétaires qui effectuent ce transport dans les simulations. En fait, une atmosphère en équilibre du vent gradient mais dont le moment cinétique croît avec la latitude serait dynamiquement instable (instabilité inertielle). Prenons un écoulement axi-symétrique en équilibre entre un vent zonal positif et une force de pression dirigée vers les pôles. Si on suppose que localement le moment cinétique croît avec la latitude, et qu'on déplace vers le pôle une particule d'air (ou plutôt un anneau, c'est à dire une particule d'air dans une vision axi-symétrique de la circulation) en conservant son moment cinétique (pour un anneau, le moment des forces de pression par rapport à l'axe des pôles est nul), celle-ci va tourner moins vite que l'environnement. La force centrifuge qui la retient vers les basses latitudes ne contrebalancera donc plus la force de pression et la particule partira plus loin vers les pôles. Dans les simulations présentées plus haut, on voyait se développer à la fois l'instabilité inertielle (légère inflexion de l'isocontour 1,4 sur la partie droite du graphique du haut de la Fig. 5.4) et l'instabilité barotrope. Un critère suffisant d'instabilité barotrope est qu'il existe un changement de signe de la dérivée latitudinale de la vorticité potentielle dans la région considérée (Kuo, 1949). L'instabilité inertielle peut également se traduire comme la présence d'un changement de signe de la vorticité elle-même. La vorticité obtenue pour la planète B (graphique du bas de la Fig. 5.4) montre effectivement des zones de changement de signe à la fois de la vorticité et de sa dérivée (régions hachurées).

Si on se place à une pression de 500 hPa, on voit que le transport vertical tend en permanence à renforcer le vent près du pôle et à le diminuer près de l'équateur. Cette circulation méridienne force donc en continu l'instabilité de l'écoulement moyen. Cette instabilité nourrit en retour des ondes planétaires qui transportent l'excès le moment cinétique vers l'équateur.

Les principaux mécanismes comparés de la Terre et de la planète en superrotation sont exposés sur la Fig. 5.5.

De façon très similaire, Del Genio et al. (1993) ont obtenu une superrotation en partant d'un modèle terrestre, en réduisant sa vitesse de rotation et en augmentant artificiellement la couverture nuageuse pour accroître l'absorption de rayonnement solaire. Là aussi, c'est le transport de moment cinétique par la circulation méridienne composée de grandes cellules de Hadley s'étendant de part et d'autre de l'équateur jusqu'aux pôles qui est responsable de la superrotation. Là aussi, les ondes planétaires associées à la présence d'instabilité barotrope dans l'écoulement moyen expliquent le transport vers l'équateur de moment cinétique dans la branche haute de la cellule de Hadley.

C'est en grande partie la moindre rotation de la planète qui permet à la circulation de Hadley de s'étendre jusque aux pôles (Hunt, 1979; Del Genio et Suozzo, 1987). En effet, la rotation

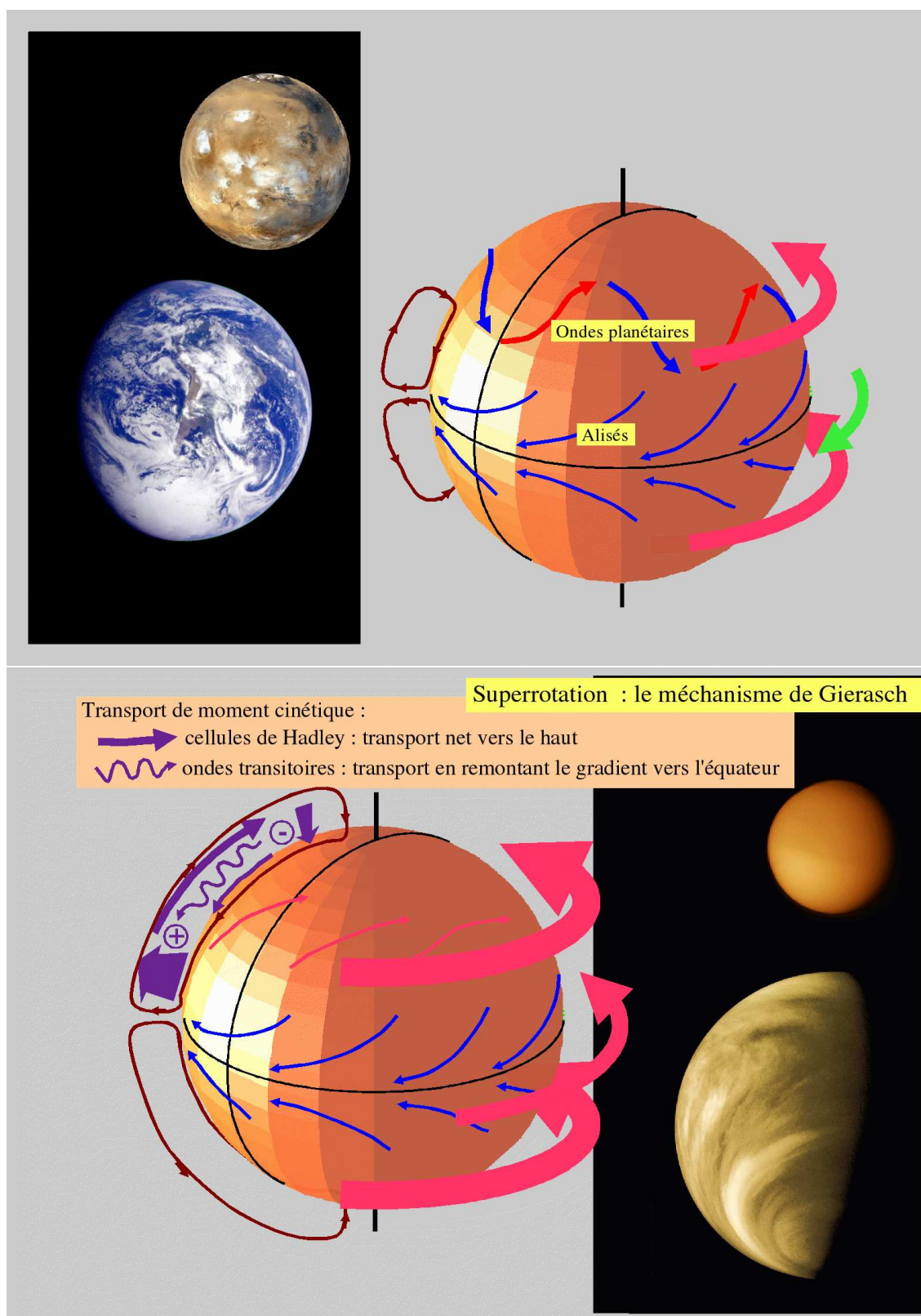


FIG. 5.5 – Vision schématique comparée de la circulation atmosphérique terrestre et de la circulation dans une atmosphère en superrotation comme celle obtenue avec le modèle à 19 paramètres. Les flèches fines rouges et bleues correspondent à la circulation près de la surface, les flèches épaisses rouges et bleues à la circulation zonale en altitude, les flèches marron à la circulation de Hadley et les flèches violettes aux différentes composantes du transport de moment cinétique dans le plan méridien (flèches).

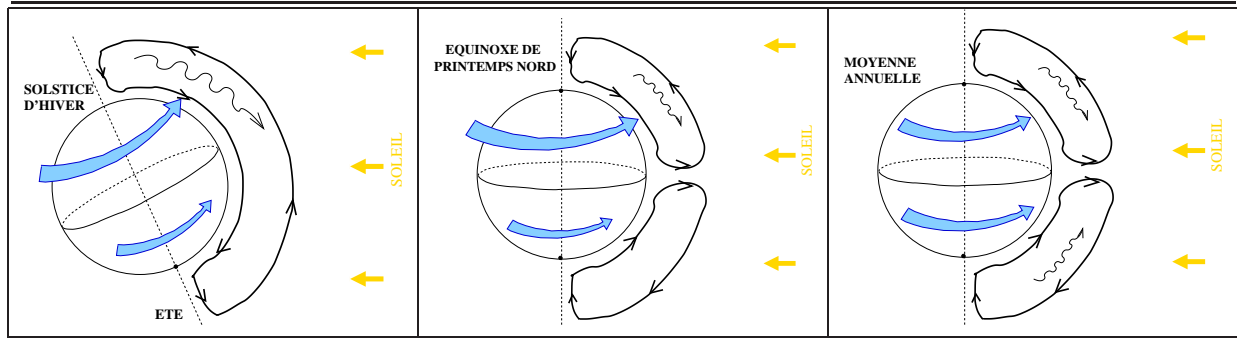


FIG. 5.6 – Description schématique de la circulation méridienne moyenne sur Titan au solstice d’hiver nord (à gauche), à l’équinoxe (au centre) et en moyenne annuelle (à droite). Les flèches grisées représentent les jets zonaux, avec un jet particulièrement marqué dans l’hémisphère nord au solstice. Ce jet persiste en fait à l’équinoxe d’automne et c’est seulement en moyenne annuelle que les vents zonaux sont symétriques comme indiqué sur le graphique de droite. Les ondes sont plus développées sur le versant équatorial du jet hivernal. En moyenne sur l’année, ces ondes transportent le moment cinétique vers l’équateur dans la branche haute de la cellule de Hadley.

de la planète est responsable de la création de jets d’ouest intenses (la conservation du moment cinétique d’une parcelle partant au repos de l’équateur produit sur Terre un vent de  $135 \text{ m s}^{-1}$  à 30 degrés de latitudes). La rotation de la planète fait également que la force de Coriolis (ou plus généralement la force centrifuge mentionnée plus haut) dirigée vers l’équateur arrive à freiner efficacement le mouvement de l’air vers les pôles. C’est cet effet qui explique que la circulation de Hadley est cantonnée dans les régions tropicales sur Terre. A l’extrémité des cellules de Hadley terrestres, c’est l’instabilité barocline de l’écoulement moyen qui génère des ondes planétaires. A l’opposé de la planète B, ces ondes vont transporter le moment cinétique des tropiques vers les extra-tropiques. Comparativement, la cellule de Hadley équateur-pôle de la planète B apparaît comme un système fermé ne pouvant exporter son moment cinétique vers d’autres latitudes. C’est l’accumulation de moment cinétique dans les hautes latitudes qui va être à l’origine de l’instabilité barotrope de l’écoulement.

L’autre différence importante entre les deux planètes (et c’est la même chose dans les simulations de Del Genio et al., 1993) est que la stabilité accrue de l’atmosphère dans le cas de la superrotation (imposée en diminuant  $\tau_{\text{vis}}$  dans notre cas ou en rajoutant des nuages dans le modèle de Del Genio et al., 1993) permet de diminuer les échanges turbulents verticaux et de découpler les couches externes de l’atmosphère de la surface.

#### 5.2.4 Superrotation : le cas de Titan

Les premières simulations longues obtenues avec la version titanesque du modèle de circulation ont également produit une superrotation intense avec des vents d’ouest de l’ordre de la centaine de mètres par seconde à l’équateur, bien supérieurs à la vitesse équatoriale de la planète, inférieure à  $12 \text{ m s}^{-1}$ .

La différence principale entre les simulations de la superrotation mentionnées plus haut et le

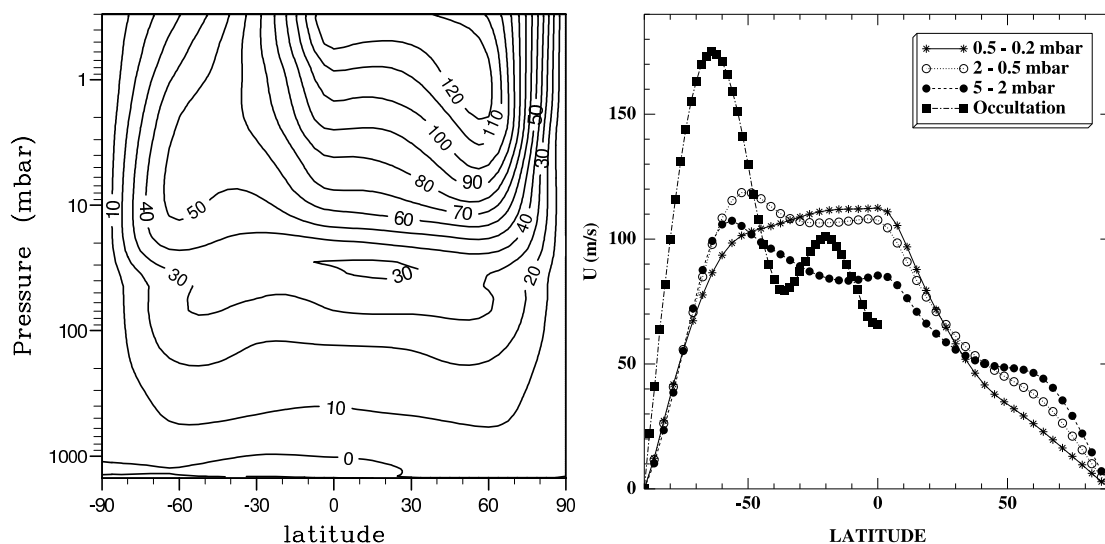


FIG. 5.7 – Vent zonal dans les simulations tridimensionnelles de la circulation de Titan. A gauche, on montre plus précisément une moyenne zonale dans un plan méridien au solstice d'hiver nord et à droite des profils latitudinaux du vent zonal à la saison de l'occultation stellaire, peu avant le solstice d'hiver sud.

cas de Titan provient du cycle saisonnier découlant de la grande obliquité de Titan ( $26.7^\circ$ ) : pendant presque une demi année autour du solstice, la circulation méridienne moyenne est dominée par une seule cellule de Hadley, s'étendant de pôle à pôle, avec ascendance dans les latitudes estivales. Cette circulation méridienne crée un jet circumpolaire intense, analogue du jet-stream sur Terre. C'est seulement près des équinoxes et en moyenne annuelle que la circulation méridienne moyenne est composée de deux cellules symétriques comme dans le cas des simulations idéalisées. On revient plus en détail sur la description de la circulation méridienne moyenne par la suite. On se contente à ce niveau d'en donner une représentation schématique sur la Fig. 5.6.

Sur le graphique de gauche de la Fig. 5.7, on montre une moyenne zonale du vent zonal simulé au solstice d'hiver nord. On voit bien à la fois la superrotation d'ensemble de l'atmosphère, particulièrement importante au-dessus de 20 hPa, et le jet d'hiver très marqué vers 1 hPa. Sur le graphique de droite, on montre la comparaison entre les profils de vent zonal extraits à différents niveaux d'altitude et les résultats de l'occultation stellaire de 1989 (Hubbard, 1993). La courbe reconstituée à partir de l'occultation ne contient en fait de l'information qu'entre 0 et 60 degrés sud et les oscillations sont liées à la méthode utilisée pour la reconstitution. C'est à dire finalement qu'elle indique essentiellement un vent zonal avoisinant la centaine de mètres par seconde à l'équateur et un jet d'hiver très marqué. La simulation aux altitudes sondées par l'occultation, vers 0.25 hPa ou 250 km, en bon accord avec l'observation pour le vent équatorial, semble sous-estimer l'intensité du jet.

Comme pour les simulations idéalisées présentées plus haut, c'est la circulation méridienne moyenne qui est responsable du transport vers le haut de moment cinétique. Comme dans ces simulations aussi, ce sont les ondes planétaires qui transportent le moment cinétique vers



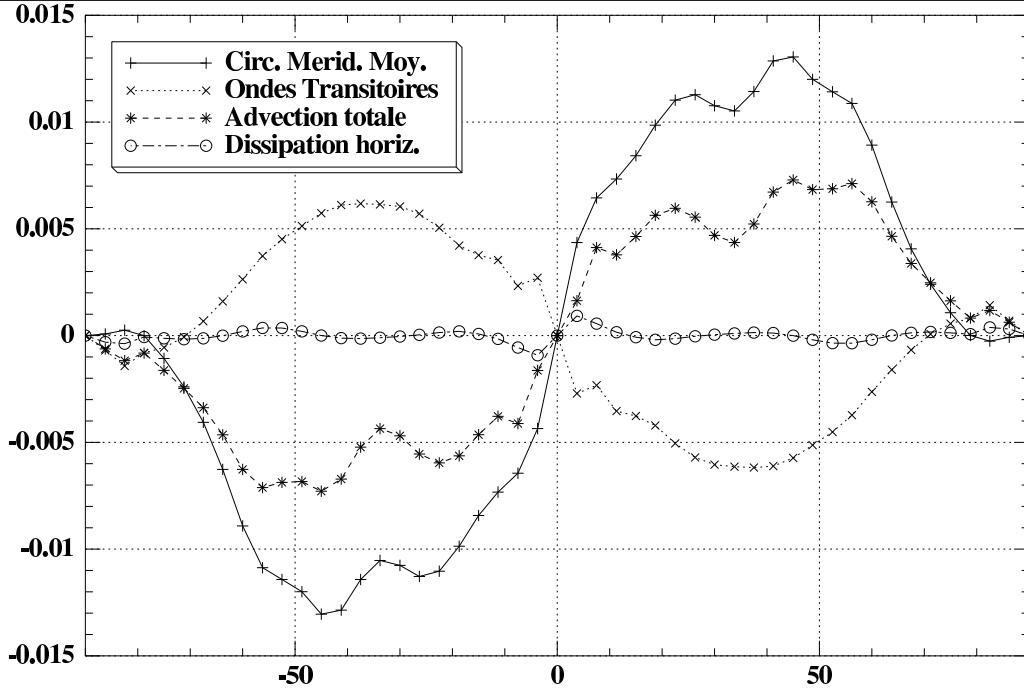


FIG. 5.8 – Transport latitudinal du moment cinétique normalisé  $\mu = a \cos \phi (u + a\Omega \cos \phi) / (3/2 a^2 \Omega)$  ( $v\mu$  en  $\text{m s}^{-1}$ ) par les différentes composantes de la circulation atmosphérique. Ce transport est moyenné entre les pressions de 15 et 0 hPa. On montre le transport par la circulation méridienne moyenne, par les ondes transitoires et le transport associé à la paramétrisation de l'échange avec les échelles sous-mailles (dissipation horizontale). L'advection totale est proche de la somme du transport par la circulation méridienne et par les ondes transitoires (la contribution des ondes stationnaires tend vers zéro si on moyenne sur une période suffisamment longue).

l'équateur (Fig. 5.8), en remontant le gradient de moment cinétique, et permettent ainsi de maintenir un maximum de moment cinétique à l'équateur.

Comme dans les simulations idéalisées enfin, ces ondes planétaires sont créées par l'instabilité barotrope de l'écoulement qui apparaît notamment sur le versant équatorial du jet hivernal.

A noter que des structures similaires sont observées dans la haute atmosphère de la Terre, où le jet hivernal présente, de part et d'autre, des régions d'instabilité barotrope associées à la présence d'ondes planétaires de grande échelle (Hartman, 1983). Sur la Fig. 5.9, on montre à la fois pour Titan et pour la Terre la structure de ce jet hivernal (en haut) et la dérivée latitudinale de la vorticité potentielle qui permet d'identifier les régions d'instabilité barotrope (en grisés).

### 5.2.5 Mise en évidence des couplages entre dynamique et composition

Les simulations présentées plus haut, si elle semblent en bon accord avec les résultats des occultations, sous-estiment en revanche fortement les contrastes latitudinaux de température

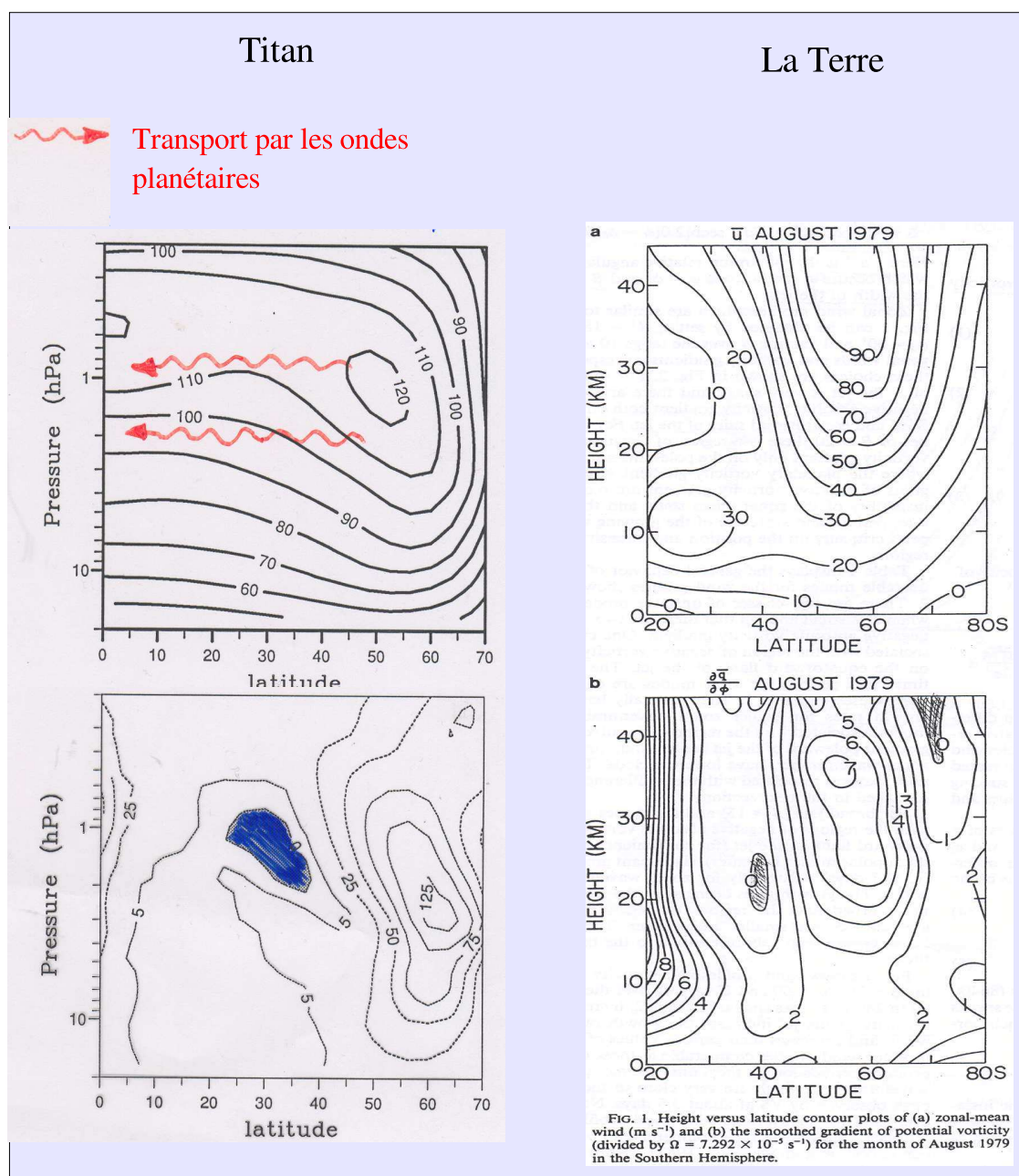


FIG. 5.9 – Jet d'ouest (en haut,  $\text{m s}^{-1}$ ) et dérivée latitudinale de la vorticité potentielle le long de surfaces isentropes (en bas) pour Titan (hiver nord, à gauche) et pour la Terre (hiver nord, à droite, Hartman, 1983). La région concernée par le transport par les ondes planétaires dans les simulations de Titan est indiquée par les flèches ondulantes et les zones de changement de signe de la dérivée de la vorticité potentielle par des grisés.



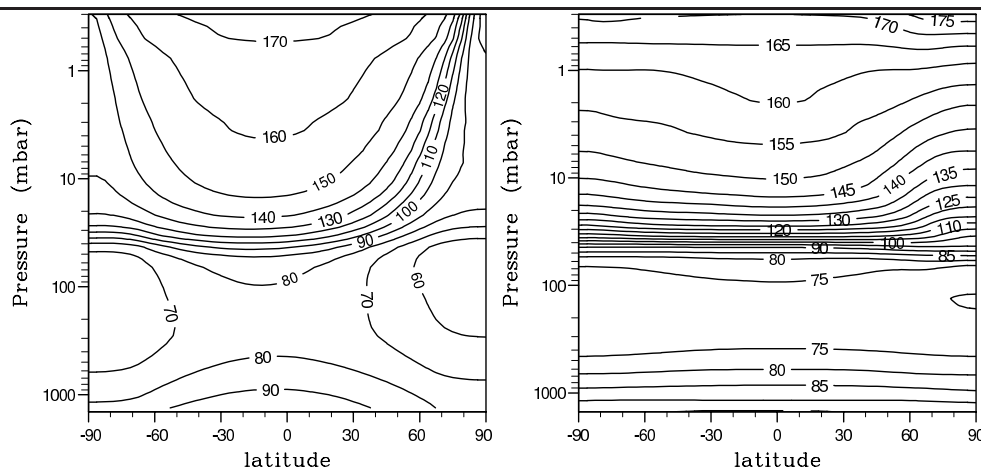


FIG. 5.10 – Moyenne zonale de la distribution des températures (K) dans un plan méridien à l'équinoxe de printemps nord obtenue sans dynamique (à gauche, calcul radiatif-convectif avec cycle saisonnier) et (à droite) dans le modèle de circulation tridimensionnel (d'après Hourdin et al., 1995b).

déduits des mesures Voyager. On montre sur la Fig. 5.10 la distribution des températures dans le plan méridien. Sur la figure de gauche, on montre des résultats obtenus en coupant la dynamique grande échelle dans le modèle. Il s'agit donc d'un calcul radiatif convectif effectué avec un cycle saisonnier. Curieusement, les contrastes latitudinaux de température qu'on obtient alors vers 1 hPa se comparent très bien avec les mesures Voyager, avec une différence d'une dizaine de degré entre 24 et 50N. De même, on observe dans cette coupe une certaine asymétrie entre le nord et le sud, et, là encore, la simulation sans dynamique colle assez bien avec l'observation avec une différence d'une dizaine de degrés entre 50S et 50N, à 1 hPa. En revanche, dans la simulation complète, avec dynamique, les contrastes sont nettement plus faibles, et s'inversent même au dessus de 1 hPa. Nous avons suggéré à l'époque que ces gradients trop faibles puissent s'expliquer par la non prise en compte, dans le calcul du transfert radiatif, des variations latitudinales de la composition atmosphérique (Hourdin et al., 1995b). On s'attend en fait de toutes façons à ce que la dynamique réduise les gradients latitudinaux de température, ce qui suggère que les contrastes obtenus sans dynamique sont eux-mêmes trop faibles (puisqu'en bon accord avec l'observation).

A la même époque, des calculs radiatifs, effectués en prenant en compte les variations de composition telles qu'elles étaient déduites des mesures Voyager, ont montré que ces variations étaient suffisantes par exemple pour expliquer l'asymétrie hémisphérique au moment de la rencontre avec Voyager (Bézar et al., 1995). Voyager avait observé notamment un contraste hémisphérique dans l'albédo visible (lié à la brume) avec une opacité plus importante de la brume dans l'hémisphère nord, et un enrichissement très marqué des différents constituants chimiques dans les hautes latitudes de l'hémisphère nord.

A la même époque également, deux études suggéraient que ces variations latitudinales des concentrations étaient en grande partie contrôlées par le transport par la circulation méridienne moyenne. Dans les deux études, un modèle bidimensionnel était développé sur la base de

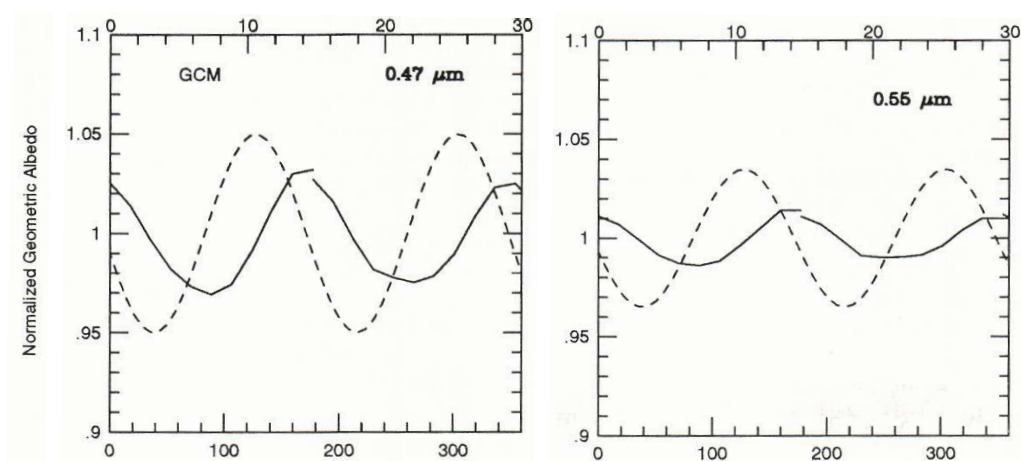


FIG. 5.11 – Variations saisonnières à deux longueurs d’ondes de l’albédo de Titan observées depuis la Terre (tiretés) et simulées avec un modèle bidimensionnel de transport et microphysique des brumes (Hutzell et al., 1995), en utilisant une circulation méridienne issue du modèle de circulation générale tridimensionnel.

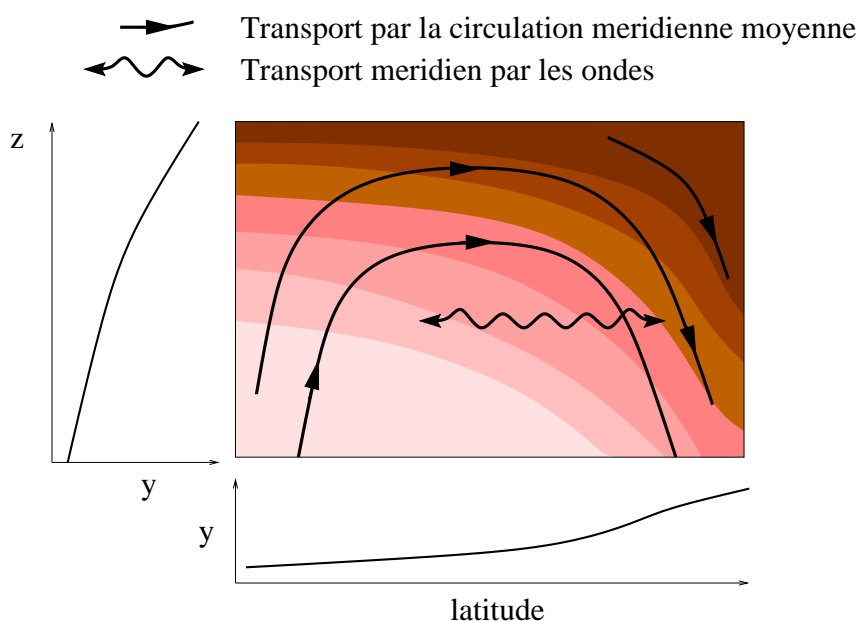


FIG. 5.12 – Schéma de la circulation atmosphérique méridienne (flèches) et du transport des espèces chimiques (grisés) dans la stratosphère de Titan. Les profils en bas et à gauche schématisent des coupes horizontale et verticale de la concentration en espèce chimique.

