Raccordement des Modèles Thermodynamiques de Glace, d'Océan et d'Atmosphère

Jean-Louis Dufresne, Jean-Yves Grandpeix

Laboratoire de Météorologie Dynamique

Note Interne 205
juin 1996
(révisée 17 septembre 1996)

Résumé

L'interface océan-glace de mer-atmosphère est extrêmement hétérogène. Le modèle de glace-océan du LODYC, utilisé par la comunauté "GASTON", reproduit en partie cette hétérogénéité (mailles mixtes contenant de l'océan libre et différents types de glace) alors que les modèles d'atmosphère (Arpège, LMD 5) ne la reproduisent pas ou peu (mailles homogènes ou mailles mixtes océan libre - un seul type de glace). De plus, aux hautes latitudes, une maille atmosphérique recouvre un nombre élevé de mailles océaniques.

Nous avons développé un modèle de raccordement qui répartit de façon différenciée les flux calculés par le modèle d'atmosphère sur les différents types de surface (océan libre ou variétés de glace) en fonction de leur distribution statistique (fraction surfacique) et de leur caracteristiques individuelles (temp. de surface, albédo, etc...). Ce modèle de raccordement garantit la conservation des flux à l'interface.

Dans cette note, nous abordons tout d'abord le problème de la stabilité numérique du raccordement glace-atmosphère, puis présentons le modèle de raccordement développé.

Table des matières

1 Modèles considérés **3**
1.0.1 Modèle d'atmosphère . . . 3
1.0.2 Modèle de glace ou d'océan . . . 3
1.0.3 Modèle d'interface . . . 3
1.1 Présentation plus détaillée du modèle de glace . . . 3

2 Résolution couplée O-G-A **3**
2.1 Mauvais Raccordements ; Belles Oscillations . . . 3
2.2 Calculs simples, en stationnaire . . . 4
2.2.1 Résolution découplée (par relaxation) . . . 4
2.2.2 Résolution couplée, en stationnaire . . . 6
2.3 Résolution générale, en stationnaire . . . 6
2.4 Résolution implicite et résolution couplée équivalente . . . 7
2.4.1 Formulation du problème . . . 7
2.4.2 Raccordement entre une maille atmosphérique et un seul type de glace . 8

3 Répartition différenciée des flux **9**
3.1 Flux thermiques non solaire . . . 9
3.1.1 Modèles partiels locaux . . . 9
3.1.2 Modèles partiels moyennés spatialement . . . 10
3.1.3 Résolution . . . 11
3.2 Rayonnement solaire . . . 11
3.2.1 Modèle complet glace + atmosphère . . . 11
3.2.2 Modèles partiels . . . 12
3.3 Résultats . . . 12

4 Raccordement O-G-A dans le cadre d'OASIS **13**
4.1 Introduction d'une interface au niveau de la grille océanique . . . 14
4.1.1 Rayonnement solaire absorbé . . . 14
4.1.2 Échanges thermiques non solaire . . . 15
4.1.3 Architecture de la procédure de raccordement . . . 16
4.2 Non conservation de l'énergie due au schémas temporel . . . 17
4.2.1 Prise en compte du défaut d'énergie . . . 18
4.3 Interpolation spatiale non uniforme des flux . . . 18
4.3.1 Flux thermique non solaire . . . 18
4.3.2 Flux solaire absorbé . . . 20
4.3.3 Cas particulier d'une interpolation uniforme : . . . 20
4.3.4 Formulation "définitive" : . . . 21
4.4 Procédure de raccordement finalement retenue . . . 23
4.5 Implémentation . . . 24

1 Modèles considérés

On se place dans le cadre d'un "raccordement croisé température -flux", c.-à-d.:

- le modèle d'atmosphère calcul, pour une température de surface donnée, le bilan thermique de la surface (que l'on appellera abusivement flux à la surface)
- le modèle de glace (ou d'océan) calcule la température de sa surface pour un flux thermique atmosphérique donné
- le modèle de raccordement assure que la température de surface et le flux thermique atmosphérique sont identiques des deux coté de l'interface

1.0.1 Modèle d'atmosphère

- conditions aux limites : θ température de surface à l'interface Atm-glace /océan
- variable calculée : Ψ flux thermique à l'interface Atm-glace /océan

$$\Psi = G_A(\theta)$$

Cette représentation englobe aussi bien une colonne verticale d'un GCM qu'un modèle extrêmement simple (bulk formulae...).

1.0.2 Modèle de glace ou d'océan

- conditions aux limites : φ flux thermique solaire et non solaire (sensible, latent, rayonnement IR) à l'interface Atm-glace /océan .
- variable calculée : T température de surface de la glace ou de l'océan

$$T = G_G(\varphi)$$

1.0.3 Modèle d'interface

Ce modèle doit calculer les C.L. (conditions aux limite) du modèle d'atmosphère en fonction des variables du modèle de glace ou d'océan et les C.L. du modèle de glace ou d'océan en fonction des variables du modèle d'atmosphère . Dans le cas simple d'une interface uniforme (une maille atmosphérique recouvrant exactement une seule maille océanique ou bien un seul type de glace , donc en particulier pas besoin d'interpolation spatiale), le modèle de raccordement dégénère vers le modèle trivial :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = \Psi \\ \theta = T \end{array} \right.$$

1.1 Présentation plus détaillée du modèle de glace

2 Résolution couplée O-G-A

2.1 Mauvais Raccordements ; Belles Oscillations

Le raccordement d'un modèle thermodynamique de glace et d'un modèle atmosphérique a tendance à produire des oscillations, des instabilités, bien connues des "glacio-modélisateurs". Le fameux n° 0 du journal de Gaston mentionne de telles oscillations lors des raccordements de modèles globaux (contributions du CERFACS et de LOUVAIN). Dans le schéma classiquement utilisé pour le raccordement océan-atmosphère, puis étendu au raccordement glace-atmosphère, le modèle atmosphérique utilise la température de surface θ comme condition aux limites et calcule le flux thermique Ψ à la surface. Le modèle de glace utilise ce flux thermique comme condition aux limites et calcule une nouvelle température de surface (ainsi qu'une nouvelle fraction englacée). Ce schéma de raccordement ne prend pas en compte les rétroactions entre le flux thermique atmosphérique et la température de surface de la glace (résolution explicite vis-à-vis des variables d'interfaces). Lors des simulations numériques, des oscillations importantes apparaissent aussi bien avec des GCM qu'avec des modèles simplifiés. A titre d'illustration, nous avons tracé sur la Fig. 1 l'évolution de la température de surface de la glace pendant quelques heures, et ce pour deux hauteurs de glaces. Cette température

est calculée avec une version dégradée du modèle de glace du LODYC, qui ne prend pas en compte les rétroactions entre le flux thermique atmosphérique et la température de surface de la glace. Ces oscillations sont très importantes (plusieurs dizaines de K pour la glace d'épaisseur $0.75m$) et le modèle "explose" très rapidement.

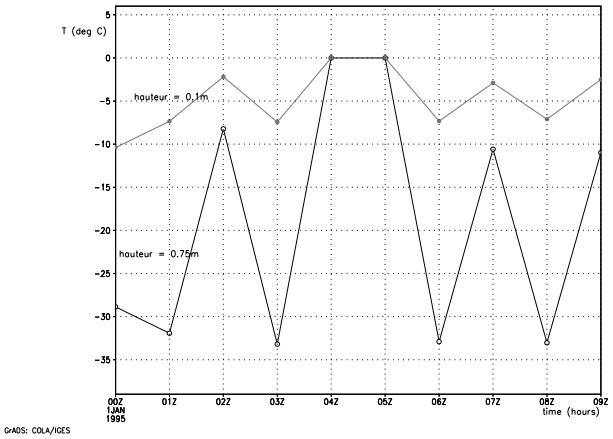
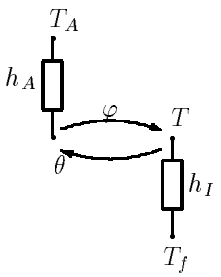


FIG. 1 – *Évolution de la température de surface de la glace avec un "mauvais" raccordement, pour deux hauteurs de glace* (0.1 *et* $0.75m$)*, sur une durée de 9 heures, le pas de temps étant de 1 heure.*

2.2 Calculs simples, en stationnaire

Tout d'abord on va montrer que des oscillations peuvent être obtenues avec un modèle très simple de glace et d'atmosphère (linéaire, stationnaire) et un "mauvais" raccordement , pour des conditions climatiques standards : les oscillations observées dans les différentes simulations ne proviennent donc pas forcément de la "complexités" (non-linéarités, effets de seuils...) des modèles de glace et d'atmosphère . Ensuite, en se basant toujours sur ce modèle simplicime, on présente la méthode de résolution couplée systématiquement utilisée par la suite.



T_A : température atmosphérique

T_f : température de fusion de la glace

h_A, h_I : coéfficients d'échanges thermiques

Modèle d'atmosphère $\Psi = h_A.(\theta - T_A)$; variable d'état : Ψ ; cond. aux limites : θ

Modèle d'océan $T = T_f - \dfrac{\varphi}{h_I}$; variable d'état : T ; cond. aux limites : φ

Modèle d'interface $\begin{cases} \varphi = \Psi \\ \theta = T \end{cases}$; variable d'interface : φ et θ

2.2.1 Résolution découplée (par relaxation)

Comme exemple de résolution découplée, on considère la résolution par relaxation. Pour des valeurs de T_A et T_f données, en partant d'une température initiale $T(0)$ de la surface et

en indiçant par n le numéro de l'itération, l'algorithme de résolution est le suivant :

$T(0) = ...$
boucle
$n = n + 1$
$\theta(n) = T(n-1)$
$\Psi(n) = h_A.(\theta(n) - T_A)$
$\varphi(n) = \Psi(n)$
$T(n) = T_f - \varphi(n)/h_I$
tant que $|\theta(n) - T(n)| <$ seuil

Cette méthode de résolution est considérée comme découplée car, pour une itération n quelconque, les équations du système complet ne sont pas toutes satisfaites. C'est uniquement si le système converge après un nombre suffisant d'itérations que ces équations sont satisfaites à un seuil de convergence près.

En reprenant la résolution ci-dessus et en éliminant (remplaçant) $\Psi(n)$ et $\varphi(n)$ on obtient :

$T(0) = ...$
boucle
$n = n + 1$
$\theta(n) = T(n-1)$
$T(n) = T_f - \frac{h_A}{h_I}.\theta(n) + \frac{h_A}{h_I}.T_A$
tant que $|\theta(n) - T(n)| <$ seuil

On a alors le résultat classique (cf figure 2): la résolution converge si $\frac{h_A}{h_I} < 1$ et diverge si $\frac{h_A}{h_I} > 1$.

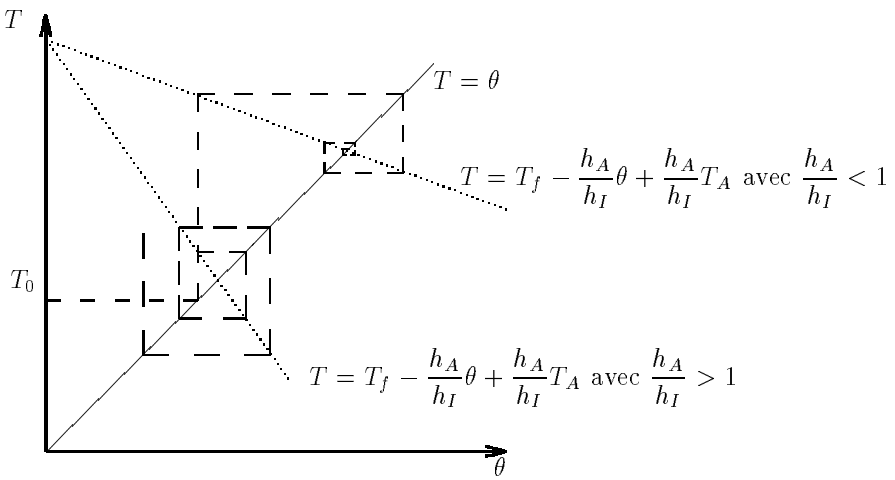


FIG. 2 – *Représentation du processus d'itération lors de la résolution par relaxation*

Ordres de grandeurs caractéristiques :
conductivité de la glace : $\lambda_I \approx 2W.m^{-1}.K^{-1}$
épaisseur de glace : $e_I \approx 0.5m$
$h_I = \frac{\lambda_I}{e_I} = 4W.m^{-2}.K^{-1}$
$\frac{h_A}{h_I} \approx 5 > 1$

Dans les situations climatiques classiques, une résolution par relaxation diverge.

