

# Les paramétrisations des modèles de climat

## I. Modélisation du transport non résolu

Frédéric Hourdin

Laboratoire de Météorologie Dynamique / IPSL / UPMC

Responsable du développement du modèle global atmosphérique LMDZ  
<https://www.lmd.jussieu.fr/~hourdin/COURS/ModnumOA/2021>

[frederic.hourdin@lmd.ipsl.fr](mailto:frederic.hourdin@lmd.ipsl.fr)

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente
2. Couche limite convective
3. Convection profonde

Pour 2 : <http://www.lmd.jussieu.fr/~hourdin/PEDAGO/cours.pdf>, chapitre 3  
<http://www.lmd.jussieu.fr/~hourdin/these.pdf>, section 3.3

Pour 3 : <http://www.lmd.jussieu.fr/~hourdin/HDR/habil.pdf>, sec 2.2.2 et ch 3

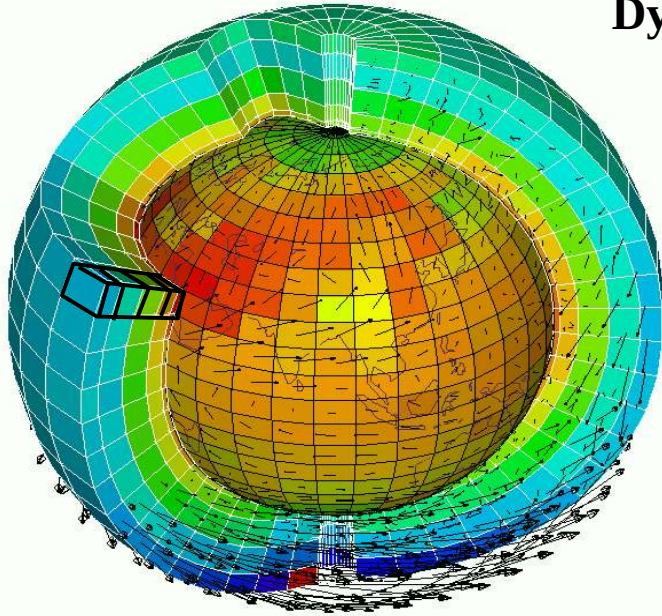
# Les paramétrisations des modèles de climat

## I. Modélisation du transport non résolu

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente
2. Couche limite convective
3. Convection profonde

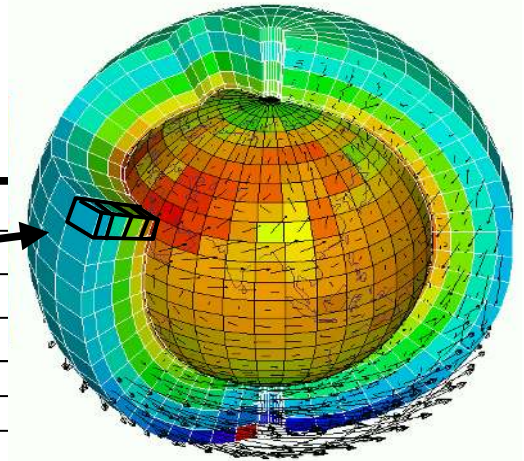
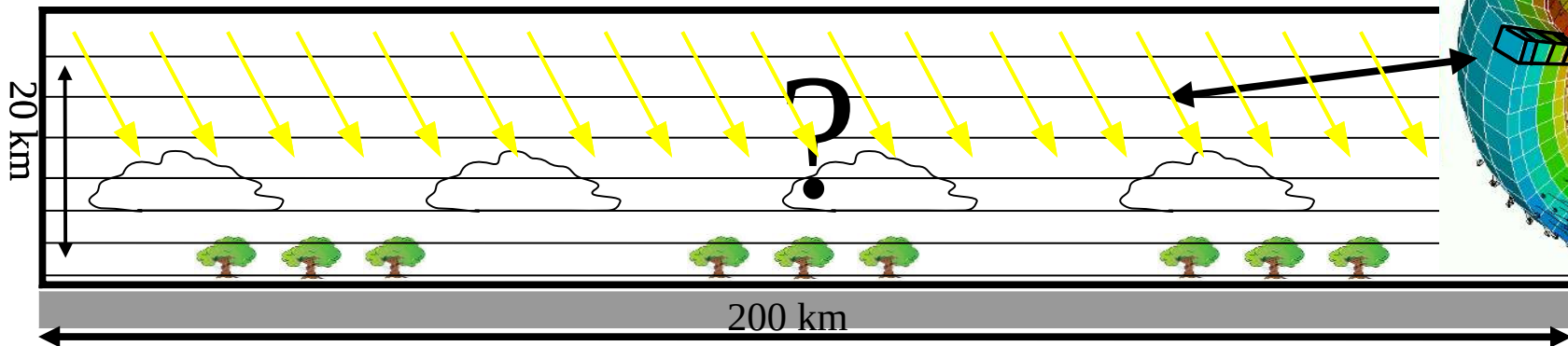
# 1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente

## Dynamique des fluides : équations de bases discrétisées sur la sphère



- Conservation de la masse  
 $D\rho/Dt + \rho \operatorname{div}\underline{U} = 0$
- Conservation de la température potentielle  
 $D\theta / Dt = Q / C_p (p_0/p)^\kappa$
- Conservation de la quantité de mouvement  
 $D\underline{U}/Dt + (1/\rho) \operatorname{grad}p - g + 2 \underline{\Omega} \wedge \underline{U} = \underline{F}$
- Conservation des composants secondaires  
 $Dq/Dt = Sq$

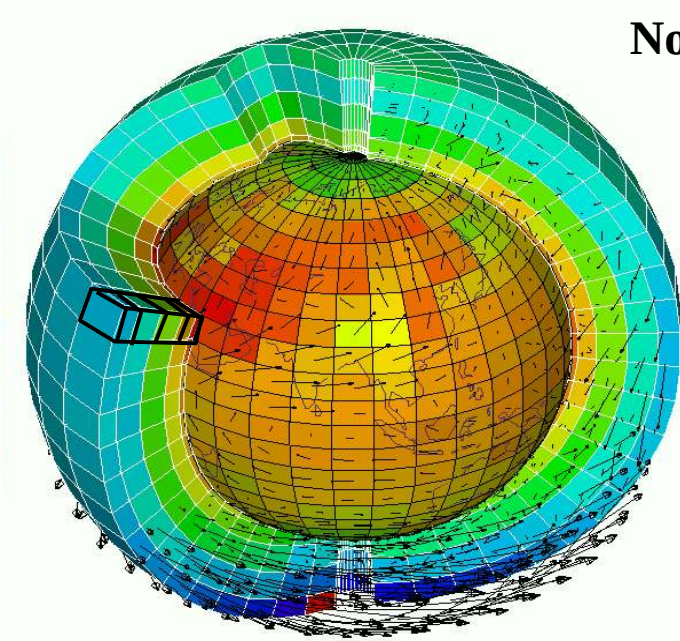
Dans une colonne du modèle ...