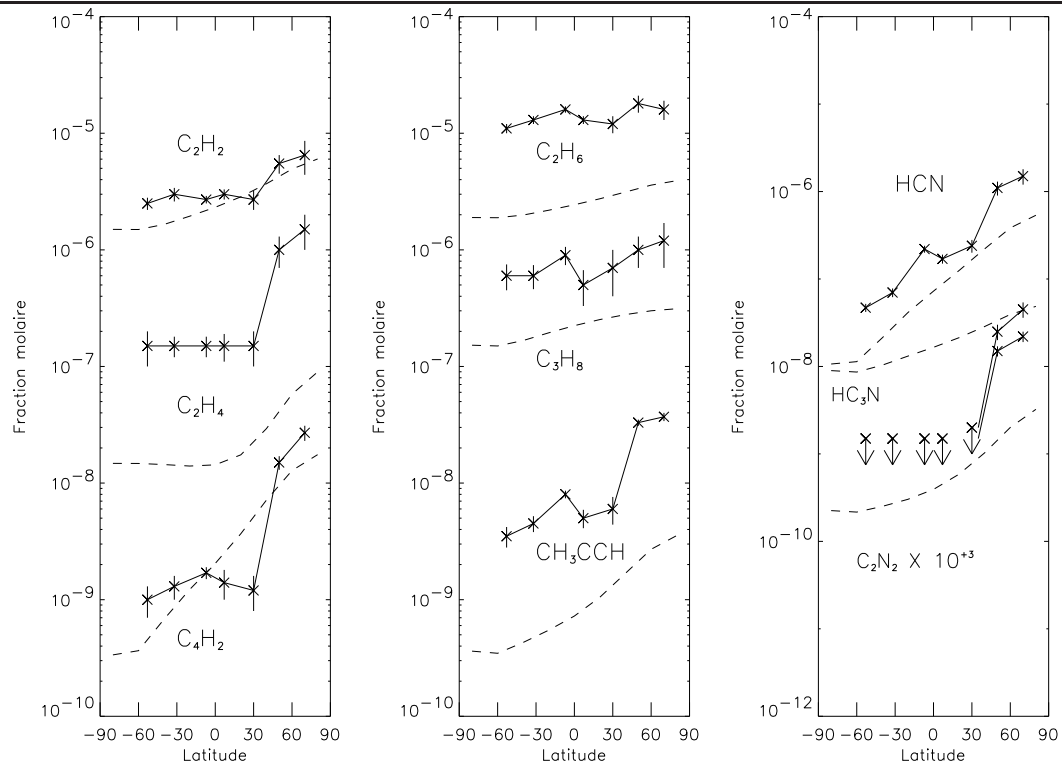


FIG. 5.13 – Profils latitudinaux de la concentration des espèces chimiques observées par Voyager. Les croix correspondent aux observations. Le transport prend en compte la circulation méridienne moyenne et une paramétrisation sommaire du mélange latitudinal par les ondes transitoires.

modèles uni-colonnes de microphysique des brumes ou de chimie en imposant un transport par une circulation de Hadley issue directement ou idéalisée à partir des résultats du modèle tridimensionnel.

Dans la première étude, en partant du modèle microphysique de McKay et al. (1989), Hutzell et al. (1995) ont montré que l'ordre de grandeur des variations saisonnières de l'albédo global de Titan, observé depuis la Terre, ainsi que l'ordre de grandeur des contrastes latitudinaux au passage de Voyager, pouvaient être expliqués par le transport par la circulation méridienne moyenne. On montre sur la Fig. 5.11 la comparaison entre les variations saisonnières observées et simulées de l'albédo. L'amplitude des variations (environ 5%) est sous-estimée par le modèle mais l'ordre de grandeur y est. On voit aussi un déphasage d'une demi saison environ. Malgré ces différences non négligeables, on voit que la dynamique est capable d'expliquer le type de variations observées.

Dans une autre étude, Lebonnois et al. (2001) ont développé sur le même principe un modèle de chimie-transport bidimensionnel en partant du code de photochimie unidimensionnel de Toubanc et al. (1995). Le transport méridien était calculé avec le schéma en volumes finis de Van Leer (1977) en utilisant une formulation analytique pour la circulation méridienne moyenne, calée sur les résultats du modèle de circulation de Titan. Une diffusion latérale était également

prise en compte afin de représenter, très sommairement, le transport par les ondes planétaires.

Ce travail a permis de donner pour la première fois une explication cohérente des observations par Voyager des variations latitudinales des espèces chimiques. L'idée est la suivante. Les espèces chimiques sont créées dans la haute atmosphère par photo-dissociation de l'azote et du méthane entre 600 et 1000 km. Cette source en altitude a pour conséquence que presque toutes les espèces chimiques ont une concentration qui croît fortement avec l'altitude. Les observations Voyager concernent une région beaucoup plus basse (150-300 km) dans laquelle les molécules chimiques sont avant tout amenées depuis le haut par le transport atmosphérique. Ce transport vertical est essentiellement le fait des grandes cellules méridiennes qui produisent, durant une longue saison autour d'un solstice, une subsidence sur le pôle hivernal compensée par une ascendance dans l'autre hémisphère. La bascule entre les deux saisons se fait autour de l'équinoxe. Ce transport est responsable de la création des contrastes latitudinaux avec des concentrations plus fortes dans l'hémisphère d'hiver. Ce mécanisme est illustré sur la Fig. 5.12. Au moment du passage de Voyager, juste après l'équinoxe de printemps nord, les concentrations étaient encore maximum dans les haute latitudes de l'hémisphère nord. Sur la Fig. 5.13, on compare les variations latitudinales des concentrations des hydrocarbures et nitriles observées par Voyager avec les résultats du modèle bidimensionnel. On voit que l'ordre de grandeur des variations latitudinales est très bien restitué par le modèle. On revient beaucoup plus en détail sur cet aspect en fin de chapitre.

## 5.3 Modélisation couplée dynamique/microphysique/chimie

Pour les raisons évoquées ci-dessus, il a été décidé vers 1996 de mettre en commun les différents efforts de modélisation afin de développer un modèle de climat couplant dynamique atmosphérique, chimie et microphysique des brumes. A cause du coût numérique prohibitif du modèle tridimensionnel, et du fait du caractère relativement axi-symétrique des observations disponibles de la température et de la composition de Titan, une approche bidimensionnelle a été privilégiée. La partie dynamique de ce modèle est donc une restriction à la composante axi-symétrique de l'écoulement du modèle tridimensionnel.

### 5.3.1 Le modèle bidimensionnel

Le modèle bidimensionnel est bâti sur la séparation entre la moyenne zonale des différentes variables d'état et les perturbations non zonales définies par rapport à cette moyenne. Comme pour la séparation d'échelle dans le cas de la paramétrisation des mouvements turbulents (Section 2.2), on introduit en fait une moyenne zonale pondérée par la masse de l'air,  $\tilde{q} = [\rho q] / [\rho]$ , où  $[X] = \int_{-\pi}^{\pi} X d\lambda / 2\pi$  est la moyenne zonale de  $X$ . Comme pour la séparation d'échelle aussi, l'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (5.2)$$

est identique à sa moyenne zonale si on remplace  $\rho$  par  $[\rho]$  et  $\mathbf{v}$  par  $\tilde{\mathbf{v}}$ . La composante non axi-symétrique  $q^* = q - \tilde{q}$  vérifie  $[\rho q^*] = [\rho q] - [\rho] \tilde{q} = 0$  et on obtient une équation de conservation

pour  $q$  de la forme :

$$\frac{\partial [\rho] \tilde{q}}{\partial t} + \text{div}([\rho] \tilde{\mathbf{v}} \tilde{q}) + \text{div}[\rho \mathbf{v}^* q^*] = 0 \quad (5.3)$$

Comme pour la turbulence enfin, le terme  $\text{div}[\rho \mathbf{v}^* q^*]$  – essentiel à la fois pour l'établissement de la superrotation et pour le transport latitudinal des espèces traces – doit être représenté au travers d'une paramétrisation.

Parce qu'on a identifié dans les simulations tridimensionnelles (Hourdin et al., 1995b) que le transport par les ondes était essentiellement horizontal (ou barotrope) et parce qu'on veut s'intéresser spécifiquement au couplage entre la dynamique méridienne de grande échelle et le transport latitudinal par les ondes, on va restreindre la paramétrisation au transport par les perturbations de  $v$ . Sous ces hypothèses, l'équation pour  $q$  peut se récrire

$$\frac{\partial(\rho q)}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (\cos \phi \rho v q) + \frac{\partial(\rho w q)}{\partial z} = [S_q] - \frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (\cos \phi [\rho v^* q^*]) \quad (5.4)$$

où on a laissé tomber les notations  $[\ ]$  et  $\sim$  considérant maintenant que  $\rho$ ,  $v$  ou  $q$  sont les variables d'état du modèle bidimensionnel.

Cette équation est valable pour les traceurs chimiques et la brume ainsi que pour la température potentielle ou le moment cinétique  $a \cos \phi (u + a \Omega \cos \phi)$ .  $S_q$  comprend les termes de production/destruction chimiques ou microphysiques pour les espèces gazeuses et les brumes, le chauffage radiatif pour la température potentielle et le mélange vertical turbulent pour toutes les variables.

### 5.3.2 Transport latitudinal par les ondes dans un modèle en eau peu profonde

Afin de développer une paramétrisation physique du transport latitudinal par les perturbations non zonales, David Luz a mené une étude détaillée du transport latitudinal par les ondes planétaires avec un modèle global à une couche basé sur les équations de Saint Venant ou équations de l'eau peu profonde. En pratique, le modèle utilisé est une restriction à une couche de la partie dynamique du modèle de circulation générale tridimensionnel. Le modèle dépend d'une seule variable thermodynamique (la hauteur de la couche de fluide pour un fluide incompressible).

L'idée est d'utiliser ce modèle, avec des paramètres typiques de la stratosphère de Titan, pour étudier le développement des ondes et les propriétés de mélange associées, en relation avec l'instabilité de l'écoulement moyen. En pratique, on force le modèle en rappelant le champ de vent zonal vers un profil proche du profil observé (par occultation par exemple) ou simulé (avec le modèle de circulation tridimensionnel), en faisant en sorte que ce profil présente des régions d'instabilité sur le versant équatorial des jets. Dans l'étude de Luz et Hourdin (2003), différents profils sont utilisés avec différentes constantes de temps pour le rappel.

On présente ici, sur la Fig. 5.14 des résultats issus d'une des simulations. On montre sur la figure le vent zonal (**a**) ainsi que le moment cinétique (**b**) et la vorticité potentielle (**c**) associés. Les courbes pleines correspondent aux profils de rappel. La vorticité potentielle

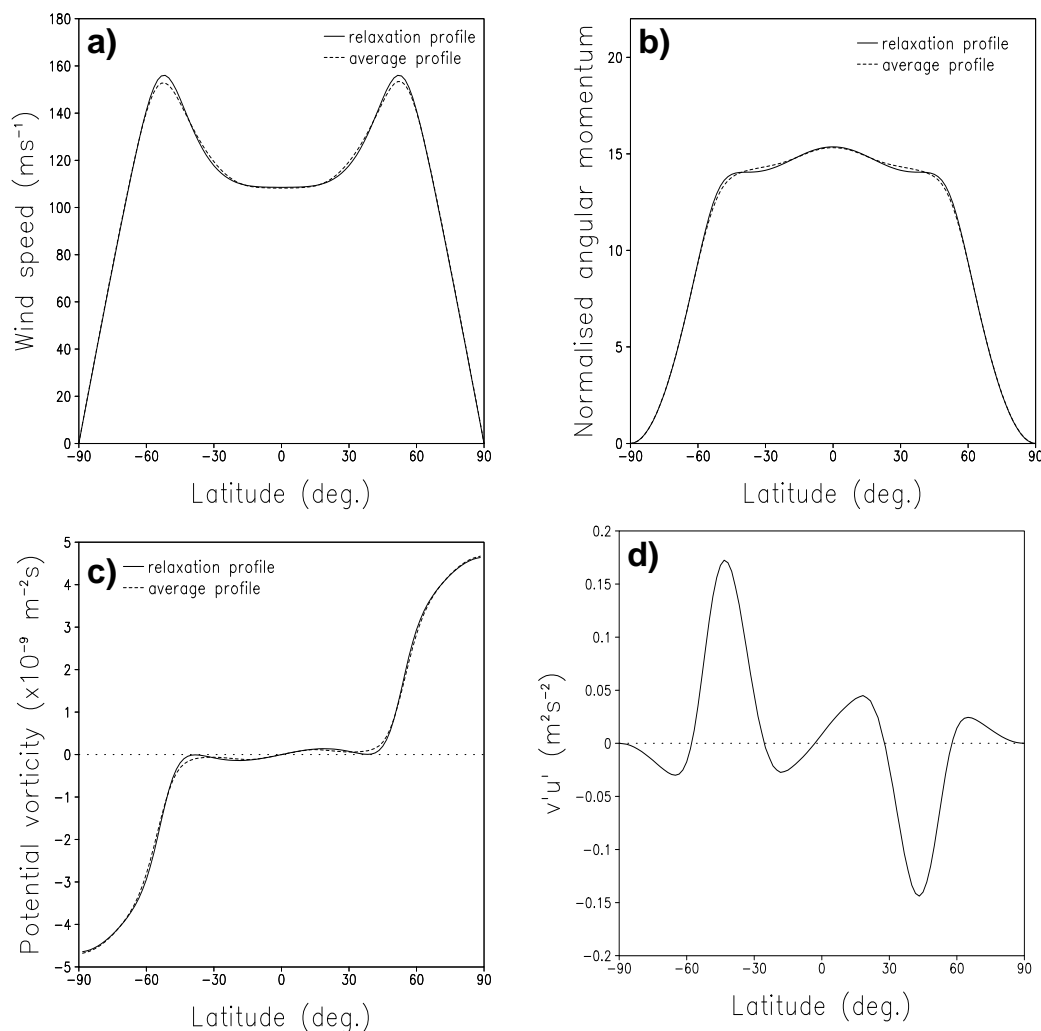


FIG. 5.14 – Exemple de profil latitudinal de vent zonal utilisé pour forcer le modèle des équations de Saint-Venant. On montre **a)**, le profil de rappel (trait plein) et le profil moyen dans le modèle en état de régime (tiretés); les mêmes profils sont montrés en termes **b)** de moment cinétique normalisé et **c)** de vorticité. Enfin, on montre **d)** le transport de moment cinétique par les ondes responsable de la différence entre les deux profils. La constante de temps de rappel est fixée à 5 jours de Titan.



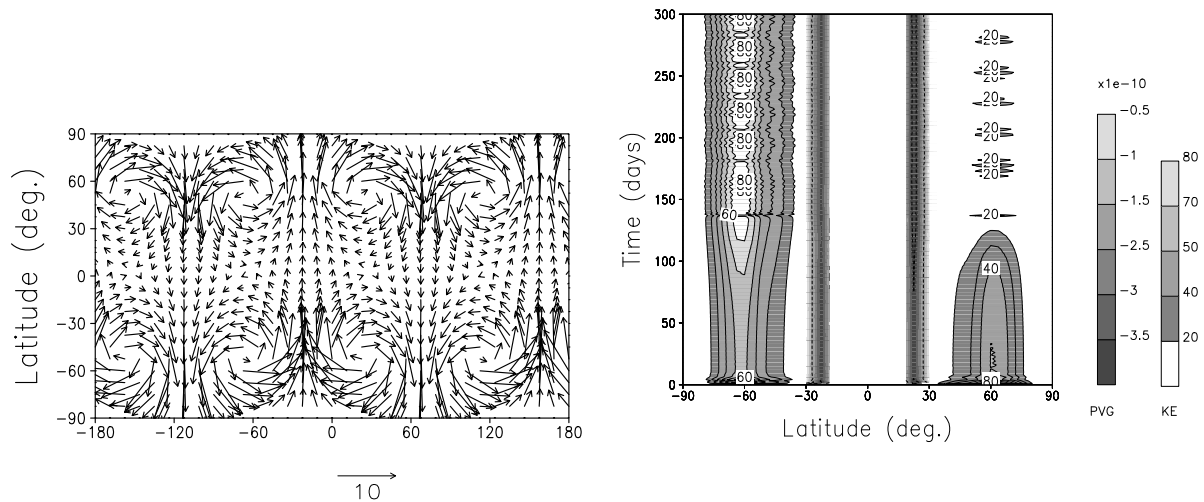


FIG. 5.15 – Ondes planétaires. A gauche, exemple de structure instantanée du champ de perturbation du vent dans les simulation de Saint-Venant. A droite, évolution en fonction de la latitude et du jour de Titan du gradient latitudinal de vorticité potentielle (les bandes grisées étroites entre 30S et 30N, première échelle de grisés) et de la moyenne zonale de l'énergie cinétique des ondes (bandes larges au delà de 60 degrés dans chaque hémisphère, échelle de grisés la plus à droite).

associée (c) montre clairement les régions d'instabilité barotrope entre 30 et 50 degrés dans les deux hémisphères. Dans le cas présenté ici, le profil de relaxation ne comprend pas en revanche de région d'instabilité inertielle, avec un moment cinétique qui décroît de part et d'autre de l'équateur. Le modèle en eau peu profonde développe des ondes qui ont pour effet de réduire l'instabilité. Les moyennes zonales des différents champs, une fois établi un état de régime, sont montrées en pointillés. Le transport de moment cinétique associé aux ondes ( $a \cos \phi [v^* u^*]$ , d) est dirigé vers l'équateur (en remontant le gradient de moment cinétique) dans les régions d'instabilité. Ce transport tend à réduire l'intensité des jets. Dans ces simulations, la constante de temps de rappel est fixée à 5 jours de Titan de façon à reproduire l'ordre de grandeur du transport latitudinal de moment cinétique obtenu avec le modèle tridimensionnel.

La Fig. 5.15 montre, pour cette simulation particulière, un exemple de carte instantanée de la perturbation du vent par rapport à l'écoulement moyen. On voit que, comme dans le modèle tridimensionnel, on a à faire à des nombres d'onde petits (1 ou 2). Quand on regarde l'évolution sur le long terme de l'activité ondulatoire (graphique de droite) on se rend compte qu'après un certain temps, une dissymétrie s'installe entre les deux hémisphères (la Fig. 5.14 correspond à des moyennes entre les jours 6 et 30, avant que la dissymétrie ne s'installe). Ce comportement, constaté dans un grand nombre de simulations tests, ne semble pas lié à une erreur informatique dans le modèle. On a par exemple vérifié, après une bascule nord/sud de tous les champs du modèle à un instant donné, que l'activité la plus forte se maintenait bien dans l'hémisphère opposé de celui où elle était avant la bascule. Ce type de comportement avait en fait déjà été

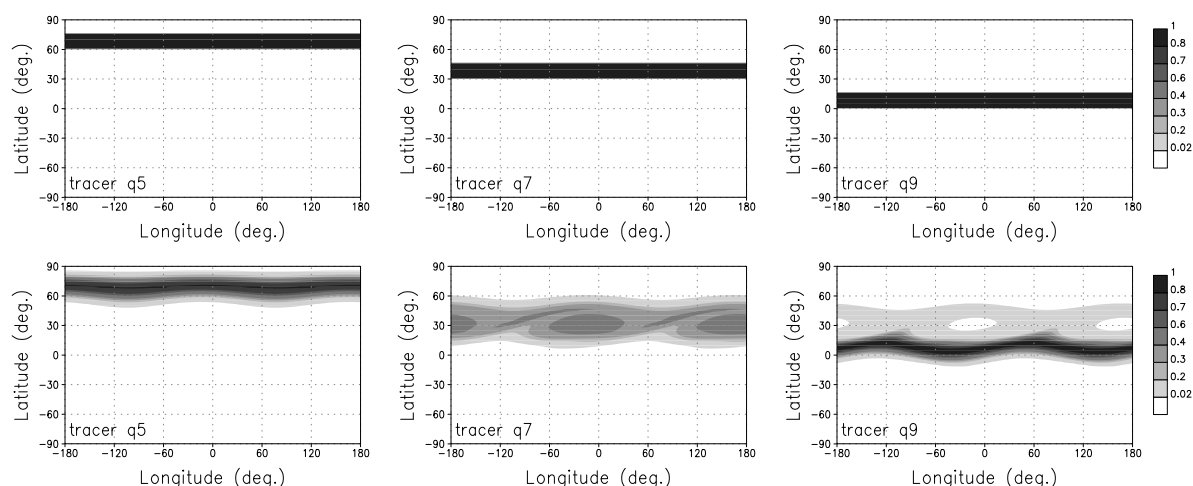


FIG. 5.16 – Exemple de mélange par les ondes de traceurs contenus initialement dans des bandes de latitudes et dont les concentrations sont rappelées vers ces concentrations initiales avec une constante de rappel de 5 jours de Titan. On montre, pour trois bandes particulières, les distributions initiales (en haut) et des distributions instantanées une fois un état de régime établi.

observé dans des simulations effectuées pour étudier les ondes dans l'atmosphère de Vénus (Rossow, 1983). Une certaine asymétrie entre les deux jets est également rapportée pour les observations de vent vénusiens par suivi de nuages dans l'UV par Rossow et al. (1990), alors même que le forçage saisonnier est presque inexistant sur Vénus. Les auteurs concluaient à l'époque de cette étude sur la possibilité d'un comportement asymétrique de la dynamique des atmosphères de planètes en rotation lente. Ce point n'a pas pu être étudié davantage mais le modèle et les simulations sont toujours là.

On a ensuite regardé l'impact de ces ondes sur le transport latitudinal des espèces traces. Là encore, on a utilisé différents profils et constantes de temps de rappel pour évaluer le transport latitudinal par les ondes. On montre par exemple, sur la Fig. 5.16, des simulations dans lesquelles on injecte un traceur dans une bande de latitude et on rappelle en permanence le champ de traceur vers cette concentration initiale avec une constante de temps de 5 jours de Titan. Les graphiques du haut montrent la distribution initiale et les graphiques du bas une distribution instantanée après qu'un état de régime s'est établi. Alors que l'énergie cinétique des perturbations est maximale dans les hautes latitudes (Fig. 5.15), le traceur émis entre 60 et 75°N n'est presque pas affecté par le transport, autrement que par une déformation de la bande de traceur. Le mélange latitudinal est en fait important uniquement dans la région d'instabilité, entre 20 et 45° de latitude. Dans cette région, on retrouve une figure classique, dite en œil de chat, décrite pour la première fois par Kelvin (1880).

Le modèle prédit donc un mélange très intense sur le versant équatorial du jet hivernal, et une relative isolation du vortex polaire. Ce comportement explique en fait en partie la brusque rupture de pente observée dans les données Voyager aux abords du vortex polaire nord, mal prise en compte dans les premières simulations de la composition chimique (Fig. 5.13) dans lesquelles le mélange latitudinal était calculé avec une diffusion turbulente ne dépendant pas de la latitude.

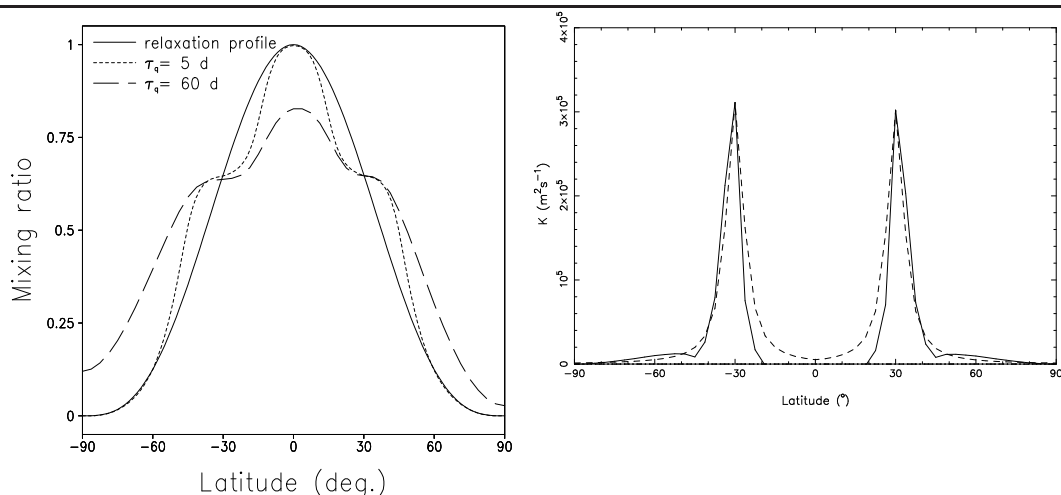


FIG. 5.17 – A gauche : Transport de traceurs idéalisés par les ondes planétaires dans le modèle des équations de Saint-Venant en présence d’instabilité barotrope. Le traceur est rappelé vers le profil en trait plein avec une constante de temps de 5 ou 60 jours de Titan. Les profils pointillés et tiretés montrent les profils de traceurs en état de régime. A droite : coefficient de mélange déduit des calculs avec traceurs idéalisés et forme analytique retenue pour la paramétrisation du transport latitudinal par les ondes.

Ce travail a ensuite été utilisé pour dériver une paramétrisation plus physique de ces ondes transitoires pour le modèle climatique latitude-altitude.

### 5.3.3 Paramétrisation en longueur de mélange du transport latitudinal des espèces traces

Pour paramétriser le transport latitudinal de traceurs par les ondes, on utilise une approche en longueur de mélange, pour laquelle le flux latitudinal de traceur s’écrit

$$[\rho v^* q^*] = -\rho \frac{K}{a} \frac{\partial q}{\partial \phi} \quad (5.5)$$

où  $K(\phi, t) = l|v^*|$  est le coefficient de diffusion,  $l$  est la longueur de l’excursion latitudinale typique des particules d’air et  $|v^*|$  est l’amplitude des fluctuations de  $v$ .

Les simulations en eau peu profonde sont utilisées directement pour estimer le coefficient de diffusion à partir du rapport entre le flux latitudinal et le gradient de traceur. Un exemple d’un tel calcul est montré sur la Fig. 5.17 pour un traceur relaxé vers un profil sinusoïdal. Comme pour les traceurs émis dans des bandes de latitudes, on retrouve que le mélange est maximum dans la région de l’instabilité (à gauche) ce qui se traduit par un coefficient de diffusion maximum dans cette région (courbe pleine, à droite). Des tests ont montré que la forme de ce coefficient était peu sensible au choix du profil de relaxation pour le traceur.

Pour la paramétrisation, on choisit de représenter ce pic par une fonction de Cauchy

$$\mathcal{K}(\phi) \equiv A \frac{(\Gamma/2)^2}{(\phi - \phi_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (5.6)$$

où  $A$  est l'amplitude,  $\Gamma$  la largeur à mi-hauteur et  $\phi_0$  la position en latitude du centre du pic. On montre un exemple d'ajustement d'une telle fonction sur le graphique de droite de la Fig. 5.17. L'amplitude maximum  $\tilde{K}_{\max} \simeq 3 \times 10^5 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  est cohérente avec l'estimation de  $l|v^*|$  pour  $l = a(\delta\phi/2)$ , avec  $\delta\phi \simeq 30^\circ$  et  $|v^*| \simeq 0.5 \text{ m s}^{-1}$  dans la région de mélange.

Le dernier pas consiste à relier les paramètres  $A$ ,  $\Gamma$  et  $\phi_0$  à l'écoulement moyen (fermeture). Pour l'amplitude, ceci peut être fait au moyen d'un paramètre mesurant le degré de l'instabilité. Des tests systématiques, effectués avec différentes constantes de relaxation pour le champ de vent – permettant d'obtenir des instabilités plus ou moins fortes – ont montré que l'intégrale du gradient de vorticité potentielle dans sa partie négative

$$S_B = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{\partial [Z]}{\partial \phi} d\phi \quad (5.7)$$

$$= [Z](\phi_2) - [Z](\phi_1). \quad (5.8)$$

(avec  $\partial [Z]/\partial \phi < 0$  entre  $\phi_1$  et  $\phi_2$ ) est très bien corrélée avec le coefficient  $A$ . La relation entre intensité de l'instabilité  $S_B$  et  $A$  est ajustée à partir des simulations en eau peu profonde. La formule

$$\log_{10} A = a - 10^{11} b S_B \quad (5.9)$$

avec  $a = 1.781$  et  $b = 0.5928$  est adoptée dans les simulations qui suivent. Pour la largeur et le centre des pics, on retient  $\Gamma \simeq (\phi_2 - \phi_1)/2$  et  $\phi_0 \simeq \phi_2$ .

### 5.3.4 Paramétrisation du transport latitudinal du moment cinétique

Le transport latitudinal de moment cinétique par les ondes s'effectuant essentiellement en remontant le gradient dans la région d'instabilité, il n'est pas possible de le représenter comme une paramétrisation en diffusion du moment cinétique. En revanche, ce transport aboutit à un mélange de vorticité qui tend à ramener le profil moyen à la neutralité vis-à-vis de l'instabilité barotrope (voir aussi Allison et al., 1994; Del Genio et al., 1993). A partir de ces remarques, on choisit une paramétrisation du transport de moment cinétique basée sur une approximation du mélange de la vorticité. Si on l'applique à la vorticité relative (le résultat est le même pour la vorticité absolue)

$$\eta = -\frac{1}{a \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} (\cos \phi u) \quad (5.10)$$

une approche en longueur de mélange aboutit à

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{1}{a^2 \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \cos \phi K \frac{\partial \eta}{\partial \phi} \right) \quad (5.11)$$

où  $\partial/\partial t$  est l'accélération due aux ondes.

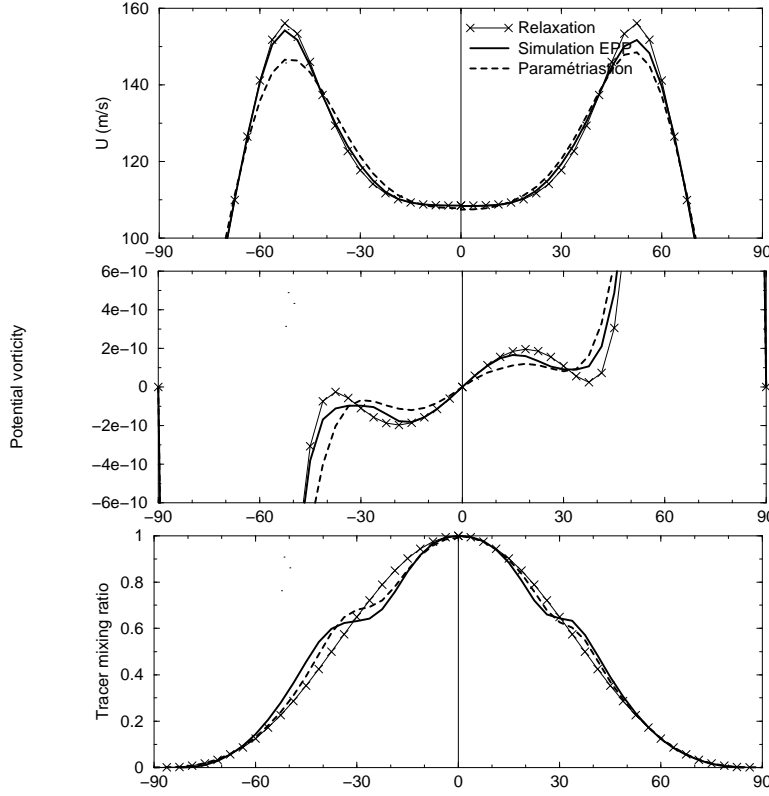


FIG. 5.18 – Test des paramétrisations du transport latitudinal par les ondes par comparaison aux résultats des simulations en eau peu profonde. On montre pour le vent zonal (en haut), la vorticité potentielle (au milieu) et un traceur (en bas), le profil de rappel, le profil obtenu avec le modèle en eau peu profonde et le profil obtenu comme équilibre entre le terme de relaxation et le terme de transport latitudinal paramétrisé.

On peut obtenir l'Eq. 5.11 en prenant, pour décrire l'effet des ondes sur le vent zonal, l'opérateur

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -K/a \frac{\partial \eta}{\partial \phi}, \quad (5.12)$$

(ce qu'on voit facilement en prenant la dérivée temporelle de l'Eq. 5.10). Une idée séduisante serait d'appliquer cette formulation directement, en utilisant un coefficient de mélange  $K$  variant avec la latitude et l'altitude en fonction du degré d'instabilité de l'écoulement moyen. En dépit d'efforts importants pour aboutir à une paramétrisation de ce type, nous avons dû opter pour une solution moins élégante mais plus robuste, utilisant une restriction au modèle axi-symétrique de l'opérateur en Laplacien itéré utilisé classiquement dans le modèle de circulation tridimensionnel pour paramétriser l'interaction entre échelles explicites et échelles horizontales non résolues :

$$\left( \frac{\partial \mathbf{v}_H}{\partial t} \right)_{\text{diss}} = (-1)^{n_{\text{diss}}+1} \frac{1}{\tau_{\text{diss}}} (\delta y)^{2n_{\text{diss}}} \Delta^{n_{\text{diss}}} \mathbf{v}_H, \quad (5.13)$$

Dans le cas d'une itération simple ( $n_{\text{diss}} = 1$ ), l'Eq. 5.12 avec  $K = \delta y^2 / \tau_{\text{diss}}$  et l'Eq. 5.13 sont équivalentes pour la vorticité relative. Pour la vorticité absolue – fondamentalement la quantité qu'on veut mélanger pour obtenir un profil uniforme de vorticité absolue – l'équivalence est

seulement approchée, à un terme de l'ordre de  $\Omega K/a$  près. Dans la paramétrisation retenue finalement pour les simulations bidimensionnelles, et après une phase de tâtonnement, on retient  $n_{diss} = 2$ .

