

Paramétrisation des coefficients d'échanges turbulents à l'interface surface atmosphère dans les modèles de climat et de prévision du temps

Frédéric Hourdin
Laboratoire de Météorologie Dynamique, IPSL, CNRS, SU

5 décembre 2024

- ▶ Modèles de circulation générale et décomposition de Reynolds
- ▶ Les approches en diffusion turbulente
- ▶ La couche limite de surface
- ▶ Prise en compte des effets de stabilité

Modèles de circulation générale et décomposition de Reynolds

Equation de conservation | \mathbf{v} : champ de vitesse
 c : quantité conservée

Forme lagrangienne : $\frac{dc}{dt} = 0$

Forme advective : $\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad} c = 0$

Form flux ou conservative : $\delta t \rho c + \text{div}(\rho \mathbf{v} c) = 0$

Décomposition d'échelle dite de Reynolds

\bar{X} : variable "moyenne" ou "grande échelle" | $\implies \overline{\mathbf{v}c} = \bar{\mathbf{v}} \bar{c} + \overline{\mathbf{v}'c'}$
 $X' = X - \bar{X}$: turbulent fluctuation

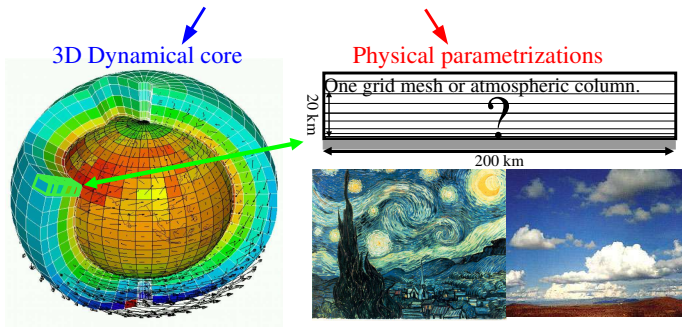
$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{\mathbf{V}} \cdot \text{grad} \bar{c} + \frac{1}{\rho} \text{div}(\rho \overline{\mathbf{v}'c'}) = 0$$

- ▶ En incompressible $\bar{X} = \rho \tilde{X} / \tilde{\rho}$
- ▶ Pour permuter avec les dérivées en temps et en espace, la moyenne ne peut être ni une moyenne glissante en temps ni en espace. On utilise la "moyenne d'ensemble" défini à partir d'une variable aléatoire dont une réalisation $X_n(\vec{x}, t)$ est une histoire complète de l'écoulement. Les trois moyennes sont supposées équivalentes par un principe d'ergodicité.

Modèles de circulation générale et décomposition de Reynolds

Sous l'approximation de couche limite ($\partial/\partial x \ll \partial/\partial z$) :

$$\delta t c + \mathbf{v} \cdot \text{grad } c = S_c - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'c'}$$

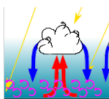


\mathbf{v} et c sont maintenant les variables de grande échelle. c : θ , u , v , eau (vapeur et condensats), espèces chimiques ...

But des paramétrisations (modèles) de la couche limite : représenter $\overline{w'c'}$

1. Modélisation physique

Modèles conceptuels



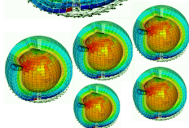
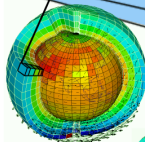
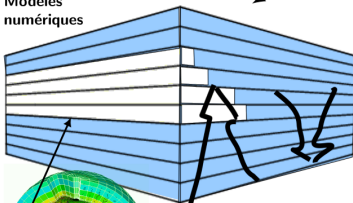
Solar radiation
Convective cells
Small scale turbulence

Modèles mathématiques

$$\frac{dI^+}{d\tau} = \gamma_1 I^+ - \gamma_2 I^- - \pi F \omega_0 \gamma_3 e^{-\tau/\mu_0}$$

$$\rho w' \psi' = f(\psi_{th} - \psi) - K_z \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

