

Numerical Modeling : PAC025

Louis MAUBERT-SBILE, Maria SAAD, Julien MAGAUD

1 Introduction

1.1 Mise en contexte

La modélisation numérique est un outil primordial pour la physique océanique, permettant aux chercheurs de simuler, de prédire les dynamiques océaniques à toutes les échelles spatio-temporelles. Les océans étant des objets d'études à la fois gigantesques et complexes, ces modèles sont nécessaires pour compléter et extrapoler des observations, tester des théories, et améliorer notre compréhension générale des phénomènes participants à la physique océanique. Nombreux sont les modèles océaniques existants aujourd'hui, chacun ayant ses avantages et inconvénients, selon l'objet d'étude, la base de données exploitée, etc.

Dans le cadre du projet du cours NUM1-Climate Modeling, nous avons eu l'occasion de nous pencher sur le modèle NEMO (Nucleus for European Modelling of the Ocean). NEMO est un framework d'excellence utilisé pour la recherche en science climatique et océanique développé par un consortium européen qui doit pouvoir assurer fiabilité et durabilité à long terme. Il va nous permettre de simuler l'océan Pacifique autour de l'équateur

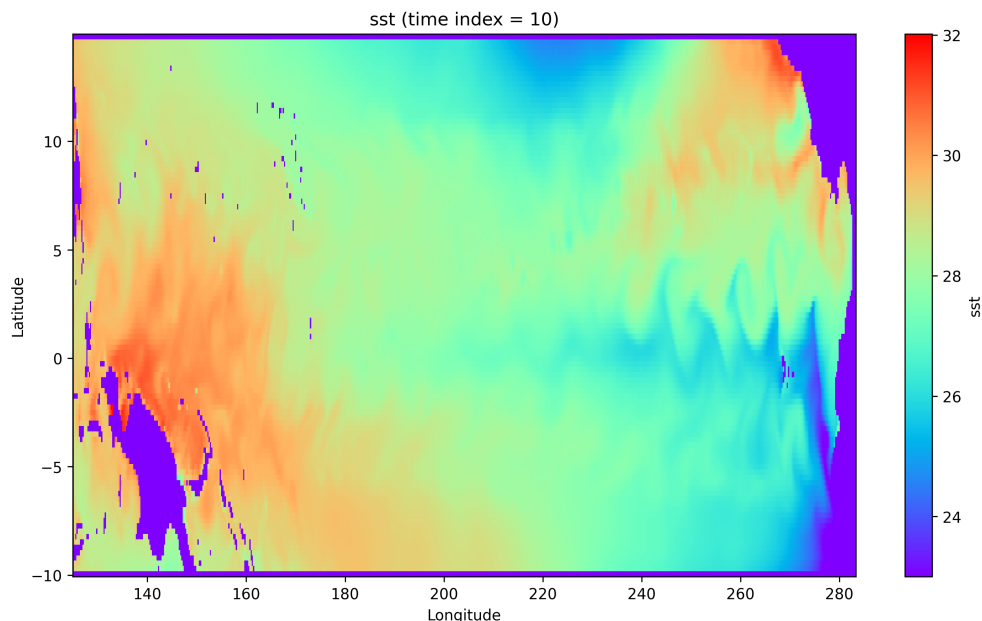


FIGURE 1 – Simulation Nemo du Pacifique : Température de surface le 11/05/1996

1.2 Première simulation

On fait une première simulation. A partir d'un fichier contenant l'état initial de l'océan Pacifique, on simule l'océan Pacifique entre le 1er et le 30 mai 1991. La simulation produit des tableaux de données sous format Netcdf4 qui affichent, pour chaque instant, latitude et longitude, plusieurs grandeurs tels que la hauteur d'eau, la température de surface, la salinité de surface, ou le courant en surface.

En regardant la vitesse longitudinale (figure2), on voit un courant global d'Ouest en Est vers 5°Nord, avec de part et d'autre des contre-courants. Ce courant, au coeur du phénomène El Nino, est appelé Equatorial counter current. Cependant un deuxième courant s'écoulant d'Ouest en Est a été observé dans ces simulations (autour de l'équateur).

Par ailleurs, on observe sur la figure (1) des zones d'eau froide au large du Pérou, et au large du Mexique (mais moins visible). On reconnaît là le phénomène d'Upwelling, qui amène de l'eau froide des profondeurs vers la surface via un phénomène de spirale d'Ekman.