La paramétrisation ne dépend plus alors que de la constante de temps  $\tau_{diss}^{dyn}$  qu'on relie au degré d'instabilité de l'écoulement dans la couche du modèle considéré (cette constante ne dépend plus ici que de l'altitude) avec une formule de la forme

$$\log_{10} \tau_{diss}^{dyn} = c + 10^{11} d S_B^{dyn}. \quad (5.14)$$

Du fait du moindre degré de réalisme de la forme retenue pour la paramétrisation, l'ajustement des paramètres  $c$  et  $d$  conduit à des valeurs qui dépendent des conditions dans lesquelles sont réalisées les simulations en eau peu profonde (se reporter à Luz et al., 2003b, pour plus de détails). Pour les simulations bidimensionnelles latitude-altitude présentées plus loin, on retient  $c = 13.59$  et  $d = 1.562$ .

Sur la Fig. 5.18, on présente un test numérique des nouvelles paramétrisations. On effectue la validation pour un modèle unidimensionnel, en latitude, version axi-symétrique du modèle global en eau peu profonde.<sup>2</sup> Dans ce modèle, l'ensemble des équations se résume aux termes de relaxation (sur le vent ou les traceurs) et aux termes de transport par les ondes représentés par les paramétrisations. La Fig. 5.18 montre, pour le vent zonal (en haut), la vorticité potentielle (au milieu) et la concentration d'un traceur sinusoïdal (en bas) les profils de relaxation (croix), les résultats du modèle en eau peu profonde en état de régime (courbes pleines) et les résultats du modèle unidimensionnel avec paramétrisation (pointillés). On remarque d'abord, pour les simulations en eau peu profonde, la dissymétrie entre les deux hémisphère, le jet nord étant nettement plus affecté par le transport que son homologue austral. La paramétrisation prédit relativement bien la réduction de l'instabilité dans l'hémisphère nord mais la surestime dans l'hémisphère sud. La diffusion du champ de traceur dans la région d'instabilité est relativement bien représentée dans les deux hémisphère. A noter qu'on teste plus que l'ajustement des coefficients de mélange présenté plus haut puisque ces coefficients sont calculés ici en fonction de l'instabilité déduite de l'équilibre entre relaxation du champ de vent et mélange latitudinal paramétrisé.

### 5.3.5 Modélisation de la brume

Le modèle microphysique de la brume (Cabane et al., 1992) a été introduit dans le modèle de climat en se basant sur une discrétisation de la distribution en taille des particules. On utilise 10 classes de rayons (contre 45 dans le modèle unidimensionnel d'origine). La plus petite taille correspond aux macro-molécules fraîchement créées par polymérisation avec un rayon  $r_1 = 1.64 \times 10^{-9}$  m. La production de ces particules est pour l'instant imposée comme une fonction de l'altitude uniquement. Dans les simulations présentées ci-dessous, cette production a lieu dans une couche épaisse de 40 km, vers 450 km d'altitude. Les rayons pour les autres classes

<sup>2</sup>Cette comparaison entre simulations en eau peu profonde et modélisation unidimensionnelle en latitude est l'équivalent des validations des paramétrisations de la couche limite par rapports à des simulations des grands tourbillons présentées dans la Section 3.5.



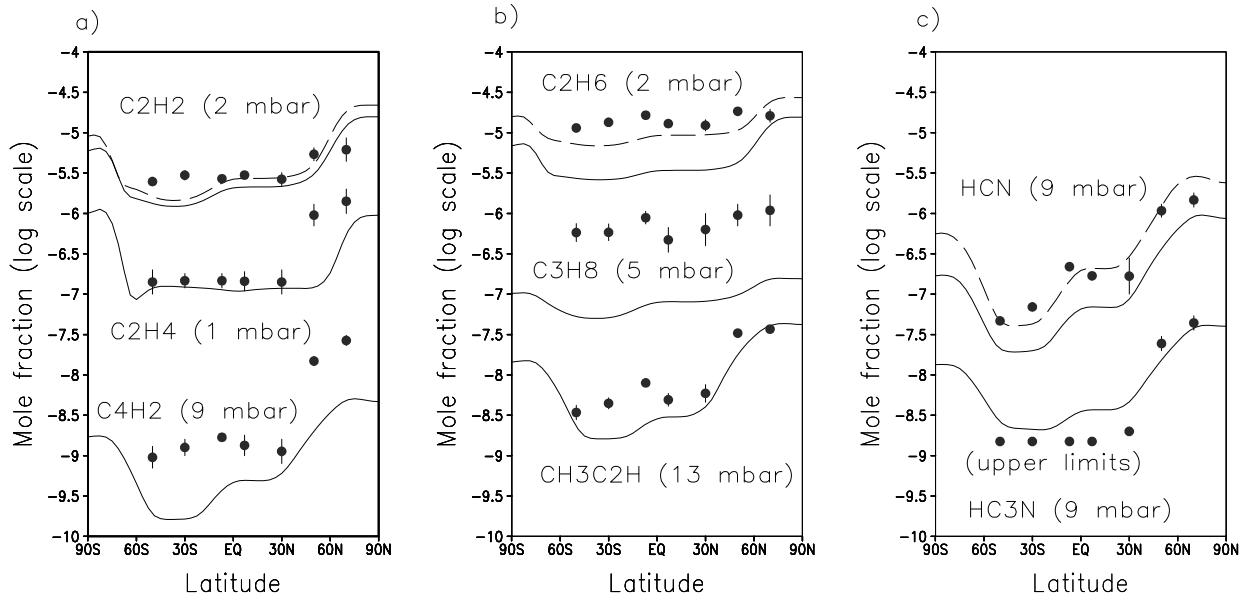


FIG. 5.19 – Comparaison des profils latitudinaux de composition observés par Voyager avec ceux obtenus avec le modèle couplé dynamique/microphysique/chimie. On montre des résultats obtenus à la fois avec la chimie complète (courbes pleines) et avec une chimie linéarisée (tiretés). Les ronds noirs correspondent aux observations Voyager analysées par Coustenis et Bézard (1995). Les niveaux de pression retenus pour extraire les concentrations simulées correspondent pour chaque composé au maximum de la fonction poids de l'observation à l'équateur. Les observations pour  $\text{HC}_3\text{N}$  dans les latitudes basses correspondent à une borne supérieure.

sont donnés par  $r_{n+1} = 16^{1/3} r_n$ . Le rayon des monomères est  $r_m = 66$  nm et le rapport entre les volumes des particules dans deux classes adjacentes est de 16. Les particules plus grosses que  $r_m$  sont représentées comme des agrégats fractals de dimension 2. Le code radiatif a été modifié pour tenir compte de cette nouvelle description des aérosols (traités comme des particules sphériques dans le code original de McKay et al., 1989) et de leur variation latitudinale (se reporter à Rannou et al., 2004, pour les détails).

### 5.3.6 Modélisation de la chimie

La composition chimique est calculée en utilisant un code chimique très proche de celui décrit par Lebonnois et al. (2001), à ceci près qu'il est cette fois-ci intégré directement au modèle de circulation. La composition chimique prédite par le modèle est qualitativement comparable à celle obtenue par Lebonnois et al. (2001) et est globalement en bon accord avec les observations, comme on peut le voir sur la Fig. 5.19. Les contrastes latitudinaux entre 30N et 60N sont mieux représentés que dans l'étude précédente. Comme dans l'étude de Lebonnois et al. (2001) également, les niveaux moyens des concentrations sont en général moins bien prédits que les variations latitudinales.

On utilise également dans le modèle couplé une chimie linéarisée. Dans ce cas, la production

et la perte chimique sont calculées au moyen d'un terme de rappel vers un profil de référence avec une constante de temps imposée, les deux étant issues de calculs préalables effectués avec la version unidimensionnelle du modèle de chimie. L'avantage de cette chimie linéarisée est double : 1) on évite la lourdeur du code chimique complet – avec 44 espèces et 250 réactions – et 2) on peut ajuster le profil de rappel de façon à avoir un meilleur accord avec l'observation pour les concentrations stratosphériques. Ceci est important quand on veut inclure l'effet radiatif des variations latitudinales de la composition dans le modèle dynamique. La chimie linéarisée n'est utilisée que pour les espèces radiativement actives, à savoir  $C_2H_6$ ,  $C_2H_2$  et HCN. Pour ces trois espèces, les résultats "ajustés" sont comparés sur la Fig. 5.19 aux résultats de la chimie complète ainsi qu'aux observations Voyager.

Quand on utilise la chimie complète, une condition à la limite supérieure doit être imposée pour toutes les espèces. On a déjà dit plus haut que la chimie qui a lieu au-delà du toit du modèle de circulation a un rôle crucial pour la plupart des espèces, produites dans la mésosphère ou dans la haute stratosphère et advectées ensuite vers la stratosphère moyenne. Pour les simulations présentées ici, c'est un flux du constituant qui est prédit au sommet du modèle. Les flux pour les différentes espèces sont calculés en utilisant le modèle unidimensionnel en conditions équatoriales (voir Lebonnois et al., 2002, 2003a). Faute d'information suffisante ou de modélisation appropriée, ce flux est pour le moment constant et ne dépend ni de la latitude ni de la saison. Une seconde option consistant à fixer la concentration dans la couche supérieure du modèle a été testée. Elle donne des résultats comparables à ceux présentés ci-dessous.

Pour la chimie linéarisée, la condition au sommet est traitée différemment : la concentration est contrainte à rester proche du profil de rappel en imposant dans les trois couches les plus hautes du modèle des constantes de temps arbitrairement courtes (1 jour de Titan dans la plus haute, 10 dans la suivante et 100 jours dans la troisième). Dans tous les cas, et comme on le verra par la suite, cette condition à la limite supérieure conditionne la valeur moyenne de la concentration dans la stratosphère sans modifier la distribution relative dans le plan méridien. C'est cette concentration à la limite supérieure qui est utilisée pour ajuster les concentrations du modèle avec chimie linéarisée.

La condensation des espèces chimiques est calculée en retirant de l'atmosphère tout excédant par rapport à la concentration à saturation. Cette concentration à saturation est calculée une fois pour toute, en début de simulation, en se basant sur un profil de référence de l'atmosphère (Lellouch et al., 1989). Cette approche permet d'éviter des erreurs potentielles consécutives à des erreurs sur la température simulée et de simplifier l'analyse des couplages entre dynamique et composition.

### 5.3.7 Grille et spécifications diverses

Dans les simulations présentées ci-dessous, la discrétisation est basée sur 48 bandes de latitudes d'égale largeur réparties entre les deux pôles et 55 niveaux sur la verticale, dont les 3 derniers servent de couche absorbante pour réduire la possible réflexion des ondes au sommet du modèle. Le niveau 52 se situe approximativement à 480 km. La résolution verticale est d'environ 3 km dans la troposphère, 5 km à la tropopause et 10-15 km dans la stratosphère, ce qui correspond à la moitié ou au tiers de la hauteur d'échelle. Les équations primitives sont

intégrées avec un pas de temps de 3 minutes et le transfert radiatif est calculé 10 fois par jour. Des informations complémentaires sont données par Luz et al. (2003b) et Rannou et al. (2004).

Toutes les simulations présentées ici ont été démarrées à partir d'états initiaux hérités de simulations précédentes. Le modèle est à chaque fois intégré pendant plusieurs années (de Titan soit plusieurs siècles) jusqu'à ce que les résultats soient reproductibles d'une année sur l'autre. Il se trouve en fait que les constantes de temps mises en jeu dans la stratosphère sont beaucoup plus courtes que ce que peuvent laisser penser les constantes de temps chimiques par exemple. Les résultats montrés dans la partie sur l'enrichissement polaire correspondent par exemple à l'année 6 de la simulation, ce qui s'avère amplement suffisant.

## 5.4 Couplages entre dynamique et composition

Les premiers résultats obtenus avec le modèle couplé dynamique/microphysique des brumes ont permis à la fois d'expliquer l'existence des deux couches de brumes observées par Voyager (brume principale et brume détachée) et de mettre en évidence une accumulation de brume dans les hautes latitudes, conduisant à une intensification importante de la dynamique atmosphérique.

### 5.4.1 Origine de la brume détachée

On impose que les aérosols soient produits dans le modèle à 450 km d'altitude, dans une zone d'une quarantaine de km d'épaisseur. Les petits aérosols, formés par polymérisation des espèces chimiques, sont soufflés vers le pôle d'hiver – entraînés dans la branche haute d'une cellule de Hadley globale – avant de pouvoir sédimenter. A ce niveau, le vent méridien est typiquement de  $2 \text{ m s}^{-1}$ . Le temps nécessaire pour se déplacer d'un rayon de Titan  $a$ , soit  $a/v \simeq 10^6 \text{ s}$ , est 3 fois plus court que le temps qu'il faut aux particules pour chuter d'une hauteur d'échelle ( $H/w \simeq 3 \times 10^6 \text{ s}$  pour une vitesse de sédimentation n'excédant pas  $10 \text{ mm s}^{-1}$ ). Ces échelles de temps sont à comparer également aux temps caractéristiques associés à la croissance des aérosols : typiquement  $10^6 \text{ s}$  pour atteindre la taille d'un monomère (Rannou et al., 1993). Les particules, entraînées vers le pôle le long de trajectoires relativement horizontales, sédimement et coagulent dans les régions polaires pour être redistribués plus bas sur l'ensemble de la planète, notamment après le renversement de la cellule méridienne. Au moment de cette bascule, la couche détachée disparaît momentanément pour se reconstruire ensuite avec une subsidence sur l'autre pôle. Entre la zone de formation et cette zone inférieure mieux mélangée, le modèle prédit une concentration moindre des aérosols (Fig. 5.20D). Ceci vient donner pour la première fois une explication de l'organisation de la brume en deux couches (couche principale et couche détachée). Cette structure en deux couches, mise en évidence une première fois par les missions Voyager (Fig. 5.20A) a été confirmée lors des premiers survols par Cassini (Fig. 5.20B/C). L'accumulation d'aérosols dans la nuit polaire stratosphérique explique également l'assombrissement de la couche de brume dans cette région ainsi que le contraste hémisphérique, tous deux visibles sur les photos Voyager ou Cassini. Le modèle permet également de bien reproduire les variations latitudinales de l'albédo de Titan au moment du passage de Voyager (Fig. 5.21).

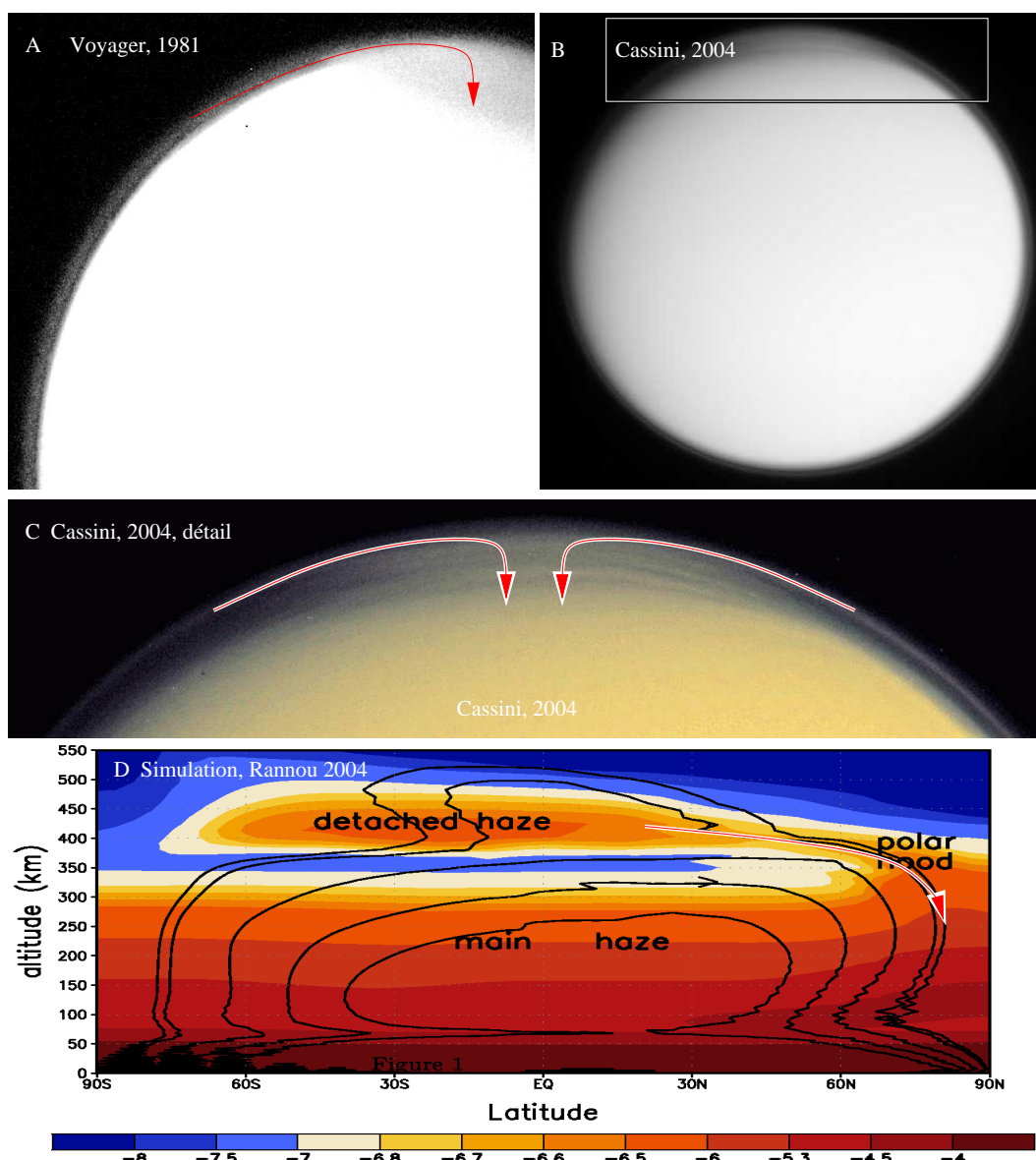


FIG. 5.20 – La couche détachée de brume.

**A :** Photo Voyager montrant la brume détachée et l'accumulation de brume au pôle nord (en haut à droite).

**B et C :** Vue globale et détail d'une photo prise par Cassini le 24 octobre 2004 avec un filtre dans l'UV proche à une distance d'un million de kilomètres. Le Soleil illumine principalement l'hémisphère sud à cette époque de l'année. On devine le terminateur jour-nuit dans la partie haut de l'image. La brume au pôle nord est illuminée par le Soleil parce qu'elle est suffisamment haute mais la surface de la planète est dans la nuit à cet endroit (Source : NASA/JPL/Space Science Institute).

**D :** Distribution dans le plan méridien de l'extinction de la brume simulée. La coupe montre l'extinction normalisée ( $\beta \times \omega \times P(25^\circ)$ ) de la brume en fonction de la latitude et de la pression pour une longitude solaire  $L_s = 353^\circ$  (un peu moins d'une saison avant l'observation effective par Voyager).  $\beta$  est l'extinction de la brume,  $\omega$  l'albédo de diffusion simple moyen et  $P(25^\circ)$  la fonction de phase moyenne calculée pour un angle de  $25^\circ$ . Les niveaux de gris correspondent au log de l'extinction normalisée. Cette quantité montre physiquement l'efficacité de diffusion pour chaque couche d'atmosphère avec un angle de phase  $\phi = 155^\circ$ . La brume détachée apparaît comme une couche secondaire à 400 km, surplombant la couche principale (en dessous de 300 km). La brume s'accumule de façon préférentielle au pôle d'hiver et le maximum perdure encore en été (bien que très affaibli). La fonction de courant de la circulation méridienne moyenne dans la saison qui précède ( $L_s = 274 - 353^\circ$ ) est superposée sur la brume.

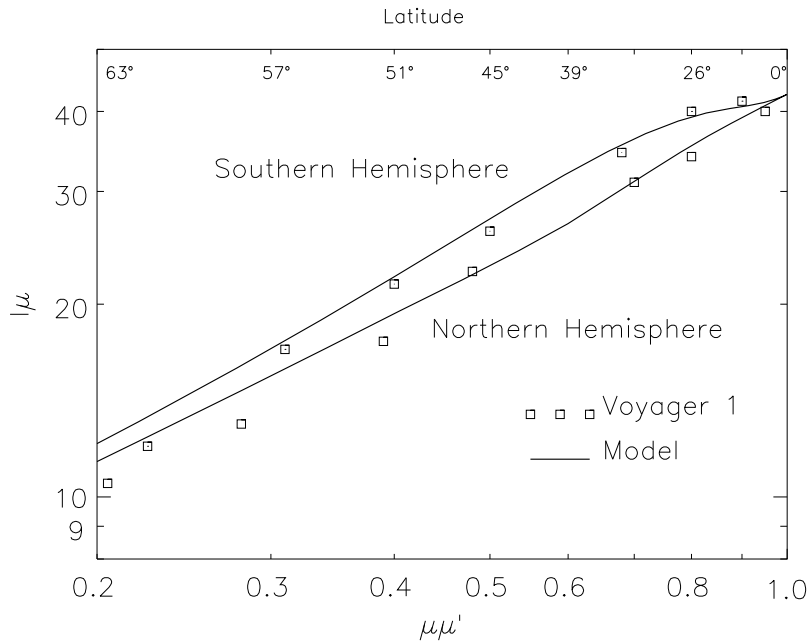


FIG. 5.21 – Intensité réfléchie du rayonnement solaire sur Titan dans le vert (0,52–0,60  $\mu\text{m}$ ) observée le long d'un méridien proche à la fois du point sub-solaire et de l'aplomb du satellite et simulée à 0,55  $\mu\text{m}$ . Les carrés avec et sans points correspondent aux données pour les hémisphères sud et nord (Sromovsky et al., 1981). Plutôt que l'intensité ( $I$ ), on trace le produit  $\mu I$  en fonction de  $\mu\mu'$ , où  $\mu$  est le cosinus de l'angle zénithal d'observation et  $\mu'$  est le cosinus de l'angle zénithal du Soleil. L'axe des abscisses du haut montre les latitudes associées aux différentes valeurs de  $\mu\mu'$ . Dans ce système de coordonnées, un albédo suivant une loi de Minnaert  $I(\mu)\mu = I_0(\mu\mu')^k$  apparaît comme une droite. L'exposant caractérise l'assombrissement centre ( $\mu = 1$ ) bord ( $\mu = 0$ ) du disque.

Une diffusion lambertienne ( $I(\mu) = I_0\mu$ ) correspond à  $k = 1$  et un disque sans effet centre-bord (genre Soleil ou Lune,  $I(\mu) = I_0$ ) à  $k = 1/2$ . Pour le visible (ou seuls les aérosols contribuent), Titan a un  $k$  de l'ordre de 0,6-1,0. Dans les bandes du méthane (quand le méthane domine vraiment) on est proche de  $k = 1/2$  (pas d'effet centre bord). Mais dans l'infrarouge (quand on voit la surface) et dans les bandes du méthane (ou l'effet de l'absorption peut aussi dépendre de l'angle d'incidence) ces lois ne suffisent plus... on a un comportement plus compliqué (Rannou, communication personnelle).

Les observations montrent un hémisphère sud 25% plus réfléchissant que le nord. Le modèle reproduit bien ce contraste nord-sud à l'époque de Voyager ( $L_s = 9^\circ$ ) avec une bonne représentation de l'assombrissement aux limbes.

### 5.4.2 Rétroaction de la composition sur la dynamique

L'accumulation des brumes dans les régions polaires a un impact radiatif très important (Rannou et al., 2004). Les brumes affectent le transfert radiatif à la fois dans le spectre solaire et dans l'infra-rouge thermique. Pour le spectre solaire, les brumes peuvent à la fois réchauffer l'atmosphère par absorption du rayonnement solaire ou la refroidir plus bas par écrantage du même rayonnement solaire. Dans l'infrarouge thermique, la stratosphère se refroidit d'abord par rayonnement vers l'espace et une augmentation de l'opacité aura tendance à refroidir davantage l'atmosphère tant qu'elle est relativement transparente et au contraire à la réchauffer plus bas, quand les profondeurs optiques dépassent l'unité. L'effet d'accumulation des brumes dans les régions polaires étant maximum en hiver, ce sont de loin les effets infrarouge qui dominent. Au-dessus de 60 km, cette accumulation se traduit par un très fort refroidissement des régions polaires dans l'hémisphère d'hiver (graphique **a** de la Fig. 5.22). L'accumulation des espèces chimiques dans le vortex polaire a un effet équivalent mais plus haut dans l'atmosphère (Lebonnois et al., 2003b). En dessous de 200 km, c'est l'effet de diminution du refroidissement vers l'espace à cause de l'extinction accrue qui domine.

Même en moyenne sur l'année (Fig. 5.23), le renforcement des contrastes pôle-équateur est très marqué. A nouveau, c'est l'effet de la brume qui est le plus important dans la moyenne stratosphère. Cas de figure assez exceptionnel, le forçage radiatif correspondant aux variations en latitude de la brume est finalement du même ordre de grandeur que le forçage lié aux variations latitudinales et saisonnières de l'ensoleillement (Rannou et al., 2004). La prise en compte de ce couplage, en renforçant les gradients pôle-équateur de température, renforce également le jet des moyennes latitudes conduisant à un bien meilleur accord avec les observations aussi bien pour les températures observées par Voyager (Flasar et al., 1981) que pour les vents reconstitués à partir de l'occultation stellaire (Hubbard, 1993), comme on le voit sur la Fig. 5.24. On montre plus loin que le renforcement de la circulation méridienne associé à ce renforcement du forçage thermique de la circulation contribue aussi à améliorer la représentation des variations latitudinales des espèces chimiques.

### 5.4.3 L'asymétrie Nord/Sud

On remarque aussi que la simulation couplée prédit une asymétrie nord/sud des températures similaire à l'observation par Voyager juste après l'équinoxe de printemps nord (graphique de gauche de la Fig. 5.24). L'observation de cette asymétrie avait été en son temps jugée surprenante puisque les calculs radiatifs prédisent dans la stratosphère moyenne des constantes de temps beaucoup plus courtes que la saison. Une première explication a été avancée : la nécessaire redistribution en latitude de moment cinétique au moment du changement de saison introduirait une inertie dynamique capable d'expliquer l'asymétrie observée (Flasar et Conrath, 1990). Une telle inertie n'est observée ni dans le modèle tridimensionnel ni dans le modèle bidimensionnel en l'absence de couplage avec la composition. A partir de calculs radiatifs prenant en compte les variations observées de la composition au moment de Voyager, il a été ensuite suggéré que l'asymétrie puisse provenir d'un refroidissement radiatif supérieur dans l'hémisphère nord, qui sortait de l'hiver et était encore chargé en brumes et en composés chimiques Bézard et al. (1995).



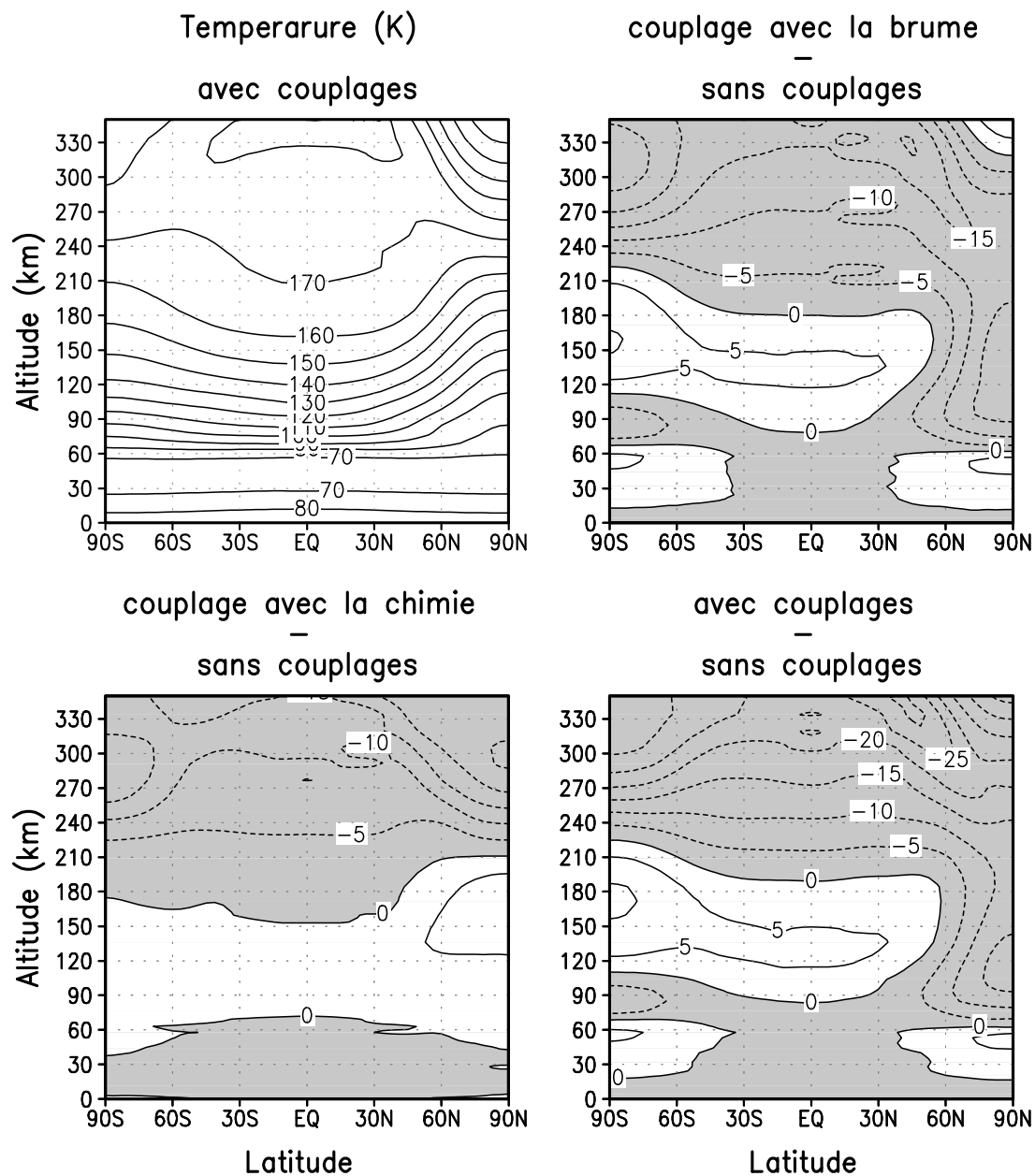


FIG. 5.22 – Températures à l'équinoxe de printemps nord (saison des observations Voyager) obtenues avec la version couplée du modèle et impact du couplage avec les brumes, avec la chimie et avec les deux par rapport à une version découplée.