Modèles numériques



Observations

Inspiration

Analyse

Evaluation

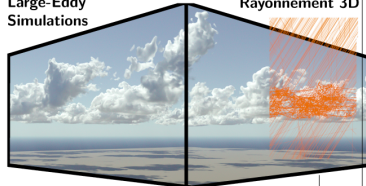
Cas d'études

Forçages au format commun

2. Simulations détaillées

Large-Eddy Simulations

Rayonnement 3D



3. Evaluation et Calibration

Références

Flux solaire en surface
sous des cumulus (W/m^2)

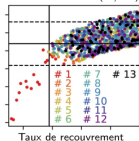
Apprentissage

Processus
Gaussiens

Prédictions

History Matching

Réduction de l'espace des paramètres



Les approches en diffusion turbulente

Diffusion turbulente

Analogie avec la diffusion moléculaire. Mélange turbulent.

$$\overline{\rho w' c'} = -\rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right)$$

Longueur de mélange (Prandtl en 1925)

L'image : existence de petites structures turbulentes avec une taille caractéristique, ou longueur de mélange, l .

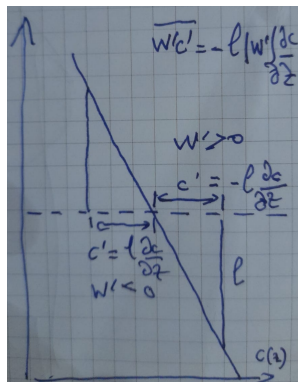
$$c' = -l \frac{\partial c}{\partial z} > 0 \quad \text{si} \quad w' > 0 \quad (1)$$

$$c' = +l \frac{\partial c}{\partial z} < 0 \quad \text{si} \quad w' < 0$$

Finalement, dans tous les cas :

$$\overline{w' c'} = -K_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad \text{avec} \quad K_z \simeq l \overline{|w'|}$$

où $\overline{|w'|}$ est un ordre de grandeur des vitesses turbulentes verticales.



Les approches en diffusion turbulente

Si on suppose la turbulence est isotrope :

$$|w'| \simeq |u'| \simeq l \frac{\partial u}{\partial z}$$

ce qui conduit à choisir

$$K_z = l^2 \left\| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right\|$$

Les approches en diffusion turbulente

- ▶ La longueur de mélange (Prandtl, 1925) : $K_z = l|\overline{w'}|$ or $K_z = l^2 \frac{\partial ||\mathbf{v}'||}{\partial z}$
- ▶ Prise en compte de la stabilité (Ex. Louis 1979)

$$K_z = f(Ri)l^2 \left| \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right|, \quad \text{with } Ri = \frac{g}{\theta} \frac{\frac{\partial \theta}{\partial z}}{\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} \right)^2}$$

- ▶ Formulations basées sur l'énergie cinétique turbulente

$$\overline{w'^2} \simeq e = \frac{1}{2} \left[\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right]$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\overline{w'u'} \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{w'v'} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{g}{\theta} \overline{w'\theta'} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{w'p'}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{w'e}}{\partial z} - \epsilon$$

Ex : Mellor et Yamada $\overline{w'\phi'} = -K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z}$ avec $K_\phi = l\sqrt{2e}S_\phi(Ri)$

Note : $\frac{\partial e}{\partial t} = 0$ (stationarité) $\implies K_z$ de la forme Eq. 2

Dans la couche limite de surface, on ajoute deux hypothèses :

- ▶ On suppose $l = \kappa z$, avec $\kappa \simeq 0,35 - 0,43$ la constante de Von Karman.
En choisissant un repère local tel que \bar{u} soit dans la direction du vent :

$$\overline{w'u'} = -K_z \frac{\partial u}{\partial z} = -(\kappa z)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2$$

- ▶ On suppose les flux turbulents constants sur la verticale (dominants et en régime stationnaire) $\overline{w'u'} \simeq \overline{u'v'}_0 = -\tau/\rho$ où τ est le module de la tension de vent en surface.