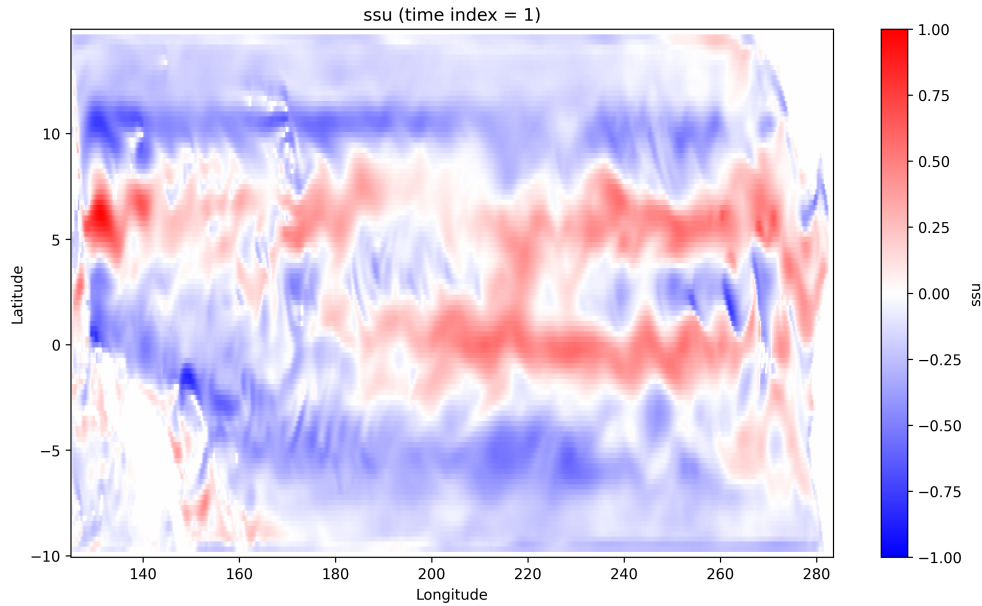


FIGURE 2 – Simulation Nemo du Pacifique : Vitesse longitudinale de surface le 11/05/1996 (les continents sont en blanc)

2 interfaces apparaissent donc clairement sur ces 2 simulations, entre un courant d'Ouest chaud et des contre-courants d'Est froids. Ces interfaces est naturellement la source d'instabilités, des tourbillons, qui vont nous intéresser.

Dans quelle mesure Nemo parvient à simuler correctement ces tourbillons? Et dans quelle mesure le schéma numérique utilisé par NEMO change les résultats produits?

2 Simulation du Pacifique équatoriale, et comparaison à observation satellite

2.1 Premières observations générales sur les tourbillons observés

Afin d'évaluer la capacité du modèle océanique NEMO à reproduire la dynamique du Pacifique équatorial, nous comparons les températures de surface simulées par le modèle avec des observations satellites issues du produit NOAA OISST.

La figure 3 présente la température de surface de la mer (SST) observée par satellite ainsi que celle simulée par NEMO pour le 16 juin 1996. Les deux champs montrent un contraste thermique marqué entre l'ouest du Pacifique, caractérisé par des eaux chaudes associées à la *warm pool* indo-pacifique, et l'est du bassin océanique où les températures sont plus faibles. Ce refroidissement est principalement dû au phénomène d'upwelling le long des côtes sud-américaines, qui fait remonter vers la surface des eaux plus froides provenant des profondeurs.

La région équatoriale est caractérisée par la présence de courants opposés : les courants équatoriaux nord et sud se dirigent vers l'ouest tandis que le contre-courant équatorial se dirige vers l'est. L'interface entre ces courants constitue également une interface thermique entre les eaux chaudes de l'ouest du Pacifique et les eaux plus froides associées à l'upwelling. Cette zone de fort cisaillement de vitesse rend l'écoulement instable et conduit au développement de structures tourbillonnaires appelées *Tropical Instability Waves*.

Ces instabilités sont visibles dans les champs de température sous la forme d'ondulations le long de l'équateur. Les tourbillons qui en résultent se déplacent généralement vers l'ouest et présentent des rotations opposées de part et d'autre de l'équateur en raison du changement de signe de la force de Coriolis entre les deux hémisphères.

