

Neviadomy Jorelle
21341

Etude des processus dynamiques mis en jeu dans une tornade.

Plan

Introduction

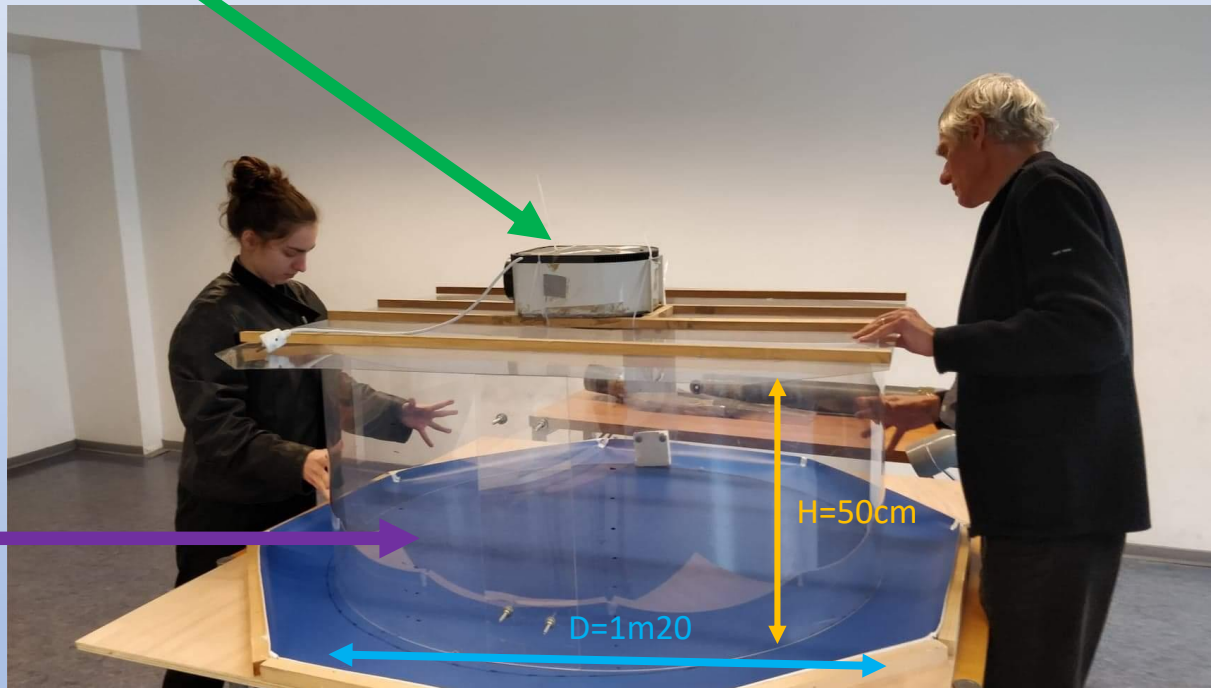
- I. Description du tourbillon
- II. Le système couplé extracteur cavité
- III. Intervention de la turbulence et conservation du moment cinétique dans l'expérience

Conclusion

Annexes

Introduction

Extracteur

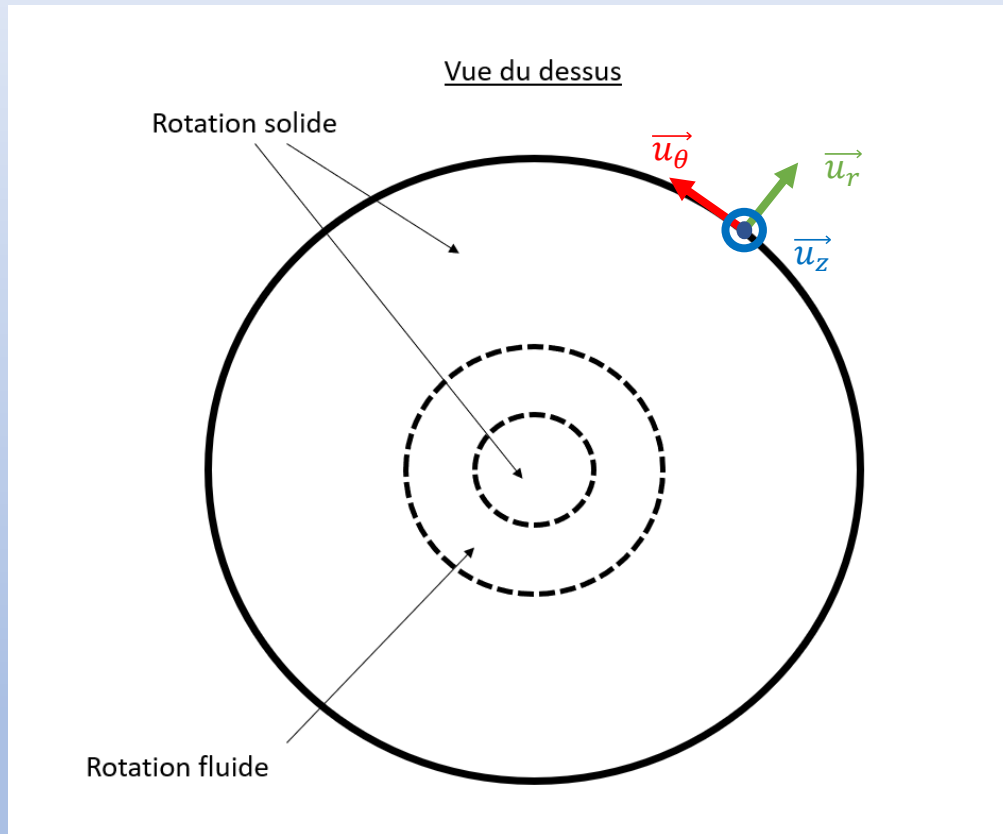


Comment interagit un tourbillon avec
son environnement dans le cadre
d'une expérience de laboratoire ?