- Pourquoi ce type de raccordement "marche" pour le raccordement océan -atmosphère? Parce que l'on suppose que la couche de surface de l'océan est parfaitement mélangée, c.-à-d. $h_O \approx \infty$, ce qui garanti que $h_A/h_O < 1$.

- On pourrait avoir comme critère de convergence $h_I/h_A < 1$ au lieu de $h_A/h_I < 1$. Pour cela il faudrait que le modèle d'atmosphère calcule la température d'interface T et que le modèle de glace et d'océan calcul le flux d'interface φ. La résolution couplée atmosphère -glace convergera certainement (en stationnaire), mais c'est alors la résolution couplée atmosphère - océan (ou atmosphère -glace très peu épaisse) qui deviendrait problématique. On rencontrerait également des difficultés lorsque la glace viendrait à fondre.

2.2.2 Résolution couplée, en stationnaire

On part d'une valeur initiale des variables d'interface θ_0 et φ_0 à partir desquelles les modèles d'atmosphère et de glace calculent respectivement Ψ_0 et T_0. Les équations d'interfaces ($\theta = T$ et $\varphi = \Psi$) ne sont a priori pas satisfaites pour ces valeurs initiales et on va rechercher quelles **variations** $\delta\theta, \delta T, \delta\varphi$ et $\delta\Psi$ sont nécessaires pour les satisfaire, c.-à-d.:

$$\varphi_0 + \delta\varphi = \Psi_0 + \delta\Psi \tag{1}$$

$$\theta_0 + \delta\theta = T_0 + \delta T \tag{2}$$

On linéarise les modèles d'atmosphère et de glace :

$$Atm. \quad \Psi = h_A.(\theta - T_A) \quad \Rightarrow \delta\Psi = h_A.\delta\theta \tag{3}$$

$$Glace \quad T = T_f - \frac{\varphi}{h_I} \quad \Rightarrow \delta T = -\frac{\delta\varphi}{h_I} \tag{4}$$

Résolution On utilise les Eqs.3 et.4 pour éliminer $\delta\Psi$ et δT dans les Eqs.1 et.2. On obtient :

$$\delta\varphi = \Psi_0 - \varphi_0 + h_A.\delta\theta \tag{5}$$

$$\delta\theta = T_0 - \theta_0 - \frac{\delta\varphi}{h_I} \tag{6}$$

En éliminant $\delta\varphi$ on obtient :

$$(1 + \frac{h_A}{h_I}).\delta\theta = T_0 - \theta_0 + \frac{\Psi_0 - \varphi_0}{h_I} \tag{7}$$

que l'on note :

$$(1 - g).\delta\theta = \delta\theta^*_{ins} \tag{8}$$

avec g : gain de rétroaction statique.

$\delta\varphi$ est ensuite obtenu en remplaçant $\delta\theta$ dans l'Eq. 5 puis $\delta\Psi$ et δT en remplaçant $\delta\theta$ et $\delta\varphi$ dans les Eqs.3 et.4. Si le modèle est linéaire, cette solution est exacte car elle correspond à la résolution directe des quatre Eqs.1 à 4.

2.3 Résolution générale, en stationnaire

On effectue la même résolution que ci-dessus, mais de façon plus générale et plus formelle. On suppose que les modèles peuvent être linéarisés par rapport à leurs variables d'états et leurs variables d'interface (que l'on appelle aussi variables de transfert).

Modèle d'atmosphère : Ψ est fonction de θ. En linéarisant, on obtient :

$$\delta\Psi = \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\delta\theta \tag{9}$$

Modèle de glace: T est fonction de φ. En linéarisant, on obtient :

$$\delta T = \frac{\partial T}{\partial\varphi}\delta\varphi \tag{10}$$

$\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}$ et $\frac{\partial T}{\partial\varphi}$ doivent être calculés respectivement par le modèle d'atmosphère et de glace

Modèle d'interface:

$$\varphi_0 + \delta\varphi = \Psi_0 + \delta\Psi \tag{11}$$
$$\theta_0 + \delta\theta = T_0 + \delta T \tag{12}$$

Résolution On utilise les équations 9 et 10 pour éliminer $\delta\Psi$ et δT dans les Eqs. 11 et 12:

$$\delta\varphi = \Psi_0 - \varphi_0 + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}.\delta\theta \tag{13}$$
$$\delta\theta = T_0 - \theta_0 + \frac{\partial T}{\partial\varphi}.\delta\varphi \tag{14}$$

En éliminant $\delta\varphi$ on obtient :

$$(1 - \frac{\partial T}{\partial\varphi}.\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}).\delta\theta = T_0 - \theta_0 + \frac{\partial T}{\partial\varphi}.(\Psi_0 - \varphi_0) \tag{15}$$

ce qui permet d'obtenir d'abord $\delta\theta$, puis $\delta\varphi$ par substitution de $\delta\theta$ dans Eq. 13 et enfin $\delta\Psi$ et δT par substitution de $\delta\theta$ et $\delta\varphi$ dans Eq. 9 et Eq. 10.

- Dans cette résolution, on utilise non seulement les variables T et Ψ mais également leurs dérivées $\frac{\partial T}{\partial\varphi}$ et $\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}$.
- Cette résolution est équivalente à une méthode de Newton-Raphson

2.4 Résolution implicite et résolution couplée équivalente

En régime dynamique, la résolution découplée des modèles d'atmosphère et de glace ne diverge pas forcément, comme en régime stationnaire, mais oscille fortement (cf. parag. 2.1) (une résolution découplée des modèles d'atmosphère et de glace correspond par exemple à un schéma explicite vis-à-vis des variables d'interface). Pour éviter cela, la solution adoptée pour le développement et la mise au point du modèle de glace du LODYC est de résoudre par un schéma implicite l'ensemble des transferts thermiques dans l'atmosphère (diffusion turbulente, rayonnement IR,...) et dans la glace (diffusion). Cette solution est toutefois incompatible avec l'option de conserver la séparation AGCM et GOGCM (glace océan GCM). On va donc rechercher un modèle d'interface situé à la frontière glace -atmosphère et qui soit équivalent à une résolution implicite.

2.4.1 Formulation du problème

Calculer les variables d'états $\vec{\eta}$ d'un modèle à l'aide d'un schéma implicite revient à résoudre le système linéaire :

$$A.\vec{\eta}(t) = \vec{B'} \tag{16}$$

Par la suite on travaillera essentiellement en variation $\delta\vec{\eta} = \vec{\eta}(t) - \vec{\eta}(t - \delta t)$. L'équation 16 s'écrit alors :

$$A.\delta\vec{\eta} = \vec{B} \tag{17}$$

avec $\vec{B} = \vec{B'} - A.\vec{\eta}(t - \delta t)$

On partitionne le vecteur $\vec{\eta}$ en deux vecteurs $\vec{\eta}_1$ et $\vec{\eta}_2$, l'un contenant les variables du modèle d'atmosphère et l'autres celles du modèle de glace . On partitionne de même $\vec{B}$ en deux et la matrice A en quatre. L'équation 17 s'écrit maintenant :

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \delta\vec{\eta}_1 \\ \delta\vec{\eta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix} \tag{18}$$

c.-à-d.

$$\begin{cases} \delta\vec{\eta}_1 = A_{11}^{-1}.\vec{B}_1 - A_{11}^{-1}.A_{12}.\delta\vec{\eta}_2 \\ \delta\vec{\eta}_2 = A_{22}^{-1}.\vec{B}_2 - A_{22}^{-1}.A_{21}.\delta\vec{\eta}_1 \end{cases} \tag{19}$$

que l'on met sous la forme :

$$\begin{cases} \delta\vec{\eta}_1 = \delta\vec{\eta}_{1,dec} + \overline{\overline{\frac{\partial\eta_1}{\partial\eta_2}}}.\delta\vec{\eta}_2 \\ \delta\vec{\eta}_2 = \delta\vec{\eta}_{2,dec} + \overline{\overline{\frac{\partial\eta_2}{\partial\eta_1}}}.\delta\vec{\eta}_1 \end{cases} \tag{20}$$

- $\delta\vec{\eta}_{1,dec}$ représente la variation des variables d'état $\vec{\eta}_1$ du domaine 1 pendant un pas de temps δt lorsque les variables du domaine 2 restent constantes (c.-à-d. $\delta\vec{\eta}_2 = \vec{0}$).
- $\overline{\overline{\frac{\partial\eta_1}{\partial\eta_2}}}$: représente la sensibilité des variables d'état $\vec{\eta}_1$ à une variation des variables d'état $\vec{\eta}_2$
- idem pour $\delta\vec{\eta}_{2,dec}$ et $\overline{\overline{\frac{\partial\eta_2}{\partial\eta_1}}}$

Ce système d'équation (20) est résolu par substitution de $\delta\vec{\eta}_2$ dans la première équation et de $\delta\vec{\eta}_1$ dans la seconde :

$$\begin{cases} \left(\mathbb{1} - \overline{\overline{\frac{\partial\eta_1}{\partial\eta_2}}}.\overline{\overline{\frac{\partial\eta_2}{\partial\eta_1}}}\right).\delta\vec{\eta}_1 = \delta\vec{\eta}_{1,dec} + \overline{\overline{\frac{\partial\eta_1}{\partial\eta_2}}}.\delta\vec{\eta}_{2,dec} \\ \left(\mathbb{1} - \overline{\overline{\frac{\partial\eta_2}{\partial\eta_1}}}.\overline{\overline{\frac{\partial\eta_1}{\partial\eta_2}}}\right).\delta\vec{\eta}_2 = \delta\vec{\eta}_{2,dec} + \overline{\overline{\frac{\partial\eta_2}{\partial\eta_1}}}.\delta\vec{\eta}_{1,dec} \end{cases} \tag{21}$$

Pourvu que les modèles 1 et 2 calculent et se transmettent suffisamment d'information $(\delta\vec{\eta}_{1,dec}, \overline{\overline{\frac{\partial\eta_1}{\partial\eta_2}}}, \delta\vec{\eta}_{2,dec}, \overline{\overline{\frac{\partial\eta_2}{\partial\eta_1}}})$, on peut coupler ces deux modèles de telle sorte que la résolution puisse être effectuée séparément dans chacun des deux modèles et qu'elle soit équivalente à une résolution implicite.

2.4.2 Raccordement entre une maille atmosphérique et un seul type de glace

On considère ici une maille avec un seul type de glace (une seule température , épaisseur,...). On linéarise les modèles d'atmosphère , de glace et d'interface :

$$Atm. \quad \frac{\partial\Psi}{\partial t} = G_a(\theta,t) \quad \Rightarrow \delta\Psi = \delta\Psi_{dec} + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\delta\theta \tag{22}$$

$$Glace \quad \frac{\partial T}{\partial t} = G_g(\varphi) \quad \Rightarrow \delta T = \delta T_{dec} + \frac{\partial T}{\partial\varphi}.\delta\varphi \tag{23}$$

$$Interface \quad \varphi = \Psi \quad \Rightarrow \delta\varphi = \delta\Psi \tag{24}$$

$$\theta = T \quad \Rightarrow \delta\theta = \delta T \tag{25}$$

Ces équations sont du même type que celles en régime stationnaire (parag. 2.3). Les termes supplémentaires $\delta\Psi_{dec}$ et δT_{dec} représentent l'évolution qu'auraient Ψ et T si les variables d'interfaces restaient constantes pendant le pas de temps δt.

La résolution de ce système d'équations se fait, comme précédemment par substitution. En utilisant les équations 22 et 23 pour remplacer $\delta\Psi$ et δT dans les équations 24 et 25 on obtient :

$$\begin{cases} \delta\varphi = \delta\Psi_{dec} + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\delta\theta \\ \delta\theta = \delta T_{dec} + \frac{\partial T}{\partial\varphi}.\delta\varphi \end{cases} \tag{26}$$

On résout ces deux équations en remplaçant $\delta\theta$ dans la première équation et $\delta\varphi$ dans la seconde :

$$\begin{cases} (1 - \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}.\frac{\partial T}{\partial\varphi}).\delta\varphi = \delta\Psi_{dec} + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\delta T_{dec} \\ (1 - \frac{\partial T}{\partial\varphi}.\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}).\delta\theta = \delta T_{dec} + \frac{\partial T}{\partial\varphi}.\delta\Psi_{dec} \end{cases} \tag{27}$$

Que l'on écrit sous la forme canonique

$$\begin{cases} (1-g).\delta\varphi = \delta\Psi_{ins} \\ (1-g).\delta\theta = \delta T_{ins} \end{cases} \tag{28}$$

g étant le gain de rétroaction dynamique entre Ψ et θ.