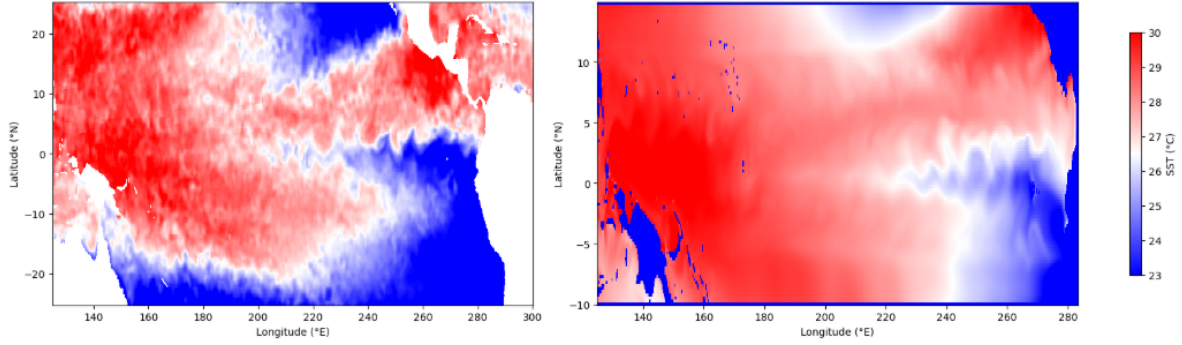


FIGURE 3 – Comparaison de la température de surface de la mer observée par satellite et simulée par le modèle NEMO le 16 juin 1996.

2.2 Courants équatoriaux et instabilités

Afin de mieux comprendre l'origine des structures observées dans le champ de température, nous analysons la dynamique des courants de surface simulés par le modèle.

Dans la région équatoriale du Pacifique, la circulation est dominée par les courants équatoriaux nord et sud qui se dirigent globalement vers l'ouest sous l'effet des alizés. Entre ces deux courants se trouve le contre-courant équatorial, qui s'écoule vers l'est. Cette structure de courants opposés crée un fort cisaillement de vitesse au voisinage de l'équateur.

À grande échelle, la circulation océanique est gouvernée par l'équilibre géostrophique :

$$-fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

Cependant, dans la zone équatoriale, la présence de courants opposés et de forts gradients de température rend l'écoulement instable. Ces instabilités conduisent au développement de structures tourbillonnaires visibles dans les champs de vorticité.

La figure 4 montre le champ de vorticité relative calculé à partir des vitesses de surface simulées par NEMO. On observe une alternance de structures de vorticité positive et négative le long de la bande équatoriale. Ces motifs correspondent à des tourbillons générés par les instabilités du cisaillement entre les courants équatoriaux.

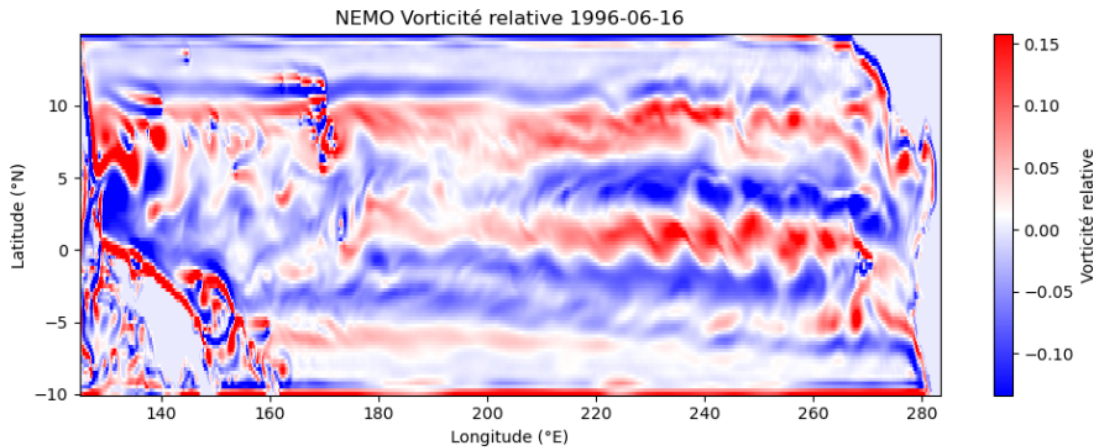


FIGURE 4 – Champ de vorticité relative à la surface simulé par le modèle NEMO le 16 juin 1996

2.3 Comparaison avec les observations satellites et évaluation du modèle

Afin d'évaluer quantitativement la capacité du modèle à reproduire la distribution de température de surface, nous comparons les champs de SST simulés par NEMO avec les observations satellites NOAA OISST.

