

SORBONNE UNIVERSITÉ

M2 OAC - [1.1]NUM

Contrôle de la formation de banquise Arctique par les paramétrisations atmosphériques

Etudiant : Giordano Nitti

Etudiant : Samuel Queffélec

Etudiant : Mathieu Barbe

Année académique : 2025–2026

2 mars 2026

Introduction

La modélisation numérique du climat est une tâche complexe. De multiples interactions non linéaires sont en jeux. Ainsi, il est difficile de souligner des liens de causes à effets. Les modèles tentent d'approcher la nature chaotique de l'atmosphère et permettent d'étudier la sensibilité du système à de petites variations. L'objectif de notre projet est d'évaluer la formation de banquise à partir de paramétrisations physiques du modèle LMDZ. Il sera proposé dans ce rapport de regarder l'évolution de la neige et de la glace de mer dans un mini modèle de banquise, forcé par les sorties des modèles du LMD (LMDZ sous deux versions)

Table des matières

1	Modèle simple de la glace de mer en python	3
1.1	Brève introduction	3
1.2	Equation de la chaleur	3
1.3	Equation de Stefan (Pour la hauteur de glace)	4
1.4	Modélisation de la fonte	5
1.5	Calculs du modèle	5
2	Comparaison des modèles en configurations clim et slab	7
3	Tests de sensibilité avec guidage en vent	8
3.1	Vitesse de chute des cristaux de glace	8
3.2	Température minimum de persistance de phase mixte liquide/solide	9
3.3	Longueur de mélange de la turbulence	9
4	Conclusion de ce mini projet	10

1 Modèle simple de la glace de mer en python

1.1 Brève introduction

L'objectif est de construire un modèle simple à deux couches de banquise. Il y a une couche de neige de surface et une couche de glace. Notre modèle simple est forcé par les flux de surface et les chutes de neige, calculées par le modèle LMDZ. Les équations sont issues du modèle de Stefan pour la glace de mer. Cette équation permet de faire grandir la couche de glace par le fond. Pour la température, c'est l'équation de la chaleur. Pour la fonte, il est utilisé un bilan d'énergie à la surface.

1.2 Equation de la chaleur

Pour la température de la couche de glace c'est l'équation de la chaleur qui est résolue avec des conditions aux limites qui varient selon là où on se place. Tout d'abord l'équation de la chaleur :

$$\rho_i c_{p_i} \frac{\partial T}{\partial t} = -div \left(\sum \vec{\phi}_k \right) \quad (1)$$

avec à l'intérieur de la couche i : $\vec{\phi}_i = -\lambda_i \overrightarrow{grad}(T)$. Cela implique à l'intérieur de la glace et de la neige :

$$\rho_i c_{p_i} \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_i \nabla^2 T \quad (2)$$

Ce qui revient à résoudre en différences finies sur la verticale :

$$\rho_i c_{p_i} \frac{T_k^{n+1} - T_k^n}{\Delta t} = \lambda_i \frac{T_{k+1}^n + T_{k-1}^n - 2T_k^n}{(\Delta z)^2} \quad (3)$$

$$T_k^{n+1} = \frac{\lambda_i \Delta t}{\rho_i c_{p_i} (\Delta z)^2} (T_{k+1}^n + T_{k-1}^n - 2T_k^n) + T_k^n \quad (4)$$

Une analyse simple de l'équation ci-dessus montre que notre nombre de Courant ne doit pas dépasser 1/2. Voir ci dessous la théorie pour une variable q en équation de diffusion :

$$|q_i^{(n+1)}| = |\beta(q_{i+1}^{(n)} + q_{i-1}^{(n)}) - (2\beta - 1)q_i^{(n)}| \quad (5)$$

L'équation s'amortit au cours du temps si $\beta \leq 1/2$

$$|q_i^{(n+1)}| \leq \beta(|q_{i+1}^{(n)}| + |q_{i-1}^{(n)}|) + (1 - 2\beta)|q_i^{(n)}| \quad (6)$$

Soit

$$\|q^{n+1}\|_\infty \leq \beta(\|q^n\|_\infty + \|q^n\|_\infty) + (1 - 2\beta)\|q^n\|_\infty = \|q^n\|_\infty \quad (7)$$

Avec $\|q^n\|_\infty = \max |q_i^{(n)}|$. Dans notre cas le schéma est conditionnellement stable. Il faut avoir $\beta \leq 1/2$ qui sont les conditions CFL. Pour avoir une bonne résolution notamment sur les chutes de neige, il est nécessaire de ne pas descendre en dessous de $\Delta z = 1cm$ Cela nous impose un $\Delta t = 20s$.

Dans notre cas il est nécessaire de forcer nos couches de neige et de glace au bord. Pour la surface de neige ou glace en contact avec l'air on résout une condition au bord de type condition de Neumann.

$$-\lambda_i \frac{\partial T}{\partial z}_{z=0} = LW^\downarrow + (1 - \alpha)SW^\downarrow - \sigma T_s^4 - LH - SH \quad (8)$$

$$-\lambda_i \frac{T_1^n - T_0^n}{\Delta z} = \sum Flux_j(T_0^n) \quad (9)$$

Les flux latents et sensibles sont calculés par les formules Bulk.

$$LH = \rho_a C_d U L_i (r_{sat}(T_s) - HR r_{sat}(T_a)) \quad (10)$$

$$SH = \rho_a C_d U c_p (T_s - T_a) \quad (11)$$

Le problème ici, c'est que cette équation est non lineaire. Même fortement non lineaire à cause de la formule de Tetens dans les flux latents ou encore le flux LW montant. Cette élément est résolu par un module Scipy dans l'intervalle $[200K, 273.15K]$. Il aurait été possible de coder un module à côté de type Newton. Par le fond, il est imposé à la glace une condition de type Dirichlet avec une température de la dernière discrétisation de $T = 273.15 - 1.8K$. C'est la température de fusion/solidification de la glace de mer. La résolution en différences finies est problématique à l'interface. En effet il y a un changement brusque des coefficients λ et c_p .

