

Développement d'un modèle physico-numérique de la couche limite convective

Master SOAC - Sorbonne Université

Sacha Czernichow
Clément Gouy-Paillier
Hamza Kammoun
Yahya Mohandi
Titouan Moulin

Table des matières

1	Introduction	2
2	Diffusion turbulente et couche d'Ekman	2
2.1	Geostrophie, Ekman et coefficient de diffusion turbulente	2
2.1.1	Geostrophie	2
2.1.2	Discretisation numérique et schéma explicite	3
2.1.3	Calcul du coefficient de diffusion K_z	3
2.1.4	Stabilité du schéma explicite	4
2.2	Diffusion turbulente implicite	4
3	Panache thermique	5
3.1	Approche théorique	5
3.2	Numérisation des équations	6
3.3	Initialisation et implémentation	8
4	Panache humide et schéma de nuage	8
4.1	Approche théorique	8
4.1.1	Vitesse verticale du panache	8
4.1.2	Coefficient de diffusion turbulente	9
4.1.3	Schéma de nuage statistique	9
4.2	Résultats	9
4.3	Changement de phase (optionnel)	9
4.4	Advection verticale par subsidence (optionnel)	10
5	Transfert Radiatif	11
5.1	Introduction	11
5.2	Calcul des Flux et Transmittivité	12
5.3	Interprétation	13
6	Combinaison des modules	14
7	Conclusion	14

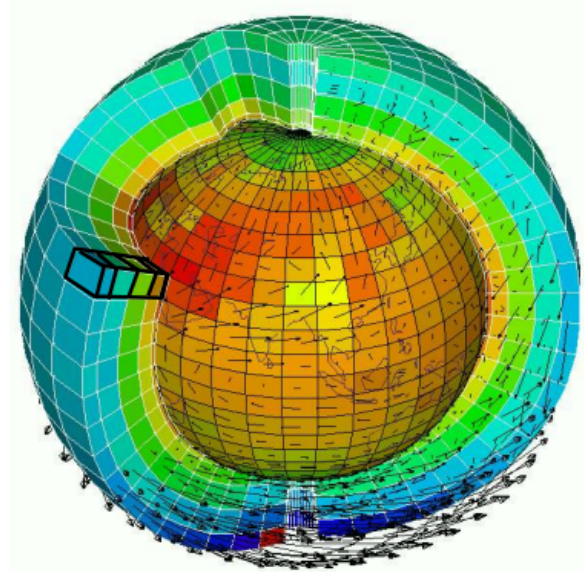


FIGURE 1 – Grille spatiale du modèle LMDZ

1 Introduction

Le modèle LMDZ est un modèle de circulation générale atmosphérique composé d'une partie dynamique en trois dimension (3D) et d'une partie physique en une dimension (1D). La partie physique est donc uniquement décrit sur un plan vertical, divisé en plusieurs niveaux (79 niveaux) et ensuite intégré au schéma dynamique. Cela permet d'optimiser le coût de simulation et permet par ailleurs une bonne représentation des interactions entre physique et dynamique : la physique à petite échelle va permettre, mis bout à bout, de générer la dynamique globale. On peut voir sur la Fig. 1 un schéma de la grille spatiale du LMDZ.

Durant ce projet, nous sommes parti d'un modèle LMDZ composé de son squelette dynamique complet mais avec une partie physique composé uniquement d'un module de diffusion turbulente. Nous avons alors complété cette dernière avec un module de diffusion turbulente mis en place avec un schéma explicite et implicite et un module de panache thermique.

2 Diffusion turbulente et couche d'Ekman

2.1 Geostrophie, Ekman et coefficient de diffusion turbulente

2.1.1 Geostrophie

L'objectif ici est d'implémenter le code d'un schéma explicite pour résoudre numériquement l'équation de diffusion turbulente pour le traceur q . On considérera d'abord la couche d'Ekman seule et ensuite on rajoutera un coefficient de diffusion turbulente K_z .

On commencera par coder les équations de la couche d'Ekman en rajoutant au modèle le terme de Coriolis :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = f(v - v_g) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -f(u - u_g) \quad (2)$$

où $(u_g, v_g) = (10, 0)$ m/s est le vent géostrophique, uniforme sur toute la colonne, et f est le paramètre de Coriolis calculé pour une latitude de 45 degrés :

$$f = 2 \Omega \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \times \frac{2\pi}{86400} \times \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \approx 1,028 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad (3)$$

En posant le vent complexe $\tilde{u} = (u - u_g) + i(v - v_g)$, on obtient :

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} = -i f \tilde{u} \quad (4)$$

dont la solution est de la forme :

$$\tilde{u}(t) = \tilde{u}(0) e^{-i f t} \quad (5)$$

Les conditions initiales étant $(u_0, v_0) = (u_g, 0)$, on a $\tilde{u}(0) = 0$ pour toutes les couches. Le vent est déjà à l'équilibre géostrophique et les tendances de Coriolis sont nulles. Sans diffusion, aucune spirale d'Ekman ne se développe.

2.1.2 Discrétisation numérique et schéma explicite

On adopte un schéma explicite en temps. Pour chaque couche k et à chaque pas de temps Δt :

$$u_k^{n+1} = u_k^n + \Delta t \cdot f (v_k^n - v_g) \quad (6)$$

$$v_k^{n+1} = v_k^n - \Delta t \cdot f (u_k^n - u_g) \quad (7)$$

Les tendances δu et δv sont accumulées avec les autres contributions physiques et c'est celles-ci qui vont les éloigner du cas d'une couche d'Ekman idéal qui ne bougerait pas sans influence extérieure de la diffusion (résultat théorique). En résumé $\delta u = \delta u + \delta u_{\text{Coriolis}}$ et de même pour δv à chaque couche.