Les champs de température sont interpolés sur la même grille. Nous calculons le coefficient de corrélation de Pearson, le biais moyen ainsi que l'erreur quadratique moyenne (RMSE).

Pour la simulation du 16 juillet 1996, on obtient les valeurs suivantes :

- Corrélation : $r = 0.307$

— Biais moyen : -0.364°C

— RMSE : 4.976°C

La corrélation positive indique que le modèle reproduit globalement la structure spatiale du champ de température observé. Cependant, la valeur relativement modérée du coefficient de corrélation montre que certaines variables, notamment les instabilités équatoriales, ne sont pas parfaitement représentées par la simulation.

Afin d'étudier l'influence du schéma numérique utilisé dans le modèle, une seconde simulation a été réalisée avec une configuration modifiée du schéma d'advection.

Les deux simulations diffèrent par le schéma d'advection utilisé dans le modèle. La première simulation utilise le schéma UBS, équivalent à un schéma centré d'ordre 4 avec un terme de diffusion bilaplacien. La seconde simulation utilise un schéma de type FCT, conçu pour limiter les oscillations numériques tout en conservant des structures plus nettes.

Le changement de schéma modifie l'équilibre entre diffusion et dispersion numériques, ce qui peut influencer la représentation des structures fines telles que les tourbillons équatoriaux. Les résultats de cette nouvelle simulation sont ensuite comparés aux observations satellites de la même manière que pour la première simulation :

— Corrélation : $r = 0.286$

— Biais moyen : -0.279°C

— RMSE : 4.994°C

Le changement de schéma numérique n'améliore pas significativement la corrélation avec les observations satellites. La corrélation passe de 0.307 à 0.286, ce qui correspond à une légère diminution.

En revanche, on observe une légère amélioration du biais moyen, qui passe de -0.364°C à -0.279°C . L'erreur quadratique moyenne reste quant à elle quasiment inchangée. Le choix du schéma numérique influence principalement les structures à petite échelle, telles que les tourbillons associés aux instabilités équatoriales, mais a un impact limité sur la structure thermique à grande échelle du Pacifique tropical comme le montre la figure 5 (Les différences sont principalement localisées dans la bande équatoriale, où se développent les instabilités et structures tourbillonnaires).

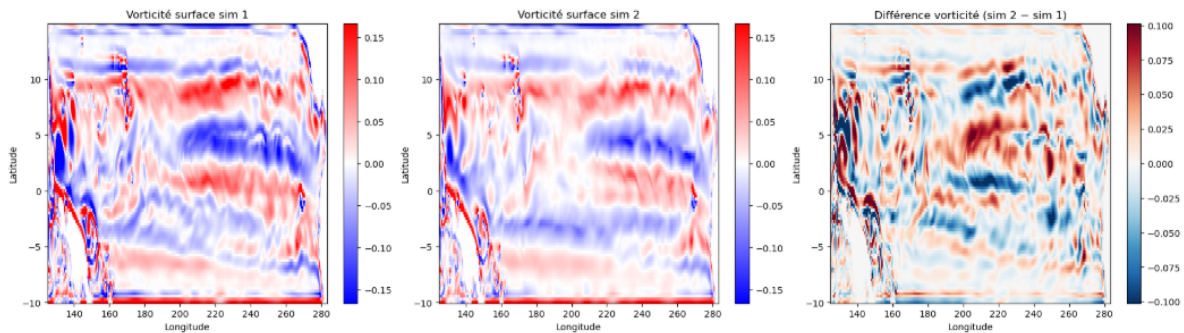


FIGURE 5 – Comparaison des champs de vorticité relative de surface pour deux schémas numériques le 16 juillet 1996

3 Simplification du phénomène dans un canal

Pour mieux observer comment ces changements de modèles numériques impactent nos simulations, on simplifie le problème : on se place maintenant dans un canal dans lequel on va introduire des courants cisailée. La salinité n'étant pas prise en compte dans le calcul, on peut utiliser celle-ci comme un traceur : on associe à chacune des zones de courant une salinité initiale différente, uniforme dans chaque partie. Cela permet lors de la simulation de clairement voir se développer les tourbillons (voir figure 6).