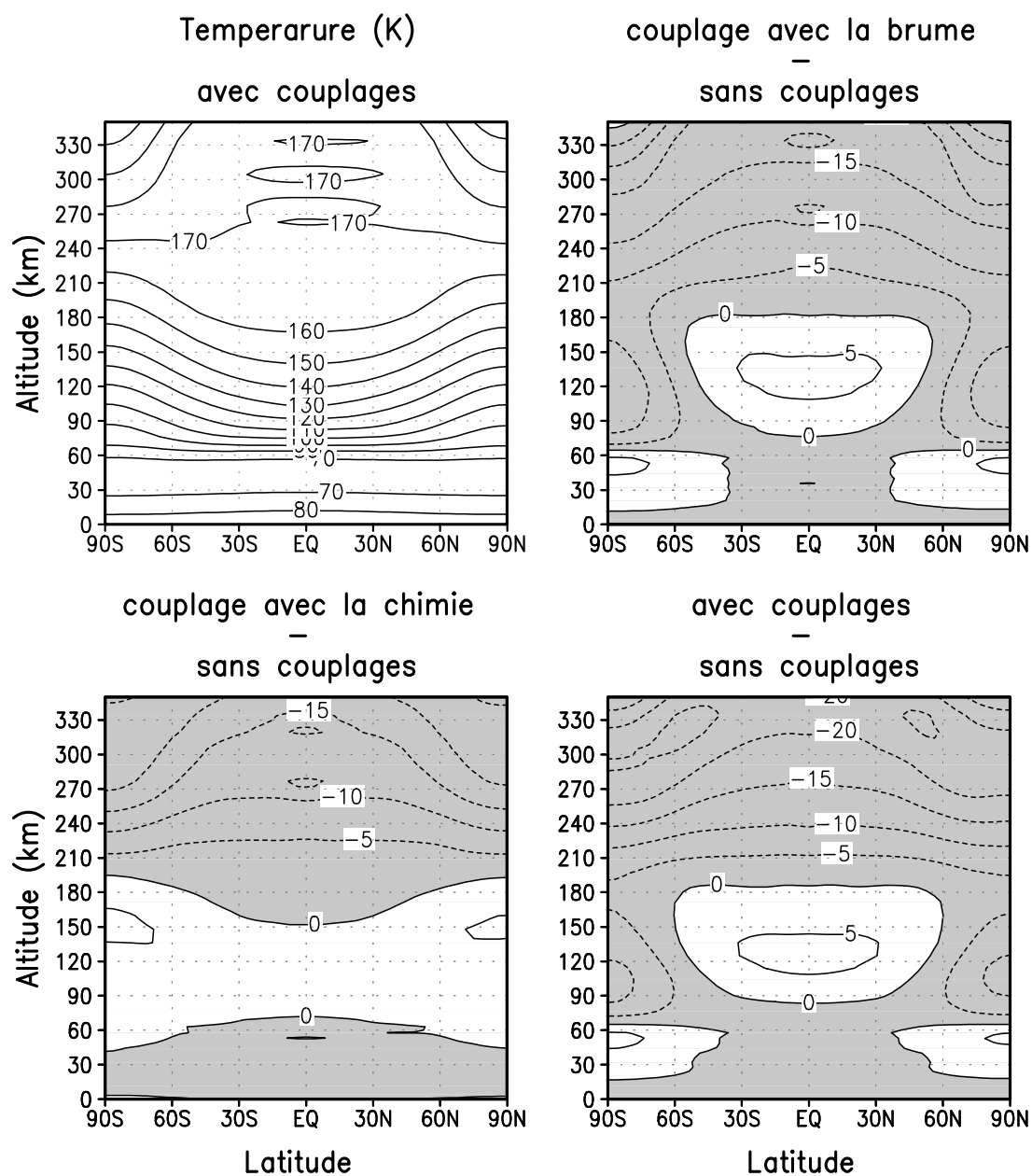


FIG. 5.23 – Moyenne annuelle de la température obtenue avec la version couplée du modèle et impact du couplage avec les brumes, avec la chimie et avec les deux par rapport à une version découplée.

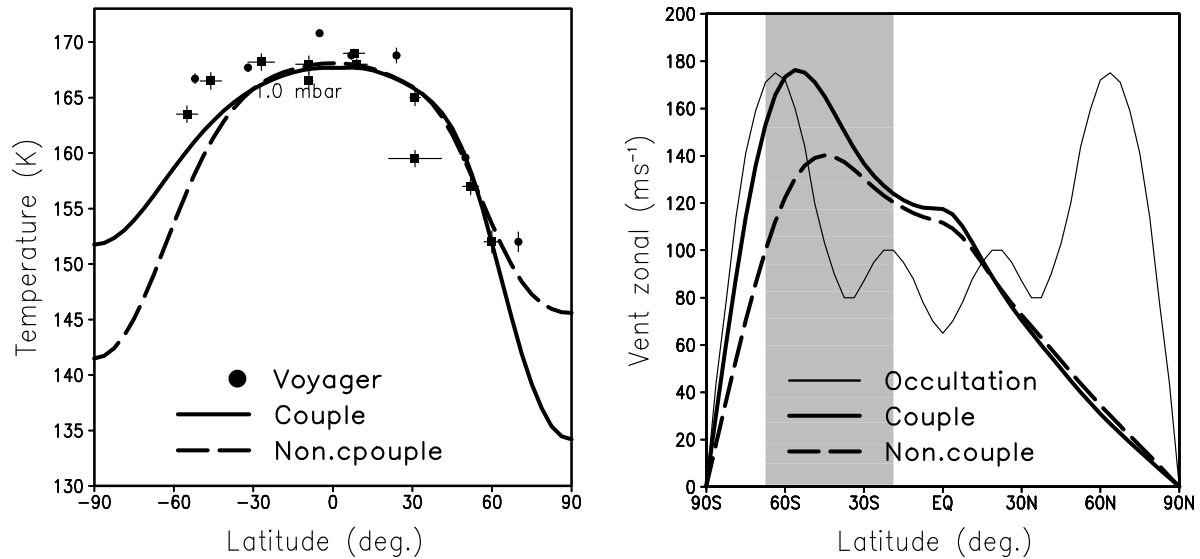


FIG. 5.24 – Température stratosphérique (à 1 hPa) et vent zonal (à 0.25 hPa) observés et simulés avec et sans couplage avec la chimie et les brumes. Les températures sont observées au passage de Voyager peu après l'équinoxe de printemps nord ( $L_s=9^\circ$ , Flasar et al., 1981) et les vents, par occultation stellaire, après le solstice d'été nord ( $L_s=128^\circ$ , Hubbard, 1993). Pour le vent observé, la forme symétrique et les oscillations sont imposées par le mode de reconstruction. L'observation n'est en fait sensible qu'à la zone grisée.

Les résultats du modèle couplé plaident clairement en faveur de la seconde hypothèse. Au moins, le couplage avec la composition peut clairement à lui seul introduire une inertie dans le système climatique plus longue que les constantes de temps radiatives. Il faut cependant noter que le modèle actuel continue à prédire des températures un peu plus basses que l'observation dans l'hémisphère d'été. Des effets additionnels, dynamiques, radiatifs ou autres ne sont donc pas complètement à exclure.

## 5.5 Une composition chimique contrôlée par les vents et la condensation

Comme on l'a dit plus haut, quasiment tous les composés chimiques observés par Voyager montrent, peu après l'équinoxe de printemps nord, un enrichissement très fort dans les latitudes polaires nord. Si on définit cet enrichissement comme le rapport entre la concentration moyenne à 50-70N et celle à 0-30N, cet enrichissement varie entre 1.4 et 20 suivant les espèces.

Dans un article de revue dans lequel il considérait la composition d'un point de vue météorologique, Flasar (1998) avait envisagé déjà que la subsidence, dans la stratosphère, d'espèces créées plus haut puisse expliquer cet enrichissement. Avec un vent méridien estimé à  $4 \text{ m s}^{-1}$  et une constante de temps dynamique de 4 années terrestres, il avait estimé que

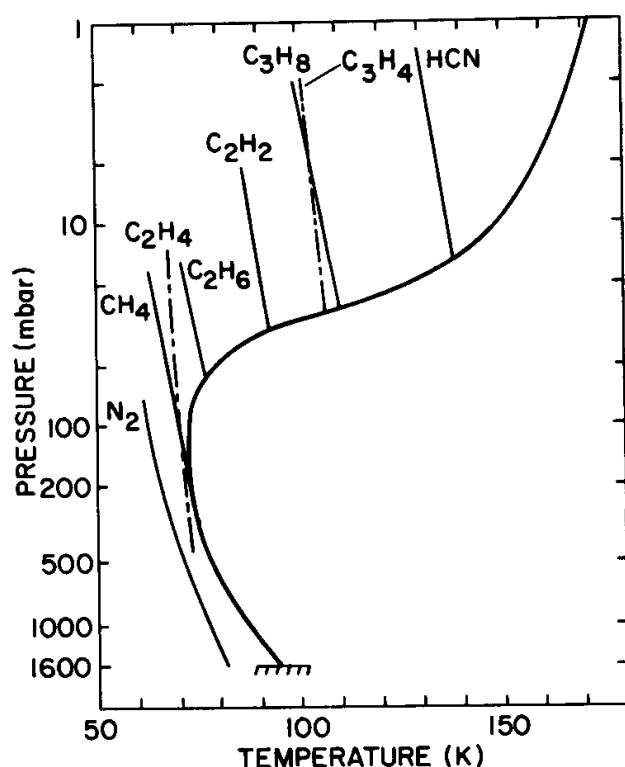


FIG. 5.25 – Courbe de vapeur saturante pour les différents constituants observés dans la stratosphère de Titan (Samuelson et al., 1981). Les courbes sont calculées en supposant un rapport de mélange constant correspondant aux observations Voyager. L'intersection avec le profil de température (courbe épaisse) donne l'altitude de condensation pour l'espèce considérée.

cet effet de transport pouvait éventuellement expliquer un enrichissement d'un facteur 2 pour HCN. Il concluait que des facteurs additionnels, comme des circulations plus localisées, étaient nécessaires pour expliquer les fortes valeurs observées pour cet enrichissement. Il discutait aussi à l'époque le fait que le vortex polaire devienne dynamiquement et chimiquement isolé du reste de l'atmosphère. Dans une comparaison relativement spéculative au trou d'ozone terrestre, il suggérait que cette isolation puisse prendre fin avec le développement d'ondes planétaires, mélangeant constituants, chaleur et vorticité au travers de la frontière du vortex.

Comme on l'a déjà dit, le couplage du modèle photochimique de Toubanc et al. (1995) avec un code bidimensionnel de transport (basé sur une description de la circulation méridienne issue des résultats du modèle dynamique tridimensionnel de Hourdin et al., 1995b) a permis d'attribuer clairement cet enrichissement polaire observé au moment de Voyager à la subsidence, pendant l'hiver précédant l'observation, dans la branche polaire d'une grande cellule de Hadley trans-hémisphérique (Lebonnois et al., 2001). Sans facteur additionnel, le modèle expliquait même les très fortes valeurs de l'enrichissement observées par exemple pour HCN (Fig. 5.13).

Les variations latitudinales des concentrations obtenues avec le modèle couplé bidimensionnel (Fig. 5.19) sont encore plus proches de l'observation que celles (Fig. 5.13) obtenues dans la première étude de Lebonnois et al. (2001). Comme on le montre plus bas, cette meilleure représentation provient à la fois de la plus forte circulation méridienne, due en grande partie au couplage avec la brume, et de la paramétrisation interactive du mélange latitudinal par les ondes,

qui, comme on l'a montré plus haut, prédit un mélange fort sur le flanc du jet mais une isolation du vortex polaire.

Si les contrastes sont essentiellement créés par le transport atmosphérique, reste à comprendre pourquoi certaines espèces montrent des enrichissements plus forts que d'autres. Lebonnois et al. (2001) avaient suggéré que des différences dans la chimie puissent être à l'origine des différences d'enrichissement. Une espèce avec un contraste plus marqué entre les sources en haut et les puits en bas pourrait effectivement avoir un gradient vertical plus marqué et, en conséquence, un enrichissement plus important dans les régions de subsidence.

En fait, on montre ci-dessous que, pour la plupart des espèces, la chimie ne joue qu'un rôle secondaire. Les variations latitudinales observées sont le fait de la combinaison du transport atmosphérique avec la condensation. Avec les concentrations observées par Voyager, la plupart des espèces chimiques condensent en effet à l'approche de la tropopause, entre 100 et 10 hPa (Fig. 5.25).

On montre ci-dessous qu'on peut retrouver les contrastes latitudinaux observés (ou simulés avec la chimie complète) en utilisant des traceurs idéalisés qu'on enlève complètement en dessous d'un niveau de pression pour simuler l'effet de la condensation. On montre par la même occasion que le mélange latitudinal par les ondes contrôle le gradient vertical des composés chimiques.

L'explication de l'enrichissement polaire dans les hautes latitudes de l'hémisphère nord est donc la suivante (illustrations sur la Fig. 5.26). Pendant presque une demi-année autour du solstice, la circulation méridienne moyenne (graphique **a**, flèches) est dominée, comme on l'a vu, par une cellule de Hadley pôle-à-pôle, avec une branche ascendante dans l'hémisphère d'été (sud) et une subsidence dans les hautes latitudes de l'hémisphère d'hiver (nord). L'advection vers le bas des espèces chimiques, depuis la zone de production dans la haute stratosphère, est responsable de l'enrichissement polaire (également sur le graphique **a** pour HCN, grisés). Cette circulation de Hadley crée également un jet circumpolaire intense dans les moyennes latitudes de l'hémisphère nord (graphique **b**, grisés). Comme on l'a dit plus haut, ce jet est instable sur son côté équatorial ce qui conduit au développement d'ondes planétaires. Ces ondes, paramétrisées dans le modèle (Luz et al., 2003b), sont responsables de l'érosion de ce vortex polaire. On montre également sur le graphique **b** de la Fig. 5.26 (contours), les valeurs de la diffusivité latérale  $K_y$  issues de la paramétrisation.

### 5.5.1 Composition du vortex polaire

Les mécanismes contrôlant la composition du vortex polaire sont résumés sur le schéma **a** de la Fig. 5.27.

On peut en fait quantifier l'importance relative des différents processus de transport. Pour les simulations avec la chimie linéarisée, l'évolution de la concentration massique  $c$  d'un composé chimique est simplement donnée par

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \frac{\partial c}{a \partial \phi} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{c_0 - c}{\tau_{\text{chem.}}} + \frac{1}{a^2 \rho \cos \phi} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \cos \phi \rho K_y \frac{\partial c}{\partial \phi} \right) \quad (5.15)$$

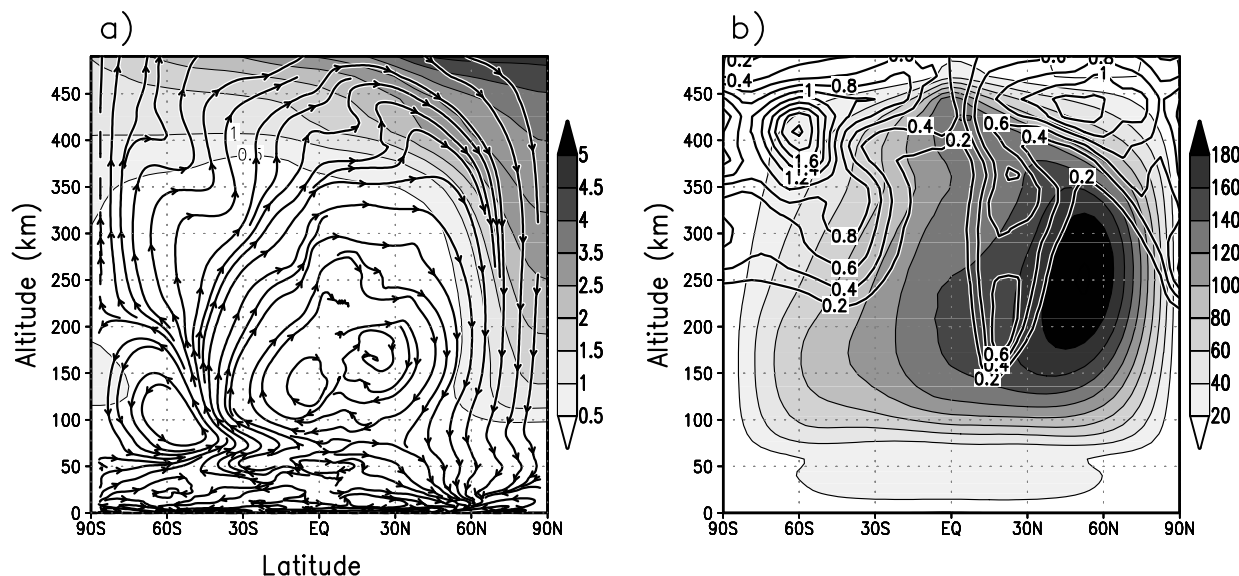


FIG. 5.26 – Transport méridien de HCN pendant l’hiver. **a** : coupe méridienne de la concentration de HCN (ppmv, niveaux de gris) avec les lignes de courant de la circulation méridienne (flèches noires). **b** : vent zonal ( $\text{m s}^{-1}$ , grisés) et coefficient de diffusion latéral (contours,  $10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) paramétré en fonction de l’instabilité barotrope pour représenter le transport latitudinal par les ondes. Avec ces unités, les mêmes contours peuvent s’interpréter également comme des iso-valeurs de la vitesse méridienne typique des ondes en  $\text{m s}^{-1}$  si on prend une longueur de mélange latitudinale de 1000 km. Toutes les quantités correspondent à des moyennes temporelles entre le solstice d’hiver nord et l’équinoxe de printemps nord.

où  $\phi$  est la latitude,  $z$  l’altitude,  $\rho$  est la masse volumique de l’air,  $a$  est le rayon de Titan,  $v$  et  $w$  sont les composantes méridienne et verticale de la circulation méridienne moyenne,  $K_y$  est la diffusivité latérale introduite plus haut,  $c_0$  est un profil vertical déterminé à partir de simulations photochimiques unidimensionnelles et  $\tau_{\text{chim.}}$  est une constante de temps déduite des mêmes simulations (Lebonnois et al., 2001).

Les espèces chimiques qui descendent dans le vortex polaire depuis leur zone de production voient leur concentration diminuer sous l’effet combiné de l’apport d’air clair des basses latitudes par la circulation méridienne moyenne et du mélange latéral avec le même air clair sous l’action des ondes planétaires. Si on note  $c_{\text{eq}}$  la concentration typique dans les basses latitudes, l’“érosion” de la concentration  $c$  par la diffusion latérale (dernier terme de l’Eq. 5.15) peut être grossièrement estimée comme

$$\frac{K_y}{l^2} (c_{\text{eq}} - c) \quad (5.16)$$

où  $l \simeq 1000 \text{ km}$  est une longueur caractéristique associée aux variations latitudinales de la composition atmosphérique. De la même façon, le terme d’advection par la vitesse méridienne moyenne (qu’on supposera positive dans un premier temps dans l’hémisphère nord)



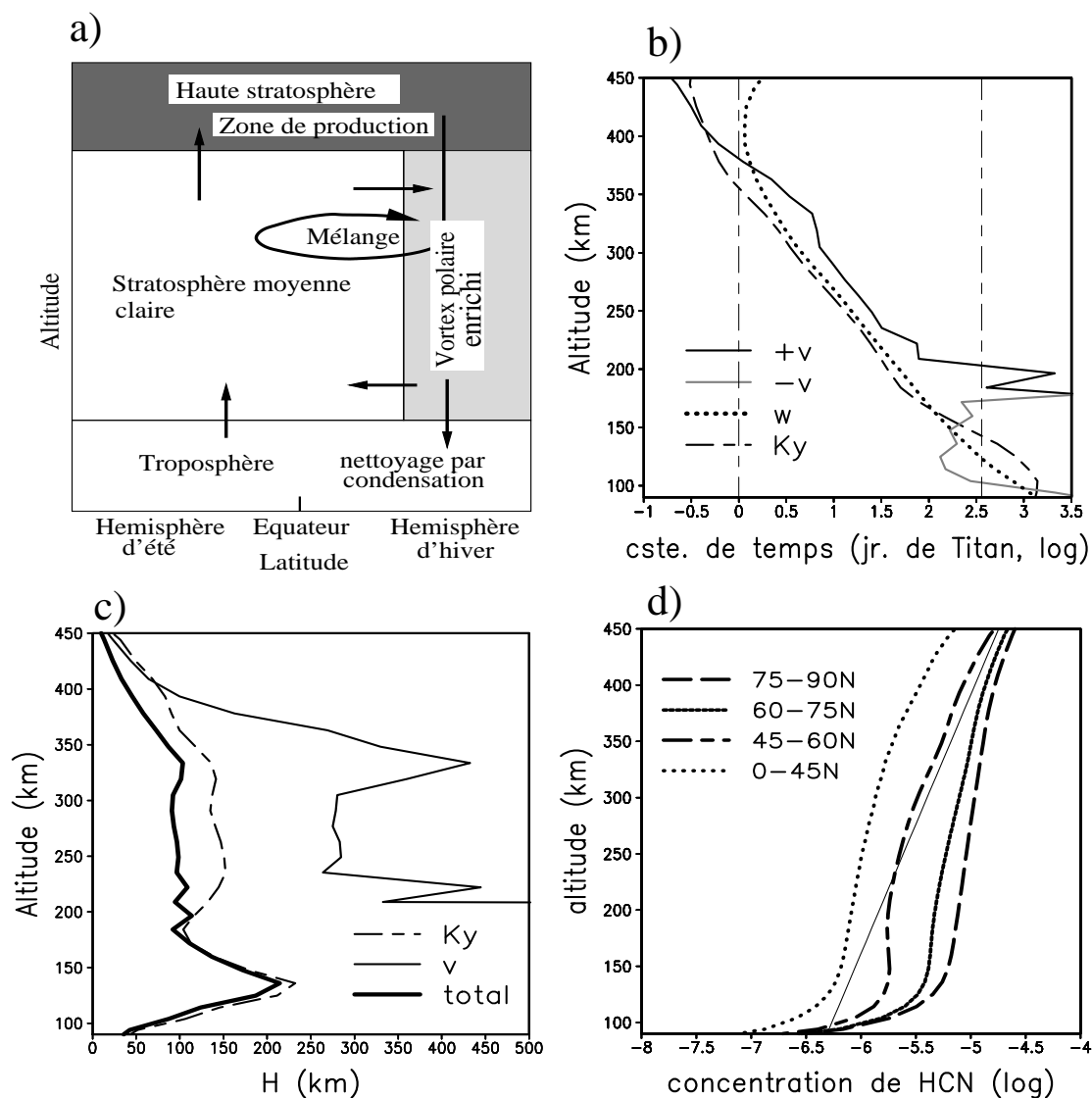


FIG. 5.27 – **a** : Vision schématique des mécanismes responsables des contrastes observés dans la composition stratosphérique. **b** : Constantes de temps (en jours de Titan) pour l'advection verticale dans le vortex polaire ( $-h/w$ , avec  $h = 150$  km, moyenne entre 70 et 90N), pour la circulation méridienne ( $l/v$ , avec  $l = 1000$  km, moyenne entre 50 et 80N) et pour le mélange latitudinal par les ondes ( $l^2/K_y$ , moyenne entre 50 et 80N) au bord du vortex. La courbe grise correspond à l'advection méridienne vers l'équateur (avec  $-v$  au lieu de  $v$ ). Les lignes verticales correspondent à 1 jour et 1 an de Titan. **c** : Hauteurs d'échelle associées (km) pour l'advection méridienne,  $-wl/v$ , le mélange latitudinal  $-wl^2/K_y$  ainsi que pour la combinaison des deux  $H = -w/(v/l + K_y/l^2)$ . **d** : Profils verticaux de la fraction molaire de HCN (échelle logarithmique) à différentes latitudes (chimie linéarisée). La droite oblique correspond à une hauteur d'échelle constante de 100 km.

$(-v/a)\partial c/\partial\phi$ , peut être approché par

$$\frac{v}{l}(c_{\text{eq}} - c). \quad (5.17)$$

Si on cherche une solution stationnaire pour la concentration  $c$ , on trouve finalement

$$w\frac{\partial c}{\partial z} \simeq \frac{c_0 - c}{\tau_{\text{chem}}} + (c_{\text{eq}} - c)\left(\frac{K_y}{l^2} + \frac{v}{l}\right) \quad (5.18)$$

Pour un grand nombre d'espèces chimiques, l'enrichissement polaire est tel qu'on peut supposer de plus que  $c_0 \ll c$  et  $c_{\text{eq}} \ll c$ . Dans ce cas, et pour un vent méridien  $v > 0$ , le gradient vertical de  $c$  dans le vortex polaire est donné par

$$w\frac{\partial c}{\partial z} \simeq -c\left(\frac{1}{\tau_{\text{chem}}} + \frac{K_y}{l^2} + \frac{v}{l}\right) \quad (5.19)$$

ce qui correspond à une hauteur d'échelle pour la concentration de l'espèce :

$$H = \left(\frac{d \ln c}{dz}\right)^{-1} \simeq w\left(\frac{1}{\tau_{\text{chem}}} + \frac{K_y}{l^2} + \frac{v}{l}\right)^{-1} \quad (5.20)$$

Pour des espèces à longue durée de vie (comparée aux constantes de temps dynamiques), la forme du profil vertical de concentration est donc contrôlé par la compétition entre l'advection verticale (une advection plus rapide depuis la zone de production aura tendance à diminuer les contrastes verticaux) et un rappel vers les concentrations faibles des basses latitudes, soit par la circulation méridienne, soit par le mélange latitudinal par les ondes (qui ont tendance à renforcer les contrastes verticaux).

L'importance relative de l'advection méridienne et du mélange par les ondes peut être quantifiée soit au travers des constantes de temps ( $\tau_{\text{cmm}} = l/v$  pour la circulation méridienne moyenne et  $\tau_{\text{ondes}} = l^2/K_y$  pour les ondes) soit en termes des hauteurs d'échelle associées ( $-w\tau_{\text{cmm}}$  et  $-w\tau_{\text{ondes}}$ ).

Sur le graphique **b** de la Fig. 5.27, on montre, pour l'hiver nord, les constantes de temps pour l'advection verticale et méridienne, ainsi que pour le mélange latitudinal par les ondes. L'advection méridienne domine dans la partie haute de la cellule de Hadley (au-dessus de 400 km) ainsi que dans la basse stratosphère (entre 100 et 150 km) où le vent méridien est négatif. Cette région correspond à la branche de retour de la cellule de Hadley. Les valeurs typiques des constantes de temps varient d'environ une année de Titan à 120 km jusqu'à moins d'un jour de Titan au-dessus de 1 km. Comme on le montre plus bas, ces constantes de temps sont, pour beaucoup d'espèces, nettement plus courtes que les constantes chimiques. La hauteur d'échelle dynamique (graphique **c**) est de l'ordre de 100 km dans la moyenne stratosphère, région dans laquelle elle résulte principalement d'une compétition entre le transport vers le bas par la circulation méridienne moyenne et le mélange latéral par les ondes.

Sur le graphique **d**, on montre, pour la même saison et pour différentes gammes de latitude, les profils verticaux de HCN obtenus avec la chimie linéarisée. La droite sur ce graphique

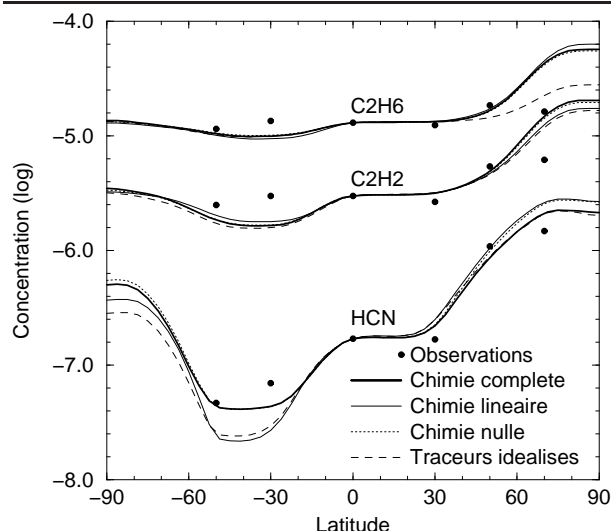


FIG. 5.28 – Profils latitudinaux de concentration chimique calculés avec 4 options (chimie complète, linéarisée ou nulle et traceurs idéalisés), comparés avec les observations Voyager. Les courbes sont normalisées par la concentration à l'équateur afin de se focaliser sur les variations latitudinales.

correspond à une hauteur d'échelle constante de 100 km. Cette échelle est proche des profils simulés de HCN au-dessus de 250 km entre 45 et 60N, c'est à dire aux frontières du vortex polaire, dans la région de mélange. Entre 100 et 150 km, la hauteur d'échelle est beaucoup plus grande du fait d'un mélange moindre. A noter que le profil 45-60N montre en fait un maximum local de concentration dans ces altitudes, du fait de l'apport d'air plus riche depuis le cœur du vortex.

Cette forme du profil vertical, avec trois pentes distinctes et une région bien mélangée dans la stratosphère moyenne, entre 150 et 400 km, est en très bon accord avec des observations récentes des composés azotés sur Titan (Marten et al., 2002). Les simulations des mêmes profils verticaux effectuées avec des modèles photochimiques unidimensionnels ont pour leur part tendance à systématiquement surestimer les contrastes verticaux à ces altitudes (cf. la Figure 1 dans Hidayat et al., 2002). L'advection verticale par la circulation de Hadley est en fait beaucoup plus efficace pour transporter les espèces chimiques à longue distance que le mélange turbulent. On peut s'en convaincre en comparant les constantes de temps diffusives,  $h^2/K_z$  (où  $h$  est l'échelle caractéristique des contrastes verticaux de composition et  $K_z$  la diffusivité verticale), et advective,  $h/w$ . Entre 250 et 150 km, la constante de temps associée à l'advection verticale passe de 10 à 100 jours de Titan. Il faudrait pour singer l'effet du transport vertical par la cellule de Hadley, utiliser des diffusivités de l'ordre de 100-5000 m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup> (en considérant que  $h \simeq 200$  km).

### 5.5.2 Amplitude de l'enrichissement polaire

Les espèces chimiques qui descendent dans le vortex polaire atteignent généralement leur concentration de saturation en approchant de la tropopause, ce qui explique la décroissance rapide observée sur les profils verticaux de HCN par exemple (graphique d de la Fig. 5.27).

Pour la plupart des espèces, la concentration à saturation au niveau de la tropopause glaciale de Titan ( $T \simeq 70$  K) est inférieure de plusieurs ordres de grandeur aux concentrations observées

	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	CH <sub>3</sub> CCH	C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>	C <sub>4</sub> H <sub>2</sub>	HCN	HC <sub>3</sub> N
Niveau de condensation								
Vortex hiver, km	64	-	57	64	54	77	86	63
Vortex hiver, hPa	35	-	50	35	60	20	15	36
Traceurs idéal., hPa	40	-	80	40	100	20	20	40
Niveau du maximum de la fonction poids des inversions des données Voyager IRIS								
km	152	190	160	85	125	100	107	103
hPa	2.5	1	2	13	5	10	8	9
Enrichissement polaire								
Observations	2.1	8.3	1.4	6.4	1.9	16.8	7.6	19.6
Chimie complète	2.7	3	1.9	9.9	1.6	5.9	7.8	6.2
Chimie linéarisée	2.3	-	1.3	-	-	-	7.5	-
Chimie nulle	2.6	2.6	1.9	9.6	1	10.1	9.2	5.2
Traceurs idéalisés	2.4	-	2	5.6	2.6	9.3	9.3	4.2
Constantes de temps chimiques (en années de Titan)								
0.5-1 hPa (190-200 km)	0.5-100	0.03-4	>40	2-100	>10	0.001-1	2-200	0.05-10
2-5 hPa (125-160 km)	>2.5	0.2-5	>200	2-200	>80	0.01-3	2-300	0.2-50

TAB. 5.2 – Niveau de condensation, enrichissement polaire (défini comme le rapport des concentrations polaires à 50-70N et 0-30N) et constantes de temps chimiques pour différentes espèces.

Nom de la simulation	chimie	condensation	condition à la limite sup
Chimie complète	réaliste	réaliste	flux prescrit
Chimie nulle	pas	réaliste	flux prescrit
Chimie linéaire	rappel	réaliste	rappel
Traceurs idéalisés	pas	élimination en dessous d'un niveau	rappel

TAB. 5.3 – Caractéristiques des différentes versions du module chimique.

dans le vortex, dans la stratosphère moyenne. L'air qui est recyclé par les régions polaires remonte donc aux latitudes plus basses avec des concentrations chimiques extrêmement faibles. Cet air est alors petit à petit contaminé par l'air pollué des régions polaires, soit au travers de l'advection méridienne soit par le mélange latitudinal par les ondes. Les contrastes latitudinaux observés par Voyager pour des altitudes allant de 80 à 200 km sont donc essentiellement contrôlés par cette capacité du mélange latitudinal à contaminer l'air clair qui monte de la troposphère. Comme on le voit sur la Fig. 5.27, c'est plutôt l'advection méridienne qui va dominer en dessous de 150 km (courbe grise du graphique **b**).