Le modèle de glace a été modifié pour permettre ce type de raccordement. Les résultats numériques obtenus avec le modèle simplifié d'atmosphère sont identiques aux erreurs d'arrondi près à ceux obtenus avec une résolution implicite. Le modèle de glace est ainsi raccordable à tout modèle d'atmosphère pourvu que celui-ci calcule et transmette **à chaque pas de temps** et pour **chaque type de glace** de chaque maille océanique la **valeur** Ψ du flux thermique non solaire et **sa dérivée** $\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}$. A ce stade, il reste donc à traiter l'interpolation spatiale du flux et de sa dérivée et l'aspect temporel de l'intégration.

A titre d'illustration , nous avons tracé sur la Fig. 3 l'évolution du gain de rétroaction en fonction de la hauteur de glace pour différents maillages verticaux : 0 couches ($\equiv$ stationnaire), 1, 5, 20 et 100 couches (le maillage vertical est régulier). Ces calculs ont été réalisés avec le modèle de glace du LODYC et pour des conditions climatiques telles que $\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} \approx 16 W.m^{-2}.K^{-1}$. En stationnaire, on retrouve les même valeurs que celles obtenues par le calcul simple (parag. 2.2). Sur ces courbes, on peut remarquer :

- que le gain de rétroaction croit, en valeur absolue, avec l'épaisseur de glace
- que lorsque la glace est faiblement maillée (< 5 couches), le gain de rétroaction est très élevé, notamment pour les épaisseurs de glace supérieures à $1m$
- que ce gain de rétroaction dépend fortement du maillage verticale de la glace, donc du traitement numérique de la diffusion dans la glace.

Lorsque la surface de la glace fond, ce gain de rétroaction devient nul du fait de l'annulation du terme $\frac{\partial T}{\partial\varphi}$.

3 Répartition différenciée des flux

La surface des mailles du modèle océanique est beaucoup plus petite que celle des mailles atmosphériques , surtout près des pôles : une maille du modèle d'atmosphère recouvre un grand nombre de mailles océaniques . D'autres part chacune de ces mailles océaniques se décompose elle-même en plusieurs types de surfaces : l'océan libre et chacun des différents types de glace. Ces surfaces ayant des propriétés très différentes, les flux thermiques traversant ces surfaces sont très différents, voire de signes opposés. Comment répartir les flux thermiques calculés par le modèle d'atmosphère? Quelle doit être la température de surface pour le modèle atmosphérique?

Pour traiter ce problème, on considère une colonne verticale du modèle atmosphérique dont la surfaces est découpée en un certain nombre de "sous-mailles" i dont la surface représente un fraction w_i de la surface de la maille atmosphérique . On a $\sum_i w_i = 1$.

3.1 Flux thermiques non solaire

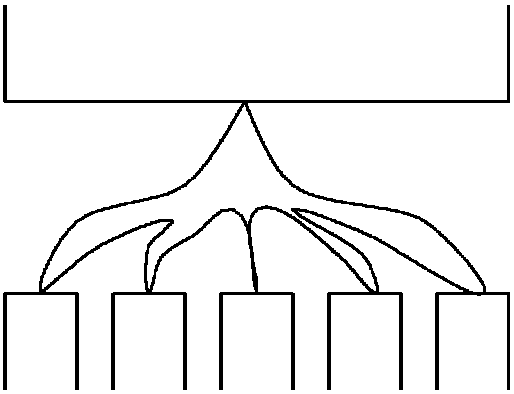
Hypothèse : on suppose dans un premier temps que le flux atmosphérique non solaire d'une surface i est une fonction de la seule température de surface θ_i. On ne prend pas en compte l'influence éventuelle d'autres paramètres tels la rugosité, l'émissivité...

3.1.1 Modèles partiels locaux

Modèle d'atmosphère $\Psi_i = G_a.(\theta_i)$

Modèle de glace/océan $T_i = G_g(\varphi_i)$

Modèle d'interface $\begin{cases} \varphi_i = \Psi_i \\ \theta_i = T_i \end{cases}$



Atmosphère ; $\Psi = G_a(\theta)$

Interface : $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_i = ? \\ \theta = ? \end{array} \right.$

Glace/Oceéan ; $T_i = G_g(\varphi_i)$

3.1.2 Modèles partiels moyennés spatialement

Modèle atmosphérique Ce modèle partiel d'atmosphère calcule le flux thermiques non solaire Ψ pour une température de surface θ donnée.

Modèle d'océan ou de glace Pour chaque sous-maille i, ce modèle partiel calcule la température de surface T_i pour un flux thermiques non solaire φ_i donné.

Modèle d'interface Ce modèle doit contenir les équations permettant de calculer la température d'interface θ et l'ensemble des flux d'interfaces φ_i.

équation de φ_i : On l'impose à priori en effectuant un développement au premier ordre du modèle atmosphérique en fonction de la température de surface; on suppose que la différence entre le flux φ_i d'une sous-maille i et le flux Ψ calculé par le modèle d'atmosphère est une fonction linéaire de l'écart entre la température de surface T_i d'une sous-maille i et la température de surface θ du modèle d'atmosphère

$$\boxed{\varphi_i = \Psi + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}.(T_i - \theta)} \tag{29}$$

équation de θ : On la définit en imposant la conservation de l'énergie, c.-à-d.

$$\Psi = \sum_i w_i.\varphi_i \tag{30}$$

avec $\sum_i w_i = 1$

En utilisant l'Eq. 29 pour remplacer φ_i dans l'équation précédente, on obtient

$$\Psi = \Psi.\sum_i w_i + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\left[\sum_i w_i.(T_i - \theta)\right] \tag{31}$$

Comme $\sum_i w_i = 1$, l'équation précédente n'est vérifier de façon générale que si

$$\sum_i w_i.(T_i - \theta) = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\theta = \sum_i w_i.T_i} \tag{32}$$

Pour le modèle d'interface , on a donc deux systèmes d'équations équivalents :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_i = \Psi + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}.(T_i - \theta) \\ \Psi = \sum_i w_i.\varphi_i \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \varphi_i = \Psi + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}.(T_i - \theta) \\ \theta = \sum_i w_i.T_i \end{array} \right. \tag{33}$$

3.1.3 Résolution

On linéarise les modèles d'atmosphère , de glace et d'interface .

Modèle d'atmosphère

$$\delta\Psi = \delta\Psi_{dec} + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\delta\theta \tag{34}$$

Modèle d'océan ou de glace Pour chaque sous-maille i on a

$$\delta T_i = \delta T_{i,dec} + \frac{\partial T_i}{\partial\varphi_i}.\delta\varphi_i \tag{35}$$

Modèle d'interface

$$\delta\varphi_i = \delta\Psi + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}.(\delta T_i - \delta\theta) \tag{36}$$

$$\delta\theta = \sum_i w_i.\delta T_i \tag{37}$$

Résolution On utilise les équations 34 et 35 pour remplacer $\delta\Psi$ et δT_i dans les équations 36 et 37. On obtient

$$(1 - \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}.\frac{\partial T_i}{\partial\varphi_i})\delta\varphi_i = \delta\Psi_{dec} + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}.\delta T_{i,dec} \tag{38}$$

$$\delta\theta = \sum_i w_i.\delta T_{i,dec} + \sum_i w_i \frac{\partial T_i}{\partial\varphi_i}\delta\varphi_i \tag{39}$$

Ce qui nous permet d'obtenir directement :

$$\delta\varphi_i = \frac{\delta\Psi_{dec} + \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}.\delta T_{i,dec}}{1 - \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}.\frac{\partial T_i}{\partial\varphi_i}} \tag{40}$$

$$\delta\theta = \sum_i w_i \frac{\delta T_{i,dec} + \frac{\partial T_i}{\partial\varphi_i}.\delta\Psi_{dec}}{1 - \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}.\frac{\partial T_i}{\partial\varphi_i}} \tag{41}$$

On voit que l'on a simplement N équations à résoudre et non un système d'équations à N inconnus nécessitant une inversion matricielle..

3.2 Rayonnement solaire

3.2.1 Modèle complet glace + atmosphère

Hypothèse : le flux solaire descendant $F^s_\downarrow$ est constant sur toute la maille atmosphérique .

Le flux solaire absorbé par une maille i est :

$$\varphi^s_i = (1 - a_i).F^s_\downarrow \tag{42}$$

avec a_i albédo de la maille i

Le flux solaire descendant est notamment fonction, du fait de la diffusion du rayonnement solaire par l'atmosphère , de l'ensemble $\{a_i\}$ des albédos de toutes les mailles de glace i en dessous de la maille atmosphérique .

3.2.2 Modèles partiels

Modèle atmosphérique C'est le modèle partiel d'atmosphère qui calcule le flux solaire descendant $F^s_\downarrow$. L'expression de $F^s_\downarrow$ dépend non plus directement de l'ensemble des albédos $\{a_i\}$ mais d'un albédo moyen α dont l'expression sera donné par le modèle d'interface . Le flux solaire absorbé par la "surface" est alors :

$$\Psi^s = (1-\alpha).F^s_\downarrow \tag{43}$$

Modèle de glace Du point de vue qui nous intéresse ici, le modèle de glace calcule l'albédo a_i et la fraction w_i de la surface i. Ces variables sont fonction de l'état de la glace et on **néglige la dépendance directe de ces variables vis-à-vis des flux d'interface .** Par ailleurs, ce modèle calcule également la répartition verticale (à l'intérieur de la glace) du flux solaire φ^s_i absorbé par la "surface" : une fraction est absorbée par la partie superficielle de la glace, une autres par le coeur de la glace , le reste étant absorbé par l'océan sous la glace .

Modèle d'interface Les variables d'interface choisies sont :

1. l'ensemble des flux solaire φ^s_i absorbés par chaque sous maille i. Ce choix, notamment par rapport à celui du flux solaire descendant $F^s_\downarrow$, permet de garantir plus aisément la conservation de l'énergie du modèle couplé
2. l'albédo moyen α de la surface du modèle atmosphérique

Pour définir les équations associées aux variables φ^s_i, on impose que les modèles partiels associés au modèle d'interface soit équivalent au modèle globale glace + atmosphère . En utilisant l'Eq. 43 pour remplacer $F^s_\downarrow$ dans l'Eq. 42 on obtient

$$\boxed{\varphi^s_i = \frac{1-a_i}{1-\alpha}.\Psi^s} \tag{44}$$

L'équation associée à l'albédo de la surface du modèle d'atmosphère est obtenue en imposant la conservation de l'énergie, c.-à-d.

$$\sum_i w_i.\varphi^s_i = \Psi^s \tag{45}$$

En utilisant l'expression de φ^s_i (Eq. 44) et comme $\sum_i w_i = 1$ on obtient

$$\boxed{\alpha = \sum_i w_i.a_i} \tag{46}$$

En résumé

Modèle d'atmosphère calcule Ψ^s fonction de α et des variables internes à l'atmosphère

Modèle de glace calcule a_i et w_i et utilise φ^s_i (mais pas de dépendance directe de a_i et w_i vis-à-vis des variables d'interfaces)

Modèle d'interface
$$\begin{cases} \varphi^s_i = \dfrac{1-a_i}{1-\alpha}.\Psi^s \\ \alpha = \sum_i w_i.a_i \end{cases}$$

3.3 Résultats

De même que précédemment, on utilise le modèle de glace du LODYC et un modèle thermodynamique simplifié d'atmosphère (bulk formulae). Le domaine considéré est constitué de 20x20 mailles océaniques. Sur les Fig. 4 et Fig. 5 sont représentées les répartition à l'instant initiale de la hauteur et de la fraction de glace dans une section du domaine. Dans les simulations effectuées, les flux atmosphériques ont été calculés de différentes façon :

1. simulation de référence : les flux sont calculé localement, d'après la température de surface locale

$$\begin{aligned} \varphi_i &= G_a(T_i) \\ \varphi^s_i &= (1-a_i)F^s_\downarrow \end{aligned}$$

2. simulation avec l'ensemble des flux interpolés

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \Psi + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}.(T_i - \theta) \\ \varphi_i^s &= \frac{1 - a_i}{1 - \alpha}.\Psi^s \end{aligned}$$

3. simulation avec les flux non solaire interpolés et le flux solaire absorbé uniforme

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \Psi + \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}.(T_i - \theta) \\ \varphi_i^s &= \Psi^s \end{aligned}$$

4. simulation avec l'ensemble des flux uniformes (non interpolés)

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \Psi \\ \varphi_i^s &= \Psi^s \end{aligned}$$

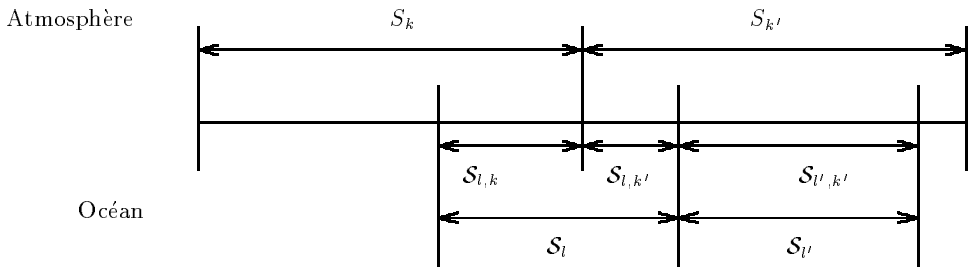
Pour les modèles avec interpolations ont a également

$$\Psi = G_a(\theta) \ ; \ \alpha = \sum_i w_i.a_i \ ; \ \theta = \sum_i w_i.T_i \tag{47}$$

Les résultats après trois semaines de simulations sont représentés Fig. 4 pour la hauteur de glace et Fig. 5 pour la fraction englacée.