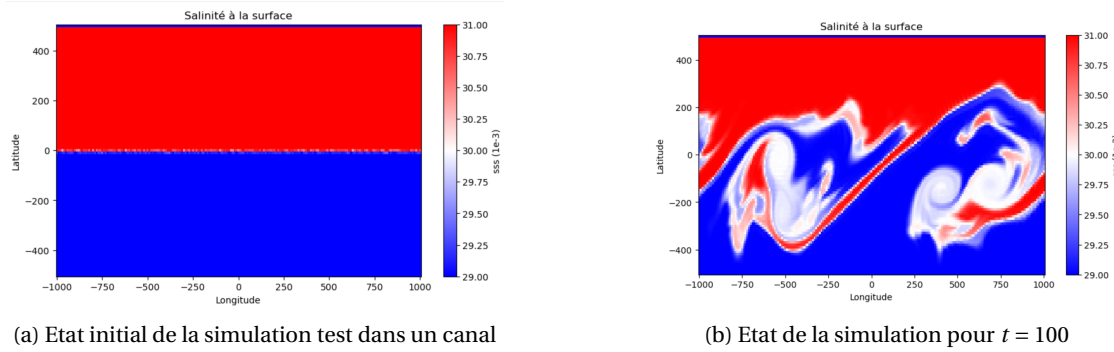


FIGURE 6 – Visualition de la salinité à la surface au cours du temps

Maintenant que l'on a rendu le problème plus visuel, on peut comparer l'évolution de nos tourbillons selon les modèles utilisés. On peut voir les résultats figure 7,

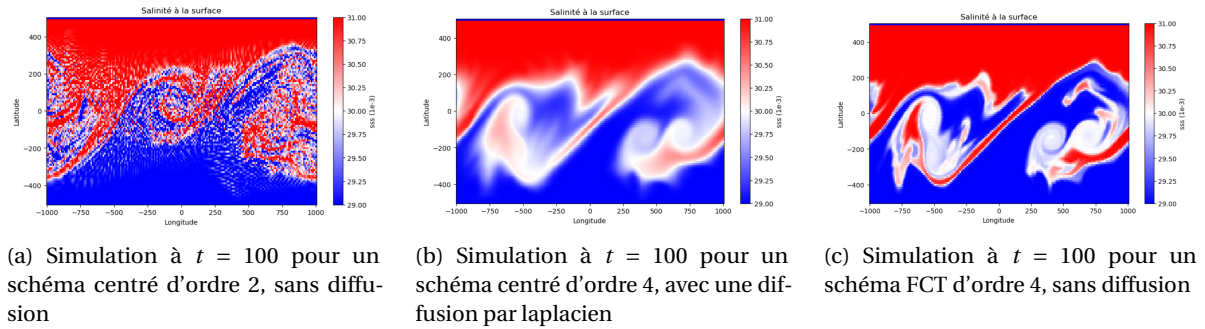


FIGURE 7 – Niveau de salinité à la surface pour différentes simulations pour $t = 100$

On constate que dans le cas du modèle centré d'ordre 2 (figure 7a), un motif de damier apparait. Ces motifs n'ont pas de sens physique et sont symptômes d'un problème d'oscillation numérique. A l'inverse, on peut voir que dans le modèle lissé avec le laplacien (figure 7b), les tourbillons paraissent plus diffus. Pour comprendre ce qui cause ces différences entre les modèles, il faut se pencher sur leurs spécificités :

- Pour un schéma d'ordre pair : le schéma sera dispersif (le nombre d'onde dépend de f) et non-diffusif. Cela risque de conduire à des dépassements et à des valeurs simulées qui explosent. Il est très souvent nécessaire de rajouter de la diffusion pour que le modèle soit viable.
- Pour un schéma d'ordre impair : le schéma sera diffusif : on n'aura pas les problèmes d'explosion des schémas d'ordre impair, mais il faut faire attention car on peut perdre les structures de petite échelle.