Ce schéma est conditionnellement stable (d'où l'intérêt de traiter le cas implicite plus tard pour obtenir une stabilité inconditionnelle).

2.1.3 Calcul du coefficient de diffusion K_z

Version par défaut

Un coefficient décroissant avec l'altitude est imposé dans le code :

$$K_z(k) = 2 \frac{1 - \tanh\left[2\left(k - \frac{5}{6}N_{\text{lev}}\right)\right]}{2} \quad (8)$$

Pour commencer, on aurait aussi pu prendre un coefficient de diffusion constant.

Version dépendante du cisaillement du vent

On calcule un coefficient physique basé sur la longueur de mélange et le nombre de Richardson.

— **Longueur de mélange :**

$$l_{\text{mix}}(k) = \frac{l_0 z_k}{l_0 + z_k} \quad \text{avec} \quad l_0 = 100 \text{ m} \quad (9)$$

où z_k est l'altitude calculée à partir du géopotential en k .

— **Fréquence de Brunt-Väisälä :** La stabilité statique est mesurée par :

$$N^2(k) = \frac{g}{\theta(k)} \frac{\theta(k) - \theta(k-1)}{\Delta z(k)} \quad (10)$$

— **Cisaillement** :

$$M^2(k) = \left(\frac{u_k - u_{k-1}}{\Delta z(k)} \right)^2 + \left(\frac{v_k - v_{k-1}}{\Delta z(k)} \right)^2 \quad (11)$$

— **Nombre de Richardson** : (rapport entre stabilité statique et cisaillement)

$$\text{Ri}(k) = \begin{cases} N^2(k)/M^2(k) & \text{si } M^2(k) \geq 10^{-6} \\ 0,25 & \text{sinon (évite la division par zéro)} \end{cases} \quad (12)$$

— **Coefficient de diffusion turbulente** :

$$K_z(k) = l_{\text{mix}}(k) \sqrt{\max(l_{\text{mix}}(k) M^2(k) (1 - 4 \text{Ri}(k)), e_{\text{min}})} \quad (13)$$

où e_{min} est une valeur minimale qui garantit la positivité. On note que la formule utilise Ri_c comme seuil critique et nous utilisons 4 Ri pour séparer l'ordre et le chaos de la turbulence dans le fluide, ce qui correspond à $\text{Ri}_c = 0,25$.

2.1.4 Stabilité du schéma explicite

Pour un problème de diffusion 1D avec un coefficient uniforme K_z , la condition de stabilité s'écrit :

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta z)^2}{2 K_z} \quad (14)$$

Avec des couches de l'ordre de quelques dizaines de mètres et K_z variant de 1 à 15 m^2/s environ, on obtient une limite de stabilité de l'ordre de quelques dizaines ou centaines de secondes. Des tests avec des pas de temps de 1 à 100 s permettent de visualiser l'apparition de l'instabilité numérique au-delà de ce seuil.

2.2 Diffusion turbulente implicite

L'objectif de cette section est d'implémenter le code d'un schéma implicite pour résoudre numériquement l'équation de diffusion turbulente pour le traceur q :

$$\partial_t q = \frac{1}{\rho} \partial_z (\rho K_z \partial_z q) \quad (15)$$

L'avantage du schéma implicite par rapport au schéma explicite réside dans sa stabilité numérique non conditionnelle, qui permet d'exécuter le modèle avec de grand pas de temps (pour un même pas d'espace).

La première étape est de discrétiser l'équation 15 :

$$\begin{cases} \frac{q_k^{n+1} - q_k^n}{\Delta t} &= -\frac{1}{\rho_k \Delta z_k} (F_{k+1/2}^{n+1} - F_{k-1/2}^{n+1}) \\ F_{k+1/2}^{n+1} &= -\frac{\rho_{k+1/2} K_{z,k+1/2}}{\Delta z_{k+1/2}} (q_{k+1}^{n+1} - q_k^{n+1}) \\ F_{k-1/2}^{n+1} &= -\frac{\rho_{k-1/2} K_{z,k-1/2}}{\Delta z_{k-1/2}} (q_k^{n+1} - q_{k-1}^{n+1}) \end{cases}$$

L'indice k est un indice d'espace qui va de 0 à k_{lev} , et n est l'indice de temps. L'objectif est de calculer le pas de temps $n+1$ en connaissant l'état du modèle au pas de temps n . Les flux sont considérés aux interfaces (bord des mailles). La majeure différence par rapport au schéma explicite est que dans le schéma implicite, on utilise les flux au temps $n+1$.

En pratique, les niveaux verticaux n'étant pas d'égales épaisseurs et la densité varie avec l'altitude, on utilise donc une quantité qui conserve la masse, $\rho \Delta z$ pour les dérivées : $\rho_k \Delta z_k = \frac{\rho_{k+1} \Delta z_{k+1} - \rho_{k-1} \Delta z_{k-1}}{2 \rho(k)}$. De plus, K_z n'est pas défini sur les bord de la maille mais en son centre (comme u, v, theta,..) on utilise donc $K_{z,k+1/2} = kz(k)$ et $K_{z,k-1/2} = kz(k-1)$. On injecte ces éléments dans le calcul des flux et les flux dans l'équation pour q_k^n , en utilisant les notations du modèle :

$$0 = q_k^{n+1} \left(1 + \overbrace{\frac{dt}{\rho_{k+1} \Delta z_{k+1}} \left[\frac{kz(k+1) \rho_{k+1}^2}{\rho_{k+1} \Delta z_{k+1} - \rho_{k+1} \Delta z_k} + \frac{kz(k) \rho_k^2}{\rho_{k+1} \Delta z_k - \rho_{k+1} \Delta z_{k-1}} \right]}^{b_k=1-a_k-c_k} \right) - q_{k+1}^{n+1} \frac{dt}{\rho_{k+1} \Delta z_{k+1}} \frac{kz(k+1) \rho_{k+1}^2}{\rho_{k+1} \Delta z_{k+1} - \rho_{k+1} \Delta z_k} \Bigg\} c_k - q_{k-1}^{n+1} \frac{dt}{\rho_{k+1} \Delta z_{k+1}} \frac{kz(k) \rho_k^2}{\rho_{k+1} \Delta z_k - \rho_{k+1} \Delta z_{k-1}} \Bigg\} a_k - q_k^n$$