Objet des paramétrisations : rendre compte de l'effet des processus non résolus par ces équations

→ Termes « sources » additionnels dans les équations.

# 1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente



## Noyau dynamique : équations de bases discrétisées sur la sphère

- Conservation de la masse  
 $D\rho/Dt + \rho \operatorname{div}\underline{U} = 0$
- Conservation de la température potentielle  
 $D\theta / Dt = Q / Cp (p_0/p)^\kappa$
- Conservation de la quantité de mouvement  
 $D\underline{U}/Dt + (1/\rho) \operatorname{grad}p - g + 2 \underline{\Omega} \wedge \underline{U} = \underline{E}$
- Conservation des composants secondaires  
 $Dq/Dt = Sq$

**Objet des paramétrisations** : rendre compte de l'effet des processus non résolus par ces équations

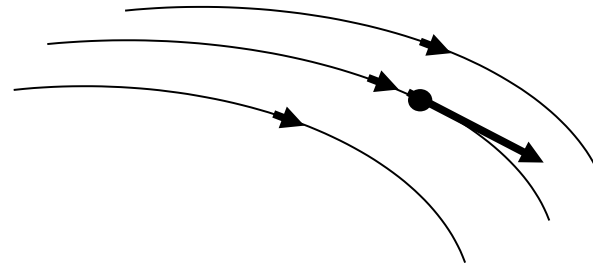
→ **Termes « sources » additionnels dans les équations.**

- **Q** : Chauffage par échanges radiatifs, conduction (négligée), condensation, sublimation, **mouvements sous maille (turbulence, convection, interaction ondes/écoulement)**
- **E** : Viscosité moléculaire (négligée), **mouvements sous-maille (turbulence, convection, ondes/écoulement)**
- **Sq** : condensation/sublimation (q= vapeur d'eau ou eau condensée), congélation/évaporation/pluie pour le sel dans l'océan, réactions chimiques, photo-dissociation (ozone, espèces chimiques), biogéochimie, microphysiques et lessivage (aérosols de pollution, poussières, ...), **mouvements sous maille (turbulence, convection, ondes écoulement)**

# 1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente

Pour le calcul du transport, on considère les espèces chimiques ou aérosols comme des traceurs de l'écoulement, c'est à dire qu'on suppose que la concentration massique "c" est conservée le long des trajectoires d'air (vision Lagrangienne) :

$$\frac{dc}{dt} = 0 \quad (\text{ou } S_c)$$

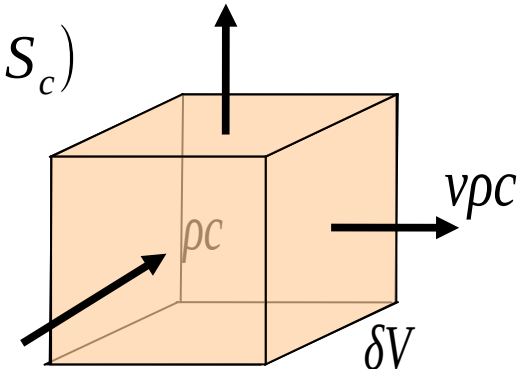


Description Eulérienne du transport

Forme advective  $\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c = 0 \quad (\text{ou } S_c)$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

Forme flux ou conservative  $\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v} c) = 0 \quad (\text{ou } \rho S_c)$



# Diffusive or local formulations for the PBL

## Reynolds decomposition

$\tilde{X}$ : "average" or "large scale" variable

$\bar{X} = \tilde{\rho} \tilde{\mathbf{v}} / \tilde{\rho}$ : air mass weighted "average"

$X = \tilde{X} + X'$ :  $X'$ , turbulent fluctuation

$$\begin{aligned} \Rightarrow \rho \tilde{\mathbf{v}} c &= \rho (\bar{\mathbf{v}} + \widetilde{\mathbf{v}'}) (\bar{c} + c') \\ &= \tilde{\rho} \bar{\mathbf{v}} \bar{c} + \tilde{\rho} \overline{\mathbf{v}' c'} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \widetilde{\text{div}(\rho \mathbf{v} c)} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \tilde{\rho} \bar{c}}{\partial t} + \text{div}(\tilde{\rho} \bar{\mathbf{v}} \bar{c}) + \text{div}(\tilde{\rho} \overline{\mathbf{v}' c'}) = 0$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{grad} c = -\frac{1}{\rho} \text{div}(\rho \overline{\mathbf{v}' c'}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{\rho w' c'}}{\partial z}$$

## Boundary layer approximation (horizontal homogeneity) + eddy diffusion

$$\overline{w' c'} = -K_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

- Analogy with molecular viscosity (Brownian motion  $\leftrightarrow$  turbulence)
- Down-gradient fluxes.
- Turbulence acts as a "mixing"

# Turbulent diffusivity $K_z$

- Prandtl (1925) mixing length :  $K_z = l|\overline{w'}|$  or  $K_z = l^2 \frac{\partial \|\mathbf{v}\|}{\partial z}$
- Accounting for static stability (Ex. Louis 1979)

$$K_z = f(Ri)l^2 \left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right|, \quad \text{with } Ri = \frac{g}{\theta} \frac{\frac{\partial \theta}{\partial z}}{\left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2} \quad (1)$$

- Turbulent kinetic energy  $\overline{w'^2} \simeq e = \frac{1}{2} \left[ \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right]$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\overline{w'u'} \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{w'v'} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'e}}{\partial z} - \epsilon$$

# Spécificités des formulations diffuses dans les différents modèles

**Mellor et Yamada 2.5** :  $\overline{w'\phi'} = -K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z}$  with  $K_\phi = l\sqrt{e}S_\phi(Ri)$