On peut utiliser la salinité pour visualiser cette diffusion :

- La variable *saltc* représente la concentration en sel. Puisque les modèles doivent conserver la masse, la somme de en tout point de cette variable doit être constante.
- La varibale *saltc2* représente le carré de *saltc*. Dans le cas d'un modèle non diffusif, la somme de cette variable doit rester constante, mais doit petit à petit décroître pour un modèle diffusif dont la variance baisse avec le temps.

On constate en traçant cette variable figure 8 nos modèles se comportent comme prévu : sans inclure de diffusion, la variable *saltc2* reste constante à l'échelle du modèle, tandis qu'elle décroît avec l'introduction de diffusion. On remarque que la diffusion induite par le laplacien est plus élevée quelle induite par le bilaplacien.

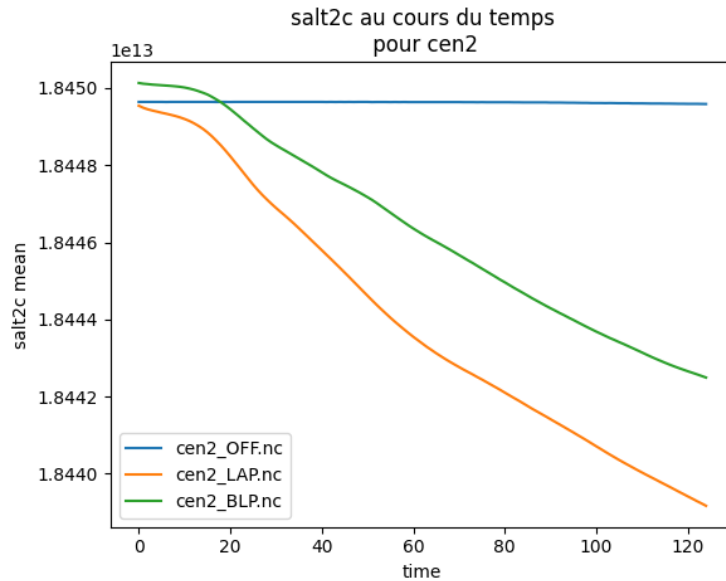


FIGURE 8 – Représentation de la variable salt2c en fonction du modèle utilisé

4 Etude des schémas numérique sur une créneau de salinité

Pour comprendre au mieux l'impact des choix des modèles, on peut étudier un cas théorique parlant : une bande de salinité plus élevée que dans le reste du milieu, dans un courant uniforme constant. Dans ces conditions, le créneau est supposé se déplacer intact dans le sens du courant. En regardant l'évolution calculée de ce créneau, on peut donc regarder l'écart de nos méthodes de calcul avec la solution réelle. Pour bien comprendre cet écart, on choisit de représenter cette évolution dans le référentiel du créneau glissant.

On commence par regarder notre schéma centré d'ordre 2, dont les résultats sont présentés figure 9. On constate que sans lissage, ce modèle est inutilisable : de très grandes perturbations sans aucun sens physique apparaissent.

On peut donc tenter de lisser ces perturbations, avec un laplacien ou un bilaplacien. Ces résultats sont présentés figures 10 et 11. Concernant le laplacien, on constate que les perturbations ont bien disparues, mais avec elles toutes les hautes fréquences contenues dans le créneau initial : très vite, la solution calculée s'écarte de la solution réelle. Concernant le bilaplacien, si les très hautes fréquences ne sont pas conservées, la solution calculée conserve l'allure de la solution réelle. Cependant, on voit subsister des dépassements : ce sont des erreurs de modèle qu'on veut éviter un maximum, car ils représentent des aberrations physiques qui peuvent ensuite poser problème lors de l'analyse des résultats (étude des valeurs extrêmes par exemple).

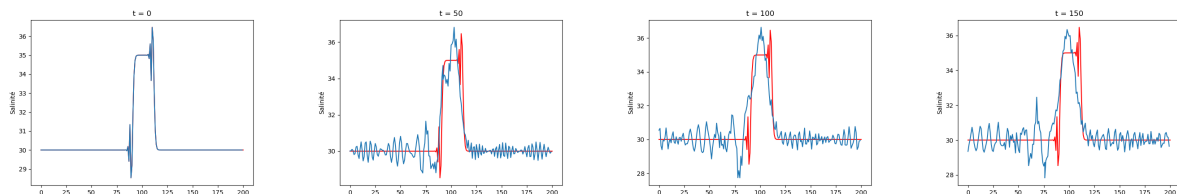


FIGURE 9 – Evolution du créneau pour un modèle centré d'ordre 2, sans lissage

On comprend donc que le modèle centré d'ordre 2 n'est pas satisfaisant pour cette configuration.