Avec des notations plus claires :

$$a_k q_{k-1}^{n+1} + b_k q_k^{n+1} + c_k q_{k+1}^{n+1} - q_k^n = 0 \quad (16)$$

On introduit les coefficients A_k, B_k tels que $q_k = A_k q_{k-1} + B_k$. On peut réécrire l'équation précédente comme :

$$a_k q_{k-1}^{n+1} + A_k b_k q_{k-1}^{n+1} + b_k B_k + c_k A_{k+1} A_k q_{k-1}^{n+1} + c_k A_{k+1} B_k + c_k B_{k+1} - q_k^n = 0$$

Ce qui permet d'écrire les coefficients :

$$A_k = \frac{-a_k}{b_k + c_k A_{k+1}} \quad (17)$$

$$B_k = \frac{q_k^n - c_k B_{k+1}}{b_k + c_k A_{k+1}} \quad (18)$$

Ces expressions permettent de calculer numériquement les coefficients A_k et B_k en descendant la colonne. ON impose donc un flux nul au sommet, ie $q_{k_{lev}} = q_{k_{lev}-1}$ donc $A_{k_{lev}} = 1$ et $B_{k_{lev}} = 0$.

De plus, à la surface le flux est imposé : $F_{1/2} = -\frac{q_1 - q_0}{\Delta z}$. Une fois les coefficients A_k et B_k obtenus pour toute la colonne, on peut remonter pour calculer la nouvelle valeur du traceur q après diffusion : $q_k = A_k q_{k-1} + B_k$

Avantage et limites du schéma implicite :

Le schéma implicite est inconditionnellement stable pour la diffusion (aucune restriction en terme de CFL, contrairement à une résolution explicite). Cela permet d'utiliser des pas de temps plus grand et donc de filtrer le bruit des hautes fréquences. Cependant, ce schéma a quelques contraintes, comme la nécessité d'inverser une matrice tridiagonale à chaque pas de temps. De plus l'implémentation est plus compliqué et nécessite d'être rigoureux sur le choix des conditions de bord.

3 Panache thermique

3.1 Approche théorique

En parallèle, nous avons développer une paramétrisation de panache thermique. Pour simplifier nous avons séparer la maille en deux partie : une partie d'ascendance (le panache thermique) et une partie

de subsidence (le reste de la maille). Cette séparation est supposée constante, la partie d'ascendance représentant une fraction $\alpha = 0.1$ de la maille total.

L'ascendance d'air est caractérisé par sa vitesse verticale w et son flux de masse $f = \rho\alpha w$. On modélise l'ascendance par la conservation de la masse :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = e - d \quad (19)$$

avec e l'entraînement (la quantité d'air qui rentre dans le thermique) et d le déentraînement (la quantité d'air qui sort du thermique). On peut alors généraliser cette logique à n'importe quel traceur q .

$$\frac{\partial f q^{th}}{\partial z} = e q - d q^{th} \quad (20)$$

avec q^{th} la valeur du traceur dans le thermique et q la valeur dans le reste de la maille. Pour f et w , on ne considère que les valeurs dans le thermique donc on ne leur associe pas d'indice th mais en toute rigueur il devrait y en avoir un à chaque fois. En appliquant 20 à la vitesse verticale w , on obtient :

$$\frac{\partial f w}{\partial z} = -dw + \rho\gamma$$

avec $\gamma = g \frac{\theta^{th} - \theta}{\theta}$, θ^{th} la température potentielle dans le thermique, θ la température potentielle de l'environnement, ρ la masse volumique et g la constante gravitationnelle. En remplaçant f par son expression en fonction de w et en supposant dans un premier temps $d = 0$, on obtient :

$$\frac{\partial w^2}{\partial z} = \frac{g}{\alpha} \frac{\theta^{th} - \theta}{\theta} \quad (21)$$

De même, en appliquant 20 à θ , on obtient :

$$\frac{\partial f \theta^{th}}{\partial z} = e \theta - d \theta^{th} \quad (22)$$

3.2 Numérisation des équations

Dans un premier temps, on discrétise l'équation 21 et on obtient :

$$w_{k+1}^2 = \frac{\rho_k}{\rho_{k+1}} w_k^2 + \frac{\rho_k}{\rho_{k+1}} \frac{g \delta z_k}{\alpha} \frac{\theta_k^{th} - \theta_k}{\theta_k} \quad (23)$$

avec δz_k l'épaisseur de la couche k .

On vérifie alors que la partie droite de l'équation est strictement positive avant de prendre la racine carré pour avoir w_{k+1} . On peut ainsi calculer $f_{k+1} = \alpha \rho_{k+1} w_{k+1}$. En utilisant 19, on peut alors déterminer l'entraînement et le déentraînement en supposant que les deux ne peuvent pas être simultanément non nul. On obtient alors :

$$e = \max(0, f_{k+1} - f_k) \quad (24)$$

$$d = \max(0, f_k - f_{k+1}) \quad (25)$$

En effet, par conservation de la masse, si le flux de masse en haut de la couche est plus important qu'en bas, on doit bien avoir de la masse qui vient de l'extérieure. Inversement, le flux de masse en bas est plus important, la masse doit bien aller quelque part et sort donc du thermique.