$\epsilon = e^{l(3/2)}/\Lambda$ , équation (mal établie) pour la longueur de mélange.

$$\frac{\partial e}{\partial t} = K_m \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2 - K_\theta \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} + K_e \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \frac{\partial e}{\partial z} \right) - \epsilon$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = l\sqrt{e}S_m \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2 - l\sqrt{e}S_\theta \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} - e^{3/2}/(l\Lambda)$$

Yamada 1983 dans LMDZ, Cuxart 2000 dans dans ARPEGE/AROME/MesoNH

**MY 2.0** :  $\frac{\partial e}{\partial t} = 0$

$$l^2 S_m \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2 - l^2 S_\theta \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = e/\Lambda$$

$\implies K_m = lS_m\sqrt{e} = f(Ri)l^2 \left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right|$ , dans Arpege AR5 et LMDZ5A

**Modèles K- $\epsilon$**  :  $\frac{\partial e}{\partial t} = \dots$  et  $\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \dots$ , Utilisé dans MAR (Duynderque 1988)



## Les différents types de modèles et les fermetures turbulentes.

**DNS** : Direct Numerical Simulation. Ecoulement résolu jusqu'à l'échelle visqueuse. Pas de fermeture turbulente.

**LES** : Large Eddy simulations. Mailles de quelques dizaines de mètres dans l'atmosphère et quelques mètres (?) dans l'océan. Fermeture turbulente tri-dimensionnelle. Non hydrostatique.

**CRM** : Cloud Resolving Model. Mailles 1-2 km. Non hydrostatiques. Turbulence 1 ou 3D.

**Grande échelle** : Climat/météo. Mailles plus grandes que quelques km. Diffusion turbulente sur la verticale uniquement. Hydrostatiques. Ajout d'une dissipation horizontale, basée sur des images de turbulence bi-dimensionnelle de l'écoulement à grande échelle.

# Schémas numériques et conditions aux limites

## Intégration numérique

- Implicite en temps car constantes de temps très rapides.
- Centré en espace. Schéma naturel, esprit volumes finis.
- Intégration des équations de TKE très tatillone.

## Condition à la limite inférieure :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial F_c(z)}{\partial z} \quad (2)$$

$$F_c(z > 0) = -K_z \rho \frac{\partial c}{\partial z} \quad (3)$$

A la surface :

$$F_c(z = 0) \text{ imposé ou} \quad (4)$$

$$F_c(z = 0) = \rho C_d \|V\| (c_s - c_1) \quad (5)$$

où  $c_1$  et  $c_s$  sont des valeurs de  $c$  dans la première couche du modèle et à la surface.

# 1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente

## Quelques idées à retenir

→ La paramétrisation des mouvements convectifs et turbulents repose sur la décomposition de Reynolds.

$$\frac{\partial \rho c}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v} c) = -\text{div}(\overline{\rho \mathbf{v}' c'}) \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad} c = -\frac{1}{\rho} \text{div}(\overline{\rho \mathbf{v}' c'})$$

→ Cette décomposition ne nécessite pas d'hypothèses incompressible ou Boussinesq

→ Dans les modèles « grande échelle » seuls les termes verticaux sont considérés alors que la

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad} c = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{\rho w' c'}}{\partial z}$$

diffusion 3D est importante dans les simulations LES (mailles de quelques dizaines de m).

→ Les développements aux perturbations des équations permettent de repousser la « fermeture » à des ordres plus loin.

→ Les fermetures en diffusion turbulente utilisant la TKE pour pronostiquer l'intensité de la turbulence sont largement utilisées dans les modèles d'océan et d'atmosphère.

$$\overline{\rho w' c'} = -\rho l \sqrt{e} \frac{\partial c}{\partial z}$$

→ Les fermetures sont rarement poussées à un ordre supérieur dans les modèles de climat mais l'ordre 3 permet une asymétrie dans les distributions et un transport remontant le gradient.

→ **Le couplage entre les « milieux » se passe au niveau des couches limites.**

→ Utilisation systématique de schémas implicites.

→ Le découpage entre systèmes nécessite de penser spécifiquement leur raccordement.

# Les paramétrisations des modèles de climat

## I. Modélisation du transport non résolu

1. Décomposition de Reynolds et fermetures en diffusion turbulente
2. Couche limite convective
3. Convection profonde

# Limitations of turbulent diffusion

## Assumption leading to the diffusive approach :

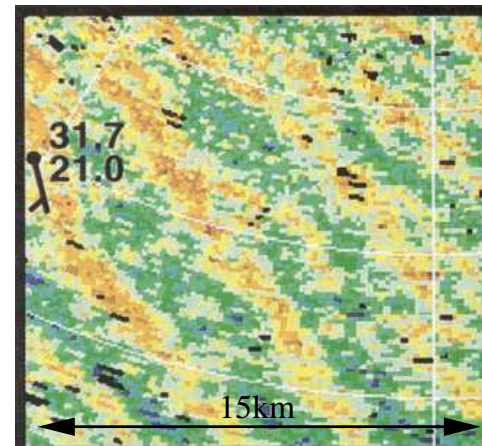
- Turbulence as a random process
- Small scale turbulence, i.e. of size  $l \ll h$  with  $h = \left[ \frac{1}{c} \frac{\partial c}{\partial z} \right]^{-1}$

## In the planetary boundary layer

- Long range vertical transport (from the bottom to PBL top)
- Organized structures