Pour le dernier nœud de neige on calcule le flux qui transmet avec le noeud précédent. S'il y a M points dans la neige. Alors

$$\phi_M^\downarrow = -\lambda_s \frac{T_M - T_{M-1}}{\Delta z} \quad (12)$$

Par contre il reçoit également un flux de la glace. Pour cela on dit qu'une résistance thermique théorique en série est égale à la somme des résistances (divisée par deux). Ainsi : $R_{th} = \frac{1}{2}(R_s + R_g)$, soit : $\frac{1}{\lambda_{eff}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda_s} + \frac{1}{\lambda_g} \right) = \left(\frac{2\lambda_s\lambda_g}{\lambda_s + \lambda_g} \right)^{-1}$ Ainsi on peut calculer un flux :

$$\phi_M^\uparrow = -\lambda_{eff} \frac{T_{M+1} - T_M}{\Delta z} \quad (13)$$

Donc, on peut calculer l'évolution de température au noeud M .

$$T_M^{n+1} = T_M^n - \frac{\Delta t}{\rho_s c_{ps} \Delta z} (\phi_M^\uparrow - \phi_M^\downarrow) \quad (14)$$

Il possible de faire la même chose dans l'autre sens pour la glace.

1.3 Equation de Stefan (Pour la hauteur de glace)

Pour l'évolution de la glace on utilise la loi de Stefan :

$$\rho_g L \frac{dH}{dt} = F_{z=-H} - F_0 + \frac{1}{\rho_g L} SI \quad (15)$$

Avec $F_H = -\lambda_g \frac{\partial T}{\partial z} \bigg|_{z=-H}$

Cela donne en discrétisations :

$$H^{n+1} = H^n + \frac{1}{\rho_g L} \left(-\lambda_g \frac{T_P^n - T_{P-1}^n}{\Delta z} - F_0 \right) + SI - h_f \Delta t \quad (16)$$

1.4 Modélisation de la fonte

Pour modéliser la fonte de la neige ou la glace, on repart du bilan d'énergie fait à la surface. On rajoute un terme de fonte.

$$-\lambda_i \frac{\partial T}{\partial z}_{z=0} = LW^\downarrow + (1 - \alpha)SW^\downarrow - \sigma T_s^4 - LH - SH + \rho_i L \frac{dh}{dt} \quad (17)$$

Dans le cas où $T_s > 273.15\text{K}$, alors, T_s va être fixé à 273.15K . L'inconnue devient h_f . On trouve alors la fonte nécessaire pour laisser la surface à 273.15K .

1.5 Calculs du modèle

Le modèle est forcé par les sorties de LMDZ. Il prend en compte les variables suivantes : La température de l'air T_a , l'humidité relative HR , le coefficient de traînée C_d , la vitesse du vent U , le short wave descendant $SW^\downarrow$ et le longwave descendant $LW^\downarrow$. Cela permet de calculer les flux. Cependant pour que la glace et la neige aient un profil convenable de température, la T_s du modèle python est forcée durant les 2.5 premiers jours par LMDZ. Puis une transition linéaire se fait durant les 2.5 jours suivant. Les 5 premiers jours ne sont alors pas exploitables.

Sur la Figure 1, il est possible voir l'évolution du modèle sur 1 an avec une hauteur initiale, de 50cm de glace et 25cm de neige avec un profil de temperature initial entre 270.35K et 260K . Le mini modèle fait plusieurs simplifications criticables :

- La masse volumique de la neige est constante. $\rho_n = 200\text{kg}/\text{m}^3$. Cette hypothèse est fortement critiquable vu qu'elle ne prend pas en compte le tassement qui permet de réduire la fonte.
- Il y a pas de flux entre la glace et l'ocean F_0 .
- Le vent est pris à 10m au dessus du sol et la température est prise à 2m . Dans une atmosphère très stratifiée le profil de vent devrait être ajusté par des fonctions de Bussinger et la longueur de Monin Obukhov.
- L'albédo de la surface est constante. Ce qui est faux sachant que l'albédo de la neige baisse avec le temps. Cette hypothèse reste pertinente entre Octobre et Fevrier étant donné le peu de $SW^\downarrow$
- Le balayage par le vent n'est pas pris en compte. Toute la neige tombée reste au point de chute.

Ce que révèle la Figure 1 c'est une approche réaliste de l'évolution de la glace de mer et de la neige. On observe un décalage entre les périodes de froid et d'augmentations de la glace dues à l'inertie de la couche. Pas d'accumulation importante de neige grace à un terme de transformation SI . Les critiques peuvent être les suivantes

- Fonte très rapide de la neige et de la glace mais les températures de l'air dans LMDZ semblent pas réalistes (plus de 10°C en continu)
- T_s très bruitée mais semble suivre la tendance de la T_a ce qui laisse le modèle comme pertinent sur de plutôt longues périodes .