On peut alors se servir de d pour calculer un nouveau w en utilisant 3.1 :

$$w_{k+1}^2 = \frac{\rho_k}{\rho_{k+1}} w_k^2 - \frac{d_k w_k}{\rho_{k+1} \alpha} + \frac{\rho_k}{\rho_{k+1}} \frac{g \delta z_k}{\alpha} \frac{\theta_k^{th} - \theta_k}{\theta_k} \quad (26)$$

On vérifie à nouveau que la partie de droite est strictement positive avant de prendre la racine afin d'obtenir une nouvelle valeur de w_{k+1} . On peut ainsi avoir une nouvelle valeur de $f_{k+1} = \alpha \rho_{k+1} w_{k+1}$. Enfin, on en déduit une valeur de la température potentielle à la couche suivante :

$$\theta_{k+1}^{th} = \frac{f_k}{f_{k+1}} \theta_k^{th} + \frac{e_k \theta_k - d_k \theta_k^{th}}{f_{k+1}} \quad (27)$$

Nous avons donc la suite d'équation qui nous permettent de calculer la vitesse verticale et la température potentielle du panache thermique dans chaque couche verticale en partant de la première couche. Nous allons maintenant voir comme l'implémenter et en particulier comment l'initialiser correctement.

Enfin, on peut déterminer l'influence du thermique sur la température potentielle globale en effectuant un bilan sur une couche entière. On regarde le flux entrant et sortant de la couche dans le panache où il y a ascendance et dans l'environnement où il y a descendance. On a :

- * Dans le panache thermique :
 - $f_k \theta_{k-1}^{th}$ qui rentre par le bas
 - $f_{k+1} \theta_k^{th}$ qui sort par le haut
- * Dans l'environnement :
 - $f_{k+1} \theta_{k+1}$ qui rentre par le haut
 - $f_k \theta_k$ qui sort par le bas

On comprend bien que les flux de masses en haut de la couche k du thermique et de l'environnement sont intimement liés par la conservation de la masse. Sans refaire la démonstration on comprend que ce qui sort du thermique par le haut va devoir redescendre dans l'environnement par le haut aussi. Ainsi, en regardant les flux en bas de chaque couche (qu'on notera ϕ_k) :

$$\begin{aligned} \phi_k &= f_k (\theta_{k-1}^{th} - \theta_k) \\ \phi_{k+1} &= f_{k+1} (\theta_{k+1} - \theta_k^{th}) \end{aligned}$$

En écrivant l'équation de conservation sous la forme :

$$\frac{\partial(\rho\theta)}{\partial t} + \text{div}(\phi) = 0 \quad (28)$$

On discrétise alors cette équation 28 et on remplace les ϕ_k par leurs expressions. On obtient l'impact du panache thermique sur la variation de la température potentielle :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)_k^{th} = \frac{f_{k+1} (\theta_{k+1} - \theta_k^{th}) + f_k (\theta_{k-1}^{th} - \theta_k)}{\rho_k \delta z_k} \quad (29)$$

En reprenant le code de la partie physique, on peut ajouter ce terme dans le calcul de la variation de la température potentielle :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^{dif} + \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^{th} \quad (30)$$

avec $\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^{dif}$ la variation de θ dû à la diffusion.

3.3 Initialisation et implémentation

La partie physique initiale contient le profil verticale de masse volumique, de température potentielle de l'environnement θ et l'épaisseur de chaque couche δz_k . Il reste donc à initialiser w , e , d et θ^{th} .

Le panache thermique se déclenche si la diffusion thermique induit une inversion de température potentielle dans la première couche (i.e. si $\theta_1 > \theta_2$). Si cette condition est vérifiée, on déclenche alors le thermique qui commence à la couche 2 (l'air de la couche 1 monte d'une couche) : $\theta_2^{th} = \theta_1$. On suppose que rien ne se passe à la couche 1 donc : $w_1 = e_1 = d_1 = 0$ et $\theta_1^{th} = \theta_1$. On a de plus supposé $d_2 = 0$. On peut ainsi calculer la vitesse verticale à la couche 2 en utilisant l'équation 23. Comme $w_1 = 0$ et $\theta_2^{th} > \theta_2$ on a bien $w_2 > 0$ et on a donc un panache thermique. On va alors pouvoir itérer jusqu'à ce que $w_k \leq 0$. Le panache s'est donc arrêté à la couche k et on a $w_p = 0$ pour tout $p > k$.

4 Panache humide et schéma de nuage

4.1 Approche théorique

Cette section présente le développement d'un modèle de panache humide couplé à un schéma statistique de nuage sous-maille. L'objectif est double : d'une part calculer la vitesse verticale d'une ascendance convective pour en déduire un coefficient de diffusion turbulente, d'autre part estimer la fraction nuageuse à partir d'une distribution sous-maille de l'humidité.

4.1.1 Vitesse verticale du panache

On calcule la vitesse verticale w d'une particule d'air ascendante à partir de l'équation de conservation de l'énergie cinétique verticale :

$$w \partial_z w = B \quad (31)$$

avec la flottabilité B définie par :

$$B = g \frac{\theta_k^{th} - \theta_k}{\theta_k} \quad (32)$$

où θ_k^{th} est la température potentielle dans le panache à la couche k et θ_k celle de l'environnement. En discrétisant l'équation 31 entre deux couches consécutives, on obtient :

$$w_k^2 = w_{k-1}^2 + 2 B_k \delta z_k \quad (33)$$

Le calcul est arrêté dès que $w_k^2 \leq 0$, ce qui définit le sommet du panache k_{top} .