- la fraction englacée est beaucoup plus sensible à l'interpolation spatiale des flux que la hauteur de glace
- la simulation avec l'ensemble des flux interpolés fournit des résultats quasi identiques à ceux de la simulation de référence (différence non discernable sur les dessins)
- la répartition uniforme des flux entraîne des erreurs importantes sur la fraction englacée

4 Mise en oeuvre numérique et informatique du raccordement O-G-A; utilisation du coupleur OASIS



Pour être complet, on introduit ici explicitement les mailles atmosphériques , les mailles océaniques et pour chacunes de ces dernières la fraction des différents types de glaces. On définit ainsi :

S_k : surface de la maille k du modèle d'atmosphère .
$\mathcal{S}_l$: surface de la maille océanique l
$\mathcal{S}_{l,k}$: pour une maille océanique l, surface de cette maille située sous la maille atmosphérique k
$s_{l,k}$: fraction de la surface de la maille atmosphérique k située au dessus de la maille océanique l : $s_{l,k} = \mathcal{S}_{l,k}/S_k$. On a : $\boxed{\forall k, \sum_l s_{l,k} = 1}$

$w_{i,l}$: fraction de la glace de type i dans la maille océanique l. On a : $\boxed{\forall l, \sum_i w_{i,l} = 1}$

4.1 Introduction d'une interface au niveau de la grille océanique

Nous avons présenté dans le paragraphe précédent un modèle pour l'interface entre l'atmosphère et les différents types de glace. Ici on va effectuer un emboîtement, c.-à-d.que l'on va découper ce modèle d'interface en deux :

1. modèle d'interface entre les différents types de glace et la maille océanique à laquelle ils appartiennent
2. modèle d'interface entre les mailles océaniques et la maille atmosphérique les recouvrant

Nous avons introduit cet emboîtement pour les raisons suivantes :

- la grille océanique correspond, par rapport à la grille atmosphérique , à un raffinement du maillage de la surface. Par contre la décomposition d'une maille océanique en différents types de glace n'est pas basée sur des considérations spatiales, mais sur des propriétés physiques de la surface. Ainsi lors de la répartition des flux entre les différentes mailles océaniques on pourra utiliser des propriétés spatiales (nord, sud...) alors que ces considérations n'ont aucun sens pour les différents types de glace.
- l'introduction de variables au niveau de la grille océanique facilite les diagnostiques
- la position et la surface des mailles océaniques ne varient pas au cours du temps alors que la fraction des différents types de glace varie au contraire fortement.

Dans les paragraphes 4.1 et 4.2 on ne traite que le cas où toute maille océanique est couverte par une seule maille atmosphérique . Dans ces deux paragraphes, l'indice k désignera l'unique maille atmosphérique couvrant les mailles océaniques considérées. Les mailles océaniques à cheval sur plusieurs mailles atmosphériques sont traitées au parag. 4.3.

4.1.1 Rayonnement solaire absorbé

Dans le paragraphe 3, nous avons vu que le flux solaire Ψ^s **absorbé** par la surface (calculé par le modèle d'atmosphère) pouvait être réparti entre les différents types de glace à l'aide de la relation suivante Eq. 44 :

$$\varphi^s_{i,l} = \frac{1 - a_{i,l}}{1 - \alpha_k} . \Psi^s_k \tag{48}$$

De la contrainte de conservation de l'énergie on en a déduit la définition de α (46) dont on modifie ici légèrement l'écriture :

$$\alpha_k = \sum_l s_{l,k} \left[\sum_i w_{i,l} . a_{i,l} \right] \tag{49}$$

On reprend ces deux équations pour effectuer un emboîtement. L'Eq. 49 peut être décomposée de façon artificielle en deux :

$$\alpha_k = \sum_l s_{l,k} . \mathbb{A}_l \tag{50}$$

$$\mathbb{A}_l = \sum_i w_{i,l} . a_{i,l} \tag{51}$$

La nouvelle variable $\mathbb{A}_l$ représente l'albédo moyenné sur les différents types de glace d'une maille océanique l. L'Eq. 48 peut également se décomposer en deux :

$$X_l = \frac{b}{1 - \alpha_k} . \Psi^s_k \tag{52}$$

$$\varphi^s_{i,l} = \frac{1 - a_{i,l}}{b} . X_l \tag{53}$$

Les deux variable b et X_l sont quelconques pourvues que $b \neq 0$. Si on choisit $b = 1 - \mathbb{A}_l$, alors X_l peut s'interpr'eter comme le flux solaire absorbé par la maille océanique l d'albédo $\mathbb{A}_l$. En notant ce flux $\mathbb{F}_l^s$ on a :

$$\mathbb{F}_l^s = \frac{1 - \mathbb{A}_l}{1 - \alpha_k} . \Psi_k^s \tag{54}$$

$$\varphi_{i,l}^s = \frac{1 - a_{i,l}}{1 - \mathbb{A}_l} . \mathbb{F}_l^s \tag{55}$$

Avec une telle démarche, on a bien décomposée le modèle d'interface entre l'atmosphère et les différents type de glace en deux modèles :

1. modèle d'interface entre les différents types de glace et la maille océanique à laquelle ils appartiennent. Les équations de ce modèle sont :

$$\varphi_{i,l}^s = \frac{1 - a_{i,l}}{1 - \mathbb{A}_l} . \mathbb{F}_l^s$$

$$\mathbb{A}_l = \sum_i w_{i,l} . a_{i,l}$$

2. modèle d'interface entre les mailles océaniques et la maille atmosphérique les recouvrant, d'équations :

$$\mathbb{F}_l^s = \frac{1 - \mathbb{A}_l}{1 - \alpha_k} . \Psi_k^s$$

$$\alpha_k = \sum_l s_{l,k} . \mathbb{A}_l$$

4.1.2 Échanges thermiques non solaire

De même, le système d'équations (29) et (32) définissant la répartition différenciée des flux non solaire peut être modifié pour décomposée le modèle d'interface entre l'atmosphère et les différents type de glace en deux modèles :

1. modèle d'interface entre les différents types de glace et la maille océanique à laquelle ils appartiennent. Les équations de ce modèle sont :

$$\varphi_{i,l} = \mathbb{F}_l + \left(\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathbb{T}} \right)_l . (T_{i,l} - \mathbb{T}_l) \tag{56}$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial T} \right)_{i,l} = \left(\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathbb{T}} \right)_l \tag{57}$$

$$\mathbb{T}_l = \sum_i w_{i,l} . T_{i,l} \tag{58}$$

2. modèle d'interface entre les mailles océaniques et la maille atmosphérique les recouvrant, d'équations :

$$\mathbb{F}_l = \Psi_k + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right)_k . (\mathbb{T}_l - \theta_k) \tag{59}$$

$$\left(\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathbb{T}} \right)_l = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right)_k \tag{60}$$

$$\theta_k = \sum_l s_{l,k} . \mathbb{T}_l \tag{61}$$

Deux nouvelles variables ont été introduites :

$\mathbb{T}_l$: température de surface moyenne de la maille océanique l

$\mathbb{F}_l$: flux thermique non solaire à l'interface océan -atmosphère de la maille océanique l

4.1.3 Architecture de la procédure de raccordement

Dans le cadre de la procédure actuelle de raccordement entre GCM, l'échange d'information ne s'effectue qu'une seule fois par jour, via le "coupleur". Il nous est apparu plus clair et plus efficace de séparer l'interface O-G-A en deux parties. La première, l'interface entre les mailles atmosphériques et celles océaniques est prise en charge par le coupleur alors que la seconde, l'interface entre chaque maille océanique et les différents type de glace fait partie intégrante de l'IOGCM (Ice-Ocean GCM).

Du fait du découplement partiel des GCM (toutes les 24 heures), on distinguera maintenant les valeurs $\mathbb{A}_l$ et $\mathbb{T}_l$ correspondant à l'albédo et à la température de surface utilisés par les interfaces, et les valeurs $\mathcal{A}_l$ et $\mathcal{T}_l$ correspondant à l'albédo moyen et à la température moyenne d'une maille océanique l, c.-à-d.vérifiant à tout instant les relations suivantes :

$$\mathcal{A}_l = \sum_i w_{i,l}.a_{i,l} \tag{62}$$

$$\mathcal{T}_l = \sum_i w_{i,l}.T_{i,l} \tag{63}$$

Les principales étapes de la procédure de raccordement est donc la suivantes :

État initial : L'albédo $\mathcal{A}_l$ et la température de surface $\mathcal{T}_l$ sont donnés pour toutes les mailles océaniques l.

boucle sur les journées

Modèle d'interface (coupleur) :

- Albédo et température de surface de "l'interface océanique " : on prend soit la valeur au dernier pas de temps, soit la valeur moyenne quotidienne de la journée précédente.

$$\mathbb{A}_l = \mathcal{A}_l \text{ ou bien } \mathbb{A}_l = \left(\overline{\mathcal{A}_l}\right)$$
$$\mathbb{T}_l = \mathcal{T}_l \text{ ou bien } \mathbb{T}_l = \left(\overline{\mathcal{T}_l}\right)$$

- moyenne (filtrage) spatiale de l'albédo et de la température de surface de l'océan. Ici on effectue une simple moyenne (Eq. 50 et Eq. 51).

$$\alpha_k = \sum_l s_{l,k}\mathbb{A}_l$$
$$\theta_k = \sum_l s_{l,k}\mathbb{T}_l$$

Modèle d'atmosphère Pour ces conditions α et θ, le modèle atmosphérique calcule durant toute une journée le flux solaire Ψ^s absorbé par la surface, le flux non solaire Ψ et la sensibilité $\dfrac{\partial\Psi}{\partial\theta}$ de ce flux par rapport à la température de surface. Sont également calculées leur valeur moyenne sur 24 heures $\left(\overline{\Psi^s}\right), \left(\overline{\Psi}\right)$ et $\left(\overline{\dfrac{\partial\Psi}{\partial\theta}}\right)$.