I. Description du tourbillon

- 1) Profil des vitesses
- 2) Difficultés expérimentales pour mesurer les vitesses
- 3) Solutions envisagées et résultats

1) Profil des vitesses tangentielles



Rotation solide : zone de la cavité où la vitesse ortho radiale est proportionnelle à r

Rotation fluide : zone de la cavité où la vitesse ortho radiale est proportionnelle à $1/r$

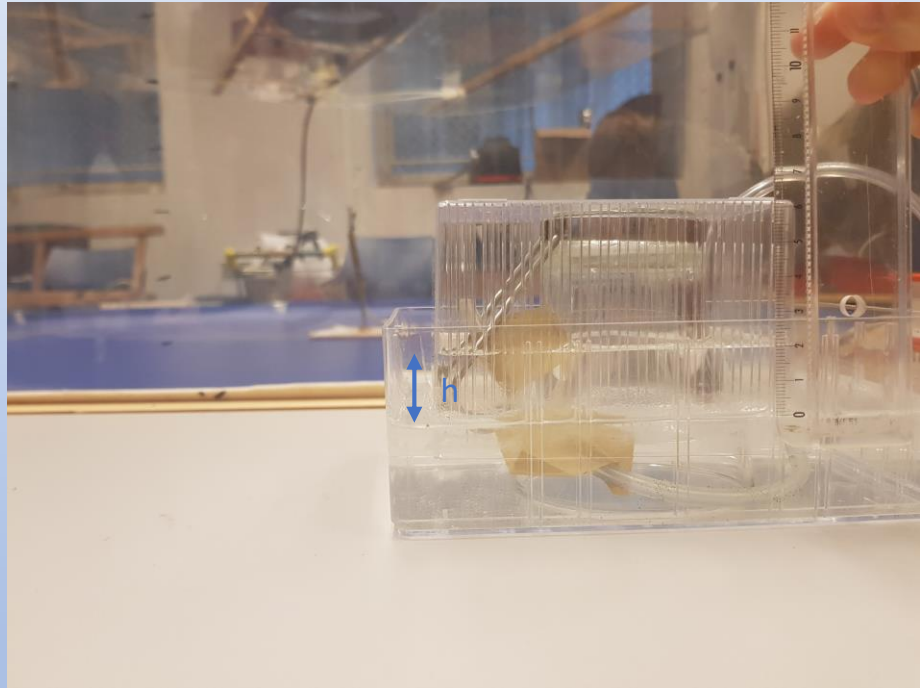
Analogies :

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2} \text{rot } \vec{v}$$

Magnétostatique	Mécanique
Champ $\vec{B}$	Vitesse $\vec{v}$
$\mu_0 I$	$2\Omega S$
$\mu_0 j$	Ω

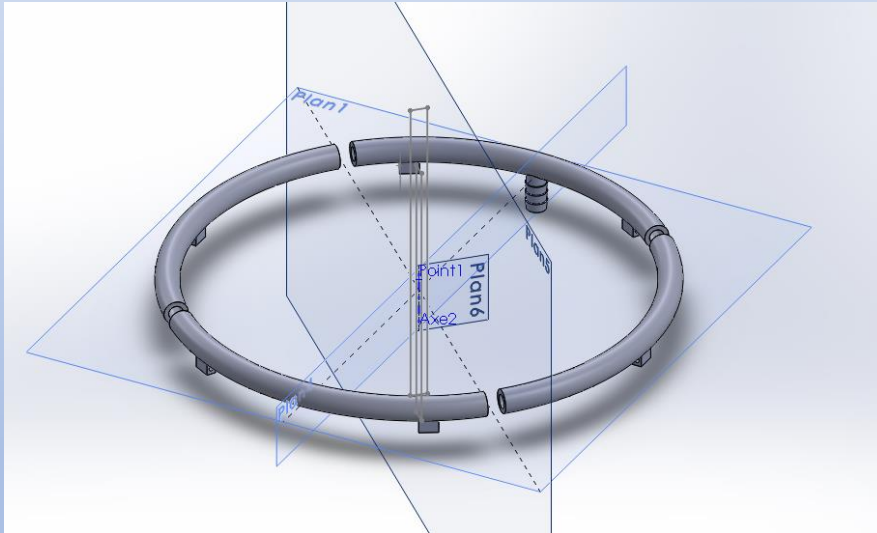
Zones		
$r < R$	$B(r) = \frac{\mu_0 j r}{2}$	$v = r\Omega$
$r > R$	$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$	$v = \frac{\Omega s}{\pi r}$