La particule monte de façon **adiabatique** : θ^{th} est conservée tout au long de l'ascendance et initialisée à la valeur de la couche de surface (couche k_{lev} , la plus basse du modèle) :

$$\theta_k^{th} = \theta_{k_{lev}} \quad \forall k \quad (34)$$

Optionnellement, si le flag `flag_extrapolation` est activé, θ^{th} est initialisée par une extrapolation linéaire au sol à partir des deux couches les plus basses :

$$\theta_1^{th} = \theta_{k_{lev}} + (\theta_{k_{lev}} - \theta_{k_{lev}-1}) \frac{\delta z_{k_{lev}}}{\delta z_{k_{lev}} + \delta z_{k_{lev}-1}} \quad (35)$$

L'humidité spécifique dans le panache q^{th} est initialisée à la valeur de la couche de surface puis transportée par entraînement latéral avec une longueur caractéristique $L_{entr} = 500$ m :

$$q_k^{th} = q_{k-1}^{th} + (q_k - q_{k-1}^{th}) \frac{\delta z_k}{\delta z_k + L_{entr}} \quad (36)$$

La convention est $w_k = w$ à l'interface haute de la couche k , avec $w_1 = 0$ imposé par l'énoncé.

4.1.2 Coefficient de diffusion turbulente

Une fois la vitesse verticale w_k calculée, on en déduit le coefficient de diffusion turbulente aux interfaces :

$$K_z(k) = l \cdot w_k, \quad l = 10 \text{ m} \quad (37)$$

avec la règle imposée par l'énoncé :

$$K_z(3) = \frac{K_z(2)}{2} \quad (38)$$

Pour garantir la stabilité numérique du schéma explicite, K_z est plafonné par un profil de référence :

$$K_z(k) = \min \left(l \cdot w_k, 2 \frac{1 - \tanh(2(k - k_{lev} \frac{5}{6}))}{2} \right) \quad (39)$$

Au-delà du sommet du panache ($k > k_{top}$), K_z est mis à zéro.

4.1.3 Schéma de nuage statistique

La fraction nuageuse est calculée via la fonction **fq_sat** de la maquette, à partir d'une distribution « chapeau » (uniforme) de l'humidité sous-maille, centrée sur la valeur moyenne q_k et de largeur σ_k :

$$q \sim \mathcal{U} \left[q_k - \frac{\sigma_k}{2}, q_k + \frac{\sigma_k}{2} \right] \quad (40)$$

La largeur σ_k est définie par le rapport $r = q_k / \sigma_k$, contrôlé par le paramètre **cas_r** :

- **cas_r** = 1 : $r = 0.2$ constant
- **cas_r** = 2 : $r = 0.2 \times z_k$ (croît avec l'altitude)
- **cas_r** = 3 : $r \propto |q_k - q_k^{th}|$ (proportionnel à l'écart entre humidité moyenne et humidité du panache calculée via l'équation 36)

4.2 Résultats

Les figures 2, 3 et 4 présentent respectivement l'évolution temporelle de la vitesse verticale du panache w , de l'humidité spécifique dans le panache q^{th} et de la fraction nuageuse r_{neb} , obtenus avec **cas_r=3** et **flag_extrapolation=false** (ascendance adiabatique initialisée à $\theta_{k_{lev}}$).

4.3 Changement de phase (optionnel)

Lorsque le flag **flag_phase_change** est activé, la flottabilité est corrigée pour prendre en compte la chaleur latente libérée lors de la condensation dans le panache. On calcule des températures potentielles virtuelles pour le panache et l'environnement :

$$\theta_k^{th,v} = \theta_k^{th} \left(1 + \frac{L_v q_{sat,k}^{th}}{c_p T_k} \right) \quad (41)$$

$$\theta_k^v = \theta_k \left(1 + \frac{L_v q_k}{c_p T_k} \right) \quad (42)$$

et la flottabilité devient :

$$B = g \frac{\theta_k^{th,v} - \theta_k^v}{\theta_k} \quad (43)$$

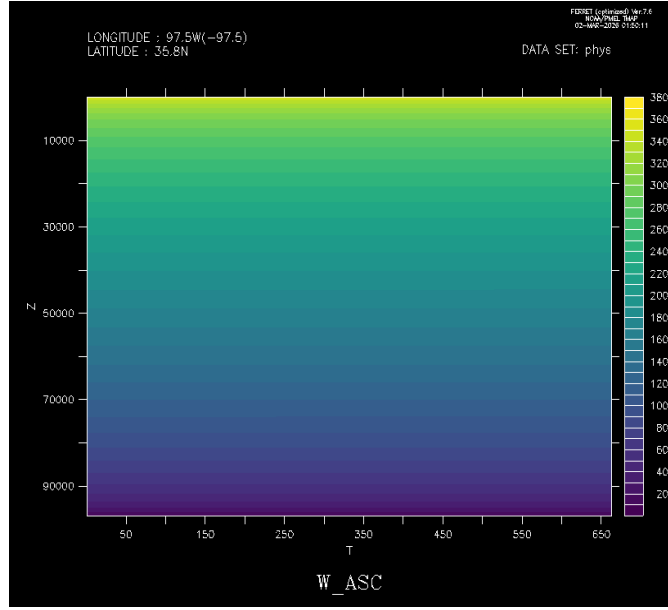


FIGURE 2 – Évolution temporelle de la vitesse verticale du panache w (m/s). Le panache s'arrête à k_{top} où $w^2 \leq 0$.