Pour tester cette idée simple, nous présentons des simulations dans lesquelles les espèces chimiques sont remplacées par des traceurs idéalisés. Dans les 3 couches les plus hautes du modèle, les traceurs sont rappelés (avec les mêmes constantes de temps que pour la chimie linéarisée) vers une valeur unité. Le traceur subit le transport par la circulation méridienne et

les ondes mais pas la chimie. Le traceur idéalisé est enfin complètement éliminé en dessous d'un niveau de pression donné, proche de la tropopause. Les différents traceurs idéalisés ne diffèrent les uns des autres que par le niveau de pression choisi pour les éliminer. 8 traceurs idéalisés sont considérés ici, éliminés respectivement à : 100, 80, 60, 40, 30, 20, 15 et 10 hPa.

Les traceurs idéalisés ne peuvent être comparés aux espèces chimiques simulées ou observées qu'en termes de variations latitudinales relatives. De plus, comme ces traceurs idéalisés disparaissent d'un coup à un niveau de pression donné, le niveau d'élimination retenu pour comparer à une espèce chimique donnée (dont la concentration diminue plus graduellement quand elle commence à condenser) doit être pris plus bas dans l'atmosphère, typiquement à l'altitude où la concentration de l'espèce chimique a décru d'un ordre de grandeur. Ceci se produit en général à une pression environ deux fois supérieure à celle où la condensation est initiée. Le niveau réel de condensation est estimé ici à partir de la simulation avec chimie complète, comme la pression de la couche du modèle la plus haute dans laquelle la condensation survient (à noter que ce niveau dépend donc de la concentration simulée par le modèle dans le vortex). Ce niveau de condensation ainsi que le niveau retenu pour la comparaison avec les traceurs idéalisés sont donnés pour un certain nombre d'espèces dans la Table 5.2.

Cette table donne également les valeurs de l'enrichissement polaire, défini comme le rapport des concentrations à 50-70N et 0-30N. On note d'abord que la comparaison entre données et simulations avec la chimie complète fait apparaître un bon accord pour la plupart des espèces, à l'exception de  $C_2H_4$  – dont l'enrichissement apparaît en fait plus près du pôle que ne le suggère l'observation –,  $C_4H_2$  et  $HC_3N$  – qui sont sans doute affectés par des processus chimiques non pris en compte dans le modèle comme la production de brumes par polymérisation –. Pour la plupart des espèces ( $C_2H_2$ ,  $C_2H_6$ ,  $C_3H_8$ ,  $HCN$ ,  $HC_3N$ ), les enrichissements obtenus avec la chimie complète et avec les traceurs idéalisés diffèrent de moins de 50%. Cet accord d'ensemble montre bien que le niveau auquel les espèces sont éliminées contrôle pour une large part l'enrichissement polaire. Le rôle de second plan joué soit par la chimie (dans le monde réel) soit par la spécification des conditions à la limite supérieure (dans le monde numérique), est détaillé ci-dessous.

Afin d'estimer spécifiquement le rôle de la chimie pour chacune des espèces, on peut calculer une constante de temps chimique  $(d\ln c/dt)^{-1}$ , où les tendances sont calculées pour tous les termes chimiques qui détruisent l'espèce considérée. Les valeurs des constantes ainsi estimées sont données dans la Table 5.2. Une seconde façon d'estimer précisément et spécifiquement le rôle de la chimie consiste à intégrer le modèle chimique mais en annulant les constantes de réactions. On parlera ci-dessous de chimie nulle (se reporter à la Table 5.3). Les valeurs obtenues pour l'enrichissement polaire avec la chimie nulle ne se départissent pas de plus de 20% de celles obtenues avec chimie complète, excepté pour  $C_4H_2$  et  $C_3H_8$ . Le désaccord entre chimie nulle et complète pour  $C_4H_2$  est cohérent avec les constantes de temps relativement courtes obtenues par la première méthode. Pour  $C_3H_8$ , le désaccord observé malgré des constantes de temps très longues est à relier aux valeurs très faibles du flux qu'on impose pour la chimie complète au sommet du modèle. C'est sans doute une sous-estimation de ce flux qui explique à la fois ce comportement de  $C_3H_8$  et la sous-estimation globale des concentrations de cette espèce par le modèle.

Pour les autres espèces, l'accord entre chimie nulle et traceurs idéalisés est relativement bon,

au regard du traitement très différent de la condition à la limite supérieure du modèle et de la condensation (se reporter au descriptif des différentes simulations dans la Table 5.3). Cet élément plaide pour une relative robustesse des résultats présentés ci-dessus. En particulier, la façon dont on spécifie la condition au sommet, qui conditionne la concentration moyenne dans la stratosphère, ne semble pas affecter les variations latitudinales de composition.

Enfin, on voit clairement que c'est en premier lieu le niveau de condensation qui contrôle l'amplitude de l'enrichissement polaire. Une condensation plus haut produira un enrichissement plus fort. On note aussi que pour un même niveau de condensation, une observation plus bas, donc plus proche de ce niveau de condensation, résulte en un enrichissement observé plus fort (comparer les résultats obtenus pour  $C_2H_2$  et  $CH_3CCH$ ).

La combinaison du transport atmosphérique et de la condensation contrôle non seulement l'amplitude de l'enrichissement polaire mais aussi la forme du profil latitudinal. Pour illustrer ce point, on montre sur la Fig. 5.28, pour les trois espèces actives radiativement et pour les quatre traitements possibles de la chimie, les profils latitudinaux normalisés par la valeur de la concentration à l'équateur. L'accord entre ces différents profils, pour des modèles allant de la chimie complète aux traceurs idéalisés, confirme le faible rôle joué par la chimie pour ces espèces.

### 5.5.3 Contraintes sur les vents

Si les contrastes latitudinaux de la composition dépendent en premier lieu du transport atmosphérique et de l'altitude du piège froid dans la basse stratosphère, qu'est-ce que l'observation de la composition peut nous apprendre en retour sur la circulation ? Ou encore, dans quelle mesure l'accord entre composition observée et simulée est-il sensible à la représentation de la circulation atmosphérique ?

Afin de répondre à ces questions, nous présentons ci-dessous une série d'expériences de sensibilité, dans lesquelles on fait varier artificiellement l'une des composantes de la circulation. Un facteur multiplicatif (0,3 ou 3) est appliqué, soit simultanément sur  $v$  et  $w$  soit sur la diffusivité  $K_y$ . Ce facteur n'est pris en compte que pour le transport des espèces chimiques HCN,  $C_2H_2$  et  $C_2H_6$ , représentées au moyen de la chimie linéarisée.

On analyse également l'effet sur la composition de la prise en compte du couplage avec la brume ou avec la chimie à partir des simulations dont on a déjà montré plus haut des résultats (Figs. 5.22 et 5.23). En pratique, le couplage avec la brume est coupé en appliquant une diffusion latitudinal très forte sur les traceurs correspondants. Dans ces simulations, la production totale de brume doit être très fortement réduite pour obtenir le même albédo géométrique de Titan que dans la simulation couplée (Rannou et al., 2004). En effet, la brume étant préférentiellement accumulée aux pôles dans les simulations couplées, et les régions polaires pesant faiblement dans le calcul de l'albédo planétaire, il faut plus de brumes dans une simulation couplée pour obtenir un albédo du même ordre de grandeur. Pour sa part, le couplage entre chimie et dynamique est coupé en calculant les opacités atmosphériques, non pas avec la composition chimique prédite par le modèle mais à partir de profils verticaux de référence. On utilise les résultats de Lellouch et al. (1989) pour le méthane et Coustenis et al. (1989) pour l'éthane et l'acétylène. Dans cette simulation non couplée à la chimie, les espèces chimiques sont cependant



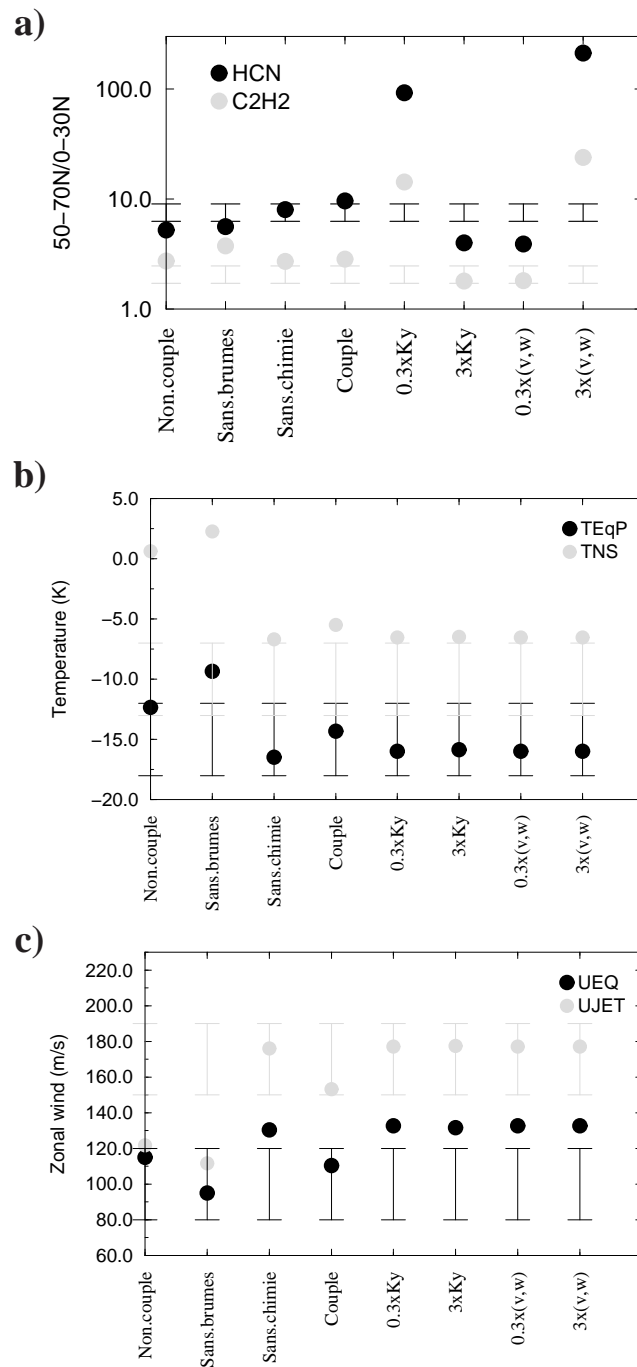


FIG. 5.29 – Résultats d'expériences de sensibilité. **a)** enrichissement polaire en  $C_2H_2$  et HCN. **b)** contrastes latitudinaux de température Equateur - Pôle (différence entre les latitudes 50-70N et 0-30N) et Nord - Sud (différence 50S - 50N). **c)** vents zonaux (Jet et équateur). Comparaison des résultats obtenus avec le modèle complet (couplé), sans couplage avec la brume (sans brumes), sans couplage avec la chimie (sans chimie), sans aucun des deux couplages (non couplé), avec une dissipation par les ondes augmentée (3xKy) ou diminuée (0.3xKy) ainsi qu'un champ d'advection modifié spécifiquement pour le transport des espèces chimiques (circulation méridienne moyenne (v,w) multipliée par 0.3 ou 3). Les barres d'erreur correspondent aux données Voyager.

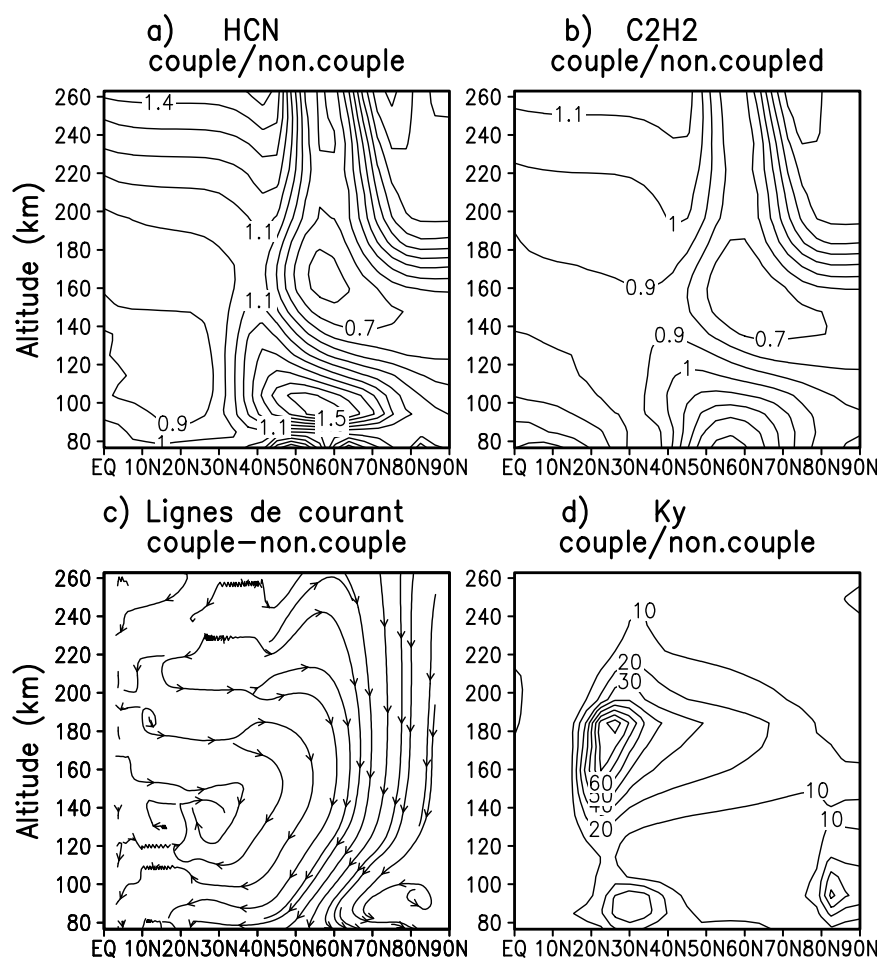


FIG. 5.30 – Effet du couplage avec la brume sur la simulation de la distribution dans un plan méridien (on montre le rapport des concentrations obtenues avec les simulations couplée et découplée) de HCN (a) et C<sub>2</sub>H<sub>2</sub> (b) et impact associé sur la circulation méridienne moyenne (lignes de courant, c) et les valeurs de la diffusivité latérale  $K_y$  (d,  $10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ) au passage de Voyager.

transportées normalement ce qui permet de comparer la composition à celle obtenue avec les autres simulations. Pour éviter d'avoir à analyser des rétroactions complexes, les simulations avec dynamique modifiée artificiellement sont effectuées sans couplage avec la chimie.

Sur le graphique du haut de la Fig. 5.29, on compare aux observations Voyager (les barres d'erreur sur la figure) l'enrichissement polaire en C<sub>2</sub>H<sub>2</sub> et HCN obtenu pour les différentes configurations. Pour la version couplée, le contraste observé est très bien reproduit pour les deux espèces. L'enrichissement est beaucoup plus fort (respectivement faible) si le mélange latitudinal est diminué (respectivement augmenté) ou si l'advection moyenne est renforcée (respectivement diminuée). L'observation de la composition apporte donc une contrainte relativement forte sur l'intensité comparée de l'advection et du mélange latitudinal par les ondes. Ceci fournit donc une

validation supplémentaire de cette circulation dans le modèle de climat de Titan.

Le couplage avec la chimie tend en fait à dégrader légèrement l'accord avec les observations mais en restant dans les barres d'erreur.

Sans le couplage avec la brume, l'accord avec les observations est très nettement dégradé, avec un contraste trop faible pour HCN et trop fort pour  $C_2H_2$ . Ce comportement différencié peut paraître contradictoire avec l'explication dynamique proposée pour l'origine de ces contrastes. En fait, ces différents comportements proviennent de la différence d'altitude d'observation de ces deux espèces. On présente en effet, sur la Fig. 5.30, des coupes méridiennes du rapport des concentrations obtenues pour les simulations couplées et découplées pour HCN (a) et  $C_2H_2$  (b), à la saison du passage de Voyager. La sensibilité est en fait très similaire pour les deux espèces, avec une décroissance des concentrations d'environ 30% dans le vortex polaire vers 160 km d'altitude, et une augmentation de 50% vers 100 km. Cette sensibilité peut être interprétée comme suit.

L'effet principal du couplage avec la brume est un renforcement de la subsidence dans les latitudes polaires, en hiver, dû au renforcement du rayonnement thermique vers l'espace consécutif à l'accumulation de la brume aux pôles (Rannou et al., 2004). Ce renforcement de la circulation méridienne moyenne est illustré ici sur le graphique c. Ce renforcement est responsable de l'augmentation des concentrations dans la basse stratosphère polaire. Plus haut en altitude, l'intensification du jet, consécutif au renforcement de la circulation méridienne moyenne, produit une intensification des ondes, traduite dans le modèle par une intensification du coefficient  $K_y$  (graphique d). Ce renforcement est particulièrement marqué vers 150 km et explique bien la réduction des concentrations polaires dans cette gamme d'altitudes.

$C_2H_2$ , qui est observé vers 160 km d'altitude, a donc un enrichissement moindre dans le modèle couplé alors que c'est l'opposé pour HCN, observé vers 100 km.

On montre également sur le second graphique de la Fig. 5.29 les contrastes de températures inter-hémisphériques (en gris) et les contrastes latitudinaux au sein de l'hémisphère d'hiver (en noir). Les quatre simulations avec advection modifiée des espèces chimiques montrent des résultats tous identiques à la simulation avec chimie découplée. Le couplage avec la brume renforce les contrastes latitudinaux et permet d'obtenir un bien meilleur accord avec les observations que si ce couplage n'est pas pris en compte. Là encore, le couplage avec la chimie détériore plutôt un peu l'accord, tout en restant pratiquement dans les barres d'erreur (estimées à la louche). Pour le vent zonal à 0,25 hPa (graphique du bas), la brume renforce l'intensité du jet par rapport au vent à l'équateur. La chimie tend à renforcer un peu le vent ce qui donne plutôt cette fois un meilleur accord avec les observations par occultation stellaire (Hubbard, 1993).

On voit donc que le couplage avec la brume améliore de façon significative l'accord avec toutes les données dont nous disposons, concernant à la fois directement l'intensité du vent zonal, et les contrastes latitudinaux de concentration ou de température. L'accord entre simulation et observation est moins sensible au couplage avec la chimie, l'essentiel des modifications se produisant plus haut dans l'atmosphère.

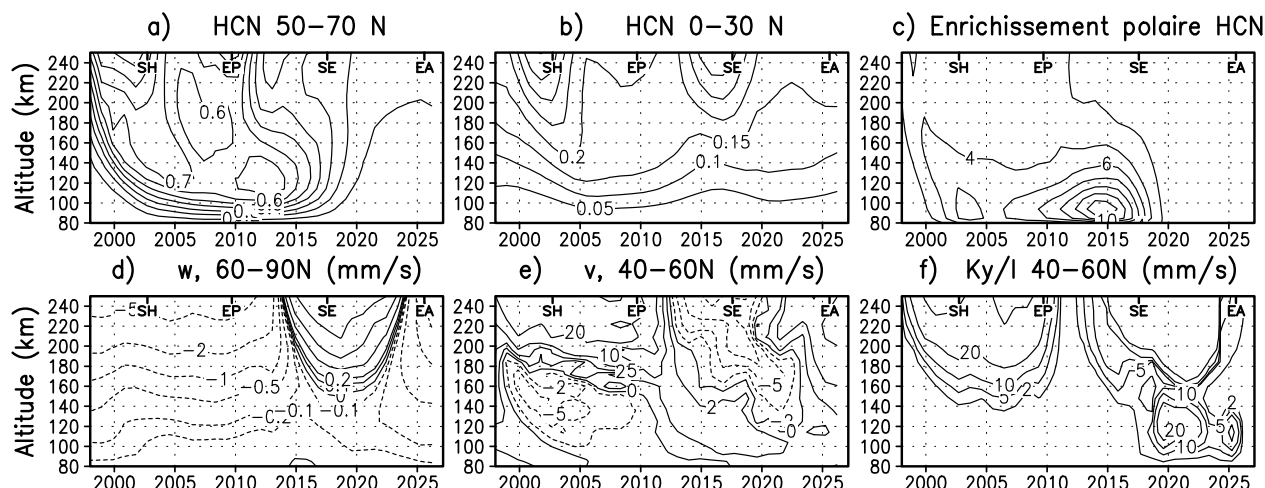


FIG. 5.31 – Evolution saisonnière de HCN (ppmv) à (a) 50-70N et (b) 0-30N et enrichissement polaire correspondant (c) ; composantes du transport atmosphérique : vent vertical dans le vortex polaire (d) et, à la frontière de ce même vortex, vent méridien (e) et coefficient de mélange latitudinal (f). SH désigne le solstice d'hiver nord, EP l'équinoxe de printemps, SS le solstice d'été et EA l'équinoxe d'automne.

### 5.5.4 Variations saisonnières

Nous nous sommes focalisés jusque là sur les conditions moyennes hivernales, afin de décortiquer la physique du transport et expliquer les répartitions simulées pour les constituants, ainsi que sur l'équinoxe de printemps nord en ce qui concerne la comparaison aux observations Voyager.

Sur la Fig. 5.31, nous montrons comment la distribution de HCN et la circulation associée varient au cours des saisons dans la stratosphère moyenne, entre 80 et 240 km d'altitude.

Peu après l'équinoxe d'automne, la concentration dans le vortex polaire (graphique a) s'accroît rapidement sous l'effet du transport vers le bas. A la même époque, le jet hivernal n'est pas encore en place et le contraste avec les latitudes plus basses (graphique c) croît très rapidement pour atteindre un premier maximum. L'enrichissement polaire commence alors à décroître sous l'effet combiné du mélange latitudinal par les ondes et de l'advection depuis le vortex. A l'approche de l'équinoxe de printemps nord, l'advection méridienne change de signe au-dessus de 150 km. L'air enrichi du vortex polaire est alors rapidement entraîné vers l'hémisphère opposé, ce qui explique la diminution rapide de la concentration à 50-70N au dessus de 180 km (graphique a) ainsi que le maximum observé de façon transitoire dans les basses latitudes (0-30N, graphique b) à cette saison dans la partie haute du domaine. Les concentrations élevées dans le vortex persistent nettement plus longtemps dans la partie basse, à la fois parce que les constantes de temps du transport sont plus longues et parce que le transport méridien et vertical ne change pas de sens dans les hautes latitudes.

Aux alentours de l'équinoxe d'autre part, la branche ascendante de la cellule de Hadley passe d'un pôle à l'autre en transitant par les régions équatoriales où elle apporte de l'air

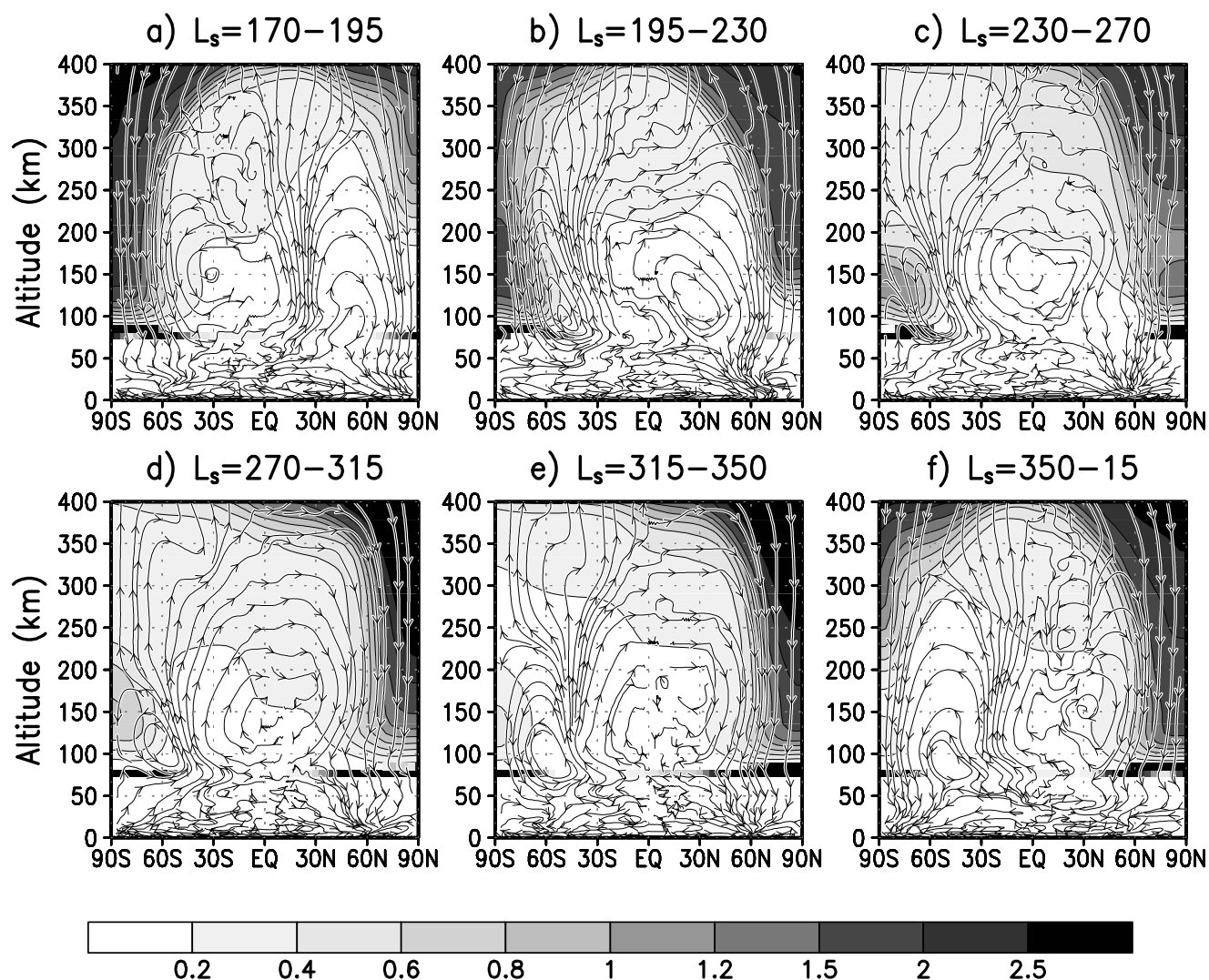


FIG. 5.32 – Structure méridienne de HCN (ppmv, niveaux de gris) et circulation méridienne associée pour six saisons entre l'équinoxe d'automne de l'hémisphère nord et l'équinoxe de printemps suivant. Les saisons sont repérées par la longitude solaire  $L_s$  avec  $L_s=180$  pour l'équinoxe d'automne,  $L_s = 270$  pour le solstice d'hiver et  $L_s = 0$  pour l'équinoxe de printemps de l'hémisphère nord. Le taux de condensation de HCN est montré par les carrés grisés, avec le même code de gris que les concentrations de HCN mais avec pour unité  $10^9$  molécules  $\text{m}^{-3} \text{s}^{-1}$ .



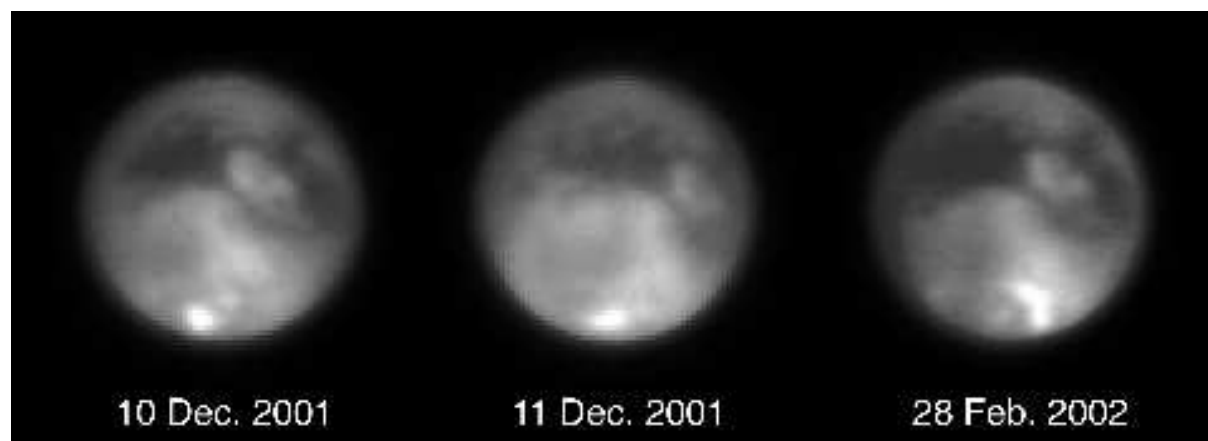


FIG. 5.33 – Images de Titan dans le proche infrarouge montrant des nuages près du pôle sud, prises avec le télescope du Keck en décembre 2001 et février 2002. On voit à peu près le même côté de Titan sur les trois vues. Les contrastes au milieu du disque de Titan sont liés à des contrastes d'albédo à la surface de Titan. D'après Brown et al. (2002).

lavé de ses espèces chimiques par la condensation. L'advection de cet air clair explique qu'on observe une décroissance des concentrations dans les basses latitudes (0-30N, graphique **b**) en dessous de 150 km ainsi que le maximum observé pour l'enrichissement (graphique **c**). A cette saison, on peut noter également que l'intensité du mélange latitudinal est minimum dans la basse stratosphère. Mais, comme on l'a déjà indiqué, le mélange latitudinal n'a pas un rôle prépondérant dans cette gamme d'altitude ce qui se voit ici en comparant les graphiques **d** et **e**. La constante de temps de 5 ans, qu'on peut déduire de la décroissance du premier maximum de l'enrichissement polaire (graphique **c**) correspond bien au temps qu'il faut pour se déplacer de 1000 km à une vitesse de  $5 \text{ mm s}^{-1}$ , vitesse typique des vents méridiens rencontrés dans la branche basse de la cellule de Hadley, vers 120 km (graphique **e**).

Cette évolution saisonnière est illustrée également sous forme de 6 coupes successives de la structure méridienne, entre les équinoxes d'automne et de printemps de l'hémisphère nord (Fig. 5.31). Au moment des équinoxes (premier et dernier graphiques de la figure) on voit clairement l'advection vers le haut d'air clair par la branche ascendante de deux cellules de Hadley plus ou moins symétriques. A l'équinoxe d'automne (graphique **a**), de l'air riche de la haute stratosphère commence à descendre dans les hautes latitudes nord. La cellule globale de pôle à pôle s'établit alors (graphiques **b** à **d**), avec une ascendance au sud. Entre 80 et 200 km, une cellule secondaire apparaît dans l'hémisphère d'été. Celle-ci perdure jusqu'à l'équinoxe suivant. Cette cellule secondaire contribue clairement à maintenir un enrichissement important dans l'hémisphère d'été, dans la basse stratosphère.

A noter que cette cellule secondaire est beaucoup plus marquée dans les simulations (comme ici) où on prend en compte le couplage avec la brume.

A cause de cette cellule secondaire, l'air continue de descendre dans les régions polaires même en été, ce qui produit de la condensation dans les hautes latitudes. La condensation est montrée au moyen de carrés grisés sur la Fig. 5.31 et on observe dans les simulations une



condensation analogue pour  $C_2H_6$  et  $C_2H_2$  (résultats non montrés). Cette cellule secondaire couplée à la condensation est en fait le principal puits pour les espèces chimiques dans la basse stratosphère en été. Ceci pourrait expliquer qu'on observe des structures nuageuses près du pôle d'été à la fois depuis la Terre (Griffith et al., 1998, 2000; Brown et al., 2002; Roe et al., 2002) comme sur la Fig. 5.33 et plus récemment lors du premier survol de Titan par Cassini. Nos résultats montrent en tous cas que le fait que ces nuages soient observés l'été n'est pas en contradiction avec l'hypothèse de nuages d'origine stratosphérique associés à de la condensation dans de l'air subsident.

### 5.5.5 Que va observer Cassini ?

La plupart des données dont nous disposons sur la composition et l'état dynamique de la stratosphère moyenne de Titan provient des observations Voyager.