2) Difficultés expérimentales

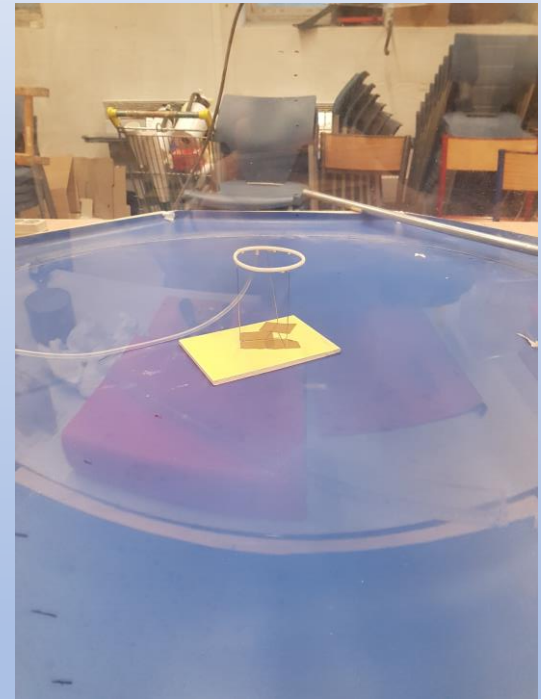


3) Solutions envisagées et résultats

Partie centrale :



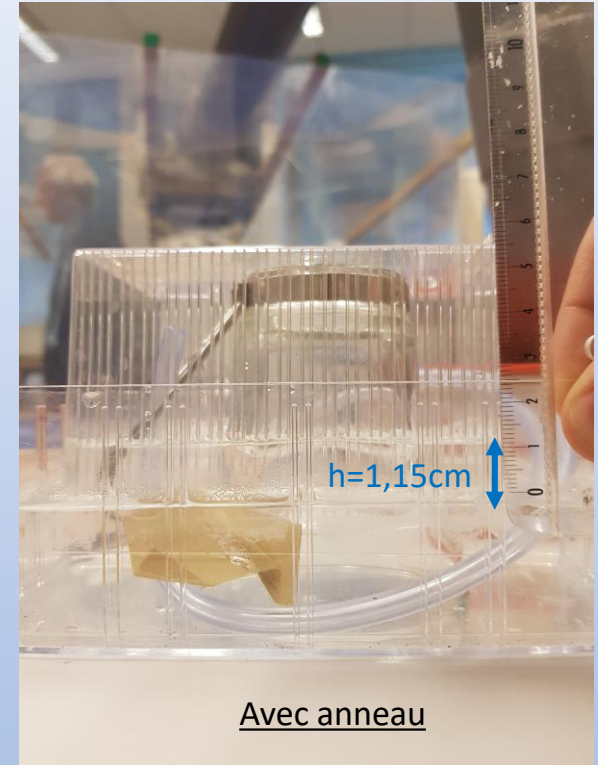
Capteur de pression (modèle SOLIDWORKS)



Application du théorème de Bernoulli (partie centrale):

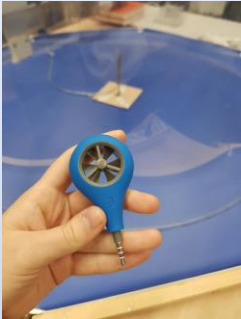
- On se place en régime quasi-stationnaire
- Écoulement parfait car à grand Re
- Écoulement incompressible car $v \ll c$
- L'écoulement est homogène