Modèle d'interface (coupleur) : A partir de ces valeurs $\left(\overline{\Psi^s}\right)$, $\left(\overline{\Psi}\right)$ et $\left(\overline{\dfrac{\partial\Psi}{\partial\theta}}\right)$ le modèle d'interface calcule pour chaque maille océanique l le flux solaire qu'absorberait cette maille si son albédo valait $\mathbb{A}_l$ et le flux non solaire si sa température de surface était de $\mathbb{T}_l$

$$\mathbb{F}_l^s = \frac{1-\mathbb{A}_l}{1-\alpha}.\left(\overline{\Psi^s}\right)$$
$$\mathbb{F}_l = \left(\overline{\Psi}\right) + \left(\overline{\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}}\right)(\mathbb{T}_l - \theta)$$
$$\left(\frac{\partial\mathbb{F}}{\partial\mathbb{T}}\right)_l = \left(\overline{\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}}\right)$$

Modèle d'interface interne au modèle de glace-océan : A chaque pas de temps et pour chaque type de glace i de chaque maille océanique l on calcule le flux solaire absorbé, le flux non solaire et sa sensibilité par rapport à la température de surface

$$\varphi^s_{i,l} = \frac{1 - a_{i,l}}{1 - \mathbb{A}_l}.\mathbb{F}^s_l$$

$$\varphi_{i,l} = \mathbb{F}_l + \left(\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathbb{T}}\right)_l (T_{i,l} - \mathbb{T}_l)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial T}\right)_{i,l} = \left(\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathbb{T}}\right)_l$$

Modèle de glace-océan : Ce modèle calcule la température de surface $T_{i,l}$, l'albédo $a_{i,l}$, la fraction $w_{i,l}$. Pour chaque maille océanique l, on calcule $\mathcal{T}_l$ et $\mathcal{A}_l$ (Eq. 63 et Eq. 62), valeur moyenne sur les différents types de glace de la température de surface et de l'albédo. Ces valeurs sont ensuite moyennées sur 24 heures pour donner $\left(\overline{\mathcal{T}_l}\right)$ et $\left(\overline{\mathcal{A}_l}\right)$

fin de boucle

Remarques :

- les valeurs de $\mathbb{A}_l$ et $\mathbb{T}_l$ ne pouvant être égale à $\mathcal{A}_l$ et $\mathcal{T}_l$ à chaque pas de temps, on a pris arbitrairement les valeurs moyennes quotidiennes $\left(\overline{\mathcal{A}_l}\right)$ et $\left(\overline{\mathcal{T}_l}\right)$ (mais on aurait pu également prendre les valeurs de $\mathcal{A}_l$ et $\mathcal{T}_l$ au dernier pas de temps de la journée).
- le modèle de glace utilise la valeur approché $\left(\overline{\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}}\right)$ comme sensibilité du flux par rapport à la température de surface. La rétroaction de la température de surface sur le flux de surface via le modèle d'atmosphère est ainsi prise en compte, même si c'est de manière approchée (valeur constante sur la journée).
- pour le modèle d'atmosphère , la température de surface reste constante pendant 24 heures : il n'y a donc pas de prise en compte de la rétroaction du flux sur la température via le modèle de glace .
- pas de conservation stricte de l'énergie (cf. paragraphe ci-dessous)

Les essais effectués (Fig. 6) montrent qu'avec cette procédure de raccordement, il n'y a aucune trace d'oscillation. Par contre des erreurs sur la fraction englacée et la hauteur de glace apparaissent, principalement pendant les courtes périodes de fontes : l'effet de seuil sur la température de fonte produit des non linéarités mal prises en compte.

4.2 Non conservation de l'énergie due au schémas temporel

La résolution des équations du système couplé (parag. 2.4.2) nécessiterait de modifier sensiblement les GCM atmosphériques . D'autres part, lors de l'élaboration de la répartition différenciée des flux, les équations définissant la température de surface (Eq. 32) et l'albédo(Eq. 46) pour le modèle d'atmosphère ont été établies en imposant la conservation de l'énergie à l'interface. Dans le cadre de la procédure actuelle de raccordement entre GCM, l'échange d'information n'a pas lieu à chaque pas de temps. Les contraintes sur la température de surface θ et sur l'albédo α ne sont donc pas satisfaites à chaque pas de temps et donc la conservation de l'énergie non plus.

Cette violation du principe de conservation de l'énergie se traduit par un défaut d'énergie à l'interface, que l'on exprime sous la forme d'un flux moyen $\left(\overline{\mathcal{R}_l}\right)$:

$$\left(\overline{\mathcal{R}_l}\right)_{[t,t+\Delta t[} = \left(\overline{\mathbb{F}_l}\right)_{[t,t+\Delta t[} - \left(\overline{\mathcal{F}_l}\right)_{[t,t+\Delta t[} \tag{64}$$

avec :

$$\left(\overline{\mathbb{F}_l}\right)_{[t,t+\Delta t[} = \frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t} \mathbb{F}_l(t')dt' = \mathbb{F}_l(t) \tag{65}$$

$$\left(\overline{\mathcal{F}_l}\right)_{[t,t+\Delta t[} = \frac{1}{\Delta t}\int_t^{t+\Delta t} \sum_i w_{i,l}(t').\varphi_{i,l}(t')dt' \tag{66}$$

4.2.1 Prise en compte du défaut d'énergie

Dans la pratique, on choisit de calculer le défaut d'énergie au niveau des mailles atmosphériques, et on l'exprime également sous la forme d'un flux moyen ρ_k :

$$\rho_k(t) = \Psi_k(t) - \Phi_k(t) \tag{67}$$

$$\Phi_k(t) = \sum_l s_{l,k}.\left(\overline{\mathcal{F}_l}\right)_{[t,t+\Delta t[} \tag{68}$$

$\Psi_k(t)$ correspond au flux moyen calculé par le modèle d'atmosphère pendant l'interval $[t, t+\Delta t[$ tandis que $\Phi_k(t)$ correspond au flux moyen pendant $[t, t+\Delta t[$ réellement capté par les mailles océaniques sous la maille atmosphérique k. Ce défaut d'énergie est calculé séparément pour le flux solaire et le flux non solaire.

La prise en compte de ce flux correctif ρ_k est effectuée avec un lissage sur un horizon de temps variable. Le flux correctif E_k sera ajouté au flux Ψ_k calculé par le modèle d'atmosphère avant interpolation vers la grille océanique . Ce flux correctif est calculé par une relation récurrente :

- $E_k(t=0) = 0$ (69)
- $E_k(t) = q.\rho_k(t) + (1-q).E_k(t-\Delta t)$ (70)

avec q : facteur de lissage de la correction d'énergie. Si $q = 1$, le défaut d'énergie est totalement compensé d'un jour sur l'autre. Si $q = 0$, il est au contraire compense sur un temps infini (pour ne pas dire jamais...)

On vérifie que cette procédure conserve bien l'énergie sur une durée infinie :

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{\infty} E_k(n.\Delta t) &= 0 + q.\rho_k(\Delta t) + (1-q)q\rho_k(\Delta t) + q.\rho_k(2.\Delta t) + ... \\ &= 0 + q.\rho_k(\Delta t).\left[\sum_{n=0}^{\infty}(1-q)^n\right] + q.\rho_k(2.\Delta t).\left[\sum_{n=0}^{\infty}(1-q)^n\right] + ... \\ &= \sum_{n=0}^{\infty}\rho_k(n.\Delta t)\end{aligned}$$

Si le filtrage de ρ_k est strictement conservatif (ce qui devrait être relativement aisé) alors cette procédure permet de corriger aussi bien le défaut d'énergie dû aux variations sur un pas de temps de $T_{i,l}, a_{i,l}$ et $w_{i,l}$ que le défaut d'énergie dû à l'interpolation spatiale des flux atmosphériques vers la grille océanique , interpolation plus difficile à rendre strictement conservative.

4.3 Interpolation spatiale non uniforme des flux

Le problème initiale était posé par les mailles océaniques à cheval sur plusieurs mailles atmosphériques . La solution adoptée pour ce cas particulier s'étend ensuite facilement à une interpolation spatiale quelconque.

Le modèle d'interface entre types de glace et mailles océaniques ne dépend pas directement du modèle d'atmosphère et reste donc identique à celui présenté parag. 4.1. Le modèle d'interface entre mailles océaniques et mailles atmosphériques est par contre modifié, mais la méthode pour établir ce modèle reste identique.

4.3.1 Flux thermique non solaire

Soit $F_{l,k}$ le flux thermique à l'interface O-G-A du aux échanges entre une maille océanique l et une maille atmosphérique k. On considère ici que ce flux $F_{l,k}$ est une fraction $b_{l,k}$ du flux qu'échangerait cette maille l si elle était totalement et uniquement sous la maille atmosphérique k (cf. Eq. 59)

$$F_{l,k} = b_{l,k}\left[\Psi_k + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_k(\mathbb{T}_l - \theta_k)\right] \tag{71}$$

Le flux total pour la maille océanique l est alors :

$$\mathbb{F}_l = \sum_k F_{l,k} \tag{72}$$

Pour établir l'équation de la variable d'interface θ_k, on va, de même qu'au parag. 3, imposer la contrainte de conservation de l'énergie. Pour conserver l'énergie il faut que la puissance captée par l'ensemble des mailles océaniques "voyants" une maille atmosphérique k soit égale à la puissance calculée par le modèle atmosphérique pour cette maille k. C'est à dire qu'il faut respecter la contrainte suivante :

$$\forall \mathbb{T}_l \ , \ \sum_l \mathcal{S}_l . F_{l,k} = S_k . \Psi_k \tag{73}$$

En utilisant l'Eq. 71, on peut écrire :

$$\sum_l \mathcal{S}_l . F_{l,k} = \sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l . \Psi_k + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right)_k . \left[\sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l \left(\mathbb{T}_l - \theta_k \right) \right] \tag{74}$$

Pour que l'énergie soit conservée il faut donc satisfaire les deux relations suivantes :

$$\sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l = S_k \tag{75}$$

$$\theta_k = \frac{\sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l \mathbb{T}_l}{\sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l} \tag{76}$$

- la première de ces relations est une contrainte sur le filtre spatiale entre les grilles océanique et atmosphérique . Cette contrainte ne dépend pas de l'état du système O-G-A et peut donc être introduite une fois pour toute, lors de l'élaboration du filtre.
- la seconde de ces relations est une contraintes entre le filtre utilisé pour l'interpolation des flux (Eq. 71) et le filtre qui doit être utilisé pour filtrer (moyenner spatialement) la température de surface de l'océan.

Pour le flux non solaire, le modèle d'interface entre mailles océanique et atmosphérique est donc le suivant :

pour toute maille océanique l :

$$\mathbb{F}_l = \sum_k F_{l,k} \tag{77}$$

avec :

$$F_{l,k} = b_{l,k} \left[\Psi_k + \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right)_k \left(\mathbb{T}_l - \theta_k \right) \right] \tag{78}$$

et pour toute maille atmosphérique k :

$$\theta_k = \frac{\sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l \mathbb{T}_l}{\sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l} \tag{79}$$

$$\sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l = S_k \tag{80}$$

4.3.2 Flux solaire absorbé

On effectue le même type de démarche que pour le flux non solaire. Pour une des variable d'interface, le flux solaire absorbé par une maille océanique , on a (cf. Eq. 54) :

$$F^s_{l,k} = b_{l,k} . \left(\frac{1 - \mathbb{A}_l}{1 - \alpha_k} \right) . \Psi^s_k \tag{81}$$

$$\mathbb{F}^s_l = \sum_k F^s_{l,k} \tag{82}$$

Pour les autres variables d'interface, les albédo α_k, on établit leur équation en imposant la conservation de l'énergie. La conservation de l'énergie s'exprime sous la forme :

$$\sum_l \mathcal{S}_l . F^s_{l,k} = S_k . \Psi^s_k \tag{83}$$

En utilisant l'Eq. 81, on écrit :

$$\sum_l \mathcal{S}_l . F^s_{l,k} = \sum_l \mathcal{S}_l . b_{l,k} . \frac{1 - \mathbb{A}_l}{1 - \alpha_k} \Psi^s_k \tag{84}$$

Pour que l'énergie soit conservée il faut donc que :

$$S_k \, (1 - \alpha_k) = \sum_l \mathcal{S}_l . b_{l,k} . \, (1 - \mathbb{A}_l) \tag{85}$$

ou encore, si la contrainte Eq. 75 est respectée :

$$\alpha_k = \sum_l \frac{b_{l,k} . \mathcal{S}_l}{S_k} . \mathbb{A}_l \tag{86}$$

Cette relation apporte une contrainte entre le filtre utilisé pour l'interpolation spatiale du flux solaire absorbé et le filtre qui doit être utilisé pour interpoler l'albédo océanique.

Pour le flux solaire absorbé, le modèle d'interface entre mailles océanique et atmosphérique est donc le suivant :

pour toute maille océanique l :

$$\mathbb{F}^s_l = \sum_k F^s_{l,k} \tag{87}$$

avec :

$$F^s_{l,k} = b_{l,k} . \left(\frac{1 - \mathbb{A}_l}{1 - \alpha_k} \right) . \Psi^s_k \tag{88}$$

et pour toute maille atmosphérique k :

$$\alpha_k = \sum_l \frac{b_{l,k} . \mathcal{S}_l}{S_k} . \mathbb{A}_l \tag{89}$$

$$\sum_l b_{l,k} \mathcal{S}_l = S_k \tag{90}$$

4.3.3 Cas particulier d'une interpolation uniforme :

Dans ce cas particulier, les coefficients $b_{l,k}$ sont égaux au rapport entre la surface de la partie de la maille océanique située sous la maille atmosphérique et la surface totale de la maille océanique.

$$b_{l,k} = \frac{\mathcal{S}_{l,k}}{\mathcal{S}_l} = s_{l,k} \tag{91}$$

Les équations 86 et 76 définissant α_k et θ_k sont cohérentes avec celles trouvées section 3.