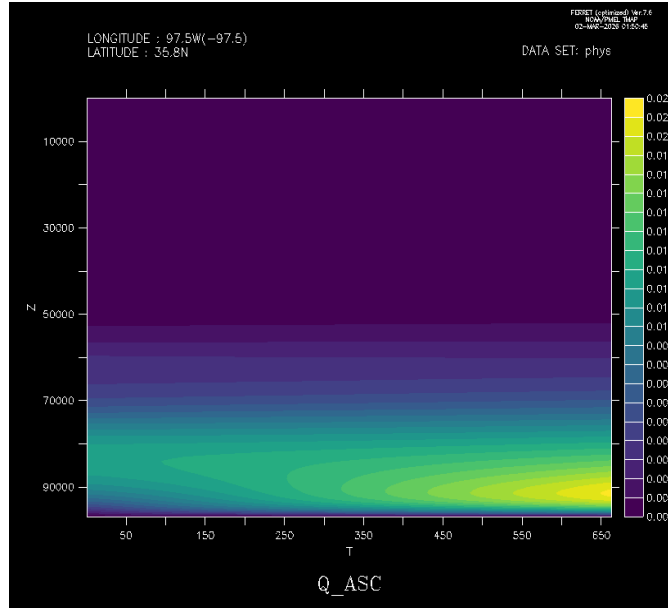


FIGURE 3 – Évolution temporelle de l'humidité spécifique dans le panache q^{th} (kg/kg), calculée par entraînement latéral depuis la couche de surface avec $L_{entr} = 500$ m (`cas_r=3`, `flag_extrapolation=false`).

4.4 Advection verticale par subsidence (optionnel)

Lorsque le flag `flag_advection_q` est activé, une tendance supplémentaire est ajoutée pour simuler l'effet d'une subsidence à grande échelle d'intensité w_s :

$$\left(\frac{\partial q}{\partial t} \right)_k^{sub} = -w_s \left. \frac{\partial q}{\partial z} \right|_k \quad (44)$$

Ce terme permet de reproduire qualitativement les conditions de strato-cumulus rencontrées dans les régions de subsidence.

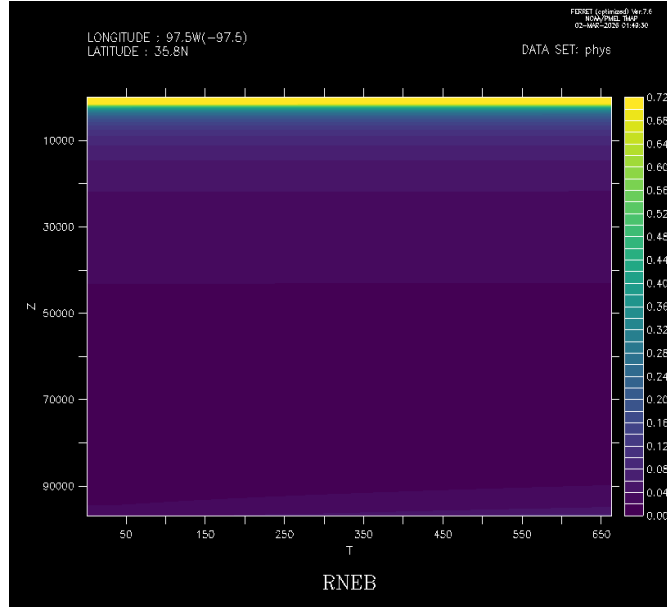


FIGURE 4 – Évolution temporelle de la fraction nuageuse r_{neb} calculée avec la distribution chapeau et la fonction f_{q_sat} ($cas_r=3$).

5 Transfert Radiatif

5.1 Introduction

Le transfert radiatif joue un rôle central dans l'évolution thermique de l'atmosphère : il contrôle une part essentielle des bilans d'énergie et conditionne, via les profils de température, la stabilité verticale et donc la dynamique de la couche limite. Dans ce projet, on cherche à développer et tester un mini modèle de transfert radiatif simplifié, destiné à être couplé à une maquette 1D de colonne atmosphérique.

Le modèle repose sur deux hypothèses structurantes. D'une part, on considère l'approximation grise c'est-à-dire que l'on néglige la dépendance spectrale des propriétés radiatives (absorption/diffusion), en utilisant des transmissions moyennées sur le spectre. D'autre part, l'approximation diffuse suppose un transport radiatif décrit dans une direction effective unique par rapport au zénith, aussi bien pour le rayonnement infrarouge (IR) que pour la partie diffuse du solaire. Ces choix permettent d'écrire des expressions analytiques simples des flux radiatifs verticaux, et donc des tendances thermiques associées.

Dans le domaine infrarouge, la tendance radiative de la température au centre de chaque couche est obtenue à partir de la divergence des flux montants et descendants :

$$\left. \frac{\partial T_{k+\frac{1}{2}}}{\partial t} \right|_{IR} = \frac{g}{C_p} \frac{F_k^\uparrow - F_k^\downarrow - F_{k+1}^\uparrow + F_{k+1}^\downarrow}{p_k - p_{k+1}}, \quad (45)$$

où les flux $F^\uparrow$ et $F^\downarrow$ sont calculés via une transmissivité moyenne $\tau \in [0, 1]$, entre chaque niveaux. Différentes formes de τ peuvent être envisagées. Une option robuste pour la troposphère consiste à utiliser une approximation de forte absorption, où la transmissivité dépend d'un paramètre d'efficacité d'absorption k_{IR} et d'une quantité d'absorbeur pondérée par la pression. Le schéma ne vise pas une description détaillée des bandes moléculaires, mais il conserve l'effet fondamental de la fonction de Planck (σT^4), indispensable pour l'équilibre thermique.