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = Cste$$

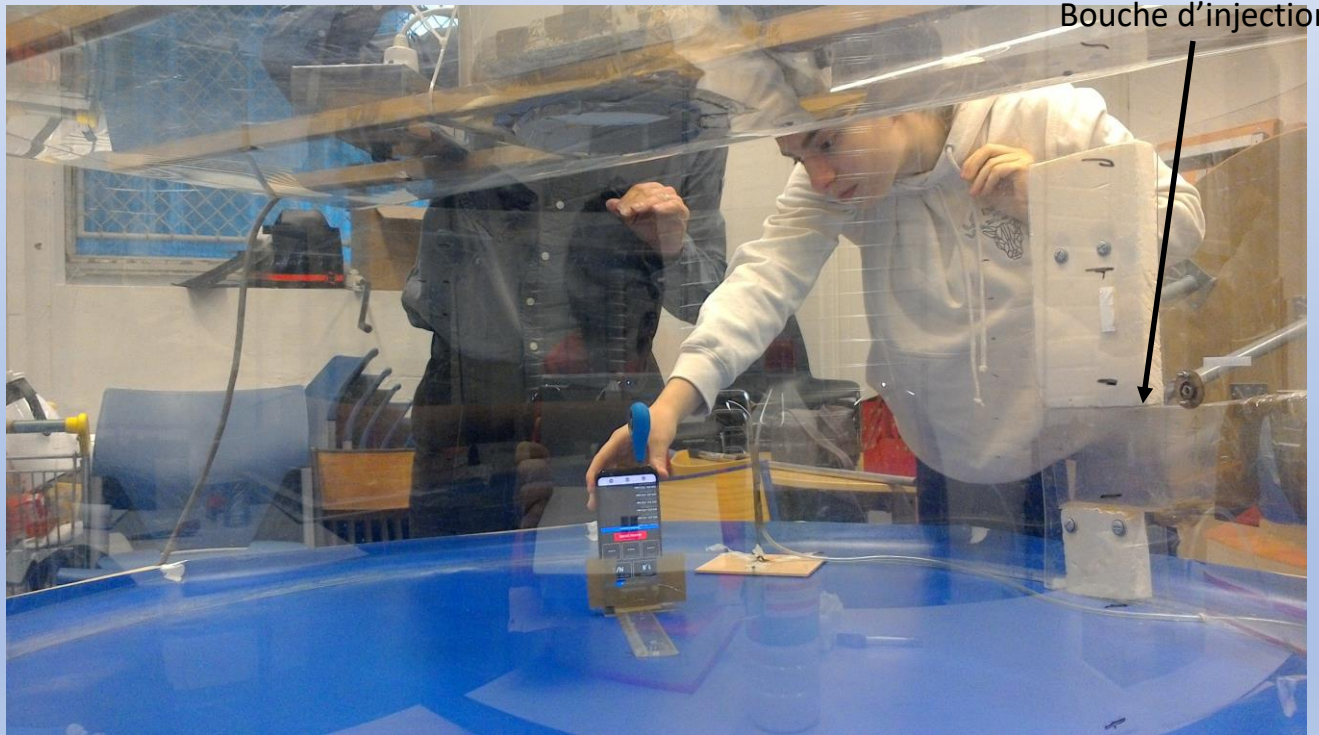


$$v = 13,3 \text{ m/s}$$

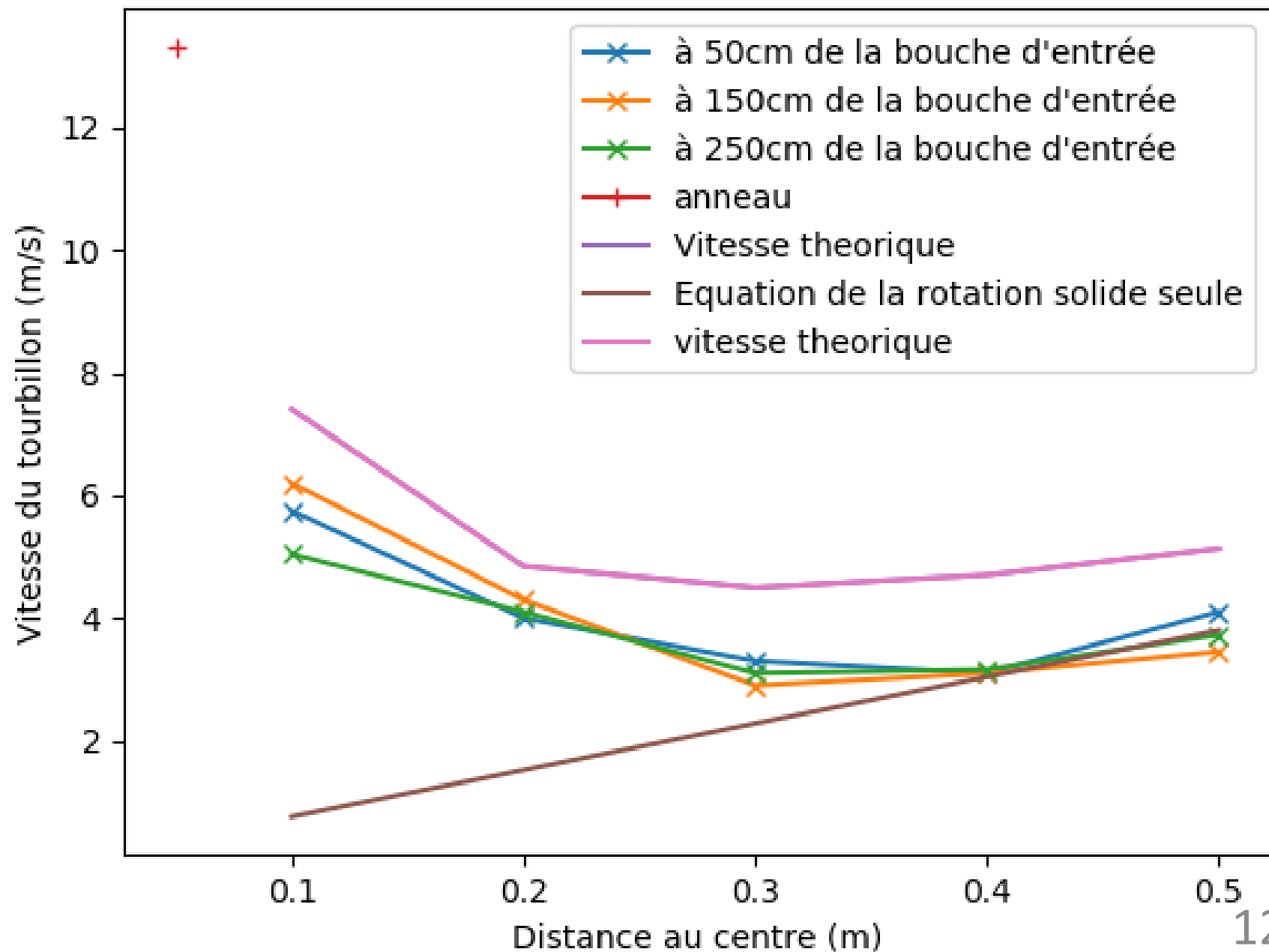
Partie externe :