4.3.4 Formulation "définitive" :

Pour finir (provisoirement ?) de couper les cheveux en quatre et découper les modèles d'interface en morceaux, on va ici modifier légèrement la formulation des modèles d'interface entre mailles océanique et atmosphérique . Le but de cette obstination est de séparer dans le modèle d'interface ce qui correspond à l'interpolation purement spatiale (changement de grille) de ce qui correspond à une interpolation "locale" (dépendant uniquement de propriétés physiques locales).

Flux non solaire: Pour l'interpolation "locale", on va postuler que l'expression du flux $\mathbb{F}_l$ doit conserver la même forme que l'expression que nous avons obtenu lorsque les mailles océaniques sont recouvertes par une unique maille atmosphérique (Eq. 59). C'est-à-dire que l'on va chercher s'il est possible de trouver l'expression de trois nouveaux terme $\overline{\psi}_l$, $\left(\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\overline{\Theta}}\right)_l$, $\overline{\Theta}_l$ tel que $\mathbb{F}_l$ puisse être de la forme :

$$\mathbb{F}_l = \overline{\psi}_l + \left(\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\overline{\Theta}}\right)_l . \left(\mathbb{T}_l - \overline{\Theta}_l\right) \tag{92}$$

En partant des équations 71 et 72 on a :

$$\mathbb{F}_l = \sum_k F_{l,k} \tag{93}$$

$$= \sum_k b_{l,k} \left[\Psi_k + \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_k . (\mathbb{T}_l - \theta_k)\right] \tag{94}$$

$$= \sum_k b_{l,k}\Psi_k + \left(\mathbb{T}_l - \overline{\Theta}_l\right) . \left[\sum_k b_{l,k} . \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_k\right] + \sum_k \left[b_{l,k} . \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_k . \left(\overline{\Theta}_l - \theta_k\right)\right] \tag{95}$$

$\overline{\Theta}_l$ étant une variable quelconque.
On pose :

$$\overline{\psi}_l = \sum_k b_{l,k} . \Psi_k \tag{96}$$

$$\left(\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\overline{\Theta}}\right)_l = \sum_k b_{l,k} \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_k \tag{97}$$

et on cherche la valeur de $\overline{\Theta}_l$ qui annule le 3^e terme du membre de droite de l'Eq. 95. On obtient :

$$\overline{\Theta}_l = \frac{\sum_k b_{l,k} . \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_k . \theta_k}{\sum_k b_{l,k} . \left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_k} \tag{98}$$

Pour pouvoir mettre, pour une maille océanique l, l'expression des flux non solaire sous la forme de l'Eq. 92, il faut respecter les 3 équations 96, 97 et 98, c.-à-d.qu'il faut filtrer avec un même filtre les variables atmosphériques Ψ, $\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}$ ainsi que le produit $\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} . \theta$

Flux solaire: On effectue le même type de démarche. On veut que $\mathbb{F}_l^s$ soit de la forme (Eq. 54) :

$$\mathbb{F}_l^s = \left(\frac{1 - \mathbb{A}_l}{1 - \overline{\alpha}_l}\right) . \overline{\psi}_l^s \tag{99}$$

et l'on va chercher s'il est possible de trouver l'expression de deux nouvelles variables $\overline{\alpha}_l$ et $\overline{\psi}_l^s$.On part des équations 81 et 82 :

$$\mathbb{F}_l^s = \sum_k F_{l,k}^s \tag{100}$$

$$= \left(\frac{1 - \mathbb{A}_l}{1 - \overline{\alpha}_l}\right) . \left(\sum_k b_{l,k}\Psi_k^s\right) . \left(\sum_k b_{l,k}\frac{1 - \overline{\alpha}_l}{1 - \alpha_k}\Psi_k^s\right) . \left(\sum_k b_{l,k}\Psi_k^s\right)^{-1} \tag{101}$$

$\overline{\alpha}_l$ étant une variable quelconque. On pose :

$$\overline{\psi}^s_l = \sum_k b_{l,k}.\Psi^s_k \tag{102}$$

et on cherche $\overline{\alpha}_l$ tel que l'on ait :

$$\left[\sum_k b_{l,k}\frac{1-\overline{\alpha}_l}{1-\alpha_k}\Psi^s_k\right].\left[\sum_k b_{l,k}\Psi^s_k\right]^{-1} = 1 \tag{103}$$

c.-à-d.

$$1-\overline{\alpha}_l = \frac{\sum_k b_{l,k}\Psi^s_k}{\sum_k b_{l,k}\frac{\Psi^s_k}{1-\alpha_k}} \tag{104}$$

Pour le flux solaire, il faut donc filtrer spatialement le flux solaire absorbé Ψ^s_k ainsi que le rapport $\dfrac{\Psi^s_k}{1-\alpha_k}$

Autres solution : (version très préliminaire) dans la définition de l'albédo $\overline{\alpha}_l$ (Eq. 104) apparaissent, outres les albédos α_k, les flux solaires absorbés Ψ^s_k. La présence de ces flux rend cette définition de l'albédo peu satisfaisante. Nous avons donc modifiée la forme sous laquelle mettre l'expression de $\mathbb{F}^s_l$, en introduisant une variable $\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l$ qui peut s'interpréter comme un flux solaire descendant :

$$\mathbb{F}^s_l = (1-\mathbb{A}_l).\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l \tag{105}$$

L'expression de $\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l$ s'établit en partant également des équations 81 et 82 :

$$\begin{aligned}\mathbb{F}^s_l &= \sum_k F^s_{l,k} \\ &= (1-\mathbb{A}_l)\,.\left(\sum_k b_{l,k}\frac{\Psi^s_k}{1-\alpha_k}\right)\end{aligned}$$

On a donc :

$$\boxed{\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l = \sum_k b_{l,k}\frac{\Psi^s_k}{1-\alpha_k}} \tag{106}$$

Le terme $\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l$ s'interprete comme un flux solaire descendant. En effet, si l'albédo **réellement** utilisé par le modèle d'atmosphère est ${\alpha'}_k$, alors on a la relation suivante entre les flux solaire absorbé Ψ^s_k et descendant ${F^{\downarrow}}_k$:

$$\Psi^s_k = (1-{\alpha'}_k).{F^{\downarrow}}_k \tag{107}$$

en utilisant l'Eq. 106 on obtient :

$$\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l = \sum_k b_{l,k}\frac{1-\alpha_k}{1-{\alpha'}_k}.{F^{\downarrow}}_k \tag{108}$$

Si l'albédo ${\alpha'}_k$ utilisé par le modèle d'atmosphère est égale à l'albédo α_k calculé par le modèle d'interface , alors $\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l$ dépend uniquement des flux solaires descendant calculé par le modèle .

Si l'on met le flux solaire absorbé sous la forme $\mathbb{F}^s_l = (1-\mathbb{A}_l).\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l$, alors il faut que $\mathbb{F}^{\downarrow}{}_l$ corresponde au filtrage spatiale du rapport $\dfrac{\Psi^s_k}{1-\alpha_k}$

Que l'on adopte l'une ou l'autre forme pour $\mathbb{F}^s_l$, qui ne correspondent qu'à des manipulations algébriques, les contraintes imposées parag. 4.3.1 et parag. 4.3.2 telles la conservation de l'énergie restent satisfaites.

4.4 Procédure de raccordement finalement retenue

Modèle d'interface océan → atmosphère (coupleur) :

- Les variables d'interfaces sont les valeurs moyennes quotidiennes

$$\mathbb{A}_l = \left(\overline{\mathcal{A}_l}\right)$$
$$\mathbb{T}_l = \left(\overline{\mathcal{T}_l}\right)$$
$$\mathbb{W}_l = \left(\overline{\mathcal{W}_l}\right)$$

- Intégration spatiale ; passage au maillage atmosphérique

albédo	$\mathbb{A}_l \rightarrow \alpha_k$	(Eq. 86)
temp. de surface	$\mathbb{T}_l \rightarrow \theta_k$	(Eq. 76)
fraction de glace	$\mathbb{W}_l \rightarrow \omega_k$	
flux solaire absorbé par l'océan	$\left(\overline{\mathcal{F}_l^s}\right) \rightarrow \Phi_k^s$	
flux non solaire capté par l'océan	$\left(\overline{\mathcal{F}_l}\right) \rightarrow \Phi_k$	

- Calcul du défaut d'énergie

$$\rho_k(t) = \Psi_k(t) - \Phi_k(t)$$
$$\rho_k^s(t) = \Psi_k^s(t) - \Phi_k^s(t)$$

Modèle d'atmosphère Soit il utilise directement α_k et θ_k comme conditions aux limites, soit il recalcule son albédo ou sa température de surface en utilisant éventuellement la fraction englacée ω_k. On peut par exemple penser que c'est le modèle d'atmosphère qui est le plus à même de prendre en compte l'effet de l'angle azimutale sur la valeur de l'albédo de la glace et de l'océan. Le modèle atmosphérique calcule durant toute une journée le flux solaire Ψ_k^s absorbé par la surface, le flux non solaire Ψ_k et la sensibilité $\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\right)_k$ de ce flux par rapport à la température de surface. Sont également calculées leurs valeurs moyennes sur 24 heures $\left(\overline{\Psi_k^s}\right)$, $\left(\overline{\Psi_k}\right)$ et $\left(\overline{\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\right)_k}\right)$.

Modèle d'interface atmosphère → océan (coupleur) :

- Correction pour conserver l'énergie

$$E_k(t) = q.\rho_k(t) + (1-q).E_k(t-\Delta t)$$
$$\left(\overline{\Psi_k}\right) = \left(\overline{\Psi_k}\right) + E_k(t)$$
$$E_k^s(t) = q.\rho_k^s(t) + (1-q).E_k^s(t-\Delta t)$$
$$\left(\overline{\Psi_k^s}\right) = \left(\overline{\Psi_k^s}\right) + E_k^s(t)$$

- Interpolation **purement spatiale** sur la grille océanique

flux non solaire	$\left(\overline{\Psi_k}\right) \rightarrow \overline{\psi}_l$	Eq. 96
	$\left(\overline{\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\right)_k}\right) \rightarrow \left(\frac{\partial \overline{\psi}}{\partial \overline{\Theta}}\right)_l$	Eq. 97
flux solaire absorbé	$\left(\overline{\Psi_k^s}\right) \rightarrow \overline{\psi}_l^s$	Eq. 102
albédo	$\alpha_k \rightarrow \overline{\alpha}_l$	Eq. 104
temp. de surface	$\theta_k \rightarrow \overline{\Theta}_l$	Eq. 98

- Interpolation sur la grille océanique avec **prise en compte des propriétés locales**

flux non solaire	$\mathbb{F}_l = \overline{\psi}_l + \left(\frac{\partial \overline{\psi}}{\partial \overline{\Theta}}\right)_l . \left(\mathbb{T}_l - \overline{\Theta}_l\right)$	Eq. 92
flux solaire absorbé	$\mathbb{F}_l^s = \left(\frac{1-\mathbb{A}_l}{1-\overline{\alpha}_l}\right) . \overline{\psi}_l^s$	Eq. 99

Modèle de glace-océan :

- Interpolation entre les différents types de glaces

flux non solaire	$\varphi_{i,l} = \mathbb{F}_l + \left(\frac{\partial \mathbb{F}}{\partial \mathbb{T}}\right)_l . (T_{i,l} - \mathbb{T}_l)$	Eq. 56
flux solaire absorbé	$\varphi_{i,l}^s = \frac{1-a_{i,l}}{1-\mathbb{A}_l} . \mathbb{F}_l^s$	Eq. 55

- Évolution de l'état ; calcul de $T_{i,l}, a_{i,l}$ et $w_{i,l}$

- Moyenne sur les types de glaces

albédo	$\mathcal{A}_l = \sum_i w_{i,l}.a_{i,l}$	Eq. 62
temp. de surface	$\mathcal{T}_l = \sum_i w_{i,l}.T_{i,l}$	Eq. 63
fraction de glace	$\mathcal{W}_l$	

- Moyenne temporelle ; calcul de $\left(\overline{\mathcal{A}_l}\right)$, $\left(\overline{\mathcal{T}_l}\right)$ et $\left(\overline{\mathcal{W}_l}\right)$