On imagine donc le bond qui va être effectué dans notre connaissance de cette atmosphère avec les analyses des résultats de la descente de la sonde Huygens et les dizaines de survols de Cassini. La moisson a d'ailleurs déjà commencé. On montre par exemple sur la Fig. 5.34 une photo de la surface de Titan pris dans le proche infrarouge. On savait depuis une dizaine d'année, avec la découverte de fenêtres spectrales dans le proche infrarouge, que le sol de Titan était contrasté. Les premières photos montrent que la transition entre régions sombres et claires est abrupte, un peu comme un trait de côte. Les nuages du pôle sud qui, observés depuis la Terre, apparaissaient comme un point brillant, sont en fait morcelés (Figures 5.34 et 5.35).

Les informations sur la dynamique de la stratosphère moyenne devraient provenir principalement du spectromètre infrarouge (CIRS), mais on commence à penser que des suivis de nuages pourraient également être possibles avec l'imagerie (ISS). Les vents devaient également être estimés avec une précision meilleure que  $1 \text{ ms}^{-1}$  pour la trajectoire de descente d'Huygens en dessous de 160 km d'altitude à partir de la mesure du décalage Doppler du signal radio utilisé pour la transmission des données entre Huygens et Cassini (expérience DWE, Bird et al., 2002). Les mesures de décalage Doppler étaient malheureusement prévues sur celui des deux canaux de transmission entre Huygens et Cassini qui n'a pas été activé à bord de Cassini. Il existe encore un espoir de reconstituer cette mesure à partir des enregistrements de ce signal effectués en direct par des radiotélescopes terrestres. L'imagerie de descente (DISR) et les mesures thermodynamiques (HASI) viendront compléter ces informations (Allison et al., 2004; Fulchignoni et al., 2002).

Nous proposons ici quelques prédictions de ce que devrait observer Cassini, en nous concentrant sur l'évolution saisonnière de grandeurs qui ont déjà été observées, mais à une saison particulière. Sur la Fig. 5.36, nous montrons ainsi l'évolution au cours des saisons de l'enrichissement polaire en HCN et  $C_2H_2$  aux altitudes où cet enrichissement était observé avec Voyager (graphique a). On voit clairement les deux pics décrits précédemment pour HCN. Pour  $C_2H_2$ , en revanche, le second maximum n'est pas visible, pas parce que les niveaux de condensation diffèrent mais plutôt à cause des altitudes différentes auxquelles ces espèces sont observées. On remarque aussi que l'enrichissement observé de HCN, au début de l'automne, se produit avec un retard de une à trois années terrestres si on compare à  $C_2H_2$ . Ce déphasage est lui aussi directement lié à la différence d'altitude d'observation (50 km plus basse pour HCN). La vitesse de subsidence qu'on peut estimer à partir de ce déphasage, de l'ordre de  $0.5\text{-}1.5 \text{ mm s}^{-1}$ ,

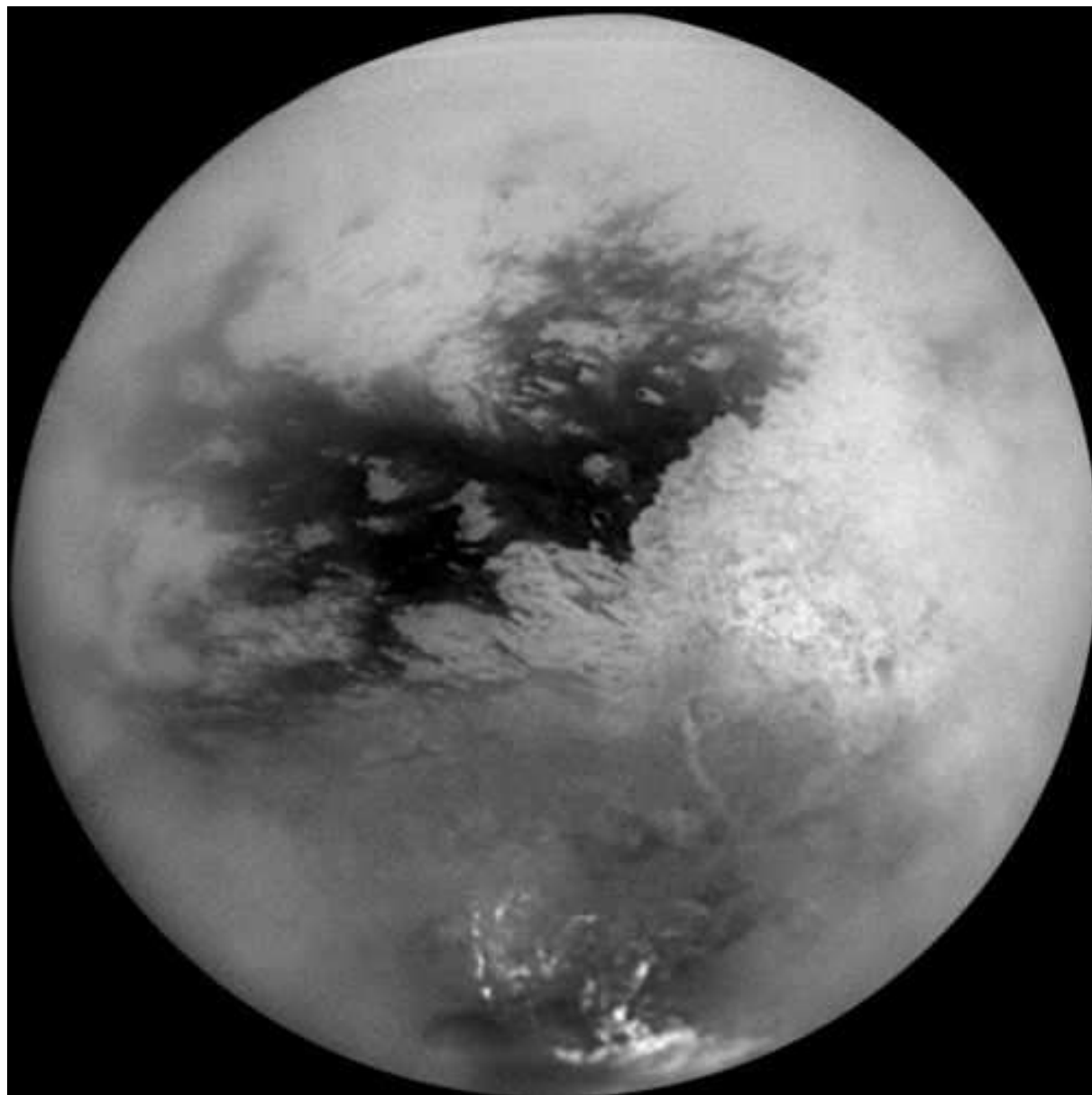


FIG. 5.34 – Photo de Titan prise par Cassini dans le proche infrarouge. On distingue : au centre du disque des contrastes en surface avec des transitions marquées ; tout autour une brume ; au pôle sud des nuages morcelés plus brillants.

Crédit Image : NASA/JPL/Space Science Institute

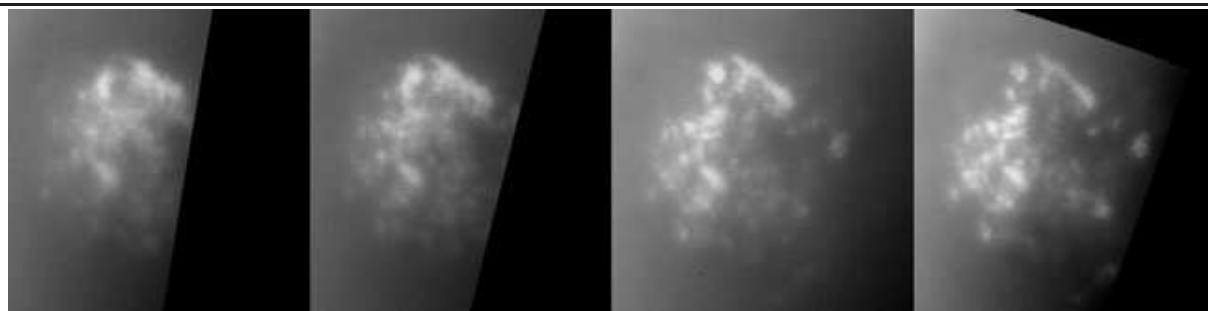


FIG. 5.35 – Séquence d’images illustrant l’évolution d’un champ de nuages observés près du pôle sud (d’été) de Titan pendant une période de presque 5 heures. Les images, acquises le 2 juillet 2004 par Cassini à une distance de 346000 à 339000 km. On pense plutôt que ces nuages brillants sont composés de méthane.

Crédit Image : NASA/JPL/Space Science Institute

est bien en accord avec les valeurs de  $w$  données dans la Fig. 5.31. On voit ici que les observations de la composition permettent de remonter presque directement au vent.

Sur le graphique **b** de la Fig. 5.36, on montre l’évolution saisonnière des vitesses zonales dans la stratosphère (250 km), à la fois au niveau du jet (40-70N) et de l’équateur. On ne sait pas encore si Cassini parviendra à observer ces vents au moyen par exemple du suivi de nuages. En revanche, ces vents sont typiquement ceux observés lors des occultations d’étoiles ou par effet Doppler depuis la Terre (Kostiuk et al., 2001). L’évolution du jet stratosphérique présente certaines similitudes avec celle de HCN, avec deux maxima et une longue saison hivernale, contrastant avec une courte saison d’été où la vitesse zonale est plus faible dans les hautes latitudes qu’à l’équateur.

L’évolution temporelle des contrastes de température à 1 hPa (190 km) est encore plus complexe. Les latitudes polaires sont généralement plus froides que l’équateur, sauf pendant une saison très courte autour du solstice d’été.

Les courbes montrées sur la Fig. 5.36 sont relatives à l’hémisphère nord, mais, à l’excentricité près de l’orbite de Saturne, la situation est symétrique pour l’hémisphère sud. La situation au moment de l’arrivée de Cassini correspond donc à l’année 2005 pour l’hémisphère nord et 2020 pour l’hémisphère sud. A partir de ces figures, Cassini est justement arrivée à une saison où le vent zonal est très faible dans l’hémisphère sud, avec des hautes latitudes au sud plus chaudes que l’équateur.

Comme on le voit sur le graphique **f** de la Fig. 5.31, on devrait être également dans une période de relativement forte activité ondulatoire. Cette activité ondulatoire pourrait permettre de détecter des contrastes longitudinaux de brumes ou de concentration environ 10% plus faibles que les contrastes latitudinaux moyens. De tels contrastes pourraient être vus par CIRS.

De nombreuses autres choses vont être observées par Cassini et Huygens. Une base de données, construite par Pascal Rannou à partir de résultats du modèle, a été mise à disposition de la communauté scientifique <sup>3</sup>, de sorte qu’il sera possible de regarder a posteriori lesquelles des

<sup>3</sup><http://www.lmd.jussieu.fr/titanDbase>

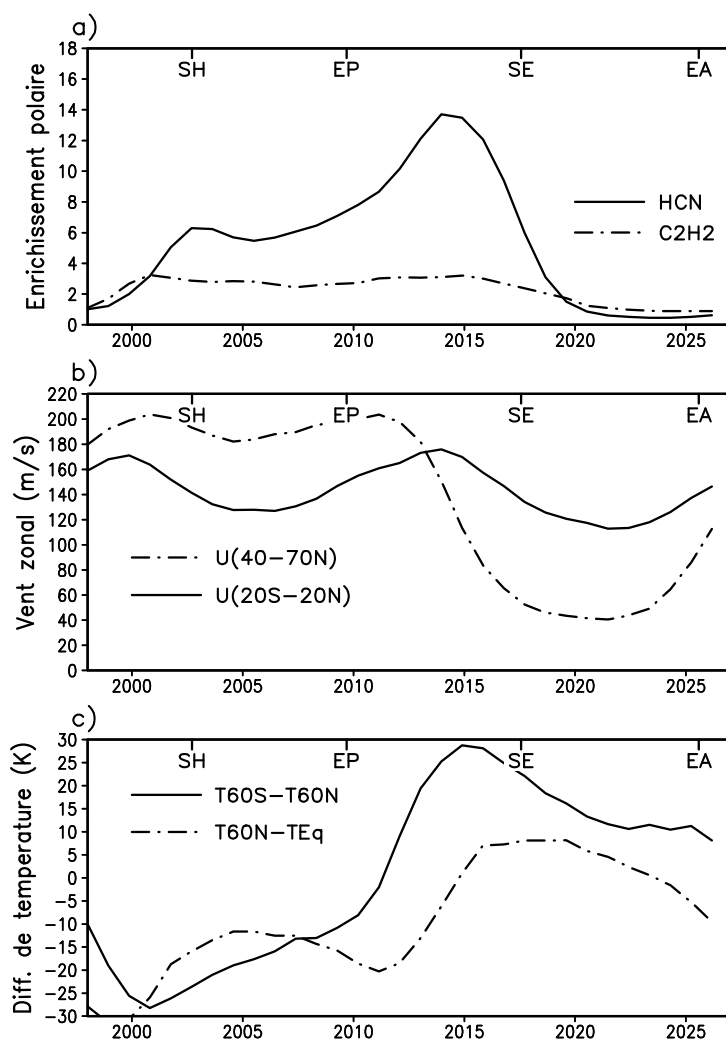


FIG. 5.36 – Evolution temporelle de quelques quantités observables. **a** : enrichissement polaire de HCN (à une altitude de 107 km) et  $C_2H_2$  (à 152 km). **b** : vent zonal à l'équateur (moyenne 20S-20N) et au niveau du jet (40-70N) à une altitude de 250 km. **c** : Contrastes de température entre l'équateur et les hautes latitudes (60N) et asymétrie nord-sud (différence de température entre 60N et 60S) à 190 km d'altitude.

prédictions du modèle étaient justes ou erronées.

## 5.6 Quelques remarques pour finir

Le modèle de climat que nous avons développé pour Titan au fil des ans, le plus complet à l'heure actuelle, est en même temps plein d'incertitudes, d'approximations et de manques. Les pièces du puzzle ont été ajoutées les unes après les autres, permettant de résoudre de nouvelles énigmes, mais le caractère encore relativement frustrant de certaines parties doit être gardé à l'esprit quand on analyse les résultats.

D'abord le modèle est axi-symétrique. Le traitement du transport par les ondes, s'il n'est pas totalement arbitraire puisque paramétrisé en fonction de l'instabilité de l'écoulement, est sûrement loin cependant de représenter la réalité des ondes dans toute sa complexité. Notons par

exemple que l'instabilité barocline pourrait jouer un rôle dans les hautes latitudes alors qu'elle n'est pas du tout prise en compte par la paramétrisation. De même, à la fois à cause de la nature bidimensionnelle du modèle et de l'absence d'informations sur de potentiels contrastes en longitude au sol (albédo, relief, inertie thermique, ...), nous n'avons pas de forçage en longitude. Les ondes de gravité sous-maille, paramétrées dans les modèles terrestre et martien, ne sont pas prises en compte ici, une fois de plus pour un souci de simplicité et en absence d'information suffisante sur les possibles sources. On conserve également dans le modèle de Titan l'approximation de couche mince, ce qui devient sans doute plus que suspect à 400 km d'altitude sur Titan. Cette approximation pourrait affecter notamment l'intensité globale de la superrotation. L'approximation de couche mince néglige en particulier les variations de la distance à l'axe des pôles dans le calcul du moment cinétique. Si on se dit que c'est le moment cinétique qui est bien prédit par le modèle, et qu'on le traduit en termes de vent zonal en tenant compte de cet effet, on obtient une surestimation de 10% du vent zonal, vers 300 km. Au sommet du modèle, on devrait également abandonner l'hypothèse d'équilibre thermodynamique local (typiquement au-dessus de quelques dixièmes de Pa, Yelle, 1991). Pour ce qui est de la composition, les concentrations simulées dans la stratosphère dépendent de façon cruciale de la condition à la limite supérieure, pour laquelle nous nous appuyons sur des calculs unidimensionnels du modèle photochimique sans effets saisonniers ni latitudinaux. La production de brume est découplée de la chimie dans le modèle. Certains travaux sont en cours actuellement pour essayer de prendre en compte ce couplage supplémentaire au moyen d'une paramétrisation de la polymérisation. Les changements de phase du méthane ne sont pas pris en compte alors qu'il a été montré qu'ils peuvent fortement influencer la circulation dans la troposphère (Tokano et al., 2001). Les marées gravitationnelles de Saturne devraient également être prises en compte (Tokano et Neubauer, 2002). Pour finir, nous devons faire une hypothèse quant à l'inertie thermique de la surface. Cette inertie thermique est fixée ici à une valeur faible, typique des continents terrestres. Cependant, des tests avec une inertie beaucoup plus grande, plus proche d'un océan, ne changent pas les résultats, sauf un peu près de la surface.

En dépit de ces nombreuses limitations, le modèle fournit une description relativement réaliste (aux vues des données actuellement disponibles) et cohérente de la composition et de la dynamique de la stratosphère.

La superrotation, d'abord prédite par la théorie et les modèles, a été confirmée ensuite par l'observation. Tous les résultats disponibles indiquent entre 200 et 250 km, des vents de l'ordre de  $100\text{--}200\text{ m s}^{-1}$ , en bon accord avec le modèle.

La superrotation est clairement expliquée dans le modèle par le transport vers le haut de moment cinétique par la circulation méridienne moyenne. Cette même circulation méridienne est responsable de la création d'un jet d'ouest intense, dans les hautes latitudes hivernales. De l'instabilité de ce jet, découlent des ondes planétaires qui transportent le moment cinétique vers l'équateur, permettant ainsi de boucler le bilan de moment cinétique, suivant le processus de Gierasch-Rossow.

La circulation méridienne, couplée à la microphysique, permet également d'expliquer la présence d'une couche de brume isolée, dans la zone de formation, où les particules sont soufflées vers les pôles où elles s'accumulent et sédimentent avant d'être redistribuées plus bas sur l'ensemble de la planète. Le refroidissement infrarouge, dans la nuit polaire, contribue autant

que les variations d'ensoleillement au forçage de la circulation méridienne dans la stratosphère de Titan. La prise en compte de cette composante est essentielle si on veut reproduire les gradients latitudinaux de température observés par Voyager.

L'enrichissement polaire simulé dans la stratosphère moyenne, causé par la subsidence d'air provenant des régions sources de la photochimie, dans la haute stratosphère, est également en très bon accord avec les observations. Pour la plupart des espèces, ce contraste n'a que peu à voir avec la chimie elle-même. Il est dû au contraste entre cet air enrichi dans la subsidence polaire et l'air clair montant de la basse troposphère, où la plupart des espèces condensent. L'amplitude de ce contraste est contrôlé par la compétition entre l'advection verticale qui crée le contraste, et le mélange latitudinal soit par la circulation méridienne moyenne, soit par les ondes planétaires, paramétrisées dans le modèle.

Le bon accord en ce qui concerne la composition, est une des indications les plus directes du fait que les mécanismes dynamiques impliqués dans la création de la superrotation (circulation méridienne moyenne et ondes planétaires), sont bien à l'œuvre sur Titan. En particulier, l'enrichissement polaire reste à l'heure actuelle la contrainte observationnelle la plus directe sur l'existence des cellules de Hadley.

En observant la composition, nous voyons donc que Cassini devrait nous donner beaucoup de contraintes sur la dynamique en jeu dans la stratosphère de Titan.

Cette situation présente certaines similitudes avec des études concernant les contrastes d'humidité dans la troposphère terrestre. Pour l'humidité, la source est en surface et la valeur à saturation diminue à mesure qu'on monte vers la tropopause. En absence de mélange, l'humidité spécifique d'une particule d'air est déterminée simplement par l'humidité à saturation la plus faible rencontrée le long de son histoire passée (plus ou moins le point le plus froid le long de la rétro-trajectoire). Là aussi, l'observation d'une espèce condensant (la vapeur d'eau) a été utilisée pour contraindre la dynamique atmosphérique. (e. g. Pierrehumbert et Roca, 1998).

On ne sait pas encore si Cassini réussira à suivre des nuages pour déterminer des vents. Il est clair en revanche que l'observation de la composition foisonnera d'informations directes ou indirectes sur la dynamique atmosphérique, et nous permettra de valider plus finement ce modèle que nous continuerons à développer.

On voit aussi qu'une mission plus longue que les 4 ans nominaux permettrait d'apprendre beaucoup de choses sur cette machine complexe qu'est le climat de Titan, notamment par exemple si on peut observer la bascule des saisons, juste après l'équinoxe de printemps.





# Chapitre 6

## Conclusions et perspectives

Chaque chapitre étant doté de sa petite conclusion particulière, il s’agit avant tout ici d’essayer de tirer des enseignements et des lignes de convergence des différentes études d’une part et d’autre part de mentionner quelques-uns des sujets qui pourraient être développés à partir de là.

### 6.1 Quelques enseignements

#### 6.1.1 Décomposition et paramétrisation du transport

Une grande partie des résultats et développements présentés dans ce document s’appuie sur l’équation d’advection des traceurs et sa mise en œuvre dans des modèles numériques.

Dans ces modèles numériques, seule une partie de l’écoulement atmosphérique est représentée explicitement. C’est le cas de la “grande échelle” des modèles de climat, de la circulation méridienne moyenne dans le modèle bidimensionnel latitude-altitude de Titan ou des structures méso-échelles de la couche limite convective pour les simulations des grands tourbillons. Les autres composantes, à savoir le transport turbulent ou convectif dans les modèles de climat, le transport latitudinal par les ondes dans le modèle axi-symétrique de Titan ou le mélange sous-maille dans les simulations des grands tourbillons doivent être paramétrisés.

Pour la modélisation numérique du transport par la composante résolue de l’écoulement, j’ai souligné qu’il était important d’utiliser des schémas numériques dont les comportements physiques respectent certaines propriétés importantes comme la conservation de la quantité totale de traceur, une faible diffusivité, la positivité ou plus fondamentalement la non création d’extrema locaux et la non amplification des extrema existants. Ces propriétés sont importantes à la fois pour le bon comportement numérique des schémas, pour le couplage avec d’autres composantes du système (il est par exemple difficile de calculer le transfert radiatif au travers d’un constituant de concentration négative) et pour l’interprétation que l’on peut faire des résultats des simulations numériques.

Dans le cadre de la modélisation du climat, où l’on essaie de comprendre les phénomènes en jeu et de prédire leur réalisation sur d’autres planètes ou dans le cadre d’un possible changement

du climat, il est important que les paramétrisations développées pour représenter les mouvements non résolus reposent sur des images physiques, comme la diffusion par des petits mouvements aléatoires ou le transport par une cellule ou par un spectre d'ascendances pour les modèles en flux de masse. Les paramétrisations développées doivent ensuite être validées et éventuellement ajustées à partir d'observations.

Une approche traditionnelle pour les modèles de circulation générale atmosphérique consistait à modifier une paramétrisation et à tester l'impact sur des simulations climatiques longues, en termes statistiques. La limitation principale de cette approche tient dans le fait que le climat simulé par le modèle relève d'un jeu subtil entre différentes paramétrisations. Dans un modèle climatique "bien réglé", l'introduction d'une nouvelle paramétrisation commence souvent par dégrader les résultats en rompant cette harmonie. De plus, en cas de désaccord entre modèle et observation, il est souvent difficile d'attribuer la responsabilité du désaccord à telle ou telle partie du modèle.

Il est donc important de trouver un moyen de valider les dites paramétrisations de façon isolée. Une approche, largement développée au cours des dix dernières années dans la communauté dans le cadre de grands projets comme EUROCS, consiste à réaliser des simulations de "cas tests" avec des modèles numériques résolvant explicitement les écoulements qu'on cherche à paramétriser. On peut alors, pour tester la paramétrisation, utiliser le forçage exact utilisé pour le modèle explicite. Cette approche a souvent été utilisée à partir de campagnes de terrain pour lesquelles on effectuait une simulations a méso-échelle aussi proche que possible des données observées ce qui rajoutait au système des contraintes observationnelles. On peut aussi effectuer des simulations explicites de cas plus "académiques" ce qui permet de faire varier à loisir les valeurs des paramètres de forçage. On a illustré ici cette approche dans deux cas. C'est d'abord le modèle du thermique qui a été validé par rapport à une batterie de simulations des grands tourbillons effectuées pour toute une gamme de forçages thermiques et mécaniques de la turbulence. La bonne réponse aux variations des paramètres du forçage est sûrement un des arguments positifs les plus importants en faveur de cette nouvelle paramétrisation. C'est d'autre part la paramétrisation des ondes planétaires sur Titan pour lesquelles David Luz a effectué une batterie de simulations de référence avec un modèle des équations en eau peu profonde, forcé par un rappel vers un profil de vent.

On met en avant ici une approche intermédiaire et complémentaire des deux autres : l'utilisation d'un modèle régionalisé et guidé en combinaison avec des mesures continues. Cette approche légère permet de valider le comportement du modèle complet de façon relativement fine et en isolant des cas pour lesquels telle ou telle paramétrisation va être davantage impliquée. Cet outil est de plus en plus utilisé pour le développement et la validation des paramétrisations du modèle LMDZ, notamment autour du site d'observation de l'IPSL, le SIRTa. La mise en œuvre des simulations est automatique.<sup>1</sup> L'analyse peut en revanche s'avérer plus subtile car les différences entre modèle et observations peuvent à nouveau venir de toutes les paramétrisations du modèle de climat ainsi que d'erreurs dans les analyses. Il faudra donc, suivant les cas,

---

<sup>1</sup>Une chaîne opérationnelle utilisant la grille zoomée présentée dans la Section 3.6 tourne en fait depuis 6 mois. Pour ces simulations, on rapatrie automatiquement tous les matins les dernières analyses et prévisions du centre de prévision américain (NCEP) et on effectue des simulations guidées pour les jours J, J+1 et J+2.

développer des outils pour sélectionner des cas pertinents pour le problème étudié.

Le fait de décomposer le transport entre différentes composantes est bien sûr une facilité pratique pour la simulation numérique. C'est aussi une façon de découper le problème physique en sous composantes interagissant entre elles ce qui permet d'accéder à une compréhension des processus contrôlant par exemple la distribution des constituants atmosphériques. L'analyse des simulations de Titan concernant la composition chimique de la stratosphère a été grandement facilitée par la décomposition de la modélisation entre circulation méridienne et transport latitudinal par les ondes. Ce découpage a facilité la quantification de l'importance relative de ces différentes composantes dans le contrôle notamment de l'enrichissement polaire.

### 6.1.2 Des traceurs du transport atmosphérique

L'introduction des traceurs dans les modèles de circulation est souvent motivée par l'étude de la composition de l'atmosphère, et, en particulier dans les modèles de circulation générale atmosphérique, par l'étude des couplages entre cette composition et le climat.

En retour, on apprend beaucoup sur l'écoulement à partir de l'analyse de ces traceurs qui peuvent être utilisés pour affiner notre compréhension des processus atmosphériques et valider les algorithmes de transport ou la représentation de la circulation atmosphérique. C'est particulièrement clair dans l'étude sur Titan où les contrastes latitudinaux de composition apparaissent finalement comme les meilleurs indicateurs de l'existence des grandes cellules de Hadley équateur pôle. Dans le même ordre d'idées, le rétro-transport est aussi un outil qui peut s'avérer extrêmement utile pour l'analyse des processus physiques de l'atmosphère.

Pour la validation des paramétrisations du transport turbulent ou convectif, on tombe malheureusement sur certains écueils. Comme on l'a vu ici les données sont souvent insuffisantes pour arbitrer entre deux paramétrisations, même quand les concentrations sont très sensibles à la paramétrisation du transport, comme dans les cas montrés sur la Fig. 2.19 pour la convection profonde ou la Fig. 3.39 pour la couche limite. Même avec des mesures suffisantes, reste le problème du jeu entre différentes paramétrisations ajustées entre elles ainsi que les incertitudes sur les sources et les processus physico-chimiques spécifiques de chaque espèce. Même dans le cas a priori particulièrement simple du radon, certaines incertitudes sur la répartition géographique des sources (on pense qu'elles peuvent varier d'un tiers environ régionalement) ou leur sensibilité au contenu en eau du sol sont une limitation. Une condition minimum pour une exploitation réelle des mesures de concentration semble être de disposer simultanément de mesures météorologiques.

Il faudrait sans doute aussi systématiser l'inclusion de traceurs avec des protocoles bien établis dans les simulations des grands tourbillons utilisées pour valider les paramétrisations des modèles de climat. C'est ce qu'avait commencé à faire Ayotte et al. (1996) dans leurs simulations de convection de couche limite. C'est une approche que nous comptons également promouvoir avec Jean-Yves Grandpeix et des collègues toulousains dans le cadre du volet modélisation du programme AMMA d'étude de la mousson africaine.

## 6.2 Et après

### 6.2.1 Couplage couche limite, convection, nuages

Les modèles de circulation générale atmosphérique ont été développés dans les années 70, principalement pour les besoins de la prévision météorologique. Depuis lors, ils se sont enrichis petit à petit pour devenir au cours des années 90 des outils essentiels de l'étude du système climatique. Les "modèles intégrés du climat", incluant océan, biosphère et parfois chimie, sont utilisés en particulier pour étudier les évolutions futures du climat sous l'effet des perturbations induites par l'activité de l'homme. Le modèle de circulation du LMD, LMDZ, est par exemple la composante atmosphérique du modèle intégré de l'IPSL utilisé actuellement pour réaliser des simulations de la période 1850-2100 pour le prochain rapport du GIEC.

Le fait que ces modèles soient utilisés pour prédire des modifications du climat implique que les paramétrisations soient le plus possible basées sur une approche physique plutôt que sur des lois empiriques ajustées sur des observations actuelles. En outre, l'inclusion de nouvelles composantes fait peser un poids important sur le degré de réalisme du modèle atmosphérique. Le couplage avec l'océan nécessite par exemple d'avoir, en plus d'une bonne représentation de l'état de l'atmosphère, une représentation correcte des flux radiatifs (donc des nuages) et turbulents en surface. Le couplage avec la chimie nécessite qu'on soit capable de représenter correctement le transport vertical dans les colonnes convectives par exemple, etc ... Dans la plupart des cas, les paramétrisations des processus turbulents, convectifs et nuageux sont les points cruciaux.

En même temps, la mise en œuvre systématique d'instruments de télédétection passive et active (Radar et Lidar), sur des sites d'observation comme le SIRTa ou dans l'espace, vient fournir une description de plus en plus fine des processus dynamiques et microphysiques de la couche limite atmosphérique et des nuages.

Ce double contexte a donné un nouvel élan au développement des paramétrisations au LMD. Pour la représentation de la convection nuageuse, c'est d'une part le schéma en flux de masse de Kerry Emanuel qui a été adopté pour la convection profonde. Cette paramétrisation a connu différentes améliorations significatives au LMD, concernant par exemple la description du mélange entre colonne convective et environnement (Grandpeix et al., 2004). Plus récemment, Jean-Yves Grandpeix et Jean-Philippe Lafore (CNRM) ont développé une paramétrisation des poches froides créées sous les descentes précipitantes orageuses, et qui jouent un rôle moteur dans l'organisation et la propagation des orages. En parallèle, nous avons développé, pour la couche limite, le modèle du thermique présenté dans le Chapitre 3.

L'enjeu pour les prochaines années est de développer un nouveau bloc de paramétrisations couche-limite/convection/nuages pour le modèle de climat du LMD. Avec ce nouveau modèle, on espère s'attaquer en particulier à l'épineuse question de la représentation du cycle diurne dans les modèles de climat. De nombreux systèmes nuageux présentent en effet des cycles diurnes marqués, souvent mal représentés dans les modèles de climat. C'est le cas par exemple de la dissipation des brumes matinales – sous l'effet du brassage vertical de l'air humide de la couche limite nocturne par les panaches thermiques de la couche limite convective – ou de l'apparition de cumulus de couche limite l'après-midi après une matinée bien ensoleillée.