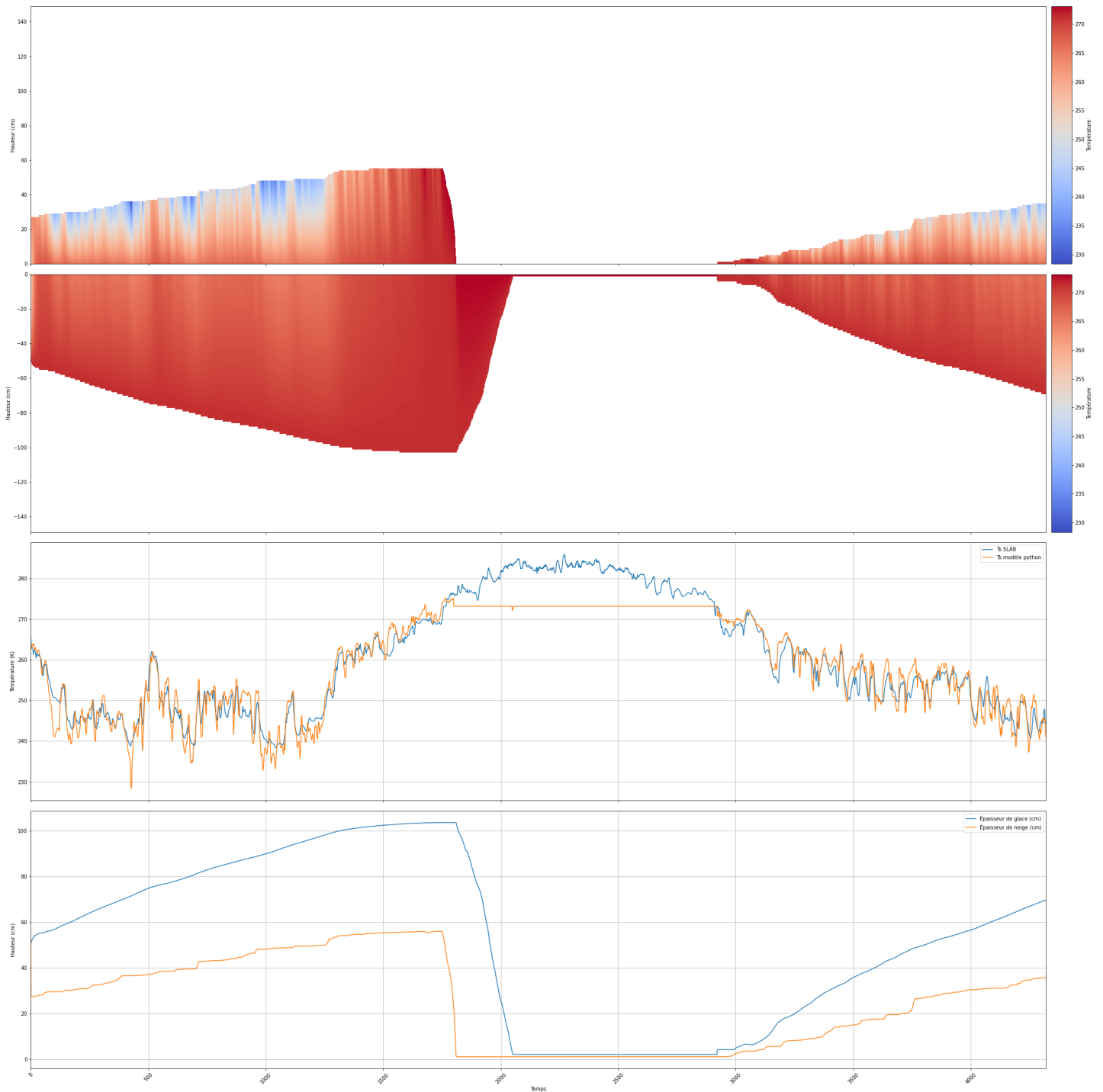


FIGURE 1 – Modèle de glace python exécuté sur 12 mois de 30 jours et forcé par LMDZ. 1) Profil temporel de température de la neige, 2) Profil de température de la glace , 3) Température de surface dans le modèle python (Orange) et température de l'air dans le modèle, 4) Hauteur de glace (bleu), hauteur de neige (Orange).