On obtient

$$u_* = \kappa z \frac{\partial u}{\partial z}$$

où u_* défini par $u_*^2 = \tau/\rho$ est la vitesse de friction.

A noter que les dérivations ci-dessus aboutissent également à $|w'| \simeq u_*$ dans la couche de surface.

La couche limite de surface

Profils logarithmiques

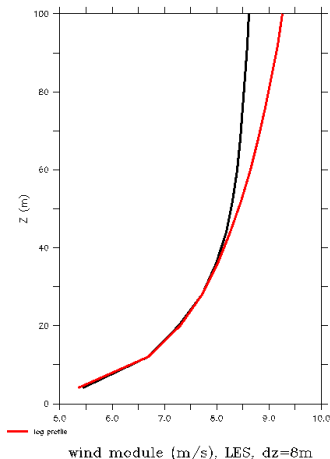
Obtenus par intégration verticale

$$[u(z)]_{z_1}^{z_2} = \int_{z_1}^{z_2} \frac{u_*}{z\kappa} dz$$

Hauteur de rugosité z_0 telle que $\bar{u}(z_0) = 0$

$$u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0}$$

Physiquement, les dérivations précédentes ne sont plus valables très près de la surface, région dans laquelle l'atmosphère échange de la quantité de mouvement au travers de couples de pression sur les obstacles. La longueur de rugosité est typiquement de l'ordre de la fraction de mm sur mer, de quelques centimètres sur les prairies ou les déserts caillouteux, jusqu'à quelques mètres dans les régions boisées ou urbaines.



Les approches en diffusion turbulente

$$u_*^2 = u(z)^2 \left(\frac{\kappa}{\ln \frac{z}{z_0}} \right)^2$$

En redécomposant sur les deux composantes directionnelles, on peut calculer le flux de quantité de mouvement en surface à partir des variables météorologiques à n'importe quel niveau dans la couche de surface :

$$\begin{aligned} \overline{\rho w' u'}_0 &= -\rho C_{d,m}(z) \|\mathbf{v}_h(z)\| u(z) \\ \overline{\rho w' v'}_0 &= -\rho C_{d,m}(z) \|\mathbf{v}_h(z)\| v(z) \end{aligned} \quad (2)$$

où \mathbf{v}_h est le vent horizontal et

$$C_d = \left(\frac{\kappa}{\ln \frac{z}{z_0}} \right)^2$$

En pratique on calcule les membres de droite au premier niveau modèle.

Les approches en diffusion turbulente

De la même façon à partir du flux de chaleur sensible en surface

$H = C_p \rho \overline{w' T'_0}$, on peut introduire une échelle des fluctuations turbulentes de température potentielle, $T_* = \overline{w' T'_0} / u_* = H / (C_p \rho u_*)$, liée au gradient de température potentielle par

$$T_* = \kappa' z \frac{\partial T}{\partial z}$$

ce qui aboutit également à une forme logarithmique

$$T - T_S = \frac{T_*}{\kappa'} \ln \frac{z}{z_0}$$

où T_S est la température de surface. Le rapport $R = \kappa / \kappa'$ est le nombre de Prandtl turbulent, rapport entre les diffusivités de la quantité de mouvement et de la température. Ce nombre est de l'ordre de 1 pour les gaz. Une valeur de 0,7 est couramment utilisée pour l'air. Les mesures dans la couche limite de surface suggèrent $R = 0,74$ en conditions neutres ou stables [Deardorff(1972),]. La hauteur z_0 peut également être différente pour la quantité de mouvement et la température. Dans ce dernier cas, z_0 correspond plutôt à la hauteur à partir de laquelle on passe d'un transport conductif à un transport turbulent.