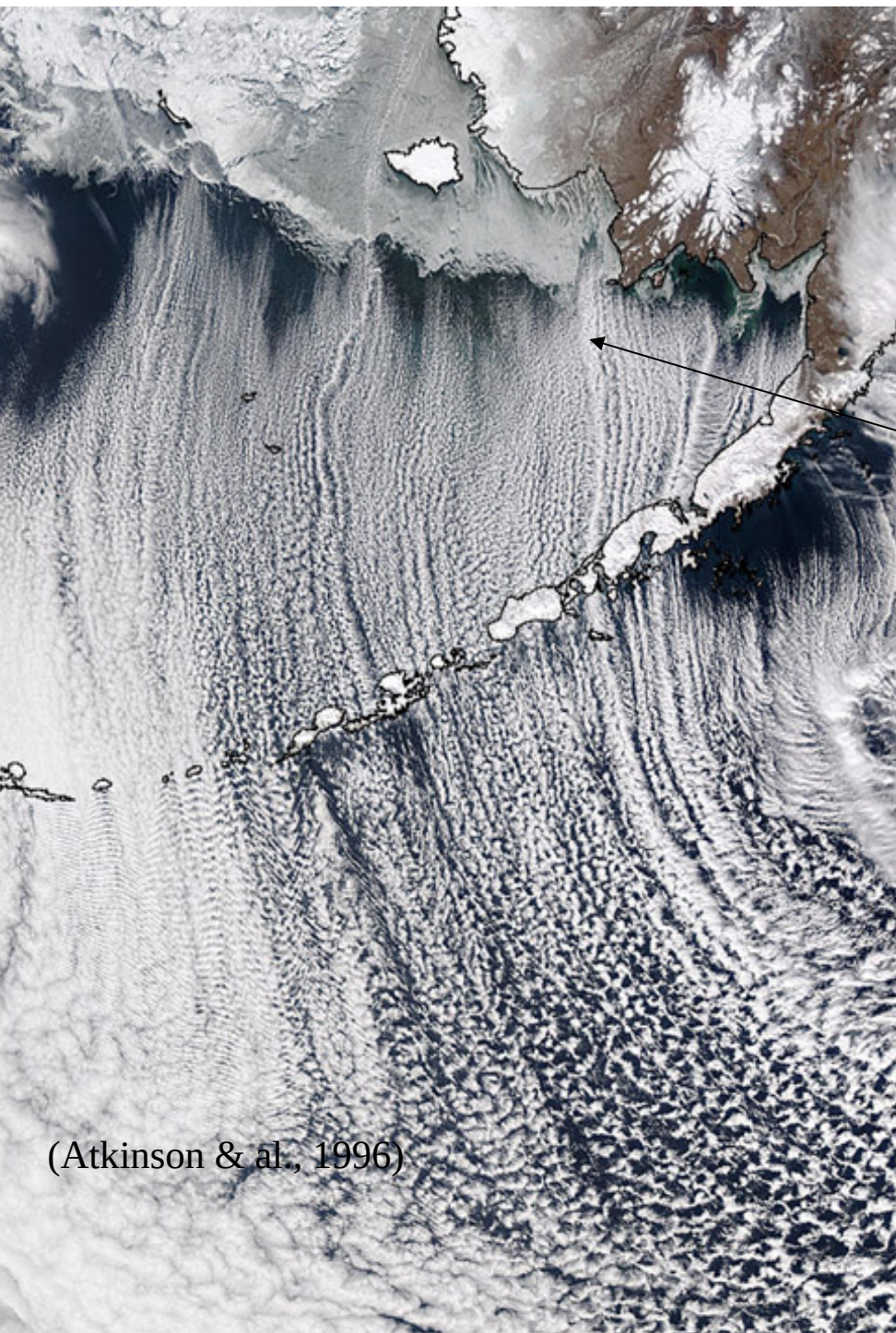
Cloud streets on North of France (March 2009, MSG)



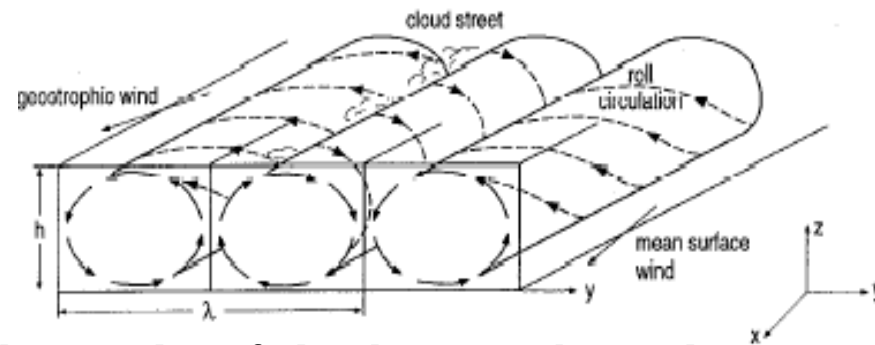
Radar echoes  
dry convective  
boundary layer  
Florida, Hiop  
Campaign

Weckwerth et al., 1997

## 2. Couche limite convective

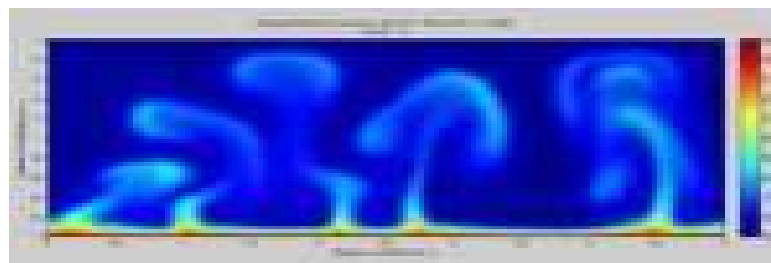
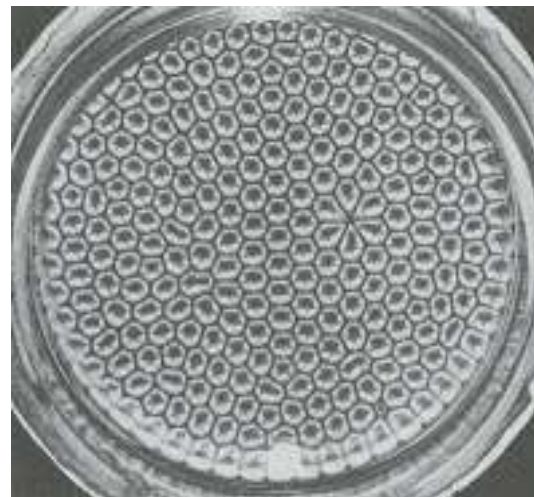


(Atkinson & al., 1996)