2 Comparaison des modèles en configurations clim et slab

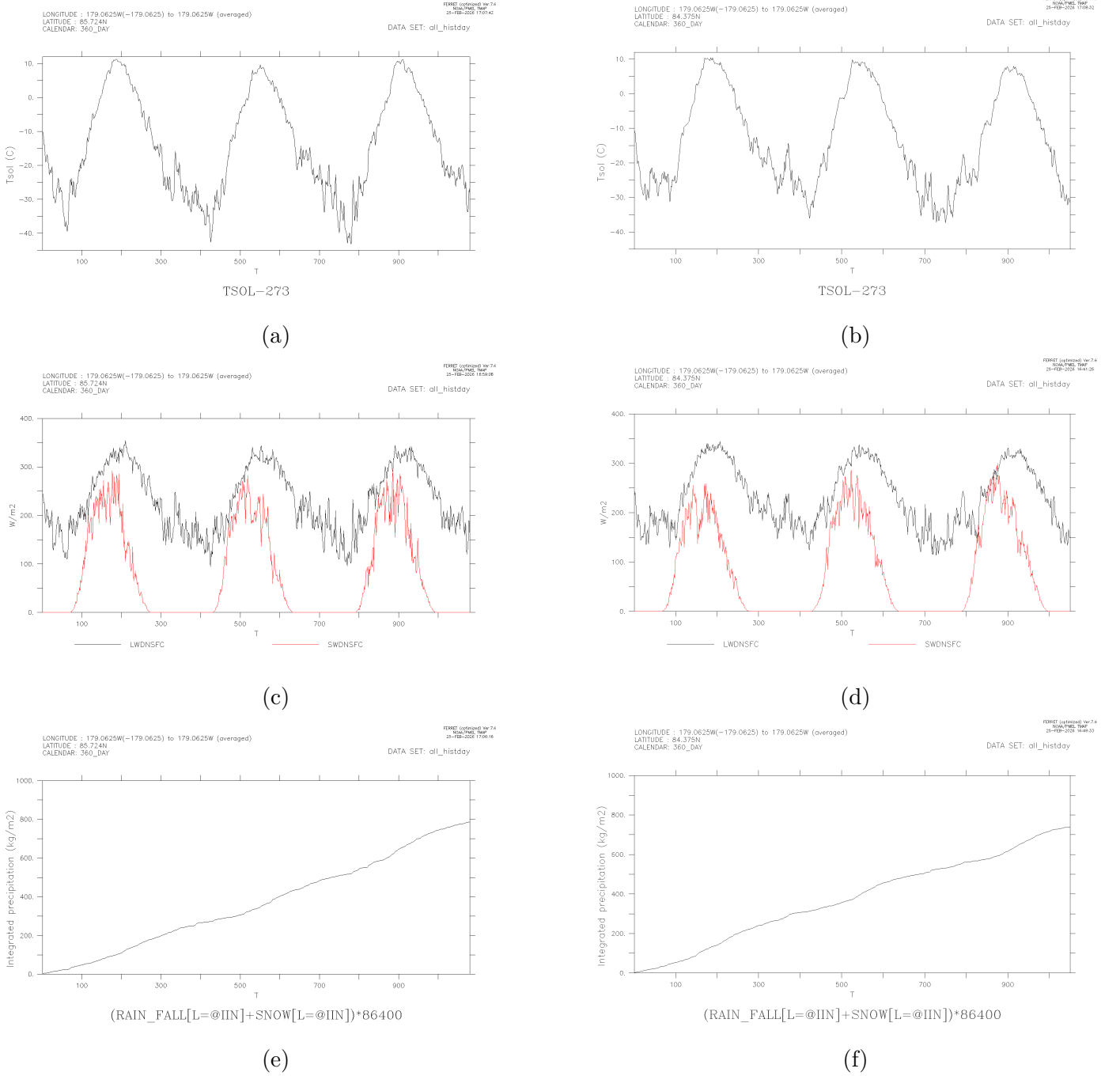


FIGURE 2 – Moyenne zonale à 85°N pour : (a) T_{sol} pour le modèle *clim* (b) T_{sol} pour le modèle *slab* (c) LW (noir) et SW (rouge) down en surface pour le modèle *clim* (d) LW (noir) et SW (rouge) down en surface pour le modèle *slab* (e) cumul de précipitations pour le modèle *clim* (f) cumul de précipitations pour le modèle *slab*

Deux configurations de LMDZ sont utilisées ici : les configurations *clim* et *slab*. La première est forcée en SST au dessus des océans, avec des variations réalistes de la température de surface, mais sans couplage

avec l’atmosphère. La configuration *slab* est constituée d’une couche océanique sous forme de plaque rigide (d’où son nom), qui se déplace et interagit avec l’atmosphère, et qui comporte aussi un modèle de formation de glace de mer. Le modèle tourne sur une grille de 64x64x39, avec un zoom autour du pôle Nord. Les mailles font ainsi 156 km en latitude, et 15, 30, 45 etc. km en longitude en partant du pôle, dans la zone arctique.

On compare sur la figure 2 la température de surface, le rayonnement descendant SW et LW à la surface, et l’accumulation des précipitations, en moyenne zonale à 85°N, sur la période de spinup, entre les deux configurations du modèle. Le spinup couvre trois ans en calendrier climatique (360 jours par an), et sert de départ aux expériences de sensibilité de la section suivante. Une première chose à noter est que les variations de la température de surface sont plus grandes dans la configuration *clim*, avec notamment des températures allant sous les -40°C en hiver, contre -35°C au minimum pour *slab*. Cette différence pourrait s’expliquer par le fait qu’un modèle avec un océan plus dynamique qu’un autre devrait avoir une plus grande inertie thermique en raison des différentes circulations (par exemple advecter de l’eau qui n’est pas à la température de la banquise en hiver), et donc moins se refroidir en hiver. Si le modèle forme de la glace de mer, il est aussi raisonnable de penser que la surface se refroidit moins, une partie du refroidissement étant utilisée pour la formation de banquise (libération de chaleur latente de solidification). On remarque que les températures atteintes en été pour *slab* sont légèrement inférieures à *clim*, ce qui va dans le même sens d’une plus grande inertie thermique. On peut aussi noter que les températures de surface atteintes en été sont bien supérieures à la température de fusion de la glace, dans une zone où on devrait avoir de la banquise même en été, ce qui montre les limites de ce genre de modèles à faible résolution. De manière similaire, le flux infrarouge descendant à la surface est légèrement supérieur en hiver pour *slab* que pour *clim*, ce qui serait aussi cohérent avec une atmosphère plus chaude donc légèrement plus humide, avec un effet de serre de la vapeur d’eau plus important. Lorsqu’on compare les précipitations (neige + pluie) accumulées sur la période de spinup, on observe les mêmes valeurs et tendances dans les deux configurations, avec un peu plus de précipitations en été qu’en hiver dans les deux cas. Les précipitations cumulées montrent que les comportements moyens des modèles sont quand même sensiblement proches.

3 Tests de sensibilité avec guidage en vent

L’objectif de cette section est, dans le cadre d’un guidage par le vent, d’étudier l’influence de 3 paramètres atmosphériques sur la réponse du modèle sur un mois de Janvier. Les paramètres sont les suivants : la vitesse de chute des cristaux de glace, la température minimum de persistance de phase mixte liquide/solide et la longueur de mélange de la turbulence.

3.1 Vitesse de chute des cristaux de glace

On commence par étudier en premier l’influence de la vitesse de chute des cristaux de glace (notée $ffallv$). En première approche le raisonnement est le suivant : lorsque la vitesse de chute diminue, les nuages persistent plus longtemps, donc plus de radiations LW ($LW^\downarrow$) sont envoyées vers le sol, ce qui conduit à une hausse de la température du sol (T_{sol}). De plus, la température de la colonne d’atmosphère sous le nuage augmente, ainsi le rapport de mélange r_{sat} doit, d’après la relation de Clausius-Clapeyron, lui aussi augmenter, entraînant ainsi une hausse des précipitations (neigeuses dans l’Arctique en Janvier). En effet, en hiver Arctique, il n’y pas de radiations solaires (SW), l’atmosphère est donc très stratifiée avec les températures les plus faibles en surface, donc les nuages ont pour effet de réchauffer la surface. On regarde donc les sorties des modèles *clim* et *slab* pour vérifier ces affirmations.

Sur la Figure 3, on observe que lorsque que l’on diminue $ffallv$ on a bien une augmentation de $LW^\downarrow$.