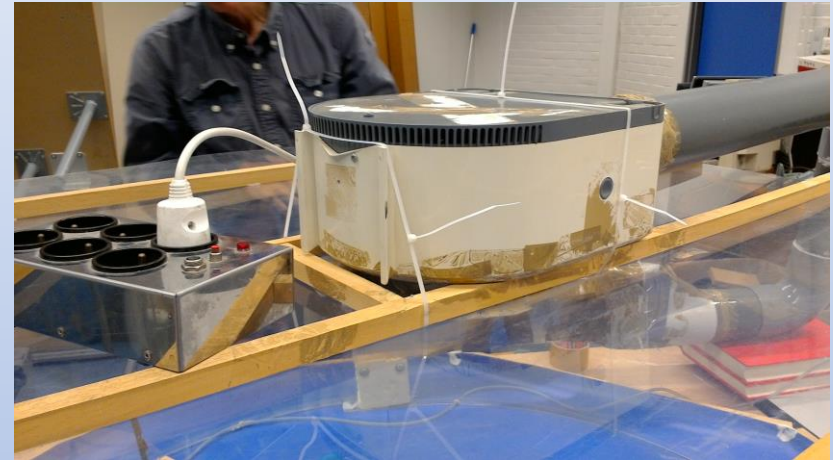
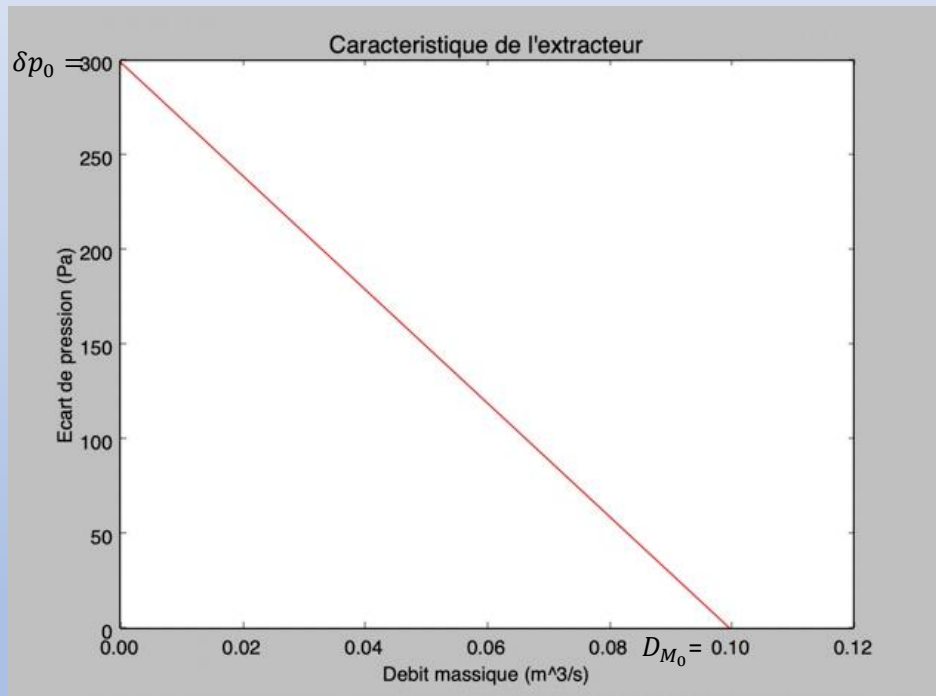
Utilisation d'un anémomètre



Résultats expérimentaux sur la vitesse



II. Le système couplé extracteur/cavité



$$\frac{D_M}{D_{M_0}} + \frac{\delta p}{\delta p_0} = 1$$

$$p_1 - p_4 = \delta p$$

$$p_2 - p_1 = \frac{D_M^2}{2\rho} \left(\frac{1}{s_1^2} - \frac{1}{s_2^2} \right)$$

$$p_3 - p_2 = \alpha \frac{D_M^2}{\rho s_2^2}$$

$$p_4 - p_3 = -\rho\pi \frac{L_{out}^2}{D_M^2 r_4} \beta$$

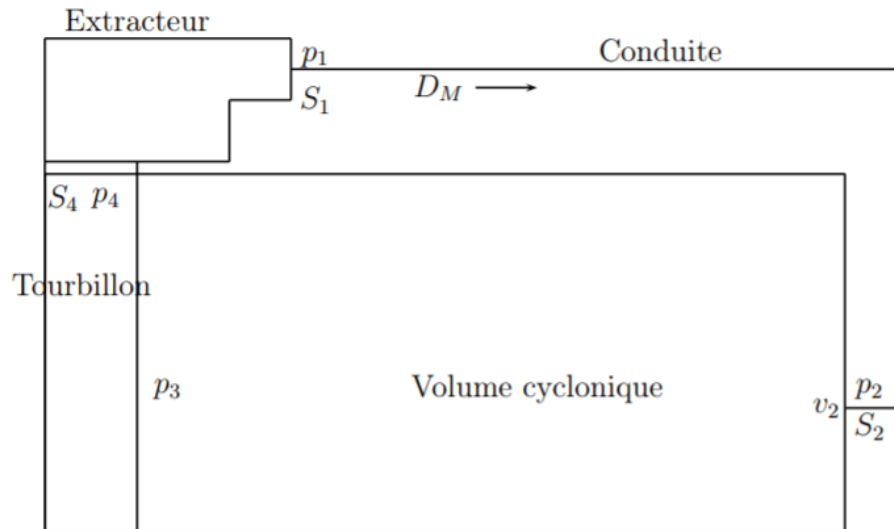
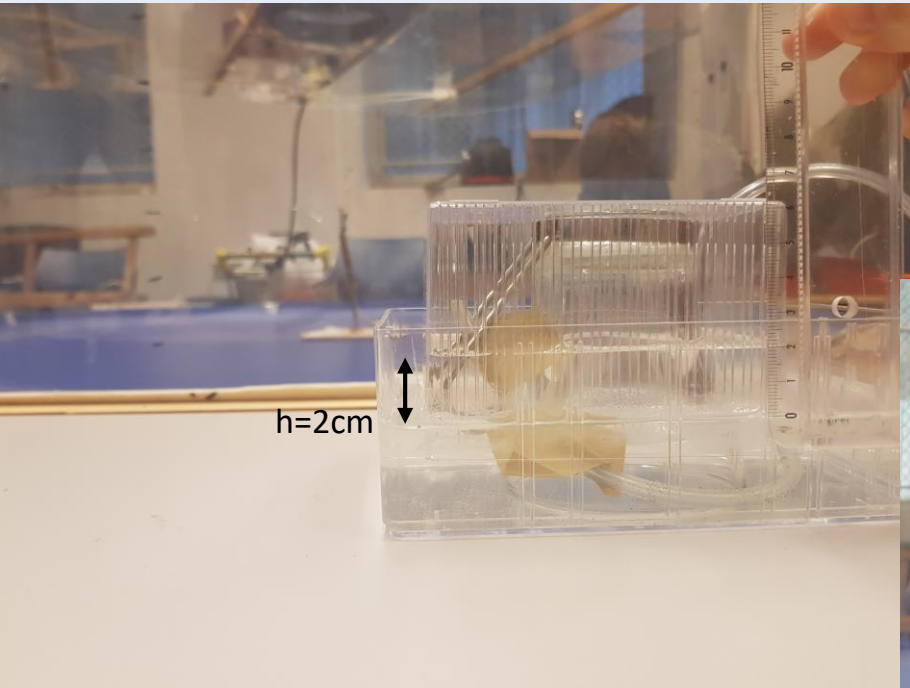