Avec Jean-Yves Grandpeix, nous pensons également pouvoir nous attaquer à la

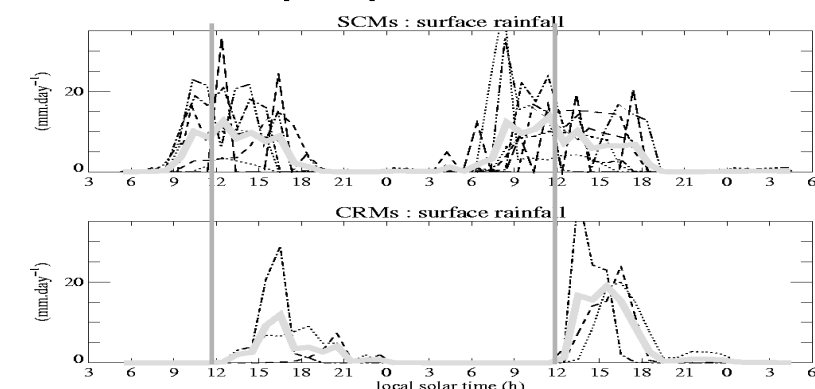
## cycle diurne de la convection précipitante continentale

Guichard et al.  
(2004)

définition  
d'un cas  
d'étude (1D)

à partir de  
données

ARM-SGP  
(SCM-IOP:  
bilans  $T$  &  $q$ )



dispersion importante des quantités de précip, mais...

le défaut GCM se retrouve en mode SCM

La convection est plus tardive dans les CRMs

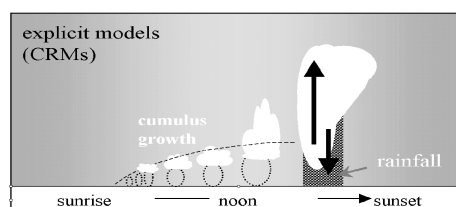
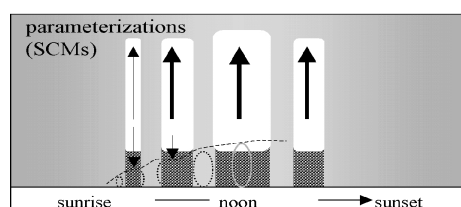


FIG. 6.1 – Simulation d'un cas de fort cycle diurne de la convection observé au site ARM, dans les grandes plaines de l'Oklahoma (d'après Guichard et al., 2004). Les courbes montrent l'évolution simulée de la précipitation, en haut avec des modèles méso-échelle et en dessous avec des modèles de climat unicolonnes. Les schémas du bas illustrent le développement typique des nuages convectifs dans les deux types de modèles. Source : Françoise Guichard.

représentation du cycle diurne de la convection précipitante sur les continents. Alors que les orages ont leur maximum généralement en soirée ou en début de nuit sur les continents, les modèles tendent systématiquement à les prédire en phase avec le cycle diurne, en tout début d'après-midi. C'est ce qui est illustré sur la Fig. 6.1. Les courbes sur cette figure représentent la précipitation obtenue lors de simulations d'un cas de cycle diurne de la convection autour du site d'observation ARM dans les grandes plaines américaines. Dans les simulations à méso-échelle (les modèles utilisent ici des résolutions kilométriques et résolvent donc uniquement les nuages convectifs mais pas les structures de la couche limite) en accord avec les observations, le maximum du cycle diurne a lieu dans la soirée. Les versions unicolonnes des modèles de circulation générale, forcés avec les mêmes champs que les modèles méso-échelles, produisent un cycle diurne en phase avec l'ensoleillement. Les schémas du bas présentent l'évolution des nuages associés au cours de la journée. On espère, avec le modèle du thermique, pouvoir simuler la phase de petits cumulus en début de journée et pouvoir prédire le déclenchement de la convection profonde plus tard dans la journée. La prise en compte de l'auto-entretien de la convection





FIG. 6.2 – Poussière soulevée par un front de rafales sous une ligne de grains au Mali. source : Françoise Guichard et Laurent Kergoat.

par les poches froides devrait permettre de retarder l'arrêt de la convection en fin de journée.

Le site instrumenté de l'IPSL (SIRTA) pour les moyennes latitudes et la campagne AMMA d'étude Multi-échelle de la mousson en Afrique de l'Ouest pour les tropiques devraient fournir des cadres particulièrement pertinents pour ce travail sur le cycle diurne des nuages continentaux.

La paramétrisation nuageuse, pour être adoptée dans le modèle de climat, devra également être capable de traiter des nuages très différents, comme les strato-cumulus des régions de subsidence sur les bords Est des océans tropicaux. La transition entre strato-cumulus et cumulus d'alizés pourrait nécessiter de sophistication d'avantage le schéma, en introduisant par exemple un compartiment supplémentaire de descente dans le modèle du thermique pour rendre compte de la possible importance dans l'organisation nuageuse des subsidences associées à l'instabilité d'entraînement en sommet de nuages.

Le nouveau jeu de paramétrisation, incluant un calcul pronostic de l'énergie turbulente de petite échelle, une représentation explicite des structures méso-échelles de la couche limite ainsi qu'une représentation des fronts de rafales sous les systèmes convectifs devrait également permettre de proposer des paramétrisations plus physiques, à la fois des flux thermodynamiques

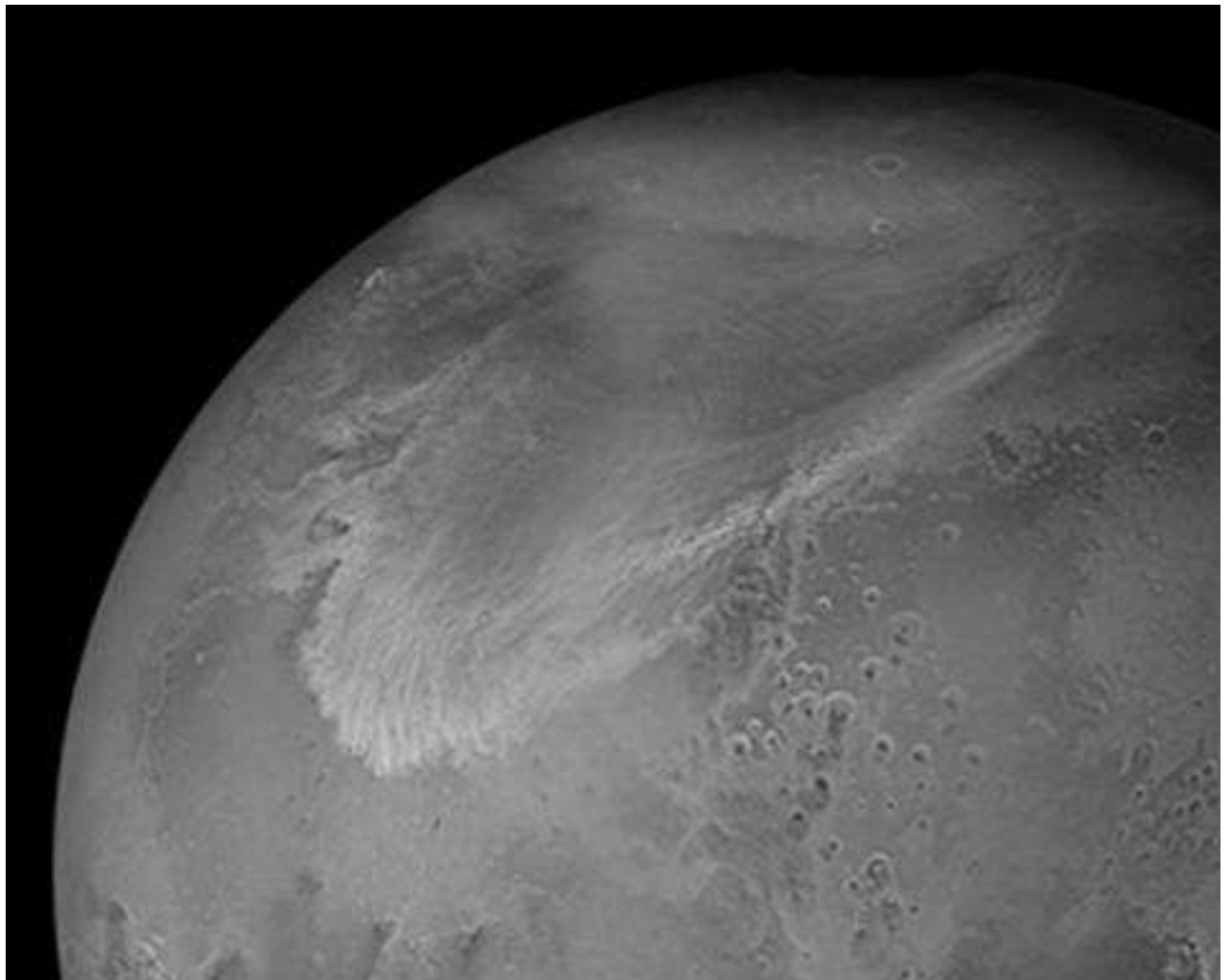


FIG. 6.3 – Photo d’une tempête régionale de poussière sur Mars.

et des tensions de vents sur les océans (cf e. g. Redelsperger et al., 2000) et du soulèvement des poussières sur les déserts terrestres ou martiens. Là encore, AMMA devrait être un cadre privilégié d’étude. On montre pour illustration sur la Fig. 6.2 une photo très spectaculaire d’un matelas de poussière soulevé par un front de rafales sous une ligne de grains (photo prise au Mali par Françoise Guichard et Laurent Kergoat) et, sur la Fig. 6.3, une tempête de poussière régionale sur Mars.

### 6.2.2 Planètes et climats

Beaucoup d'études vont encore être menées dans le futur avec le modèle climatique de Titan ; certaines pour répondre à des questions en suspens (cf. la conclusion du Chapitre 5) et d'autres pour répondre à des questions que ne manqueront pas de soulever les résultats de la mission Cassini-Huygens. En parallèle, un modèle est en cours de développement pour Vénus, en lien avec la mission Venus-Express qui devrait partir prochainement.

La problématique que nous comptons aborder sur Vénus a beaucoup en commun avec celle développée sur Titan ces dernières années. D'abord, une des motivations sera de documenter et d'étudier dans le détail la superrotation atmosphérique. Venus-Express étant en orbite autour de la planète, on peut espérer obtenir plus d'information sur la structure thermique et dynamique de cette atmosphère que sur Titan (où l'on espère disposer quand même de quelques dizaines de survols par Cassini et des résultats de la descente de Huygens).

Avec ses 90 bars de CO<sub>2</sub>, son effet de serre exceptionnel, ses nuages d'acide sulfurique, son atmosphère en superrotation (l'atmosphère, au niveau du sommet des nuages vers 70 km, tourne 50 à 60 fois plus vite que la surface), Vénus est un objet particulièrement captivant pour qui s'intéresse à la dynamique et à la physique des atmosphères. Après une période d'exploration intensive dans les années 70 notamment, Vénus est un peu tombée dans l'oubli, cédant le pas à Mars et laissant un grand nombre de questions en suspens.

Or, à la fin des années 80, après les dernières missions dédiées à son atmosphère, les chercheurs se sont aperçus qu'on pouvait sonder du côté nuit l'atmosphère profonde de Vénus, sous le voile de nuages, à travers des fenêtres de transparence dans le proche infrarouge (une histoire qui rappelle là aussi Titan). Le survol par les missions Galileo et Cassini a permis pour la première fois de cartographier à haute résolution spatiale cette émission du côté nuit avec les spectro-imageurs NIMS et VIMS. Cette émission est en fait très variable spatialement, les régions sombres étant associées à des régions plus nuageuses.

Rien que pendant ces survols, les observations successives ont permis de déduire des vents à partir du suivi des structures nuageuses. Ces observations semblent également indiquer une variation latitudinale de la quantité de monoxyde de carbone vers 30 km d'altitude.

Venus-Express, en mettant en orbite un spectromètre (PFS) et un spectro imageur (VIRTIS) capables de cartographier l'émission dans ces fenêtres spectrales, offre donc une occasion unique de contraindre la dynamique atmosphérique et d'apporter en particulier des éléments clefs pour notre compréhension du phénomène de superrotation atmosphérique.

Comme pour Titan, aucun élément tangible ne permet en effet d'affirmer que le mécanisme de Gierasch, responsable de la superrotation dans le modèle, est bien à l'œuvre dans l'atmosphère de Vénus. L'atmosphère de Vénus est-elle dominée par de grandes cellules de Hadley ? Les ondes planétaires transportent-elles le moment cinétique vers l'équateur ? Quelle est l'importance des mélanges verticaux turbulents ou convectifs ? Autant de questions auxquelles la mission Venus-Express devrait permettre de nous apporter des éléments de réponse tout à fait nouveaux.

Surtout, la plupart des observations disponibles jusque-là concernait la couche externe des nuages, très particulière parce que c'est celle qui bloque l'essentiel du rayonnement solaire. Grâce à Venus-Express, nous aurons donc accès à des données déterminantes pour la circulation, en dessous de cette couche "superficielle". Le suivi des nuages du côté nuit devrait permettre de

contraindre le vent zonal moyen et sa variabilité, la circulation méridienne, et, on espère aussi les ondes transitoires. Les observations de la composition vers 30 km (CO, OCS, H<sub>2</sub>O, D/H, SO<sub>2</sub>), si elles font apparaître des variations latitudinales des constituants, devraient également pouvoir être interprétées, comme pour Titan, en termes de circulation méridienne moyenne, sous réserve que soient développés des modèles de chimie transport appropriés.

J'espère aussi pouvoir revenir dans les années qui viennent sur une version du modèle développée lors de ma thèse et rapidement évoquée dans le chapitre sur Titan : le modèle à 19 paramètres. Ce modèle était d'ailleurs au cœur de mon projet de recherche pour le CNRS, avant que je me laisse avaler par la modélisation terrestre et le transport des espèces traces. Si je n'ai pas réalisé ce programme, c'est avant tout histoire de temps et d'arbitrage. Mais il est vrai aussi que l'utilisation sur des planètes sans eau de paramétrisations de la couche limite aussi peu physiques que celles dont nous disposons à l'époque (sur une planète sans eau, les ajustement convectifs et autres termes de contre-gradients jouent à plein) me posait problème. Le modèle du thermique vient donc compléter ce modèle en un modèle cohérent et physique d'une atmosphère planétaire sans changement de phase.

Je suis convaincu qu'un tel modèle peut s'avérer extrêmement utile, y compris dans le cadre de l'étude du changement climatique sur Terre. Il est important en effet, en parallèle de la modélisation lourde (dite intégrée) du climat terrestre – sur laquelle nous continuerons à travailler à l'IPSL – de développer des approches simplifiées qui permettent de décortiquer les mécanismes en jeu et d'avancer dans notre compréhension du système climatique. La modélisation idéalisée à 19 paramètres ainsi peut-être que la modélisation bidimensionnelle du climat (comme on l'a menée sur Titan et comme certains la développent actuellement au CNRM où à l'université de Chicago) sont des voix que je compte également explorer dans cette perspective.



# Annexe A

## Lexique (jargon et acronymes)

Analyses météorologiques : champs météoriques produits par les centres de prévision météorologique. Ces champs sont en général obtenus en corrigeant un modèle de prévision avec des observations (assimilation). L'analyse est ensuite utilisée comme état initial d'une simulation de prévision.

ASE : Agence Spatiale Européenne.

ARM : Atmospheric Radiation Measurement Program, avec notamment un grand site d'observation dans les grandes plaines de l'Oklaoma.

CAPE : Convective Available Potential Energy (énergie potentielle disponible pour la convection).

CEA : Commissariat à l'Energie Atomique.

CESR : Centre d'Etude Spatiale des Rayonnements, Observatoire Midi-Pyrénées, Toulouse.

CNES : Centre National de d'Etudes Spatiales.

CNRM : Centre National de Recherches Météorologiques, Meteo-France, Toulouse.

CNRS : Centre National de la Recherche Scientifique.

ECMWF : European Centre for Medium-Range Weather Forecasts. Ou le Centre Européen pour les Prévisions Météorologiques à Moyen Terme.

ERA40 : le dernier jeu de réanalyses du ECMWF portant sur la période 1957–2001 (le 40 faisant référence au nombre d'années).

ESQUIF : le programme d'Etude et Simulation de la QUalité de l'air en Ile de France s'est déroulé sur deux ans et avait pour but de documenter les processus et chimiques conduisant à des pics de pollutions dans cette région.

EUROCS : EUROpean Cloud Systems, un programme du 5e PCRD.

**GIEC** : le Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat est une organisation qui a été mise en place en 1988, à la demande du G7 (groupe des 7 pays les plus riches : USA, Japon, Allemagne, France, Grande Bretagne, Canada, Italie), par l'Organisation Météorologique Mondiale et par le Programme pour l'Environnement des Nations Unies. Son appellation anglaise est IPCC : Intergovernmental Panel on Climate Change.



INCA : Module de Interactif pour la Chimie et les Aérosols développé par Didier Hauglustaine (LSCE) pour être couplé à LMDZ.

IPSL : l'Institut Pierre-Simon Laplace (IPSL) est une fédération de 6 laboratoires de recherche de la région parisienne concernés par les sciences du climat et de l'environnement.

LESIA : Laboratoire d'Etudes Spatiales et d'Instrumentation Astrophysique. Observatoire de Paris-Meudon.

LGGE : Laboratoire de Glaciologie et de Géophysique de l'Environnement (aucun des G ne se rapporte à Grenoble qui héberge pourtant le laboratoire).

LISA : Laboratoire Inter-universitaire des Systèmes Atmosphériques, situé à l'université de Créteil.

LMD : Laboratoire de Météorologie Dynamique, unité mixte de recherche du CNRS qui fait partie de la fédération IPSL.

LMDZ : un modèle numérique globale de la circulation générale atmosphérique. Le nom a été choisi un jour de rigolade en accolant un "Z" pour zoom au nom du laboratoire qui lui donnait naissance. Robert Sadourny était très embêté à l'époque d'utiliser la dernière lettre de l'alphabet avant d'avoir développé une dynamique icosaédrique.

LODYC : Laboratoire d'Océanographie Dynamique et de Climatologie, membre de la fédération IPSL.

LOA : Laboratoire d'Optique Atmosphérique, Université de Lille.

LSCE : Laboratoire des Sciences du Climat et de l'Environnement. Laboratoire du CEA, localisé à l'Orme des Merisiers et qui fait partie de la fédération IPSL.

MUSCL : pour Monotone Upstream Centered Schemes for Conservative Laws soit en français un schéma monotone, amont et centré pour des lois de conservation. Une autre appellation des schémas de Van Leer (1977).

MINMOD : un cas particulier de limiteur de pente pour le modèle de Van Leer (celui ou on prend le minimum du module des pentes voisines).

NASA : National Aeronautics and Space Administration. L'agence Spatiale états-unienne.

MOZAIC : Programme de mesure systématique de données météorologiques et de certains constituants chimiques par des avions de lignes.

NASA/Ames : Un centre de recherche de la NASA situé à quelques dizaines de kilomètres au sud de San-Fransisco.

NASA/GISS : Goddard Institute for Space Studies. Un laboratoire de la NASA situé à New-York (Columbia University).

NCAR : Le National Center for Atmospheric Research, situé à Boulder, USA.

ORCHIDEE : Le modèle des surfaces continentales de l'IPSL.

ORCALIM : Le modèle d'océan global du LODYC, ORCA, couplé au modèle de glace de mer LIM développé à l'Université Catholique de Louvain (Belgique).

Paramétrisation, paramétrer, paramétriser ... : dans le jargon de la modélisation du climat, on appelle paramétrisation la modélisation numérique de processus physiques qu'on n'est pas capable de représenter directement à partir d'équations fondamentales de la physique. On est par exemple obligé de paramétriser ou paramétrer les nuages parce qu'ils ont une dimension et qu'il mettent en jeu des processus d'échelle très inférieure à la maille des modèles de climat.

PNP : Programme National de Planétologie de l'Institut National des Sciences de l'Univers.

Réanalyses : on applique les méthodes permettant de produire au jour le jour les analyses météorologiques mais en reprenant un historique de données et en appliquant des outils homogènes de modélisation et d'assimilation. Bien qu'elles soient entachées d'erreurs, ses réanalyses sont de plus en plus souvent utilisées comme des observations de la circulation atmosphérique.

SA : Service d'Aéronomie, laboratoire de recherche de la région parisienne faisant partie de la fédération IPSL.

TICE : Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaires.



# Bibliographie

- Abdella, K., et N. McFarlane, 1997 : A new second-order turbulence closure scheme for the planetary boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, **54**, 1850–1867.
- Allen, D. J., A. R. Douglass, R. B. Rood, et P. D. Guthrie, 1991 : Application of a monotonic upstream-biased transport scheme to three dimensional constituent transport calculations, *Mon. Wea. Rev.*, **119**, 2456–2464.
- Allison, M., A. D. Del Genio, et W. Zhou, 1994 : Zero potential vorticity envelopes for the zonal-mean velocity of the Venus/Titan atmospheres, *J. Atmos. Sci.*, **51**, 694–702.
- Allison, M., D. H. Atkinson, M. K. Bird, et M. G. Tomasko, Titan zonal wind corroboration via the Huygens DISR solar zenith angle measurement, in *ESA SP-544 : Planetary Probe Atmospheric Entry and Descent Trajectory Analysis and Science*, 125–+, February 2004.
- Angelats i Coll, M., F. Forget, M. A. López-Valverde, P. L. Read, et S. R. Lewis, 2004 : Upper atmosphere of Mars up to 120 km : Mars Global Surveyor accelerometer data analysis with the LMD general circulation model, *J. Geophys. Res.*, 1011.
- Arakawa, R. A., et W. H. Schubert, 1974 : Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large scale environment. part I, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 674–701.
- Atkinson, B. W., et J. W. Zhang, 1996 : Mesoscale shallow convection in the atmosphere, *Reviews of Geophysics*, **34**, 403–431.
- Ayotte, K. W., P. P. Sullivan, A. Andrén, S. C. Doney, A. A. Holtslag, W. G. Large, J. C. McWilliams, C.-N. Moeng, M. J. Otte, J. J. Tribbia, et J. C. Wyngaard, 1996 : An evaluation of neutral and convective planetary boundary-layer parameterizations relative to large eddy simulations, *Boundary-layer Meteorol.*, **79**, 131–175.
- Betts, A. K., 1973 : Non-precipitating convection and its parameterization, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **99**, 178–196.
- Bézar, B., A. Coustenis, et C. P. McKay, 1995 : Titan’s stratospheric temperature asymmetry : a radiative origin, *Icarus*, **113**, 267–276.

- Bird, M. K., R. Dutta-Roy, M. Heyl, M. Allison, S. W. Asmar, W. M. Folkner, R. A. Preston, D. H. Atkinson, P. Edenhofer, D. Plettemeier, R. Wohlmuth, L. Iess, et G. L. Tyler, 2002 : The Huygens Doppler Wind Experiment - Titan Winds Derived from Probe Radio Frequency Measurements, *Space Science Reviews*, **104**, 613–640.
- Blackadar, A. K., 1962 : The vertical distribution of wind and turbulent exchange in neutral atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **67**, 3095–3102.
- Bonazzola, M., *Analyse de la convection et de la circulation atmosphérique de grande échelle pendant la campagne INDOEX*, thèse, Université Paris-6, 2001.
- Bony, S., et K. A. Emanuel, 2001 : A parameterization of the cloudiness associated with cumulus convection ; evaluation using TOGA COARE data, *J. Atmos. Sci.*, **58**, 3158–3183.
- Bopp, L., O. Boucher, O. Aumont, S. Belviso, J.-L. Dufresne, M. Pham, et P. Monfray, 2004 : Will marine dimethylsulphide emissions alleviate global warming ? a model study, *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, **61(5)**, 826–835.
- Boucher, O., C. Moulin, S. Belviso, O. Aumont, L. Bopp, E. Cosme, R. von Kuhlmann, M. Lawrence, M. Pham, M. S. Reddy, J. Sciare, et C. Venkataraman, 2003 : Sensitivity study of the dms atmospheric concentrations and the sulfate aerosol indirect radiative forcing to the DMS source representation, *Atmos. Chem. Phys.*, **3**, 49–65.
- Boucher, O., et M. Pham, 2002 : History of sulfate aerosol radiative forcings, *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 22–1.
- Bougeault, P., et P. Lacarrere, 1989 : Parameterization of orography induced turbulence in a mesobeta-scale model, *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1872–1890.
- Bousquet, P., et P. Peylin, 2000 : Regional changes in carbon dioxide fluxes of land and ocean since 1980, *Science*, **290**, 1342–1345.
- Brost, R. A., et J. C. Wyngaard, 1978 : A model study of the stably stratified planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 1427–1440.
- Brown, M. E., A. H. Bouchez, et C. Griffith, 2002 : Direct detection of variable tropospheric clouds near titan's south pole, *Nature*, **420**, 795–797.
- Brown, R. A., 1972 : On the Inflection Point Instability of a Stratified Ekman Boundary Layer., *J. Atmos. Sci.*, **29**, 850–859.
- Brown, R. A., 1980 : Longitudinal instabilities and secondary flows in the planetary boundary layer : A review., *Rev. Geophys. Space Phys.*, **18**, 638–697.
- Businger, J. A., J. C. Wyngaard, Y. Izumi, et E. F. Bradley, 1971 : Flux-profiles relationships in the atmospheric surface layer, *J. Atmos. Sci.*, 181–189.

- Cabane, M., E. Chassefière, et G. Israel, 1992 : Formation and growth of photochemical aerosols in Titan's atmosphere, *Icarus*, **96**, 176–189.
- Cabane, M., P. Rannou, E. Chassefière, et G. Israel, 1993 : Fractal aggregates in Titan's atmosphere, *Planet. Space Sci.*, **41**, 257–267.
- Carpenter, R. L., K. K. Droegemeier, P. R. Woodward, et C. E. Hane, 1990 : Application of the piecewise parabolic method (PPM) to meteorological modeling, *Mon. Wea. Rev.*, **118**, 586–612.
- Carrigan, C. R., R. A. Heinle, G. B. Hudson, J. J. Nitao, et J. J. Zucca, 1996 : Trace gas emissions on geological faults as indicators of underground nuclear testing, *Nature*, **382**, 528–531.
- Cherkaoui, M., J. Dufresne, R. Fournier, J. Grandpeix, et A. Lahellec, 1996 : Monte-carlo simulation of radiation in gases with a narrow-band model and a net-exchange formulation, *ASME Journal of Heat Transfer*, **118**, 401–407.
- Chiapello, I., G. Bergametti, B. Chatenet, P. Bousquet, F. Dulac, et E. Santos Soares, 1997 : Origins of african dust transported over the northeastern tropical atlantic, *J. Geophys. Res.*, **102**, 13,701–13,709.
- Coindreau, O., F. Hourdin, M. Haefelin, A. Mathieu, et C. Rio, A global climate model with stretchable grid and nudging : a tool for assesment of physical parametrizations, Submitted to *Monthly Weather Rev.*, 2006.
- Colella, P., et P. R. Woodward, 1984 : The piecewise parabolic method (PPM) for gaz-dynamical simulations, *J. Computational Phys.*, **54**, 174–201.
- Coll, P., D. Coscia, S. Smith, M.-C. Gazeau, S. I. Ramirez, G. Cernogora, G. Israël, et F. Raulin, 1999 : Experimental laboratory simulation of Titan's atmosphere : Aerosols and gas phase, *Planet. Space Sci.*, **47**, 1331–1340.
- Cosme, E., C. Genthon, P. Martinerie, O. Boucher, et M. Pham, 2002 : The sulfur cycle at high-southern latitudes in the LMD-ZT General Circulation Model, *J. Geophys. Res.*, **107(D23)**, 4690.
- Cosme, E., F. Hourdin, C. Genthon, et P. Martinerie, 2005 : Origin of dimethylsulfide, non-sea-salt sulfate, and methanesulfonic acid in eastern Antarctica, *J. Geophys. Res.*, **110**, D03302, doi :10.1029/2004JD004881.
- Courtier, P., et O. Talagrand, 1987 : Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation. II : Numerical results, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **113**, 1329–1347.
- Coustenis, A., B. Bézard, et D. Gautier, 1989 : Titan's atmosphere from Voyager infrared observations.I. The gas composition of Titan's equatorial region, *Icarus*, **80**, 54–76.



- Coustenis, A., et B. Bézard, 1995 : Titan's atmosphere from Voyager infrared observations : IV latitudinal variations of temperature and composition, *Icarus*, **115**, 126–140.
- Couvreux, F., F. Guichard, J. L. Redelsperger, C. Kiemle, V. Masson, J. P. Lafore, et C. Flamant, 2005 : Water-vapour variability within a convective boundary-layer assessed by large-eddy simulations and IHOP\_2002 observations, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **131**, 2665–2693.
- Cressman, G. P., 1959 : An operational objective analysis system, *Mon. Wea. Rev.*, **87**, 367–374.
- De Geer, L.-E., 1996 : Sniffing out clandestine tests, *Nature*, **382**, 491–492.
- de Rosnay, P., J. Polcher, M. Bruen, et K. Laval, 2002 : Impact of a physically based soil water flow and soil-plant interaction representation for modeling large scale land surface processes, *J. Geophys. Res.*, **107**, 10.1029/2001JD000634.
- Deardorff, J. W., 1966 : The counter-gradient heat-flux in the lower atmosphere and in the laboratory, *J. Atmos. Sci.*, **23**, 503–506.
- Deardorff, J. W., 1970 : Convective velocity and temperature scales for the unstable planetary boundary layer and for Rayleigh convection, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 1211–1213.
- Deardorff, J. W., 1972a : Parameterization of the boundary layer for use in general circulation models, *Mon. Wea. Rev.*, **77**, 93–106.
- Deardorff, J. W., 1972b : Theoretical expression for the countergradient vertical heat flux, *J. Geophys. Res.*, **77**, 5900–5904.
- Del Genio, A. D., W. Zhou, et T. P. Eichler, 1993 : Equatorial superrotation in a slowly rotating GCM : implications for Titan and Venus, *Icarus*, **101**, 1–17.
- Del Genio, A., et R. J. Suozzo, 1987 : A comparative study of rapidly rotating dynamical regimes in a terrestrial general circulation model, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 973–986.
- Dufresne, J.-L., L. Fairhead, H. Le Treut, M. Berthelot, L. Bopp, P. Ciais, P. Friedlingstein, et P. Monfray, 2002 : On the magnitude of positive feedback between future climate change and the carbon cycle, *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 43–1.
- Dufresne, J.-L., R. Fournier, C. Hourdin, et H. Frédéric, 2005 : Net exchange reformulation of radiative transfer in the CO<sub>2</sub> 15- $\mu$ m band on mars, *J. Atmos. Sci.*, **62**, 3303–3319.
- Ebert, E. E., U. Schumann, et R. B. Stull, 1989 : Non local turbulent mixing in the convective boundary layer evaluated from Large-Eddy Simulation, *J. Atmos. Sci.*, **46**, 2178–2207.
- Edouard, S., B. Legras, et V. Zeitlin, 1996 : The effect of dynamical mixing in a simple model of the ozone hole, *J. Geophys. Res.*, **101**, 16771–16779.
- Edouard, S., *Dynamique et chimie du vortex polaire : le problème de l'ozone*, Thèse, Université Paris-6, 1997.