Pour le modèle *clim*, en moyenne, $LW^\downarrow$ est plus grand pour $ffallv$ petit même si ce n'est pas immédiat sur la figure. On remarque aussi l'augmentation de la température de surface T_{sol} et du cumul de neige qui suivent la diminution de $ffallv$, ce qui est cohérent avec les explications précédentes. Enfin, l'impact de $ffallv$ sur la production de banquise n'est pas évident, en effet la diminution de $ffallv$ engendre une augmentation du cumul de neige mais une augmentation de T_{sol} tandis que l'augmentation de $ffallv$ conduit à une diminution du cumul de neige mais une diminution de T_{sol} . Or, la production de glace de mer augmente quand le cumul de neige augmente et T_{sol} diminue. Il y donc une compétition entre ces deux paramètres. D'après la Figure 3, la production de glace augmente quand la vitesse de chute des cristaux de glace augmente, donc T_{sol} semble impacter plus la production que le cumul de neige.

3.2 Température minimum de persistance de phase mixte liquide/solide

Dans les nuages polaires, l'eau liquide peut persister en surfusion à des températures très inférieures à 0°C, formant une phase mixte liquide/solide avec des cristaux de glaces jusqu'à une certaine température minimale. Cette température est modifiée de plus ou moins 10 K par rapport au contrôle. On observe figure 4 que la température du sol est plus élevée lorsque la température minimale de phase mixte est plus basse. Dans ce cas, il y a aussi plus de flux IR descendant, et ces deux paramètres conduisent à une formation de glace plus faible lorsque $tglacemin$ est faible. Une chose intéressante à regarder est le fait que la configuration *clim* présente une formation de glace très proche du contrôle avec $tglacemin = 233$ K, mais la configuration *slab* est plus proche du contrôle dans le cas opposé, ce qui témoigne de sensibilités différentes des modèles (on peut imaginer qu'il y a un certain seuil de $tglacemin$ au dessus duquel ce paramètre n'a plus trop d'effet, et qu'il est différent pour les deux configurations). On explique la différence de température de surface entre les différentes valeurs de $tglacemin$ par les différences de propriétés radiatives entre les gouttelettes d'eau et les cristaux de glace. Les cristaux de glace ont une émissivité infrarouge plus faible que les gouttes d'eau, donc si on a plus de gouttes, le rayonnement émis vers la surface est plus important, à quantité égale de nuages. Il en découle que pour $tglacemin$ plus faible, c'est à dire en conservant plus de gouttes d'eau par rapport aux cristaux de glace, le flux IR descendant à la surface est plus important.

3.3 Longueur de mélange de la turbulence

Pour finir, on s'intéresse à l'influence de la longueur de mélange (notée $lmixmin$), qui correspond à la hauteur de la couche atmosphérique dans laquelle un transfert turbulent est maintenu, qui tend à homogénéiser certaines caractéristiques physiques dans cette couche, comme la température ou l'humidité. Tout d'abord, afin de vérifier cela, on étudie l'évolution de $T_{2m} - T_{sol}$ en fonction de $lmixmin$. $T_{2m} - T_{sol}$ doit tendre vers 0 lorsque $lmixmin > 2m$.

Sur la Figure 5(a)-5(b), pour le modèle *clim*, $T_{2m} - T_{sol}$ tend vers 0 pour les 3 valeurs de longueur de mélange, mais pour le modèle *slab*, la différence entre les 3 valeurs de $lmixmin$ est plus marquée, avec $T_{2m} - T_{sol} > 0$ pour $lmixmin = 0.1m$ et des extrema moins élevés et une convergence vers 0 de $T_{2m} - T_{sol}$ pour $lmixmin = 1m$ et $lmixmin = 10m$. On en déduit donc qu'augmenter $lmixmin$ permet de réduire l'écart entre T_{2m} et T_{sol} . On a bien une homogénéisation de la température dans la couche mélangée.

La température étant croissante avec l'altitude dans la nuit polaire, augmenter la longueur de mélange permet de ramener de l'air plus chaud d'altitude vers la surface et doit donc augmenter T_{sol} . Cette augmentation de T_{sol} devrait conduire à une baisse de la production banquise.

On observe sur la Figure 5(c)-5(d), plus particulièrement pour le modèle *slab*, que l'augmentation de la longueur de mélange induit une augmentation de la température de surface. On a la même tendance pour

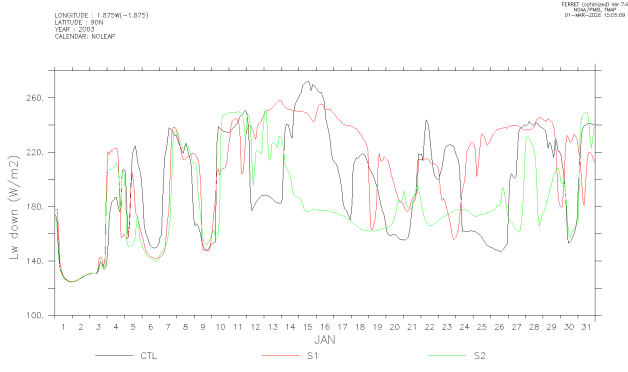
le modèle *clim*, à part pour $l_{mixmin} = 1m$ qui devrait être compris entre les 2 autres valeurs de l_{mixmin} . On veut maintenant regarder l'impact de la longueur de mélange sur la production de glace. Pour cela, on s'intéresse à l'évolution de l'épaisseur de glace pour les 3 valeurs de l_{mixmin} . Sur la Figure 5(e)-5(f), on remarque bien que l'épaisseur de glace diminue lorsque l'on augmente la longueur de mélange, ce qui est cohérent avec les résultats précédents. On retrouve aussi l'anomalie pour $l_{mixmin} = 1m$ pour le modèle *clim*.

Ainsi, l'augmentation de la longueur de mélange entraîne une hausse de la température de surface, ce qui conduit à une baisse de la production de glace de mer.