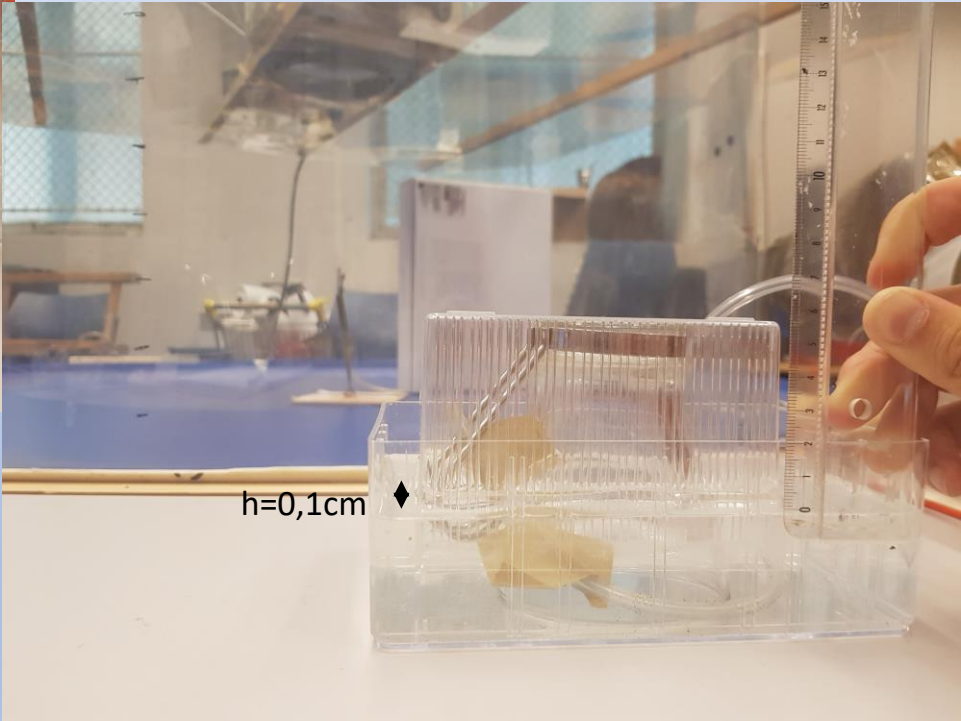
FIGURE 1 – Schéma de la boucle fluide



$h=2\text{cm}$

Avec tourbillon:
Dépression de 200Pa

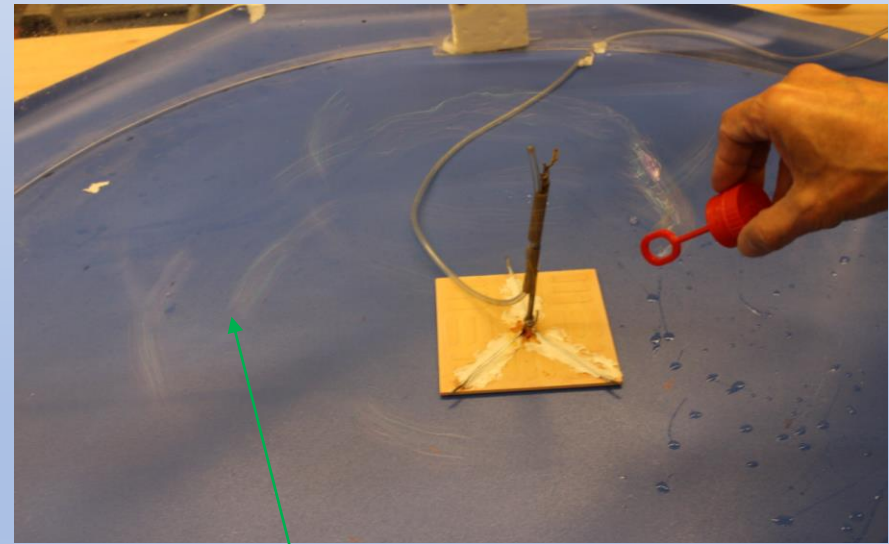
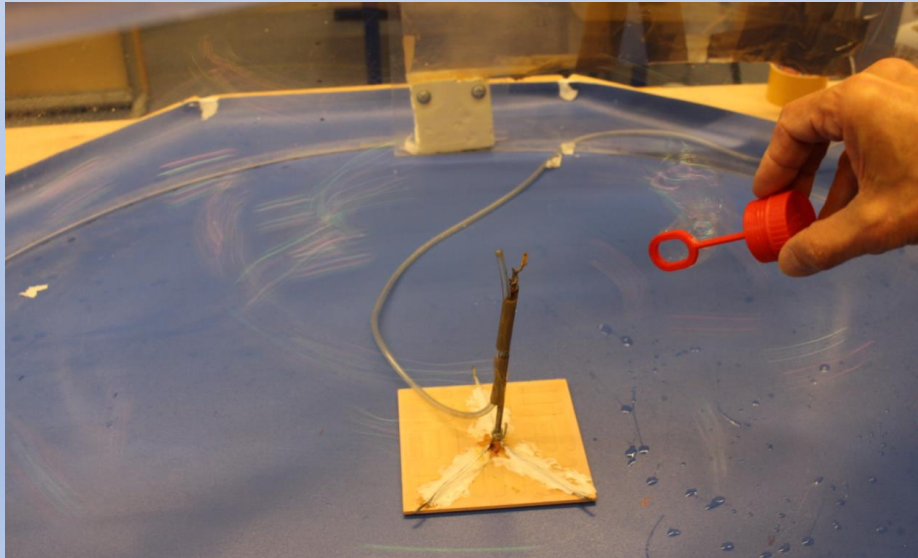
Sans tourbillon (tourbillon coupé):
Dépression nulle