5.2 Calcul des Flux et Transmittivité

Dans un premier temps l'objectif est de calculé un taux de transmission entre chaque couche k et l à partir de la formule suivante :

$$\tau_{k,l} = \exp(-k_{\text{IR}} up) \quad (46)$$

avec up écrit comme :

$$up = \int p \rho dz = (p_k - p_l) \frac{(p_k + p_l)}{2} \quad (47)$$

Dans notre cas on considère un modèle à 95 couches. Ainsi on considère une matrice τ carré de forme $(k_{\text{lev}} + 1, k_{\text{lev}} + 1)$ qui sera symétrique et permettant d'avoir une information sur la transmissivité entre chacune des couches discrétisées. Soit la numérisation des équations suivantes :

$$up = \frac{p_{\text{aprs}}(k)^2 - p_{\text{aprs}}(l)^2}{2} \quad (48)$$

$$\tau(k, l) = \exp(-k_{\text{IR}} up) \quad (49)$$

avec p_{aprs} le niveau de pression pour chaque inter-couche en Pa. Dans un second temps, il nous faut également calculé une température de surface essentiel pour avoir le rayonnement émis par la surface dans l'infra-rouge. On calcule d'abord un flux sensible représentant l'échange turbulent de chaleur entre la surface et la première couche atmosphérique calculé comme :

$$H = -\alpha (T_{\text{srf}} - T_1), \quad (50)$$

où T_{srf} est la température de surface, T_1 la température de l'air au premier niveau, et α un coefficient d'échange.

On construit ensuite le bilan de flux à la surface comme :

$$F_{\text{srf}} = H - \sigma T_{\text{srf}}^4 + F_{\downarrow,1} + F_{\text{vis}}, \quad (51)$$

avec σ la constante de Stefan-Boltzmann, $F_{\downarrow,1}$ le flux infrarouge descendant au premier niveau, et F_{vis} la contribution solaire (visible) atteignant la surface que l'on suppose constant égale à 340 W.m^2 .

Enfin on met à jour T_{srf} par un pas explicite, proportionnel au flux net et au pas de temps physique Δt :

$$T_{\text{srf}}^{n+1} = T_{\text{srf}}^n + F_{\text{srf}} \frac{\Delta t}{10^5}. \quad (52)$$

Le facteur 10^5 joue ici le rôle d'une capacité thermique effective (ou d'une échelle d'inertie thermique) qui convertit un flux énergétique en variation de température.

A partir de ces éléments on peut calculer les flux montants et descendants respectivement comme :

$$F_k^{\uparrow} = \varepsilon_s \sigma T_s^4 \tau_{0,k} + \sum_{l=0}^k \sigma T_{l+\frac{1}{2}}^4 (\tau_{l+1,k} - \tau_{l,k}) \quad (53)$$

$$F_k^{\downarrow} = \sum_{l=k}^K \sigma T_{l+\frac{1}{2}}^4 (\tau_{k,l} - \tau_{k,l+1}) \quad (54)$$

Ainsi pour chaque niveau d'interface $k \in \{1, \dots, k_{\text{lev}} + 1\}$, le code calcule le flux infrarouge montant $F_k^{\uparrow}$ comme la somme de deux contributions : (i) l'émission de la surface atténuée par l'atmosphère située entre la surface et le niveau k , et (ii) les émissions des couches atmosphériques situées en-dessous de k ,

chacune pondérée par la part de rayonnement qui atteint le niveau k . A l’opposé, le flux descendant $F^\downarrow$ est calculé comme l’émission des couches atmosphériques situées au-dessus de k .

Numériquement cela se traduit comme une boucle calculé pour chaque couche au niveau k avec la contribution de toute les couches l situé en-dessous ou au-dessus de k allant respectivement de $l = 1, k - 1$ pour le flux montant et $l = k, knlev$ pour le flux descendant :

$$F_k^\uparrow = \varepsilon_s \text{PLANCK}(T_{\text{surf}}) \tau_{1,k} + \sum_{l=1}^{k-1} \text{PLANCK}(T_l) (\tau_{l+1,k} - \tau_{l,k}). \quad (55)$$

$$F_k^\downarrow = \sum_{l=k}^{knlev} \text{PLANCK}(T_l) (\tau_{k,l} - \tau_{k,l+1}). \quad (56)$$

Au final à partir de ces flux on peut calculer le flux net à chaque niveaux k et calculer une tendance radiatif à partir de l’équation donné en introduction permettant d’obtenir la température pour chaque couche atmosphérique à chaque pas de temps.

5.3 Interprétation

Pour la suite on s’intéresse aux effets d’une modification à différent niveaux de l’absorption par l’atmosphère et ses effets sur l’évolution au cours du temps de la température de surface associé au flux montant et descendant.

On compare pour trois types d’atmosphère avec une première relativement transparente ($k = 1e^{-10}$ - fig.5), une seconde d’opacité intermédiaire ($k = 3e^{-10}$ - fig.6) et une troisième très opaque ($k = 7e^{-10}$ - fig.7) en imposant un fort effet de serre.