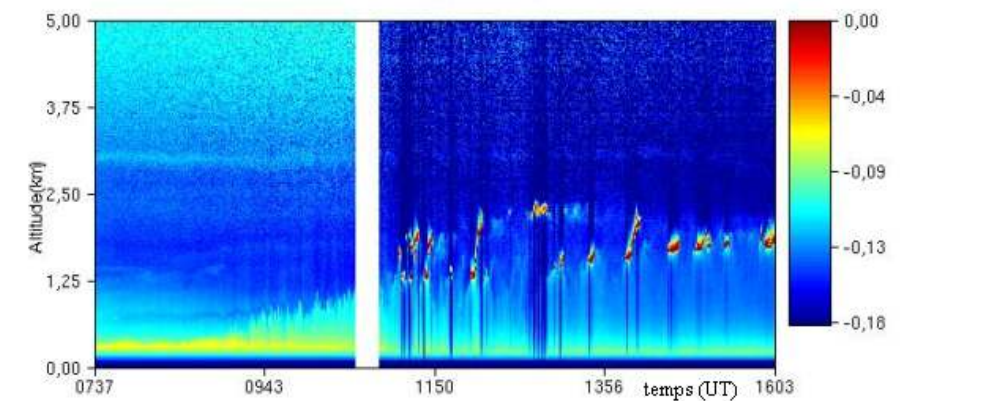
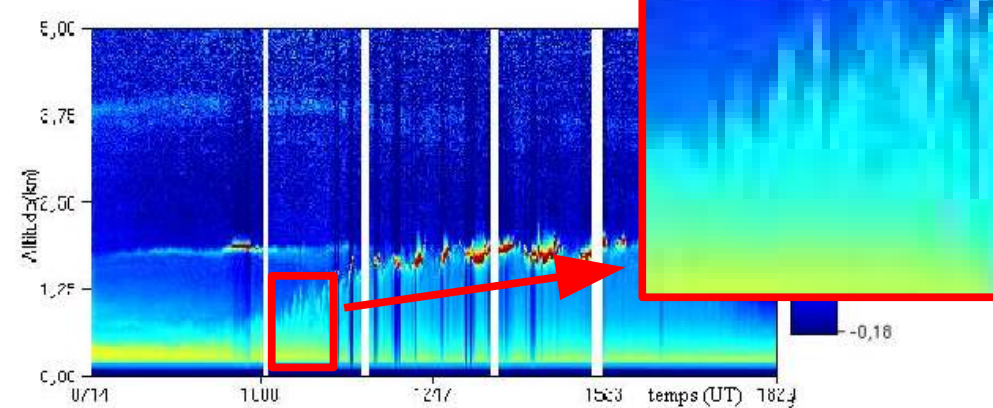
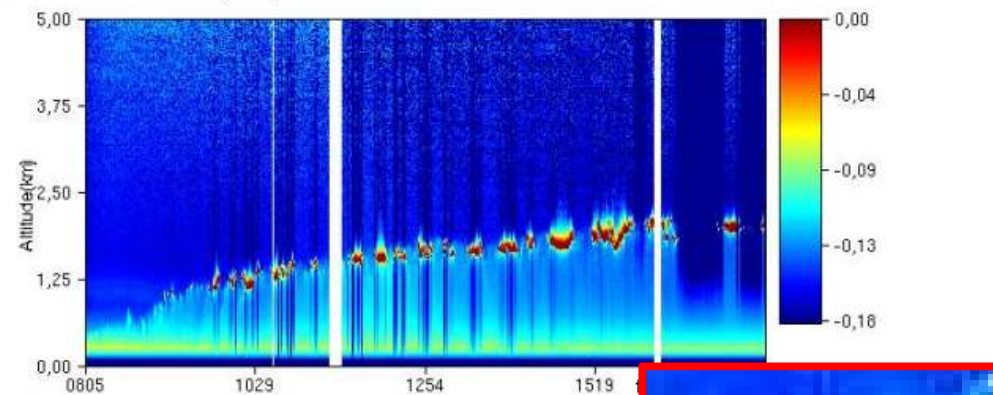
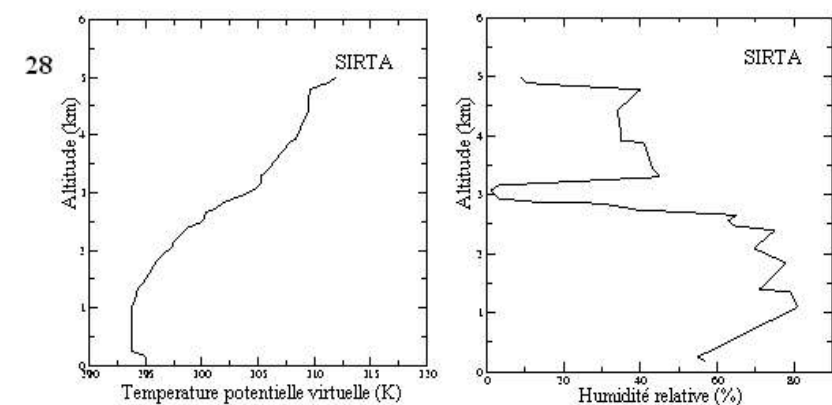
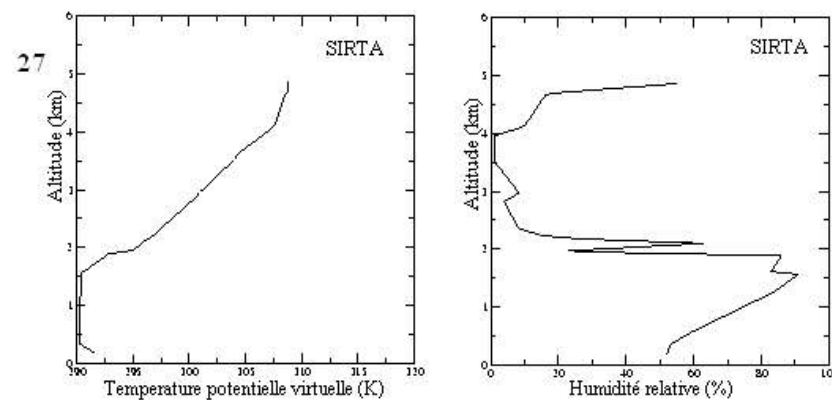
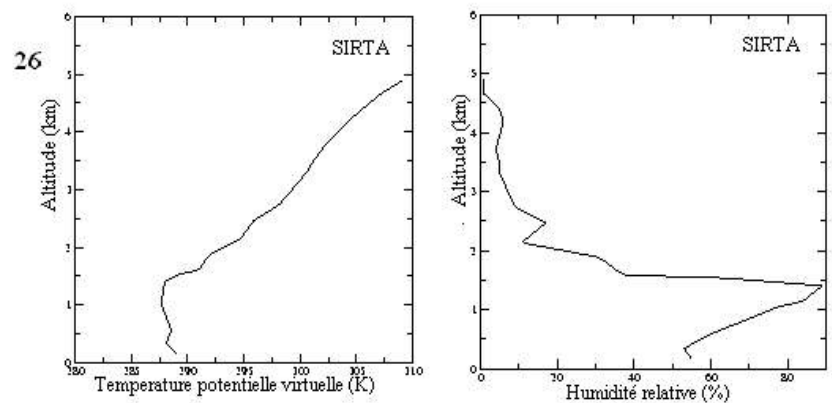