$h=0,1\text{cm}$ ◆

III. Intervention de la turbulence et conservation du moment cinétique dans l'expérience

Turbulence: Agitation d'un fluide qui s'écoule en tourbillons.



Bulles de savon
en mouvement

Conservation du moment cinétique:

$$\frac{dL_z}{dt} = L_{in} - L_{out} + \Gamma$$

avec

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_t$$

Moment des forces de pression
Moment des forces de viscosité

$$\star \Gamma_n = \left(\iint_{\Sigma} r \vec{u}_r \wedge p \vec{n} d\Sigma \right) \cdot \vec{u}_z$$

$$\Sigma = \Sigma_e + \Sigma'$$

$$\Gamma_n = S_e R (p_e - p_0)$$

Coefficient qui dépend de la
turbulence

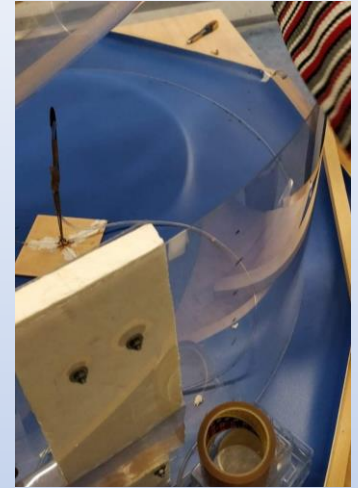
$$\Rightarrow |\Gamma_n| \geq S_e R (\underbrace{\alpha}_{\text{turbulence}} \rho v_e^2)$$

$$\star \Gamma_t = \left(\iint_{\Sigma} r \vec{u}_r \wedge \vec{f} d\Sigma \right) \cdot \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow \Gamma_t = 2\pi R^2 H f$$

$$\star L_{in} = \left(\iint_{S_e} r \vec{u}_r \wedge (\rho \vec{v}) \vec{v} \vec{n} dS \right) \cdot \vec{u}_z$$

$$\Rightarrow L_{in} = S_e R \rho v_e^2$$



$$|\Gamma_n| \geq S_e R (\alpha \rho v_e^2)$$

$$\Gamma_t = 2\pi R^2 H f$$

$$L_{in} = S_e R \rho v_e^2$$



$$L_{out} = L_{in} + \Gamma$$

Car $\frac{dL_z}{dt} = 0$ (régime stationnaire)

Applications numériques:

$$L_{in} = 0,5 \text{ J}$$

$$\Gamma_t = -0,17 \text{ J}$$

$$\Gamma_n = -0,26 \text{ J}$$

$$L_{out} = 0,06 \text{ J}$$

$$L_{out} = 0,1 L_{in}$$

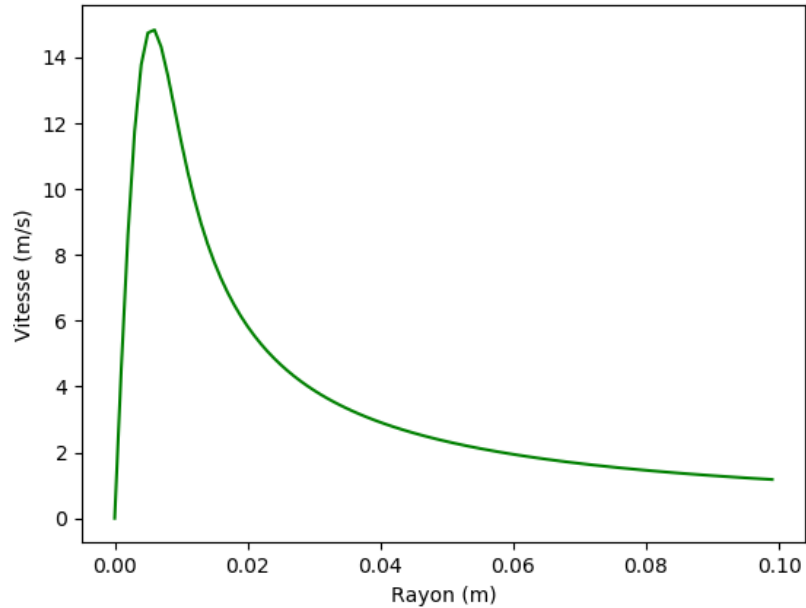
Γ_n et Γ_t atténuent la contribution du moment cinétique entrant L_{in}