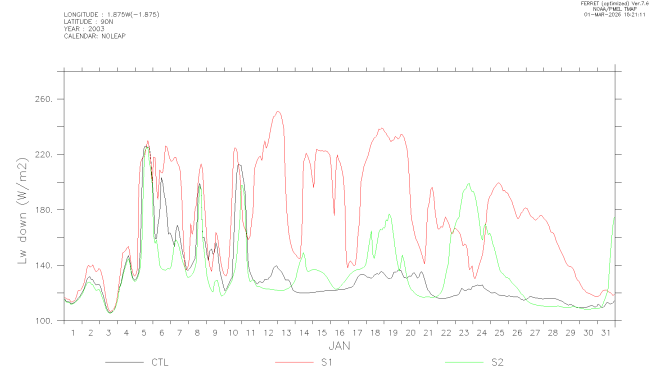
4 Conclusion de ce mini projet

Ce mini projet à permis de souligner l'effet des paramétrisations d'un modèle sur la banquise, modélisée elle même par un modèle simple. Cela permet de souligner la sensibilité de la modélisation aux paramètres choisis. On peut résumer cela ci-dessous :

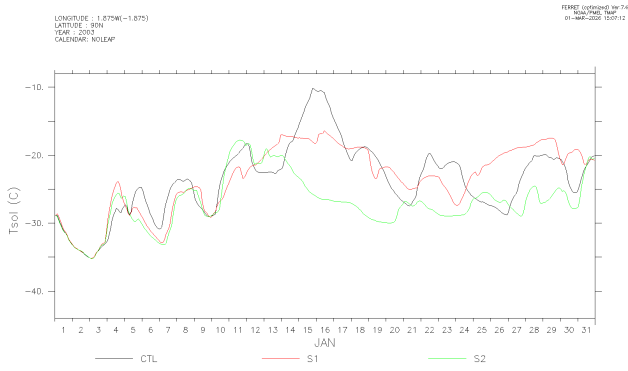
- La diminution de la vitesse de chute des cristaux prolonge la durée de vie des nuages, augmente le flux infrarouge descendant et la température de surface
- Abaisser la température minimale de phase mixte favorise la présence de gouttelettes liquides, accroît le rayonnement infrarouge vers la surface, réchauffe le sol et diminue la formation de glace de mer.
- Augmenter la longueur de mélange homogénéise la couche limite, transporte de l'air plus chaud vers la surface, élève la température de surface et entraîne une diminution de l'épaisseur de glace.



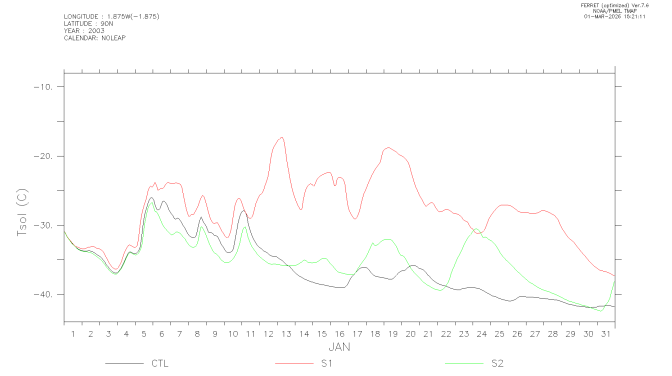
(a)



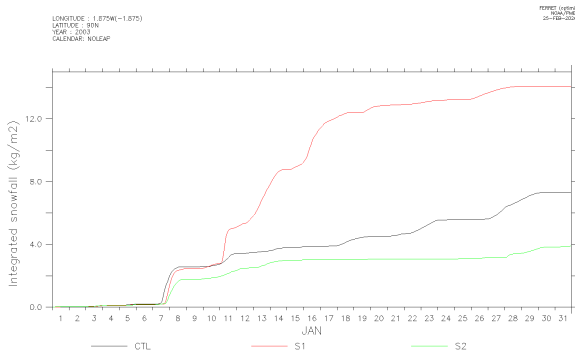
(b)



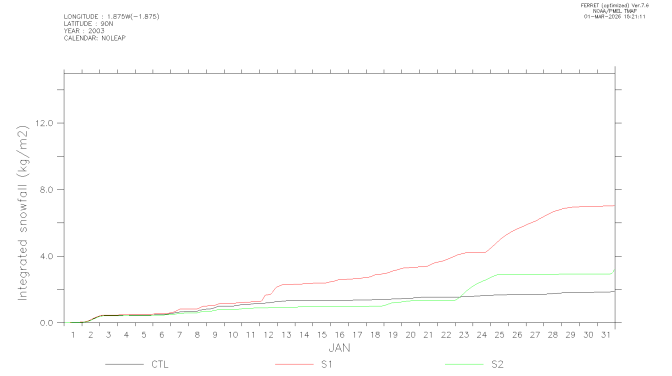
(c)



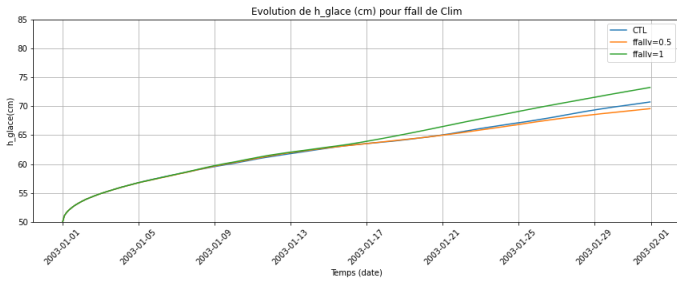
(d)



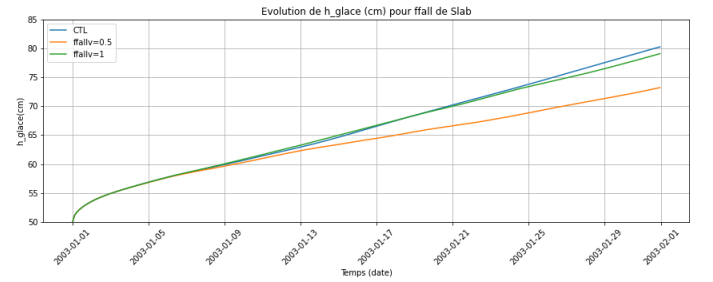
(e)