4.5 Implémentation

- **Routine `OIACPL`: émulation du coupleur**

Modèle d'interface océan → atmosphère → océan

⊙ Les variables d'interfaces de l'océan sont des valeurs moyennes quotidiennes du jour précédent

$$\begin{array}{rr} \text{albédo} & \mathbb{A}_l = \left(\overline{\mathcal{A}_l}\right)_{[t-\Delta t,t[} = \int_{t-\Delta t}^{t} \mathcal{A}_l.dt \\ \text{temp. de surface} & \mathbb{T}_l = \left(\overline{\mathcal{T}_l}\right)_{[t-\Delta t,t[} = \int_{t-\Delta t}^{t} \mathcal{T}_l.dt \\ \text{fraction} & \mathbb{W}_l = \left(\overline{\mathcal{W}_l}\right)_{[t-\Delta t,t[} = \int_{t-\Delta t}^{t} \mathcal{W}_l.dt \end{array}$$

	variable	nom `Fortran`
albédo	$\mathbb{A}_l$, $\left(\overline{\mathcal{A}_l}\right)_{[t-\Delta t,t[}$	`XALBOM`
temp. de surface	$\mathbb{T}_l$, $\left(\overline{\mathcal{T}_l}\right)_{[t-\Delta t,t[}$	`XTSROM`
fraction	$\mathbb{W}_l$, $\left(\overline{\mathcal{W}_l}\right)_{[t-\Delta t,t[}$	`XWEIOM`

⊙ **Routine `CPLGRID`**: Intégration spatiale ; maillage océanique → atmosphérique

	variable	nom `Fortran`
albédo	$\mathbb{A}_l \to \alpha_k$	`XALBOM` → `XALBA`
temp. de surface	$\mathbb{T}_l \to \theta_k$	`XTSROM` → `XTSRA`
fraction de glace	$\mathbb{W}_l \to \omega_k$	`XWEIOM` → `XWEIA`
flux solaire absorbé par l'océan	$\left(\overline{\mathcal{F}_l^s}\right)_{[t-\Delta t,t[} \to \Phi_k^s$	`QSWOM` → `QSWOMA`
flux non solaire capté par l'océan	$\left(\overline{\mathcal{F}_l}\right)_{[t-\Delta t,t[} \to \Phi_k$	`QOM` → `QOMA`

⊙ **Routine `ATMOSPHERE`**

Calcule la valeur moyenne quotidienne du flux solaire absorbé par la surface, du flux non solaire et de la sensibilité de ce flux par rapport à la température de surface

	variable	nom `Fortran`
flux solaire absorbé	$\left(\overline{\Psi_k^s}\right)_{[t,t+\Delta t[}$	`QSWAM`
flux non solaire	$\left(\overline{\Psi_k}\right)_{[t,t+\Delta t[}$	`QAM`
sensibilité du flux	$\left(\overline{\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\right)_k}\right)_{[t,t+\Delta t[}$	`XDQAM`

⊙ **Routine `OAECON`** :

Calcul du défaut d'énergie

$$\begin{array}{rr} \text{flux non solaire} & \rho_k = \phi_k(t-\Delta t) - \Phi_k \\ \text{flux solaire absorbé} & \rho_k^s = \phi_k^s(t-\Delta t) - \Phi_k^s \end{array}$$

Correction pour conserver l'énergie

$$\begin{array}{rr} \text{flux non solaire} & E_k(t) = q.\rho_k + (1-q).E_k(t-\Delta t) \\ & \phi_k(t) = \left(\overline{\Psi_k}\right)_{[t,t+\Delta t[} + E_k(t) \\ & \left(\frac{\partial \psi}{\partial \theta}\right)_k = \left(\overline{\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\right)_k}\right)_{[t,t+\Delta t[} \\ \text{flux solaire absorbé} & E_k^s(t) = q.\rho_k^s + (1-q).E_k^s(t-\Delta t) \\ & \phi_k^s(t) = \left(\overline{\Psi_k^s}\right)_{[t,t+\Delta t[} + E_k^s(t) \end{array}$$

variable	nom Fortran
$\phi_k^s(t)$, $\left(\overline{\Psi_k^s}\right)_{[t,t+\Delta t[}$	QSWAM
$\phi_k(t)$, $\left(\overline{\Psi_k}\right)_{[t,t+\Delta t[}$	QAM
$\left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)_k$, $\left(\overline{\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)_k}\right)$	XDQAM
$\phi_k^s(t-\Delta t)$	QSWAPRE
$\phi_k(t-\Delta t)$	QAPRE
q	RAIRCP
E_k	QARCP
E_k^s	QSWARCP

⊙ **Routine** CPLGRID :
Interpolation **purement spatiale** grille océanique → atmosphérique

	variable	nom Fortran	→	variable	nom Fortran
flux solaire absorbé	ϕ_k^s	QSWAM	→	$\overline{\psi}_l^s$	QSWAOM
flux non solaire	ϕ_k	QAM	→	$\overline{\psi}_l$	QAOM
sensiblilité du flux	$\left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)_k$	XDQAM	→	$\left(\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\overline{\Theta}}\right)_l$	XDQAOM
albédo	α_k	XALBA	→	$\overline{\alpha}_l$	ALBAOM
temp. de surface	θ_k	XTSRA	→	$\overline{\Theta}_l$	TSRAOM

⊙ fin de la **Routine** OIACPL :
Interpolation sur la grille océanique avec **prise en compte des propriétés locales**

flux non solaire $\mathbb{F}_l = \overline{\psi}_l + \left(\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\overline{\Theta}}\right)_l . \left(\mathbb{T}_l - \overline{\Theta}_l\right)$

flux solaire absorbé $\mathbb{F}_l^s = \left(\frac{1-\mathbb{A}_l}{1-\overline{\alpha}_l}\right) . \overline{\psi}_l^s$

	variable	nom Fortran	→	variable	nom Fortran
flux solaire absorbé	$\overline{\psi}_l^s$	QSWAOM	→	$\mathbb{F}_l^s$	QSWAOM
flux non solaire	$\overline{\psi}_l$	QAOM	→	$\mathbb{F}_l$	QAOM
sensiblilité du flux	$\left(\frac{\partial\overline{\psi}}{\partial\overline{\Theta}}\right)_l$	XDQAOM	→	$\left(\frac{\partial\mathbb{F}}{\partial\mathbb{T}}\right)_l$	XDQAOM
temp. de surface	$\mathbb{T}_l$	XTSROM			
temp. de surf. filtrée	$\overline{\Theta}_l$	TSRAOM			
albédo	$\mathbb{A}_l$	XALBOM			
albédo filtré	$\overline{\alpha}_l$	ALBAOM			

- **Modèle de glace-océan :**

⊙ **Routine** AICFLX : Interpolation entre les différents types de glaces.

flux solaire absorbé $\varphi_{i,l}^s = \frac{1-a_{i,l}}{1-\mathbb{A}_l} . \mathbb{F}_l^s$

	variable	nom Fortran
flux solaire absorbé	$\varphi_{i,l}^s$	QSRI
	$\mathbb{F}_l^s$	QSWAOM
albédo	$a_{i,l}$	XALBI
	$\mathbb{A}_l$	XALBOM

◇ **Routine** AICFLT : Interpolation entre les différents types de glaces du flux non solaire.

flux non solaire $\varphi_{i,l} = \mathbb{F}_l + \left(\frac{\partial\mathbb{F}}{\partial\mathbb{T}}\right)_l . (T_{i,l} - \mathbb{T}_l)$

	variable	nom Fortran
flux non solaire	$\varphi_{i,l}^s$	QI
	$\mathbb{F}_l$	QAOM
sens. du flux	$\left(\frac{\partial\mathbb{F}}{\partial\mathbb{T}}\right)_l$	XDQAOM
temp. de surface	$T_{i,l}$	XTIA
	$\mathbb{T}_l$	XTSROM

⊙ Évolution de l'état ; calcul de $T_{i,l}, a_{i,l}$ et $w_{i,l}$

⊙ **Routine** ICMEAN : Moyenne sur les types de glaces

albédo $\mathcal{A}_l = \sum_i w_{i,l}.a_{i,l}$
temp. de surface $\mathcal{T}_l = \sum_i w_{i,l}.T_{i,l}$
fraction de glace $\mathcal{W}_l = \sum_i w_{i,l}$

	variable	nom Fortran
temp. de surface	$T_{i,l}$	XTIA
	$\mathcal{T}_l$	XTSM
fraction	$w_{i,l}$	XWEITA
	$\mathcal{W}_l$	
albédo	$a_{i,l}$	XALBI
	$\mathcal{A}_l$	XALBIM

⊙ **Routine IACAVE** : Moyenne temporelle ; calcul de $(\overline{\mathcal{A}_l})$, $(\overline{\mathcal{T}_l})$ et $(\overline{\mathcal{W}_l})$

albédo $(\overline{\mathcal{A}_l}) = \int \mathcal{A}_l.dt$
temp. de surface $(\overline{\mathcal{T}_l}) = \int \mathcal{T}_l.dt$
fraction de glace $(\overline{\mathcal{W}_l}) = \int \mathcal{W}_l.dt$

	variable	nom Fortran
temp. de surface	$\mathcal{T}_l$	XTSM
	$(\overline{\mathcal{T}_l})$	XTSROM
fraction	$\mathcal{W}_l$	
	$(\overline{\mathcal{W}_l})$	XWEIOM
albédo	$\mathcal{A}_l$	XALBIM
	$(\overline{\mathcal{A}_l})$	XALBOM

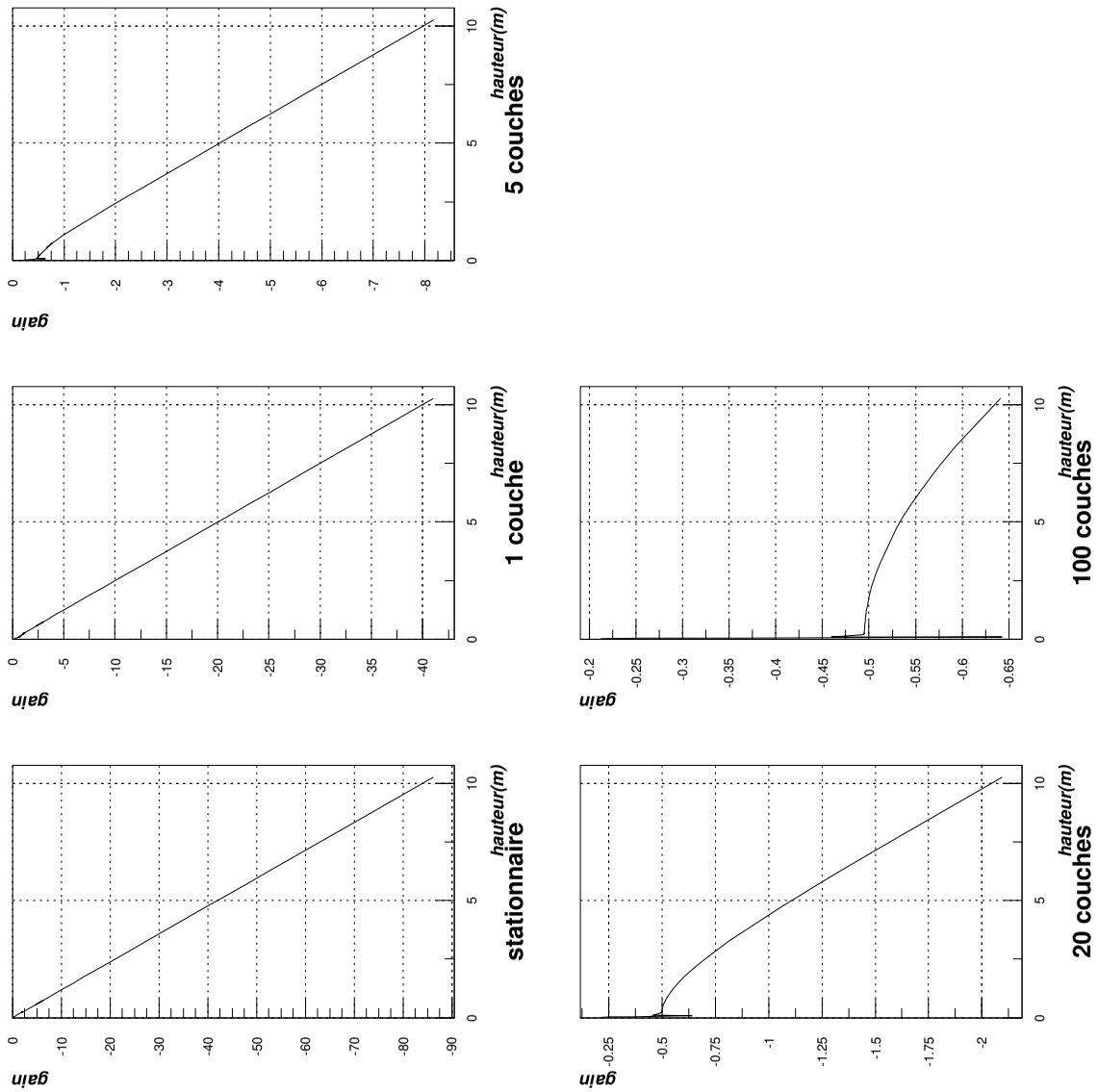


FIG. 3 – *Evolution du gain de rétroaction en fonction de la hauteur de glace pour différents maillages verticaux (nombre de "couches" variant de 0 à 100). Le pas de temps est de une heure.*