CONCLUSION

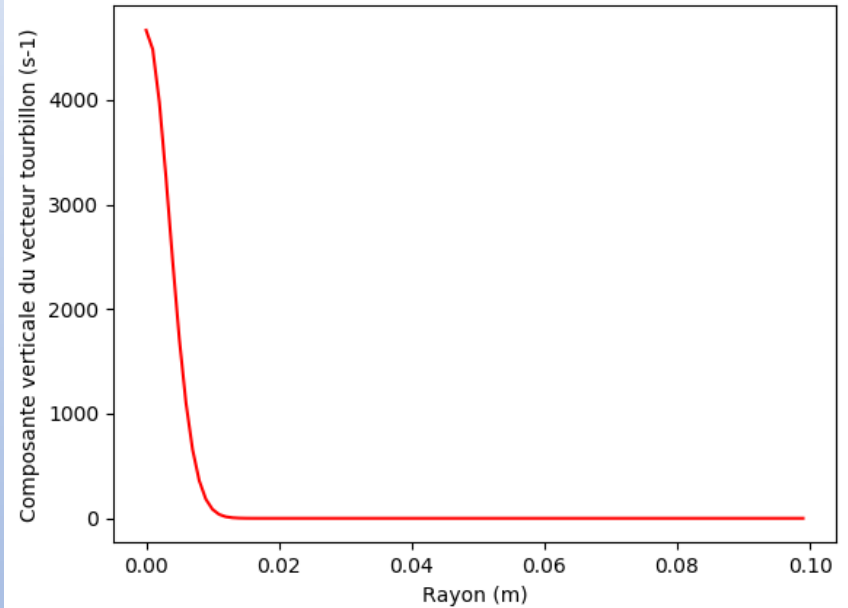
- Notre modèle de tornade présente plusieurs zones caractérisées par des vitesses ortho radiales aux propriétés différentes.
- Le système couplé extracteur/cavité contribue au moment cinétique entrant et est ainsi un rouage majeur de l'expérience.
- Un bilan de moment cinétique permet de montrer que l'efficacité du dispositif est de l'ordre de 10% car les forces de pression et de viscosité comptent pour une part importante dans le freinage du tourbillon.

ANNEXES

Vitesse tangentielle suivant la distance à l'axe



Profil radial du vecteur tourbillon



Tracés à partir des résultats de <https://www.grenoble-sciences.fr/pap->

```

1 import math
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy
4
5 a=2.4
6 u=15*(10**-6)
7 w0=4666
8
9 R=numpy.arange(0.0000000001,0.1,0.001)
10
11 def w(r):
12     return w0*math.exp(-a*(r**2)/(4*u))
13
14 def v(r):
15     return ((4*u*w0)/(a*r))*(1-math.exp((-a*(r**2))/(4*u)))
16
17 V=[v(r) for r in R]
18 W=[w(r) for r in R]
19
20 plt.plot(R,V, color='g')
21 plt.show()
22
23 plt.title("Vitesse tangentielle suivant la distance à l'axe")
24 plt.xlabel("Rayon (m)")
25 plt.ylabel("Vitesse (m/s)")

```

```

1 import math
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import numpy
4
5 a=2.4
6 u=15*10**-6
7 w0=4666
8
9 R=numpy.arange(0.0000000001,0.1,0.001)
10
11 def w(r):
12     return w0*math.exp(-a*(r**2)/(4*u))
13
14 def v(r):
15     return ((4*u*w0)/(a*r))*(1-math.exp((-a*r**2)/(4*u)))
16
17 V=[v(r) for r in R]
18 W=[w(r) for r in R]
19
20 plt.plot(R,W, color='r')
21 plt.show()
22 plt.title("Profil radial du vecteur tourbillon")
23 plt.xlabel("Rayon (m)")
24 plt.ylabel("Composante verticale du vecteur tourbillon (s-1)")

```

```

1 import math
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4
5
6 V50=[5.75,4,3.3,3.1,4.1]
7 V150=[6.2,4.3,2.9,3.1,3.45]
8 V250=[5.04,4.1,3.1,3.16,3.725]
9 R=[0.1,0.2,0.3,0.4,0.5]
10 C=[1/r for r in R]
11
12 plt.clf()
13 plt.plot(R,V50,label="à 50cm de la bouche d'entrée", marker="x")
14 plt.plot(R,V150,label="à 150cm de la bouche d'entrée", marker="x")
15 plt.plot(R,V250,label="à 250cm de la bouche d'entrée", marker="x")
16 plt.plot(0.05,13.3, label="anneau", marker="+")
17 plt.xlabel("Distance au centre (m)")
18 plt.ylabel("Vitesse du tourbillon (m/s)")
19 plt.plot(R,V, label="Vitesse theorique")
20
21 Vb=[b*r for r in R]
22 a=0.665
23 b=7.6
24 plt.plot(R,Vb, label="Equation de la rotation solide seule")
25 plt.title("Résultats expérimentaux sur la vitesse")
26 def v(r):
27     return (a/r)+(b*r)
28
29 V=[v(r) for r in R]
30
31 plt.plot(R,V, label="vitesse theorique")
32
33 plt.legend()
34 plt.show()

```