(f)

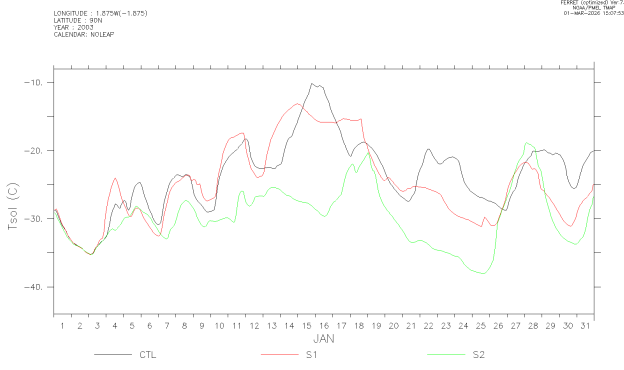


(g)

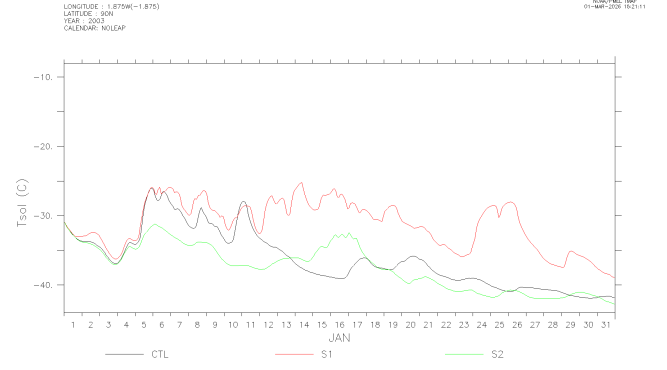


(h)

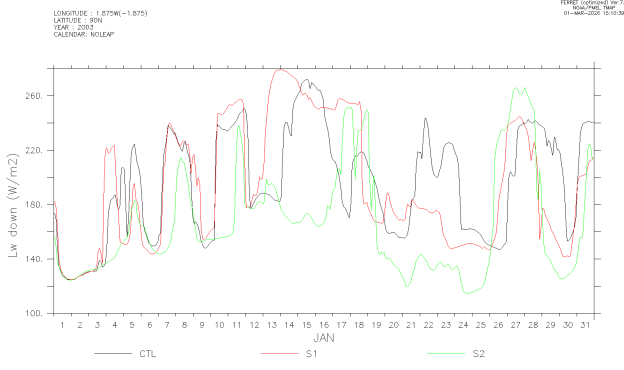
FIGURE 3 – En noir le contrôle ($ffallv=0.8$), en rouge $ffallv=0.5$ et en vert $ffallv=1$: (a) $LW^\downarrow$ en surface pour le modèle *clim* (b) $LW^\downarrow$ en surface pour le modèle *slab* (c) T_{sol} pour le modèle *clim* (d) T_{sol} pour le modèle *slab* (e) épaisseur de glace pour le modèle *clim* (f) épaisseur de glace pour le modèle *slab*. En bleu le contrôle ($ffallv = 0.8m$), en vert $ffallv = 1$ et en orange $ffallv = 0.5$: (g) Epaisseur de glace pour le modèle *clim* (h) Epaisseur de glace pour le modèle *slab*.



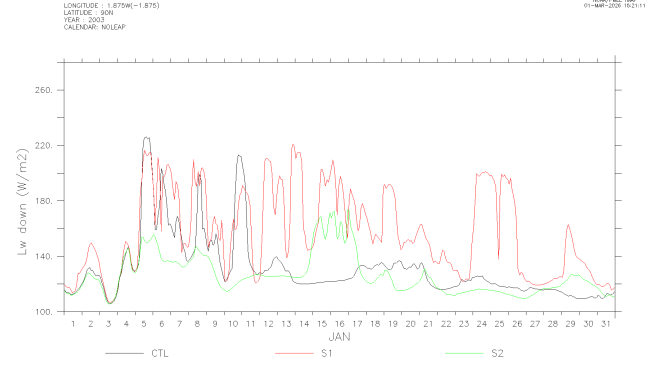
(a)



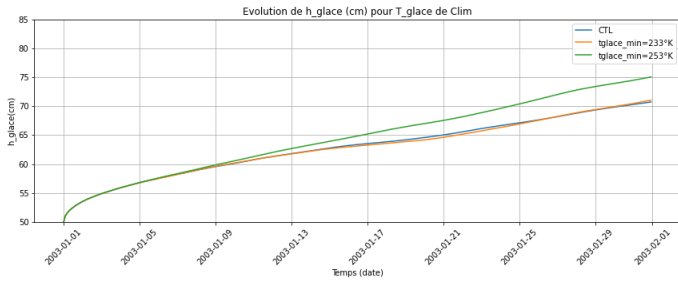
(b)



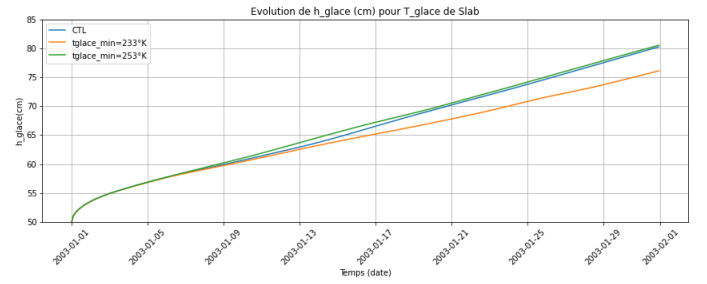
(c)



(d)