Classical exemples of cloud streets obtained at the top of thermal rolls

- Polar air arriving on warm air masses
- Entry of maritime air on a warmer continent



## 2. Couche limite convective



Z(km)

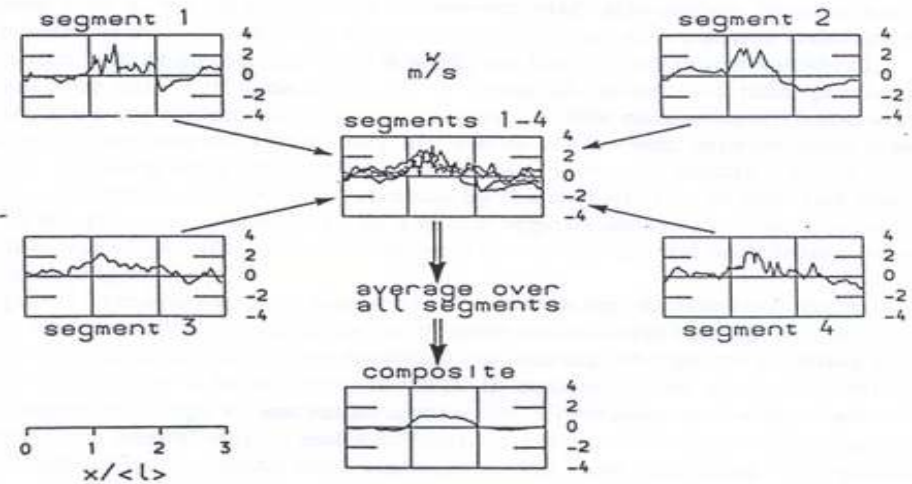
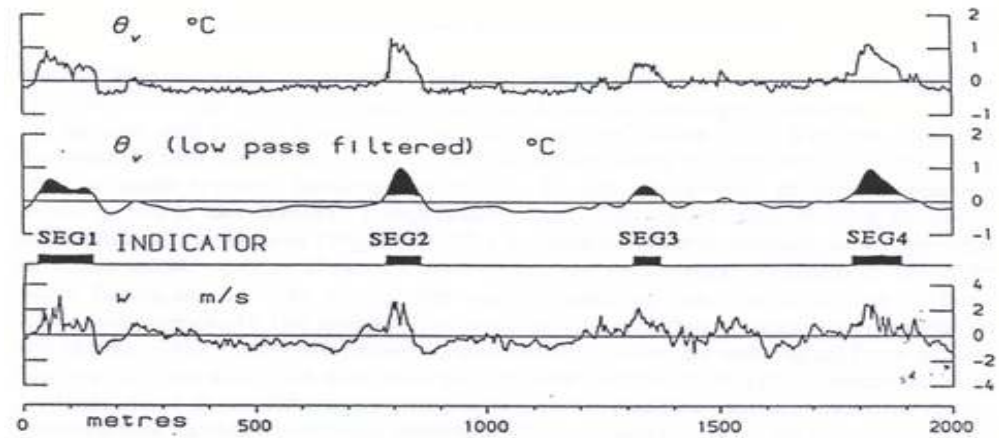
T (K) RH (g/kg)  
Sondages Trappes, 12:00  
3 jours consécutifs

Echols Lidar, Sirta (site IPSL proches Trappes)

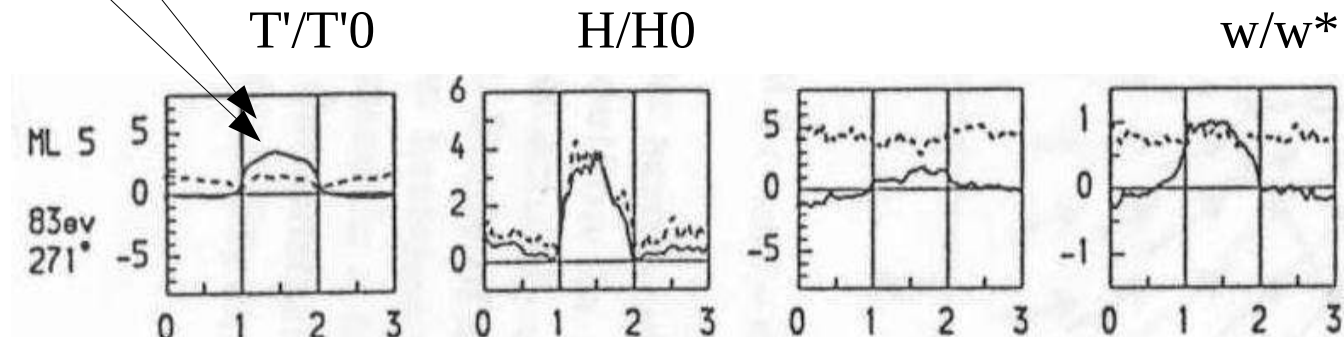
## 2. Couche limite convective

Reconstruction des thermiques par composite sur la température potentielle à Parir de vols avions.

Williams et Hacker 1992



Moyenne  
Ecart-type





## 2. Couche limite convective

Convection organisée même pour les couches limites non nuageuses.

Mise en évidence dans des « Large Eddy Simulations » ou « Simulation des grands tourbillons », domaine de quelques km, mailles de qq 10m.