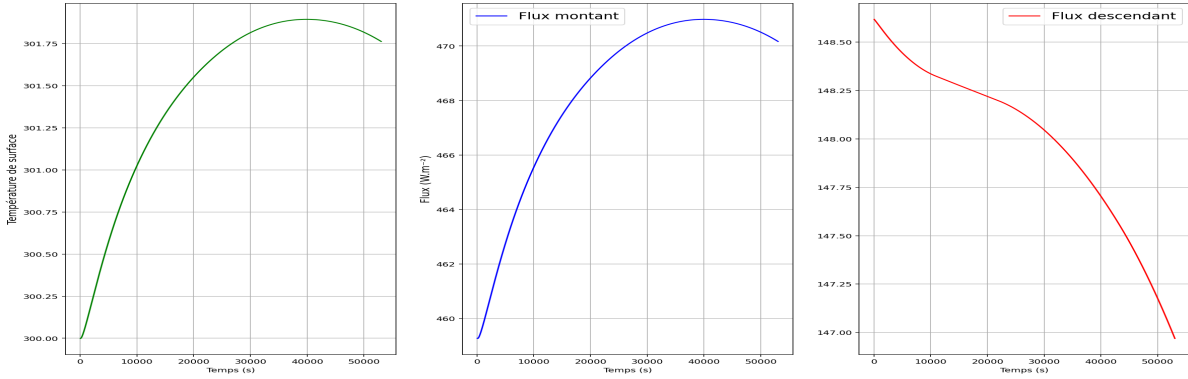


FIGURE 5 – Atmosphère claire

On observe tout d’abord que pour les trois atmosphère, la température de surface et le flux montant à la surface suivent bien la même tendance, cependant plus l’atmosphère devient opaque plus la température de surface augmente et donc son émission. Concernant le flux descendant atteignant la surface pour l’atmosphère claire le flux décroît avec le temps signifiant un refroidissement de l’atmosphère, cependant pour les deux autres atmosphère, on a un flux descendant bien plus fort qui augmente au cours du temps. Ainsi l’atmosphère se réchauffe à la surface et les basses couches réémettent un signal fort en direction de la surface qui vient à la réchauffer.

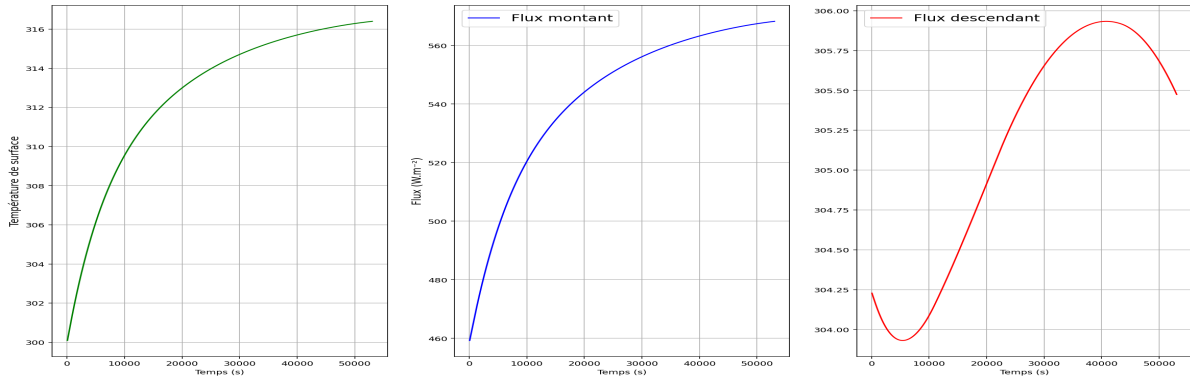


FIGURE 6 – Atmosphère relativement opaque

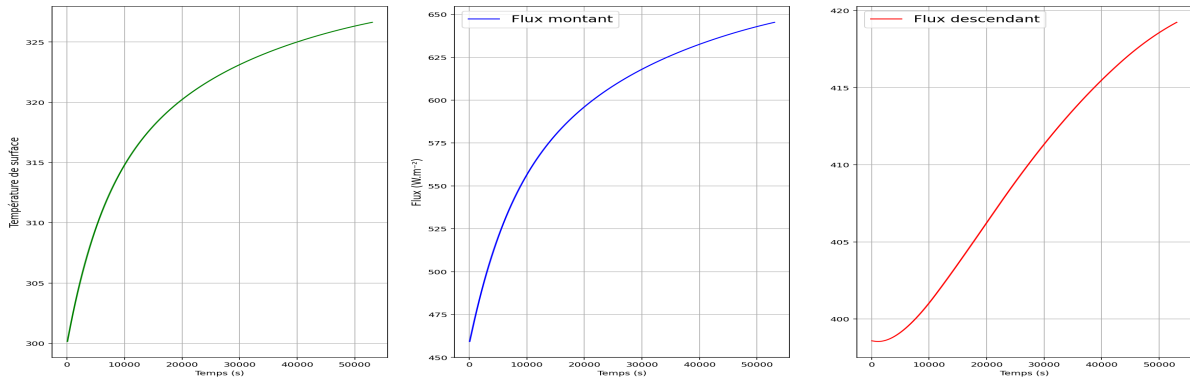


FIGURE 7 – Atmosphère opaque

6 Combinaison des modules

Une fois les modules finalisés individuellement, nous avons pu les intégrer à la partie physique. En utilisant des "flags" pour décider, avant chaque simulations, quel module utiliser, nous avons pu comparer l'impact de la diffusion implicite ou explicite sur la formation et l'amortissement des panaches thermiques.

7 Conclusion

Pour conclure, nous avons développé plusieurs paramétrisations pour compléter un modèle physique presque vide. Cet première approche de paramétrisation d'un modèle simple nous a permis de nous familiariser avec la structure physique 1D d'un modèle de circulation générale mais aussi de nous faire apercevoir les nombreux problèmes numériques qui peuvent émerger lors du développement d'un modèle (discrétisation, grille numérique, stabilité....) Enfin, le couplage entre les différents modules nous a permis d'avoir un premier aperçu sur les différentes parties d'un modèle et comment celles-ci peuvent se cumuler pour construire un modèle complexe.