La couche limite de surface

$$\rho w' T'_0 = \rho u_* T^* = \rho C_{d,T}(z) \|\mathbf{v}_h\| (T_s - T(z))$$

avec

$$C_{d,T}(z) = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z}{z_{0,m}} \ln \frac{z}{z_{0,T}}}$$

Finalement, le flux d'énergie sensible en surface s'écrit

$$H = h(z) [T_s - T(z)]$$

où le coefficient **h** est donné par

$$h(z) = C_p \rho(z) C_{d,T}(z) \|\mathbf{v}_h\|$$

Prise en compte des effets de stabilité

Les méthodes de similitude ont remporté un grand succès dans l'explication des observations des grandeurs turbulentes dans la couche limite de surface. Dans cette approche, on s'intéresse à une couche limite en régime stationnaire, on adimensionalise les équations et on dérive des relations ou modèles à partir des seuls paramètres dont dépendent les équations. La couche logarithmique, présentée plus haut à partir de la longueur de mélange, peut déjà être présentée à partir des relations de similitude si on remarque que le gradient vertical du vent près de la surface dans une atmosphère neutre ne peut dépendre que de u^* et z .

Monin et Obukov ont introduit les effets de la stratification dans cette description de la turbulence mécanique. L'hypothèse de base de leur théorie est de supposer que le cisaillement adimensionnel, $\kappa u_* \partial u / \partial z$, égal à 1 pour une atmosphère neutre, ne dépend que d'une mesure de l'importance relative des flux de moment et de chaleur, le nombre de Richardson de flux Ri_f introduit plus haut. Dans la couche de surface, ce nombre s'écrit

$$Ri_f = \frac{g}{T} \frac{\overline{w'\theta'}}{\overline{w'u'} \frac{\partial u}{\partial z}} \simeq \frac{gz \overline{w'\theta'_0}}{\kappa u_*^3 \theta} = \frac{z}{L}$$

où

$$L = \frac{\kappa u_*^3 \theta}{g \overline{w'\theta'_0}}$$

est la longueur d'Obukov.

Prise en compte des effets de stabilité

On suppose donc, dans la couche de surface, que le gradient de vent peut s'écrire sous la forme

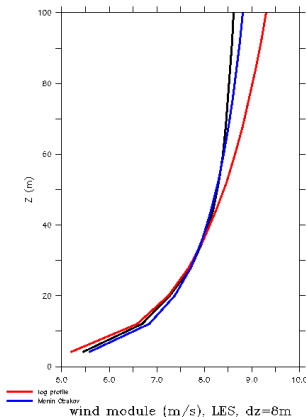
$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \phi_m \left(\frac{z}{L} \right)$$

où ϕ_m est une fonction universelle, dite fonction de stabilité, qui vaut 1 dans les conditions neutres ou quand $z \rightarrow 0$, c'est à dire quand la turbulence est dominée par les effets mécaniques. Cette équation peut s'intégrer verticalement pour fournir directement le vent à un niveau donné dans la couche de surface :

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - \psi_m \left(\frac{z}{L} \right) \right]$$

au lieu de

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)$$



Conclusion

- ▶ La théorie donne les flux en surface à partir des variables (température, vent) à n'importe quel niveau dans la couche limite de surface.
 - ▶ La théorie de Monin Obukov permet de prendre en compte les effets de la stabilité sur la turbulence.
 - ▶ La théorie sous-jacente est fondamentalement stationnaire et suppose une convergence des statistiques.
 - ▶ Aucune raison de penser qu'elle reste valable en instationnaire quand on descend à l'échelle d'une maille de LES (10 à 100m pour l'atmosphère) ...
- ... ce qu'on fait pourtant couramment faute de savoir faire autre chose !

Merci de votre attention



Deardorff, J. W., 1972 : Parameterization of the boundary layer for use in general circulation models, *Mon. Wea. Rev.*, **77**, 93–106.



Villefranque, N., F. Hourdin, L. d'Alençon, S. Blanco, O. Boucher, C. Caliot, C. Coustet, J. Dauchet, M. El Hafi, V. Eymet, O. Farges, V. Forest, R. Fournier, J. Gautrais, V. Masson, B. Piaud, et R. Schoetter, 2022 : The “teapot in a city” : A paradigm shift in urban climate modeling, *Science Advances*, **8**.