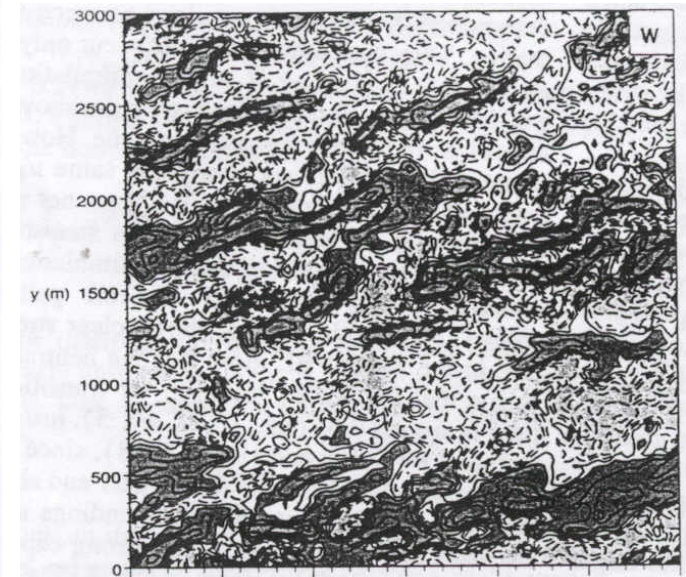
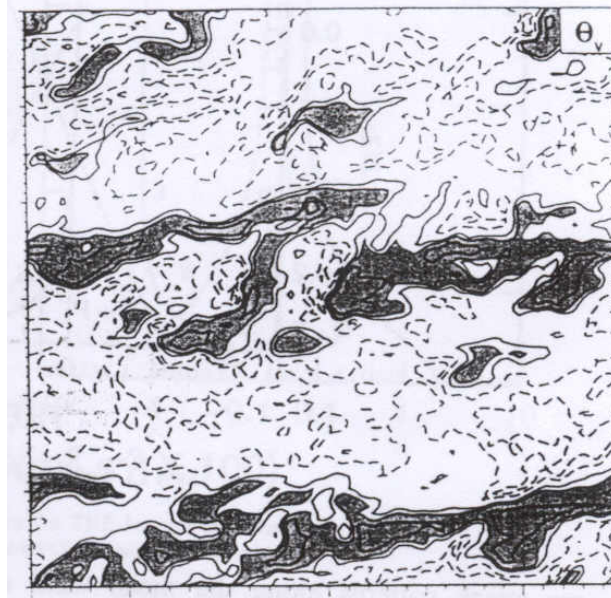
Forcé par un flux de chaleur venant de la surface

$\theta'$

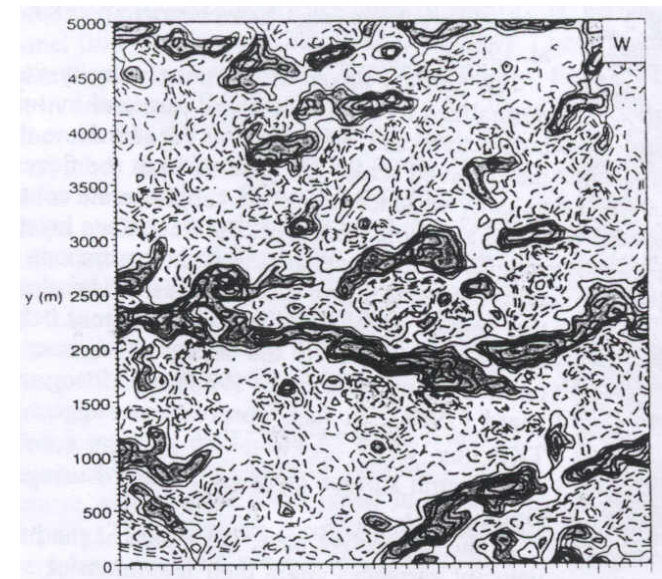
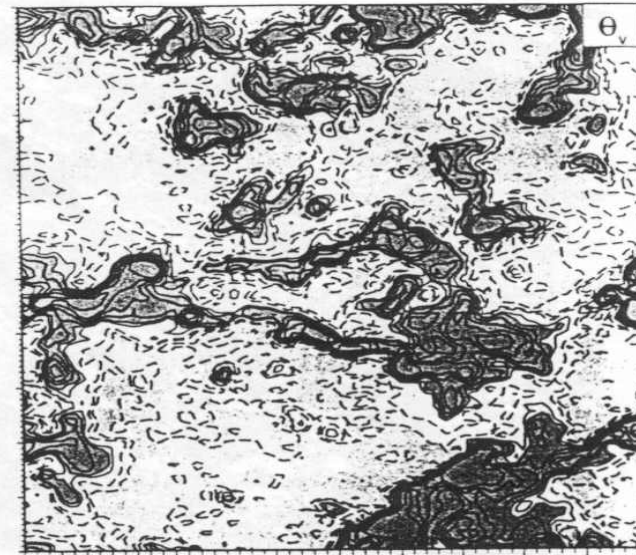
$w'$

Exemple de résultats de simulations LES. Coupes instantannées au niveau  $0.2 Z_i$  où  $Z_i$  est la hauteur de la couche limite. Moeng et al, 1994

Simulation avec convection + cisaillement

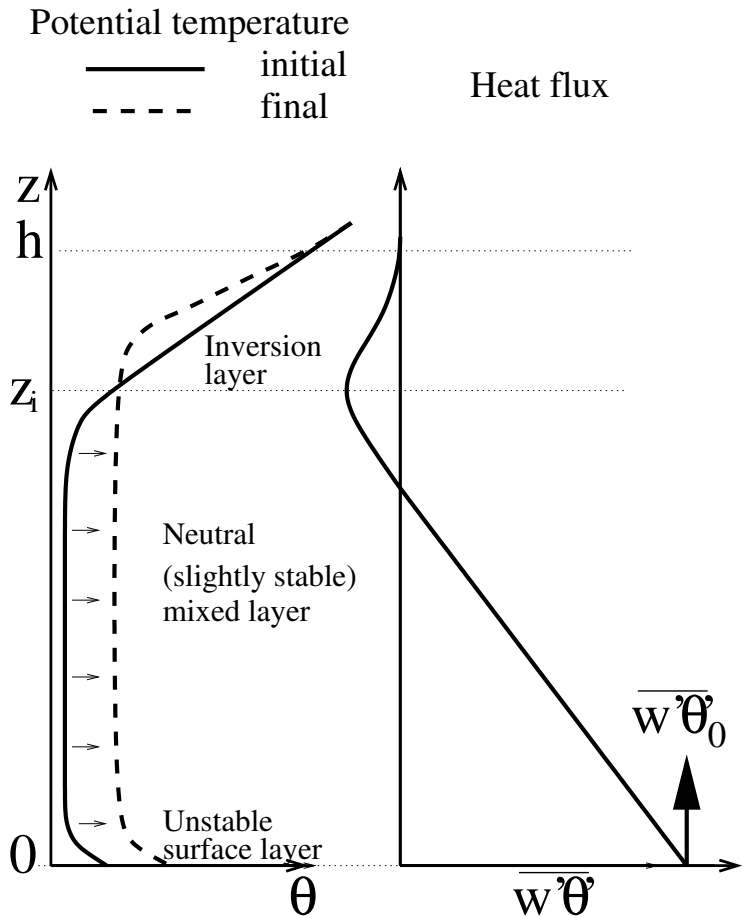


Simulation avec convection sans cisaillement (convection libre)



# Limitations of turbulent diffusion

Idealized view of the dry convective boundary layer.