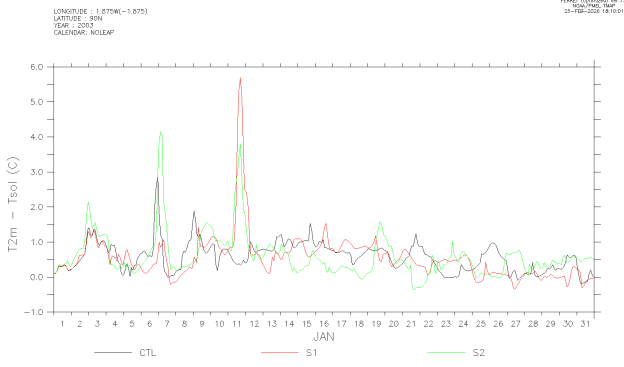


(e)

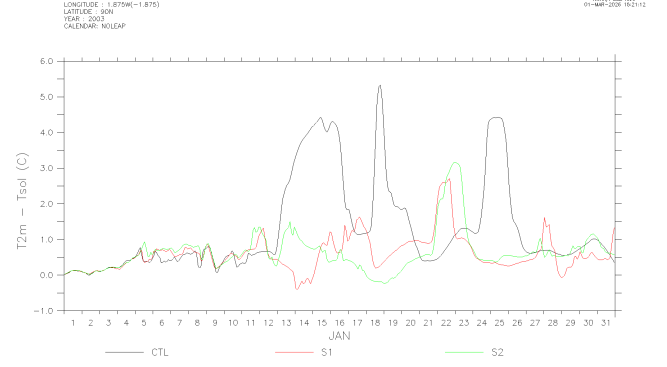


(f)

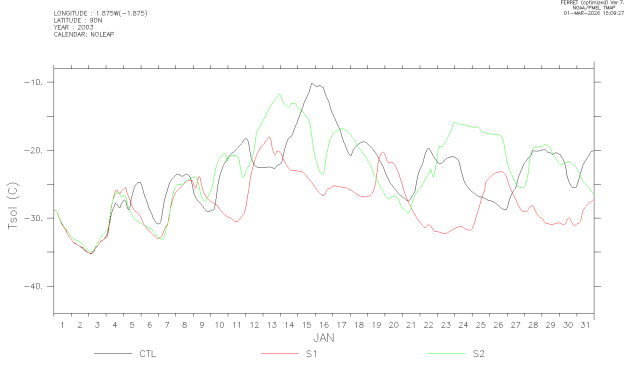
FIGURE 4 – En noir le contrôle ($t_{glacemin}=243\text{ K}$), en rouge $t_{glacemin}=233\text{ K}$ et en vert $t_{glacemin}=253\text{ K}$: (a) T_{sol} pour le modèle *clim* (b) T_{sol} pour le modèle *slab* (c) $LW^{\downarrow}$ en surface pour le modèle *clim* (d) $LW^{\downarrow}$ en surface pour le modèle *slab* (e) épaisseur de glace pour le modèle *clim* (f) épaisseur de glace pour le modèle *slab*



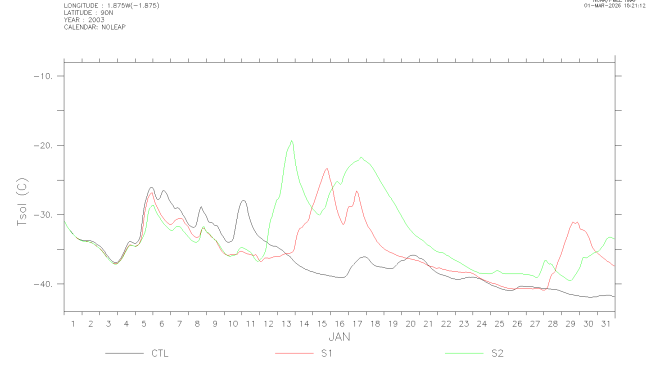
(a)



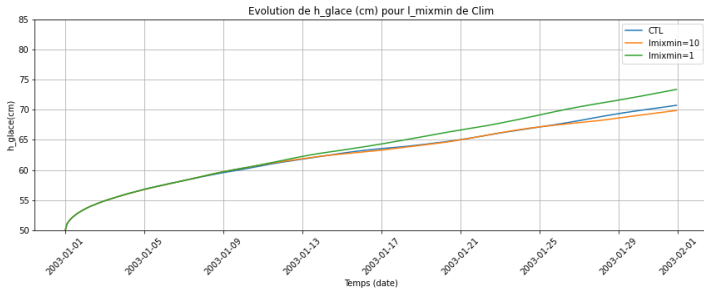
(b)



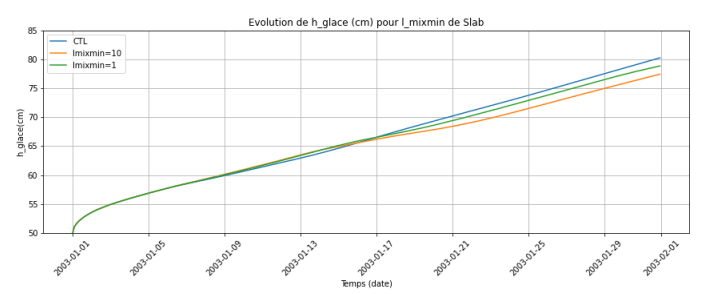
(c)



(d)



(e)



(f)

FIGURE 5 – En noir le contrôle ($lmixmin = 0.1m$), en rouge $lmixmin = 1m$ et en vert $lmixmin = 10m$: (a) $T_{2m} - T_{sol}$ pour le modèle *clim* (b) $T_{2m} - T_{sol}$ pour le modèle *slab* (c) T_{sol} pour le modèle *clim* (d) T_{sol} pour le modèle *slab*. En bleu le contrôle ($lmixmin = 0.1m$), en vert $lmixmin = 1m$ et en orange $lmixmin = 10m$: (e) Epaisseur de glace pour le modèle *clim* (f) Epaisseur de glace pour le modèle *slab*.