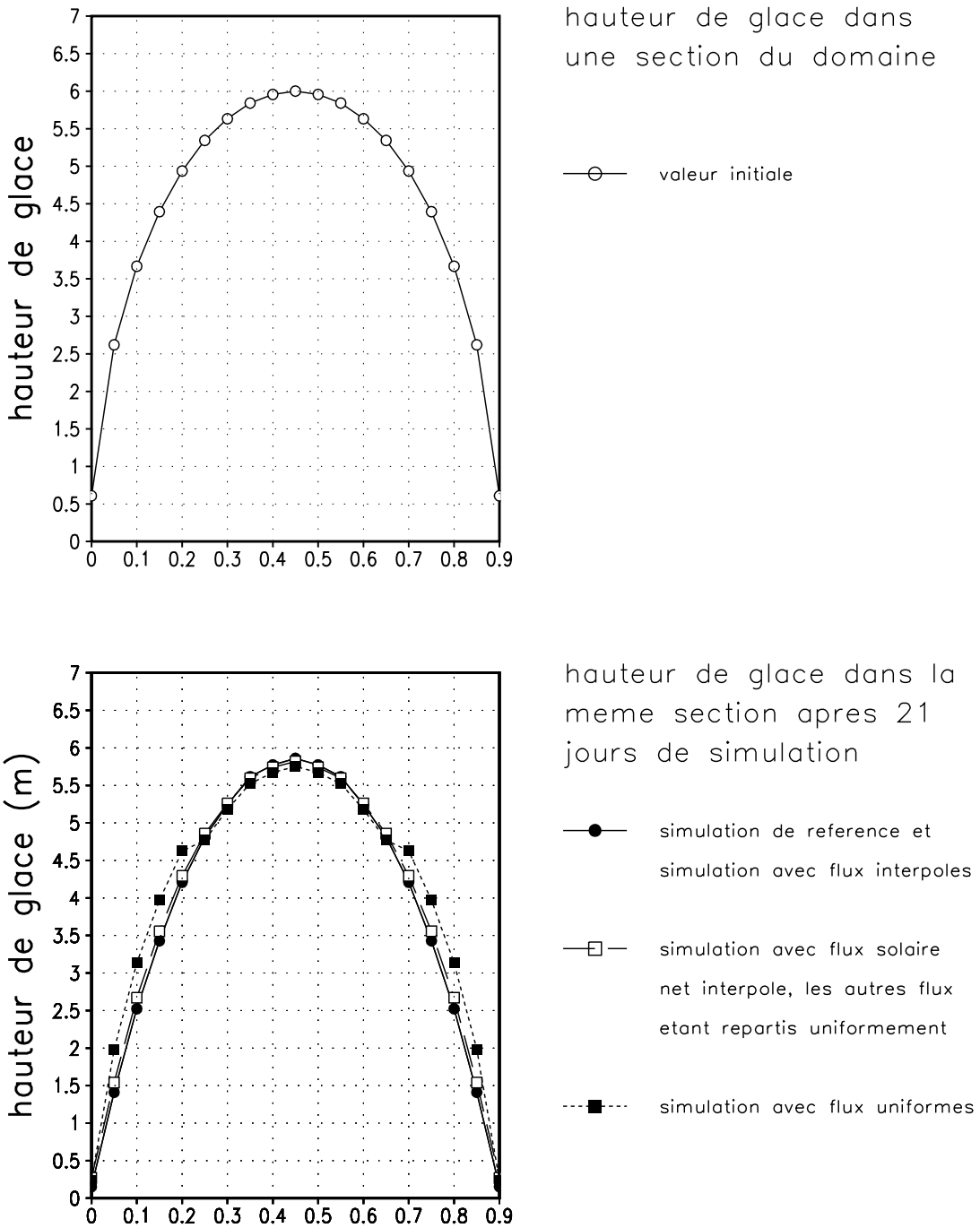


FIG. 4 – *Exemple de résulats de hauteurs de glace pour des simulation effectuées avec différrents algorithmes d'interpolation des flux*

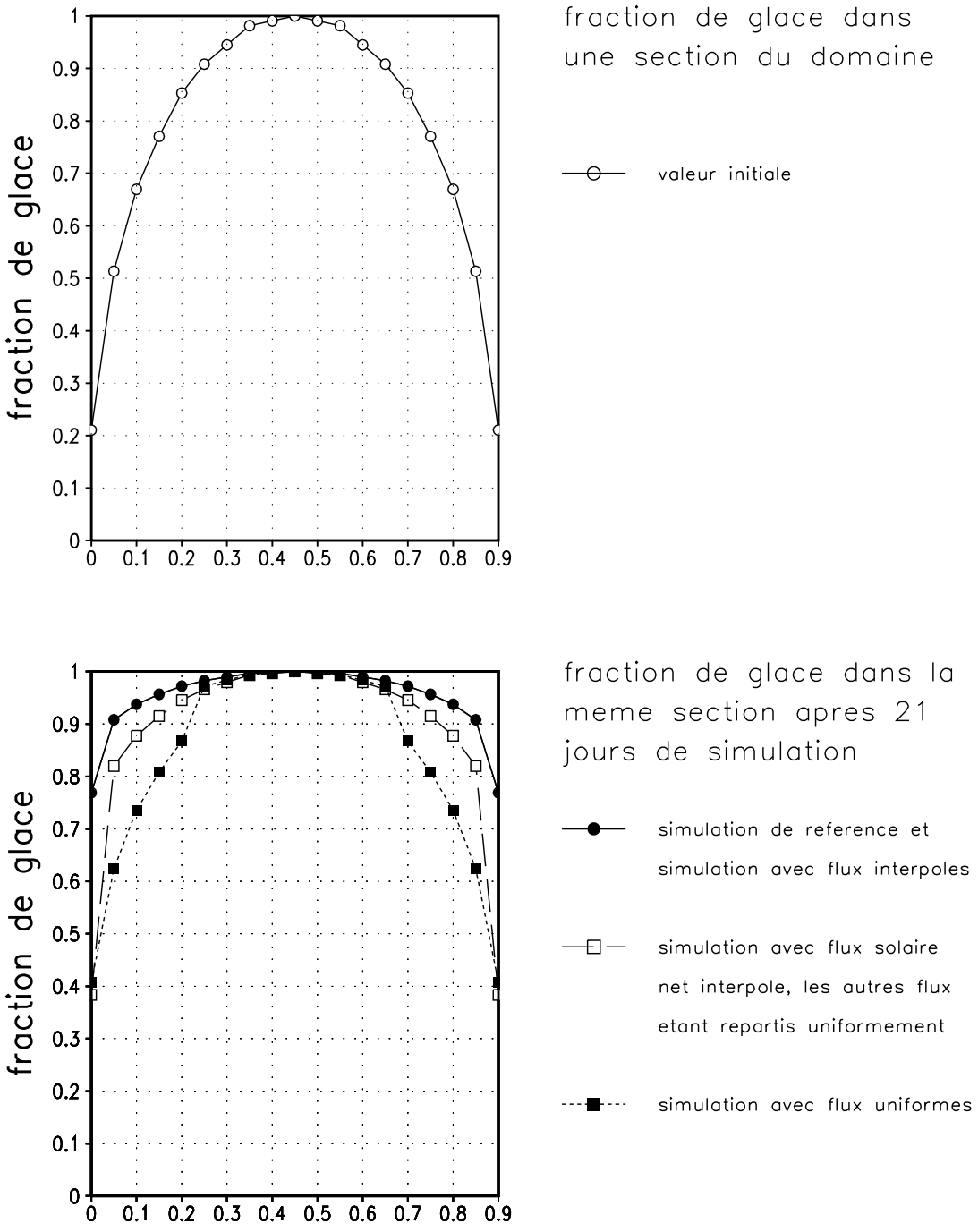


FIG. 5 – *Exemple de résulats de fraction de glace pour des simulation effectuées avec différrents algorithmes d'interpolation des flux*

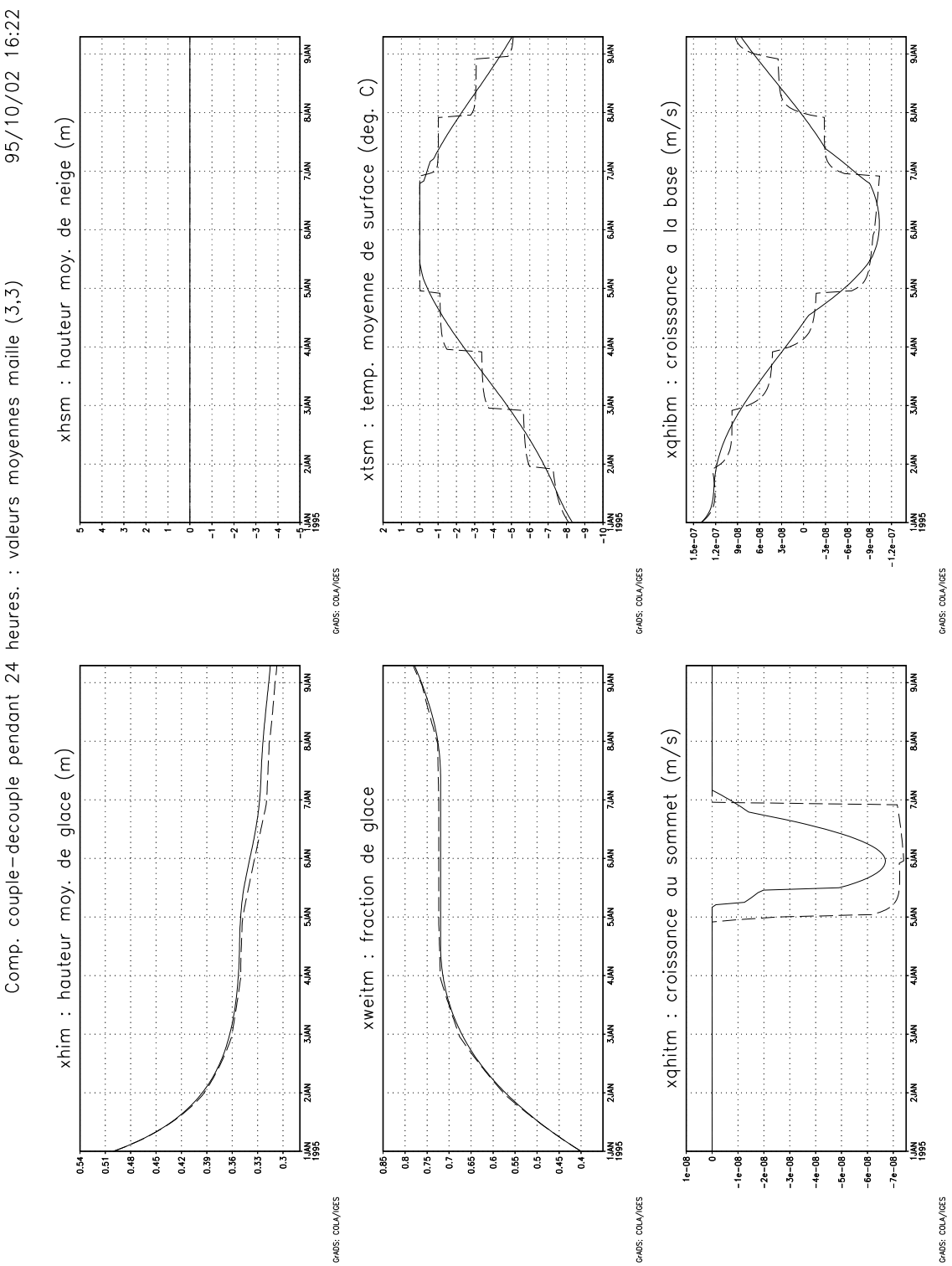


FIG. 6 – *Exemple de résultats de simulation obtenus avec échange d'information entre modèles toutes les 24 heures seulement (en tiret); comparaison avec une simulation correctement couplée (trait continu)*