On peut alors regarder ce qui se passe lorsqu'on augmente l'ordre de ce modèle centré. A l'ordre 4, le résultat sans filtre présente les mêmes problèmes qu'à l'ordre 2, mais les résultats avec le lissage sont plus concluant : les résultats avec bilaplacien sont présentés figure 12. On constate toujours un déplacement, mais il a nettement diminué en ampleur, et ce problème ne se propage plus le long de l'axe des abscisses. Ce modèle centré d'ordre 4 pourrait donc éventuellement convenir pour certaines configurations pour lesquelles ces légers dépassements ne seraient pas un problème.

On peut cependant aller plus loin avec les modèles FCT : ce sont des modèles plus coûteux, mais qui règlent un certain nombre de problèmes des modèles centrés. Les résultats sans lissage pour les modèles d'ordre 2 et 4 sont présentés respectivement figure 13 et 14. On constate que sans lissage, les créneaux se déforment, mais l'amplitude

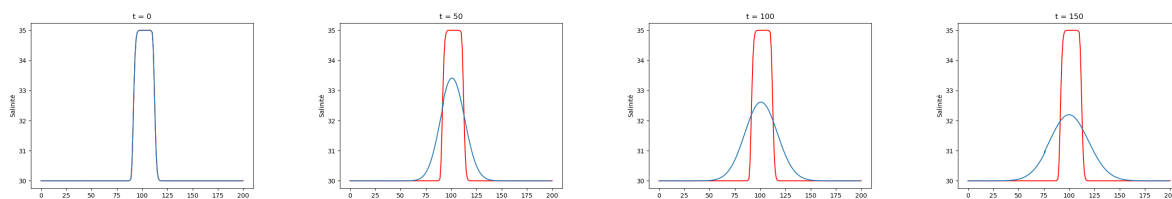


FIGURE 10 – Evolution du créneau pour un modèle centré d'ordre 2, avec lissage par laplacien

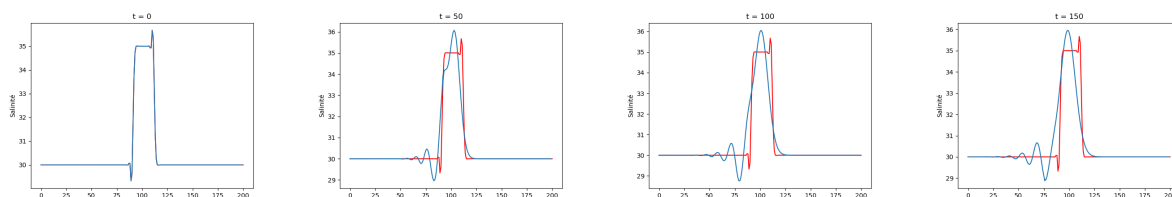


FIGURE 11 – Evolution du créneau pour un modèle centré d'ordre 2, avec lissage par bilaplacien

ainsi que l'allure se conservent, et on ne constate pas de dépassement.

Pour coller encore plus à la solution réelle, on peut essayer de rajouter un bilaplacien, mais on constate alors le retour des dépassements, il n'y a donc pas de réelle améliorations par rapport au modèle centré avec bilaplacien qui se comporte de la même manière.

Cette dernière remarque permet de soulever un point important : l'utilisation d'un modèle très précis - et donc coûteux en ressources - peut perdre tout son intérêt si l'on applique ensuite un traitement numérique trop diffusif. On obtient alors des résultats certes cohérents, mais dont la qualité n'excède pas celle d'un modèle moins coûteux correctement paramétré. Il est donc indispensable que le traitement numérique soit cohérent avec le niveau de précision du modèle utilisé.

5 Conclusion

Dans ce projet, nous avons étudié la capacité du modèle NEMO à reproduire la dynamique du Pacifique équatorial ainsi que l'influence des choix numériques sur les résultats des simulations.