- Emanuel, K. A., 1991 : A scheme for representing cumulus convection in large-scale models, *J. Atmos. Sci.*, **48**, 2313–2335.
- Emanuel, K. A., 1993 : A cumulus representation based on the episodic mixing model : the importance of mixing and microphysics in predicting humidity, *A.M.S. Meteorol. Monographs*, **24**, 185–192.
- Flasar, F. M., R. E. Samuelson, et B. J. Conrath, 1981 : Titan's atmosphere : temperature and dynamics, *Nature*, **292**, 693–698.
- Flasar, F. M., et B. J. Conrath, 1990 : Titan's stratospheric temperatures : A case for dynamical inertia ?, *Icarus*, **85**, 346–354.
- Flasar, F. M., 1998 : The composition of Titan's atmosphere : a meteorological perspective, *Planet. Space Sci.*, **46**, 1109–1124.
- Flesch, T. K., J. D. Wilson, et E. Yee, 1995 : Backward-time lagrangian stochastic dispersion models and their application to estimate gaseous emissions, *J. Appl. Met.*, **34**, 1320–1333.
- Forget, F., F. Hourdin, et O. Talagrand, 1998 : CO<sub>2</sub> snow fall on Mars : Simulation with a general circulation model, *Icarus*, **131**, 302–316.
- Forget, F., F. Hourdin, R. Fournier, C. Hourdin, O. Talagrand, M. Collins, S. R. Lewis, P. L. Read, et J.-P. Huot., 1999 : Improved general circulation models of the Martian atmosphere from the surface to above 80 km, *J. Geophys. Res.*, **104**, 24,155–24,176.
- Fouquart, Y., et B. Bonnel, 1980 : Computations of solar heating of the Earth's atmosphere : A new parametrization, *Contrib. Atmos. Phys.*, **53**, 35–62.
- From, J. E., 1968 : A method for reducing dispersion in convective difference schemes, *J. Computational Phys.*, **3**, 176–189.
- Fulchignoni, M., F. Ferri, F. Angrilli, A. Bar-Nun, M. A. Barucci, G. Bianchini, W. Borucki, M. Coradini, A. Coustenis, P. Falkner, E. Flamini, R. Grard, M. Hamelin, A. M. Harri, G. W. Leppelmeier, J. J. Lopez-Moreno, J. A. M. McDonnell, C. P. McKay, F. H. Neubauer, A. Pedersen, G. Picardi, V. Pirronello, R. Rodrigo, K. Schwingenschuh, A. Seiff, H. Svedhem, V. Vanzani, et J. Zarnecki, 2002 : The Characterisation of Titan's Atmospheric Physical Properties by the Huygens Atmospheric Structure Instrument (Hasi), *Space Science Reviews*, **104**, 395–431.
- Genthon, C., et A. Armengaud, 1995 : Radon 222 as a comparative tracer of transport and mixing in two general circulation models of the atmosphere, *J. Geophys. Res.*, **100**, 2849–2866.
- Gierasch, P. J., 1975 : Meridional circulation and the maintenance of the Venus atmospheric rotation, *J. Atmos. Sci.*, **32**, 1038–1044.

- Gilbert, J.-C., et C. Lemaréchal, 1989 : Some numerical experiments with variable-storage quasi-Newton algorithms, *Math. Program.*, **45**, 407–435.
- Godunov, S. K., 1959 : Finite-difference methods for the numerical computations of equations of gas dynamics, *Math. Sb.*, **7**, 271–290.
- Golitsyn, G. S., 1975 : Another look at atmospheric dynamics on Titan and some of its general consequences, *Icarus*, **24**, 70–75.
- Grandpeix, J. Y., V. Phillips, et R. Tailleux, 2004 : Improved mixing representation in Emanuel's convection scheme, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **130**, 3207–3222.
- Griffith, C., T. Owen, G. Miller, et T. Geballe, 1998 : Transient cloud in titan's lower atmosphere, *Nature*, **395**, 575–578.
- Griffith, C., J. H. Hall, et T. Geballe, 2000 : Detection of daily clouds on titan, *Science*, **290**, 509–513.
- Guichard, F., J. C. Petch, J. L. Redelsperger, P. Bechtold, J. P. Chaboureaud, S. Cheinet, W. Grabowski, H. Grenier, C. G. Jones, M. Köhler, J. M. Piriou, R. Tailleux, et M. Tomasini, 2004 : Modelling the diurnal cycle of deep precipitating convection over land with cloud-resolving models and single-column models, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **130**, 3139–3172.
- Gurney, K., R. M. Law, A. S. Denning, P. J. Rayner, D. Baker, P. Bousquet, L. Bruhwiler, Y. H. Chen, P. Ciais, S. Fan, I. Y. Fung, M. Gloor, M. Heimann, K. Higuchi, J. John, T. Maki, S. Maksyutov, K. Masarie, P. Peylin, M. Prather, B. C. Pak, J. Randerson, J. Sarmiento, S. Taguchi, T. Takahashi, et C. W. Yuen, 2002 : Towards robust regional estimates of annual mean CO<sub>2</sub> sources and sinks, *Nature*, **415**, 626–630.
- Haas-Laursen, D. E., D. E. Hartley, et R. G. Prinn, 1996 : Optimizing an inverse method to deduce time-varying emissions of trace gases, *J. Geophys. Res.*, **101(D17)**, 26,137–26,160.
- Hartman, D. L., 1983 : Barotropic instability of the polar night jet stream, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 817–835.
- Hauglustaine, D. A., F. Hourdin, L. Jourdain, M.-A. Filiberti, S. Walters, J.-F. Lamarque, et E. A. Holland, 2004 : Interactive chemistry in the Laboratoire de Météorologie Dynamique general circulation model : Description and background tropospheric chemistry evaluation, *J. Geophys. Res.*, **109**, 4314–4357.
- Hess, P. G., S. Nanda, et S. J. Flocke, 1996 : Trajectories and related variations in the chemical composition of air for the mauna loa observatory during 1991 and 1992, *J. Geophys. Res.*, **101**, 14,543–14,568.
- Hidayat, T., A. Marten, Y. Biraud, et R. Moreno, Study of the Atmosphere of Titan from Millimeter and Submillimeter Observations, in *8th Asian-Pacific Regional Meeting, Volume II*, 9–10, 2002.

- Holtslag, A. A. M., E. DeBruijn, et H. Pan, 1990 : A high resolution air mass transformation model for short-range weather forecasting, *Mon. Wea. Rev.*, **118**, 1561–1575.
- Holtslag, A. A. M., et B. A. Boville, 1993 : Local versus non-local boundary-layer diffusion in a global climate model, *J. Climate*, **6**, 1825–1842.
- Hourdin, F., P. Le Van, O. Talagrand, R. Courtin, D. Gautier, et C. McKay, Numerical simulation of the circulation of the atmosphere of Titan, in *Symposium on Titan*, vol. SP-338, 101–106, ESA, ESA, 1992.
- Hourdin, F., P. Le Van, F. Forget, et O. Talagrand, 1993 : Meteorological variability and the annual surface pressure cycle on Mars, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 3625–3640.
- Hourdin, F., F. Forget, et O. Talagrand, 1995a : The sensitivity of the Martian surface pressure to various parameters : A comparison between numerical simulations and Viking observations, *J. Geophys. Res.*, **100**, 5501–5523.
- Hourdin, F., O. Talagrand, R. Sadourny, C. Régis, D. Gautier, et C. P. McKay, 1995b : General circulation of the atmosphere of Titan, *Icarus*, **117**, 358–374.
- Hourdin, F., R. Courtin, D. Gautier, C. P. McKay, P. Rannou, et O. Talagrand, Dynamique de l'atmosphère de titan, in *Actes du 2<sup>ème</sup> Colloque National de Planétologie de l'INSU, vol 1*, edited by W. Kofman, J. Lilensten, B. Pibaret, et I. Raynaud, 1998.
- Hourdin, F., J.-P. Issartel, B. Cabrit, et A. Idelkadi, 1999 : Reciprocity of atmospheric transport of trace species, *CRAS*, **329**, 623–628.
- Hourdin, F., F. Couvreux, et L. Menut, 2002 : Parameterisation of the dry convective boundary layer based on a mass flux representation of thermals, *J. Atmos. Sci.*, **59**, 1105–1123.
- Hourdin, F., S. Lebonnois, D. Luz, et P. Rannou, 2004 : Titan's stratospheric composition driven by condensation and dynamics, *J. Geophys. Res.*, **109**.
- Hourdin, F., A. Idelkadi, et O. Talagrand, Eulerian backtracking of atmospheric tracers : II numerical aspects, *QJRM*, in press, 2005.
- Hourdin, F., I. Musat, S. Bony, P. Braconnot, F. Codron, J.-L. Dufresne, L. Fairhead, M.-A. Filiberti, P. Friedlingstein, J.-Y. Grandpeix, G. Krinner, et P. LeVan, The lmdz4 general circulation model : climate performance and sensitivity to parametrized physics with emphasis on tropical convection, *Clim. Dyn.*, in press, 2006.
- Hourdin, F., et A. Armengaud, 1999 : The use of finite-volume methods for atmospheric advection of trace species. part i : Test of various formulations in a general circulation model, *Mon. Wea. Rev.*, **127**, 822–837.
- Hourdin, F., et J.-P. Issartel, 2000 : Sub-surface nuclear tests monitoring through the CTBT xenon network, *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 2245–2248.

- Hourdin, F., et O. Talagrand, Eulerian backtracking of atmospheric tracers : I adjoint derivation and parametrization of subgrid-scale transport, QJRMS, in press, 2005.
- Hourdin, F., Conservation du moment angulaire dans le modèle de circulation générale du LMD, Note Interne 175, Lab. de Météorol Dyn., Cent. Nat. de la Rech. Sci., Paris, 1992.
- Houweling, S., T. Kaminski, F. Dentener, J. Lelieveld, et M. Heinmann, 1999 : Inverse modeling of methane sources and sinks using the adjoint of a global transport model, *J. Geophys. Res.*, **104(D21)**, 26,137–26,160.
- Hubbard, W. B. p., 1993 : The occultation of 28 Sgr by Titan, *Astron. Astrophys.*, **269**, 541–563.
- Hunt, B. G., 1979 : The influence of the earth's rotation rate on the general circulation of the atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1392–1408.
- Hutzell, W. T., C. P. McKay, O. B. Toon, et F. Hourdin, 1995 : Simulations of Titan's brightness by a two-dimensional haze model, *Icarus*, **119**, 112–129.
- Högström, U., 1988 : Non-dimensional wind and temperature profiles in the atmospheric surface layer : a re-evaluation, *Boundary-layer Meteorol.*, 55–78.
- Idelkadi, A., *Validation du transport atmosphérique direct et inverse des espèces traces aux échelles continentales dans un modèle de circulation générale atmosphérique à grille variable*, thèse, Université Paris-6, 2002.
- Jacob, D. J., M. J. Prather, P. J. Rasch, R. Shia, Y. J. Balkanski, S. R. Beagley, D. J. Bergmann, W. T. Blackshear, M. Brown, M. Chiba, M. P. Chipperfield, J. de Grandpré, J. E. Dignon, J. Feichter, C. Genthon, W. L. Grose, P. S. Kasibhatla, I. Köhler, M. A. Kritz, K. Law, J. E. Penner, M. Ramonet, C. E. Reeves, D. A. Rotman, D. Z. Stockwell, P. F. J. Van Velthoven, G. Verver, O. Wild, H. Yang, et P. Zimmermann, 1997 : Evaluation and intercomparison of global atmospheric transport models using  $^{222}\text{Rn}$  and other short-lived tracers, *J. Geophys. Res.*, **102**, 5953–5970.
- Jacob, D., et M. Prather, 1990 : Radon 222 as a test of convective transport in a general circulation model, *Tellus*, **42**, 118–134.
- Jeuken, A. B. M., P. C. Siegmund, H. L. C., J. Feichter, et L. Bengtsson, 1996 : On the potential of assimilating meteorological analyses in a global climate model for the purpose of model validation, *J. Geophys. Res.*, **101**, 939.
- Joussaume, S., 1990 : Three-dimensional simulations of the atmospheric cycle of desert dust particles using a general circulation model, *J. Geophys. Res.*, **95**, 1909–1941.
- Kaminski, T., M. Heinmann, et R. Giering, 1999a : A coarse grid three-dimensional global inverse model of the atmospheric transport : I Adjoint model and jacobian matrix, *J. Geophys. Res.*, **104**, 18,535–18,553.

- Kaminski, T., M. Heinmann, et R. Giering, 1999b : A coarse grid three-dimensional global inverse model of the atmospheric transport : II Inversion of the transport of CO<sub>2</sub> in the 1980s, *J. Geophys. Res.*, **104**, 18,555–18,581.
- Kasahara, A., Computational aspects of numerical models for weather prediction and climate simulation, in *Methods in computational physics*, edited by J. Chang, vol. 17, 1–66, Academic press, inc., 1977.
- Kelvin, L., 1880 : On a disturbing infinity in Lord Rayleigh's solution for waves in a plane vortex stratum, *Nature*, **23**, 45–46.
- Kostiuk, T., K. E. Fast, T. A. Livengood, T. Hewagama, J. J. Goldstein, F. Espenak, et D. Buhl, 2001 : Direct measurement of winds on Titan, *Geophys. Res. Lett.*, **28**, 2361–2364.
- Krinner, G., N. Viovy, N. de Noblet-Ducoudré, J. Ogée, J. Polcher, P. Friedlingstein, P. Ciais, S. Sitch, et C. Prentice, 2005 : A dynamic global vegetation model for studies of the coupled atmosphere-biosphere system, *Glob. Biogeochem. Cyc.*, **19**, GB1015, doi :10.1029/2003GB002199.
- Krinner, G., et C. Genthon, 2003 : Tropospheric transport of continental tracers towards Antarctica under varying climatic conditions, *Tellus*, **53**, 54–70.
- Kuo, H. L., 1949 : Dynamic instability of two-dimensional nondivergent flow in a barotropic atmosphere, *J. Meteor.*, **6**, 105–122.
- Laval, K., R. Sadourny, et Y. Serafini, 1981 : Land surface processes in a simplified general circulation model, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, **17**, 129–150.
- Le Dimet, F.-X., et O. Talagrand, 1986 : Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations : theoretical aspects, *Tellus*, **38A**, 97–110.
- Le Treut, H., et Z. X. Li, 1991 : Sensitivity of an atmospheric general circulation model to prescribed SST changes : Feedback effects associated with the simulation of cloud optical properties., *Clim. Dyn.*, **5**, 175–187.
- Lebonnois, S., D. Toublanc, F. Hourdin, et P. Rannou, 2001 : Seasonal variations of titan's atmospheric composition, *Icarus*, **152**, 384–406.
- Lebonnois, S., E. Bakes, et C. P. McKay, 2002 : Transition from gaseous compounds to aerosols in Titan's atmosphere, *Icarus*, **159**, 505–517.
- Lebonnois, S., E. Bakes, et C. P. McKay, 2003a : Atomic and molecular hydrogen budget in Titan's atmosphere, *Icarus*, **161**, 474–485.
- Lebonnois, S., F. Hourdin, P. Rannou, D. Luz, et D. Toublanc, 2003b : Impact of the seasonal variations of composition on the temperature field of Titan's stratosphere, *Icarus*, **163**, 164–174.



- Lefèvre, F., S. Lebonnois, F. Montmessin, et F. Forget, 2004 : Three-dimensional modeling of ozone on Mars, *J. Geophys. Res. (planets)*, **109**, 7004—+.
- Lellouch, E., A. Coustenis, D. Gautier, F. Raulin, N. Dubouloz, et C. Frère, 1989 : Titan's atmosphere and hypothesized ocean : A reanalysis of Voyager 1 radio-occultation and IRIS 7.7  $\mu\text{m}$  data., *Icarus*, **79**, 328–349.
- LeMone, M. A., 1973 : The structure and dynamics of horizontal roll vortices in the planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 1077–1091.
- Lilly, D. K., 1968 : Models of cloud-topped mixed layers under a strong inversion, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **94**, 292–309.
- Lin, S.-J., et R. B. Rood, 1996 : Multi-dimensional flux form semi-lagrangian transport schemes, *Mon. Wea. Rev.*, **124**, 2046–2070.
- Lions, J.-L., *Optimal control of systems governed by partial differential equations (translated from the French)*, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1971.
- Luz, D., R. Courtin, D. Gautier, J.-P. Lebreton, T. Approuchaux, F. Ferri, L. Lara, A. Kaufer, et F. Hourdin, 2003a : Characterization of the zonal wind flow in the stratosphere of Titan with UVES, *Bull. Am. Ast. Soc.*, **35**, 927.
- Luz, D., F. Hourdin, P. Rannou, et S. Lebonnois, 2003b : Latitudinal transport by barotropic waves in Titan's stratosphere. II. Results from a coupled dynamics-microphysics-photochemistry GCM, *Icarus*, **166**, 343–358.
- Luz, D., et F. Hourdin, 2003 : Latitudinal transport by barotropic waves in Titan's stratosphere. I. General properties from a horizontal shallow-water model, *Icarus*, **166**, 328–342.
- Mahowald, N. M., P. J. Rasch, B. E. Eaton, S. Whittlestone, et R. G. Prinn, 1997 : Transport of  $^{222}\text{Rn}$  to the remote troposphere using the Model of Atmospheric Transport and Chemistry and assimilated winds from ECMWF and the National Center for Environmental Prediction/NCAR, *J. Geophys. Res.*, **102**, 28,139–28,151.
- Marchuk, G. I., *Numerical solution of the problems of dynamics of the atmosphere and the ocean (in Russian)*, Gidrometeoizdat, Leningrad, USSR, 1974.
- Marchuk, G. I., *Methods of Numerical Mathematics (translated from the Russian)*, Springer-Verlag, New York, New York, USA, 1982.
- Marten, A., T. Hidayat, Y. Biraud, et R. Moreno, 2002 : New Millimeter Heterodyne Observations of Titan : Vertical Distributions of Nitriles HCN,  $\text{HC}_3\text{N}$ ,  $\text{CH}_3\text{CN}$ , and the Isotopic Ratio  $^{15}\text{N}/^{14}\text{N}$  in Its Atmosphere, *Icarus*, **158**, 532–544.
- McKay, C. P., J. B. Pollack, et R. Courtin, 1989 : The thermal structure of Titan's atmosphere, *Icarus*, **80**, 23–53.

- Mellor, G. L., et T. Yamada, 1974 : A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1791–1806.
- Mellor, G. L., 1973 : Analytical prediction of the properties of stratified planetary surface layers, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 1061–1069.
- Menut, L., R. Vautard, M. Beekmann, et C. Honoré, 2000 : Sensitivity of photochemical pollution using the adjoint of a simplified chemistry-transport model, *J. Geophys. Res.*, **105**, 15379–15402.
- Merrill, J. T., 1994 : Isentropic airflow probability analysis, *J. Geophys. Res.*, **99**, 25,8881–25,8889.
- Moeng, C., et P. P. Sullivan, 1994 : A comparison of shear- and buoyancy-driven planetary boundary layer flows, *J. Atmos. Sci.*, **51**, 999–1022.
- Moeng, C., 1984 : A large-eddy-simulation model for the study of planetary boundary-layer turbulence, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2052–2062.
- Montmessin, F., F. Forget, P. Rannou, M. Cabane, et R. M. Haberle, 2004 : Origin and role of water ice clouds in the Martian water cycle as inferred from a general circulation model, *J. Geophys. Res.*, 10004–+.
- Morcrette, J. J., L. Smith, et Y. Fouquart, 1986 : Pressure and temperature dependence of the absorption in longwave radiation parametrizations, *Contrib. Atmos. Phys.*, **59**, 455–469.
- Morcrette, J., 1991 : Radiation and cloud radiative properties in the European Centre for Medium Range Weather Forecasts forecasting system, *J. Geophys. Res.*, **96**, 9121–9132.
- Moreno, R., et A. Marten, 2003 : Measurements of Zonal Winds on Titan from Millimeter Interferometric Observations, *Bull. Am. Ast. Soc.*, **35**, 928.
- Penenko, V. V., et N. N. Obraztsov, 1976 : A variational initialization method for the fields of the meteorological elements (English translation), *Soviet Meteorol. Hydrol.*, **11**, 1–11.
- Pétron, G., C. Granier, B. Khattatov, J.-F. Lamarque, V. Yudin, J.-F. Müller, et J. Gille, 2002 : Inverse modeling of carbon monoxide surface emissions using climate monitoring and diagnostics laboratory network observations, *J. Geophys. Res.*, **107**(D23).
- Peylin, P., P. J. Rayner, P. Bousquet, C. Carouge, F. Hourdin, P. Heinrich, P. Ciais, et A. Contributors, 2005 : Daily CO<sub>2</sub> flux estimates over Europe from continuous atmospheric measurements : 1, inverse methodology, *Atmospheric Chemistry & Physics Discussions*, **5**, 1647–1678.
- Pierrehumbert, R. T., et R. Roca, 1998 : Evidence for control of Atlantic subtropical humidity by large-scale advection, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 4537–4540.

- Pleim, J. E., et J. S. Chang, 1992 : A non-local closure model for vertical mixing in the convective boundary layer, *Atmosph. Environ.*, **26A**, 965–981.
- Prandtl, L., et O. G. Tietjens, *Applied hydro- and aeromechanics*, Engineering Societies Monographs, Dover Publications, Inc., New-York, 1934.
- Prather, M. J., 1986 : Numerical advection by conservation of second order moments, *J. Geophys. Res.*, **91**, 6671–6681.
- Preiss, N., et C. Genthon, 1997 : Use of a new database of lead 210 for global aerosol model validation, *J. Geophys. Res.*, **102**, 25347–25358.
- Pudykiewicz, J. A., 1998 : Application of adjoint tracer transport equations for evaluating source parameters, *Atmos. Environ.*, **32**, 3039–3050.
- Quaas, J., O. Boucher, et F.-M. Bréon, 2004 : Aerosol indirect effects in polder satellite data and the laboratoire de météorologie dynamique-zoom (lmdz) general circulation model, *J. Geophys. Res.*, **109**, D08205, doi :10.1029/2003JD004317.
- Ramonet, M., J. C. Le Roulley, P. Bousquet, et P. Monfray, 1996 : Radon-222 measurements during the Tropoz II campaign and comparison with a global atmospheric transport model, *J. Atmos. Chem.*, **23**, 107–136.
- Rannou, P., M. Cabane, et E. Chassefière, 1993 : Growth of aerosols in Titan's atmosphere and related time scales : a stochastic approach, *Geophys. Res. Lett.*, **20**, 967–970.
- Rannou, P., M. Cabane, E. Chassefière, R. Botet, C. P. McKay, et R. Courtin, 1995 : Titan's geometric albedo : Role of the fractal structure of the aerosols, *Icarus*, **96**, 355–372.
- Rannou, P., F. Hourdin, et C. P. McKay, 2002 : A wind origin for Titan's haze structure, *Nature*, **418**, 853–856.
- Rannou, P., F. Hourdin, C. P. McKay, et D. Luz, 2004 : A coupled dynamics-microphysics model of Titan's atmosphere, *Icarus*, **170**, 443–462.
- Rannou, P., S. Lebonnois, F. Hourdin, et D. Luz, 2005 : Titan atmosphere database, *Adv. Space Res.*, **36**, 2194–2198.
- Raulin, F., et T. Owen, 2002 : Organic chemistry and exobiology on Titan, *Space Sc. Rev.*, **104**, 377–394.
- Rayner, P. J., I. G. Enting, R. J. Francey, et R. L. Langenfelds, 1999 : Reconstructing the recent carbon cycle from atmospheric CO<sub>2</sub>,  $\delta_{13}\text{C}$  and O<sub>2</sub>/N<sub>2</sub> observations, *Tellus*, **51B**, 213–232.
- Reddy, M. S., O. Boucher, C. Venkataraman, S. Verma, J.-F. Léon, et a. M. P. N. Bellouin, 2004 : Gcm estimates of aerosol transport and radiative forcing during indoex, *J. Geophys. Res.*, **109(D16)**, D16205, doi :10.1029/2004JD004557.

- Redelsperger, J.-L., F. Guichard, et S. Mongon, 2000 : A parameterization of mesoscale enhancement of surface fluxes for large scale models, *J. Climate*, **13**, 402–421.
- Robertson, L., et C. Persson, On the application of four dimensional data assimilation of air pollution data using the adjoint technique, 399–408, Plenum press, New York, 1991.
- Roe, H. G., I. Pater, B. A. Macintosh, et C. P. McKay, 2002 : Titan's clouds from gemini and keck adaptive optics imaging, *Astrophys. J.*, **581**, 1399–1406.
- Rood, R. B., 1987 : Numerical advection algorithms and their role in atmospheric transport and chemistry models, *Rev. Geophys.*, **25**, 71–100.
- Rossow, W. B., A. D. Del Genio, et T. Eichler, 1990 : Cloud-tracked winds from Pioneer Venus OCPP images, *J. Atmos. Sci.*, **47**, 2053–2084.
- Rossow, W. B., 1979 : Large-scale motion in the Venus stratosphere, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 377–389.
- Rossow, W. B., 1983 : A general circulation model of a Venus-like atmosphere, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 273–302.
- Roux, J., <http://gershwin.ens.fr/houches2002/Cours/Roux/leshouches.pdf>, 2002.
- Russell, G. L., et J. A. Lerner, 1981 : A new finite-differencing scheme for the tracer transport equation, *J. Appl. Met.*, **20**, 1483–1498.
- Sadourny, R., et K. Laval, January and July performance of the LMD general circulation model, in *New perspectives in Climate Modeling*, edited by A. Berger et C. Nicolis, Elsevier, 173–197, Amsterdam, 1984.
- Sadourny, R., 1975a : Compressible model flows on the sphere, *J. Atmos. Sci.*, **32**, 2103–2110.
- Sadourny, R., 1975b : The dynamics of finite-difference models of the shallow-water equations, *J. Atmos. Sci.*, **32**, 680–689.
- Samuelson, R. E., R. A. Hanel, V. G. Kunde, et W. C. Maguire, 1981 : Mean molecular weight and hydrogen abundance of Titan's atmosphere, *Nature*, **292**, 688–693.
- Schumann, U., et C. Moeng, 1991 : Plume fluxes in clear and cloudy boundary layers, *J. Atmos. Sci.*, **48**, 1746–1770.
- Siebert, P., et A. Frank, 2003 : Source-receptor matrix calculation with a lagrangian particle dispersion model in backward mode, *Atmos. Chem. Phys. Discuss.*, **3**, 4515–4548.
- Sommeria, G., et M. A. LeMone, 1978 : Direct testing of a three dimensional model of the planetary boundary layer against experimental data, *J. Atmos. Sci.*, **35**, 25–39.
- Sromovsky, L. A., V. E. Suomi, J. B. Pollack, R. J. Krauss, S. S. Limaye, T. Owen, H. E. Revercomb, et C. Sagan, 1981 : Implications of Titan's north-south brightness asymmetry, *Nature*, **292**, 698–702.

- Stull, R. B., 1984 : Transilient turbulence theory. Part I : The concept of eddy-mixing across finite distances, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 3351–3367.
- Stull, R. B., *An introduction to boundary layer meteorology*, Kluwer Academic Publishers, 1988.
- Talagrand, O., et P. Courtier, 1987 : Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation. I : Theory, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **113**, 1331–1328.
- Tiedtke, M., 1989 : A comprehensive mass flux scheme for cumulus parameterization in large-scale models, *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 1179–1800.
- Tokano, T., F. M. Neubauer, M. Laube, et C. P. McKay, 2001 : Three-Dimensional Modeling of the Tropospheric Methane Cycle on Titan, *Icarus*, **153**, 130–147.
- Tokano, T., et F. M. Neubauer, 2002 : Tidal Winds on Titan Caused by Saturn, *Icarus*, **158**, 499–515.
- Toon, O. B., C. P. McKay, T. P. Ackerman, et K. Santhanam, 1989 : Rapid calculation of radiative heating rates and photodissociation rates in inhomogeneous multiple scattering atmospheres, *J. Geophys. Res.*, **94**, 16,287–16,301.
- Toublanc, D., J. P. Parisot, J. Brillet, D. Gautier, F. Raulin, et C. P. McKay, 1995 : Photochemical modelling of Titan's atmosphere, *Icarus*, **113**, 2–26.
- Tourte, J.-L., *Modélisation numérique de la circulation de l'atmosphère de Vénus*, Thèse de docteur -ingénieur, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 1984.
- Tran, B. N., J. P. Ferris, et J. J. Chera, 2003 : The photochemical formation of a Titan haze analog. Structural analysis by x-ray photoelectron and infrared spectroscopy, *Icarus*, **162**, 114–124.
- Troen, I., et L. Mahrt, 1986 : A simple model of the atmospheric boundary layer : Sensitivity to surface evaporation, *Boundary-layer Meteorol.*, **37**, 129–148.
- Uliasz, M., et R. A. Pielke, Application of the receptor oriented approach in mesoscale dispersion modeling, in *Air Pollution Modeling and its applications VIII*, edited by H. V. Dop et D. G. Steyn, 399–408, Plenum press, New York, 1991.
- H. Van Dop et K. Nodop (Eds.), *ETEX, A european tracer experiment*, vol. 32 of *Atmos. Environ. special issue*, pp. 4089–4378, 1998.
- Van Leer, B., 1977 : Towards the ultimate conservative difference scheme : IV. a new approach to numerical convection, *J. Computational Phys.*, **23**, 276–299.
- Van Leer, B., 1979 : Towards the ultimate conservative difference scheme. V. a second-order sequel to Godunov's method, *J. Computational Phys.*, **32**, 101–136.
- Vautard, R., M. Beekmann, J. Roux, et D. Gombert, 2001 : Validation of a hybrid forecasting system for the ozone concentrations over Paris area, *Atmosph. Environ.*, **35**, 2449–2461.

- Veron, A., T. M. Chruch, C. C. Patterson, Y. Erel, et J. T. Merrill, 2000 : Continental origin and industrial sources of trace metals in the northwest Atlantic troposphere, *J. Atmos. Chem.*, **14**, 339–351.
- Vukićević, T., M. Steyskal, et M. Hecht, 2001 : Properties of advection algorithms in the context of variational data assimilation, *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 1221–1231.
- Vukićević, T., et P. Hess, 2000 : Analysis of tropospheric transport in the pacific bassin using the adjoint technique, *J. Geophys. Res.*, **105**, 7213–7230.
- Wang, S., et B. Stevens, 1996 : Top-Hat Representation of Turbulence Statistics in Cloud-Topped Boundary Layers : A Large Eddy Simulation Study., *Nature*, **382**, 528–531.
- Weckwerth, T. M., J. W. Wilson, R. M. Wakimoto, et N. A. Crook, 1997 : Horizontal convective rolls : determining the environmental conditions supporting their existence and characteristics, *Mon. Wea. Rev.*, **125**, 505–526.
- Williams, A. G., et J. M. Hacker, 1992 : The composite shape and structure of coherent eddies in the convective boundary layer, *Boundary-layer Meteorol.*, **61**, 213–245.
- Williams, A. G., et J. M. Hacker, 1993 : Interactions between coherent eddies in the lower convective boundary layer, *Boundary-layer Meteorol.*, **64**, 55–74.
- Williams, A. G., *Internal structure and interactions of coherent eddies in the lower Convective Boundary Layer*, Ph.D. thesis, Flinders University of South Australia, 1991.
- Williamson, D., et P. J. Rasch, 1989 : Two dimensional semi-lagrangian transport with shape-preserving interpolation, *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 102–127.
- Wilson, E. H., et S. K. Atreya, 2003 : Chemical sources of haze formation in Titan's atmosphere, *Planet. Space Sci.*, **51**, 1017–1033.
- Woodward, P. R., et P. Colella, 1981 : High resolution difference schemes for compressible gaz dynamics, *Lect. Notes Phys.*, **141**, 434–441.
- Woodward, P. R., et P. Colella, 1984 : The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks, *J. Computational Phys.*, **54**, 115–173.
- Yabe, T., R. Tanaka, T. Nakamura, et F. Xiao, 2001 : An exactly conservative semi lagrangian scheme (CIP-CSL) in one dimension, *Mon. Wea. Rev.*, **129**, 332–344.
- Yamada, T., 1983 : Simulations of nocturnal drainage flows by a  $q^2l$  turbulence closure model, *J. Atmos. Sci.*, **40**, 91–106.
- Yelle, R. V., 1991 : Non-LTE models of Titan's upper atmosphere, *Astrophys. J.*, **383**, 380–400.



- Zhang, X.-F., A. W. Heemink, L. H. J. M. Janssen, P. H. M. Janssen, , et F. J. Sauter, 1999 : A computationally efficient kalman smoother for the evaluation of ch4 budget in europe, *Appl. Math. Mod.*, **23**, 109–126.
- Zhang, M. H., W. Y. Lin, S. A. Klein, J. T. Bacmeister, S. Bony, R. T. Cderwall, A. D. Del Genio, J. J. Hack, N. G. Loeb, U. Lohmann, P. Minnis, I. Musat, R. Pincus, P. Stier, M. J. Suarez, M. J. Webb, J. B. Wu, M.-S. Xie, et J. H. Zhang, Comparing clouds and their seasonal variations in 10 atmospheric general circulation models with satellite measurements, submitted to JGR, 2004.