## In the mixed layer

- Diffusive formulation

$$\overline{w'\theta'} = -K_z \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad \text{or slightly } < 0$$

- Uniform heating by the surface

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \simeq \frac{\overline{w'\theta'_0}}{z_i} \quad (\text{Cste} > 0)$$

$$\overline{w'\theta'} \simeq \frac{z - z_i}{z_i} \overline{w'\theta'_0} > 0$$

# Extension of diffusive formulations

- **Introduction of a countergradient term**

$$\overline{w'\theta'} = K_z \left[ \Gamma - \frac{\partial\theta}{\partial z} \right] = 0 \quad \text{with } \Gamma \simeq 1K/km \quad (6)$$

Imposed countergradient Deardorf, 1966

Revisited by Troen & Mart, 1986, Holtzlag & Boville, 1993, based on a similarity approach.

- **Non local mixing length** (Bougeault)

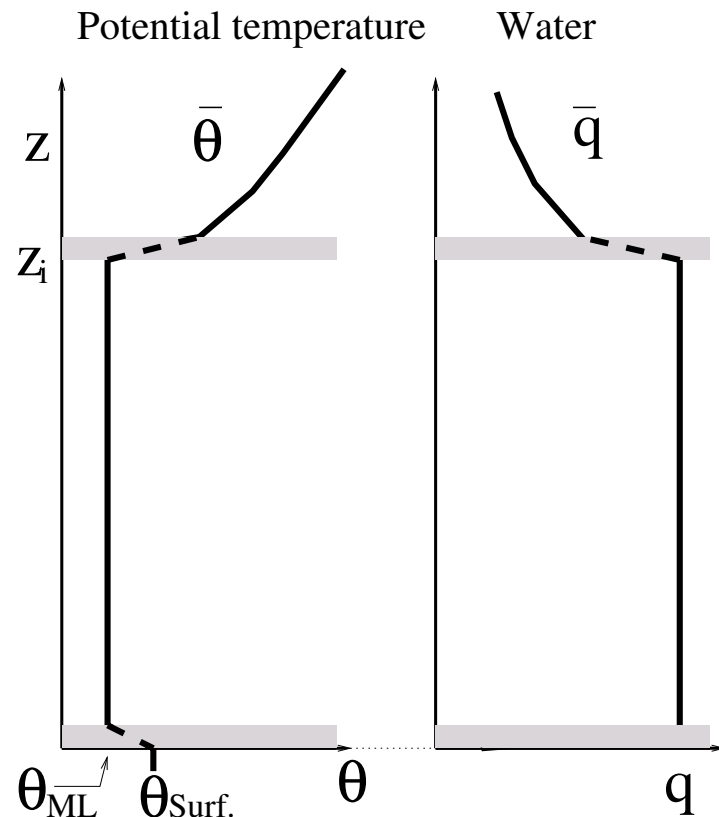
- **Higher order closures**

- Mellor & Yamada 1974, hierarchy at successive orders. Complex and still local.

- Abdella & Mc Farlane, 1997, Introduce a mass flux approach to compute the 3rd order moments in a Mellor and Yamada scheme.

# "Bulk" models

Constant value (or prescribed profiles)  $c_{ML}$  with discontinuities  $\Delta c$  at boundaries.



$$z_i \frac{\partial c_{ML}}{\partial t} = \left[ \overline{w'c'}_0 - \overline{w'c'}_{z_i} \right] \quad (7)$$

$$\text{with } \overline{w'c'}_{z_i} = -C\Delta c \quad (8)$$

Betts, Albrecht, Wang, Suarez et al 1983

Randall et al. 1992 and Lapen and Randall, 2002 : Combination of bulk models with higher order closures

# Transilient matrices

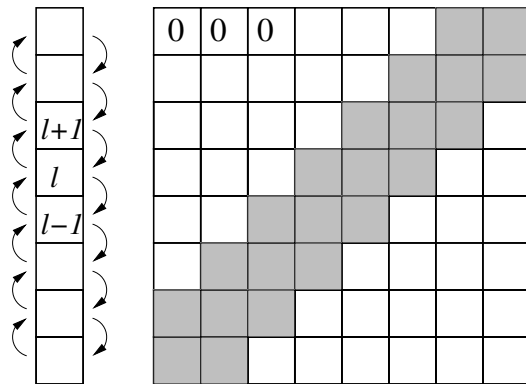
Numerical formalism (after Stull 1984)

$C$  : Air mass exchange rate matrices between model layers

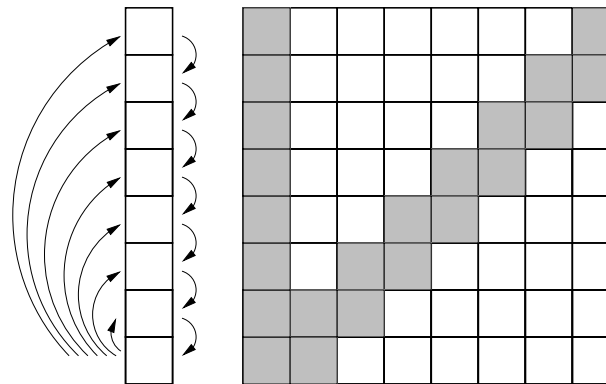
For turbulent diffusions

$$\frac{\partial c_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \simeq \frac{K_{l+1/2} (c_{l+1} - c_l) - K_{l-1/2} (c_l - c_{l-1})}{\delta z^2}$$

$$\Rightarrow C_{l,l+1} = K_{l+1/2} \frac{\delta t}{\delta z^2}, C_{l,l} = -(K_{l-1/2} + K_{l+1/2}) \frac{\delta t}{\delta z^2}, C_{l,m} = 0 \text{ for } |l - m| > 1$$



Turbulent diffusion



Assymmetric Convective Model of Pleim and Chang 1992