La comparaison entre les champs de température de surface simulés et les observations satellites montre que NEMO reproduit correctement les grandes structures de circulation du Pacifique tropical, notamment le contraste thermique entre le bassin chaud à l'Ouest et les eaux orientales plus froides associées à l'upwelling. Les instabilités équatoriales responsables de la formation des tourbillons sont également visibles dans les simulations, bien que leur représentation reste imparfaite, comme l'indiquent les valeurs de corrélation modérées et les erreurs quantitatives observées. L'étude de l'impact du schéma d'advection montre que le choix du schéma numérique influence principalement les structures à petite échelle, en particulier dans la bande équatoriale où se développent des instabilités dynamiques. Cependant, ce changement n'a qu'un effet limité sur la structure thermique à grande échelle du bassin.

Afin de mieux comprendre ces effets numériques, nous avons étudié des configurations idéalisées, notamment un écoulement cisaillé dans un canal et l'advection d'une fente de salinité. Ces expériences mettent en évidence les propriétés fondamentales de différents schémas : les schémas centrés, bien que précis, nécessitent un filtrage diffusif pour éviter les oscillations numériques, qui peuvent dégrader la représentation des structures fines. Inversement, les schémas de type FCT permettent de limiter les dépassements et de préserver les gradients sans introduire une diffusion excessive, au détriment d'un coût computationnel plus élevé.

Ces résultats illustrent l'importance du compromis entre précision numérique, stabilité et coût computationnel dans les modèles climatiques. Le choix du schéma d'advection doit être adapté aux échelles et phénomènes étudiés afin de préserver les échelles pertinentes tout en garantissant la robustesse des simulations.

Enfin, ce travail met en évidence la complexité de la modélisation numérique en océanographie : au-delà de la formulation physique des équations, les choix numériques jouent un rôle déterminant dans la qualité des résultats et doivent être soigneusement adaptés aux objectifs scientifiques de chaque simulation.

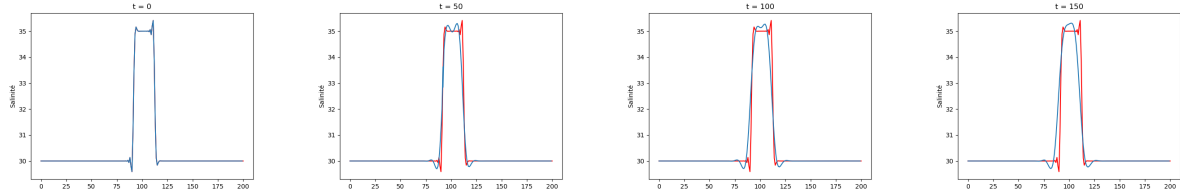


FIGURE 12 – Evolution du créneau pour le modèle centré d'ordre 4, avec bilaplacien

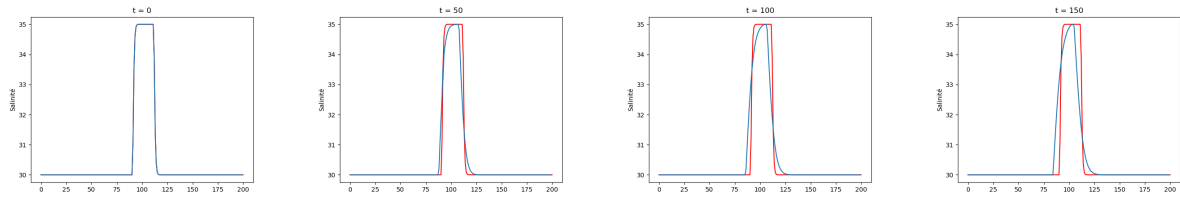


FIGURE 13 – Evolution du créneau pour le modèle FCT d'ordre 2, sans lissage

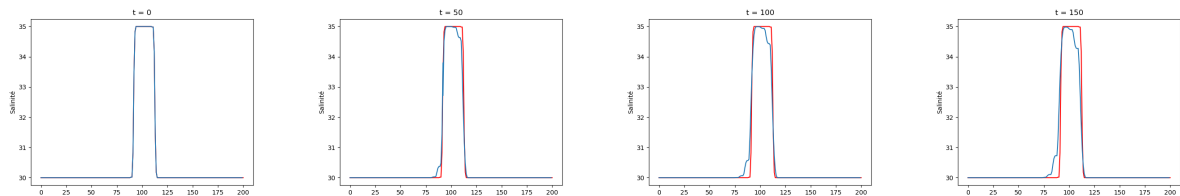


FIGURE 14 – Evolution du créneau pour le modèle FCT d'ordre 4, sans lissage